

## تعیین ضرایب معادله آنگستروم و توسعه یک معادله رگرسیونی برآورد

### تابش خورشیدی (مطالعه موردی: منطقه مشهد)

امین علیزاده<sup>۱\*</sup> - نجمه خلیلی<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۸۷/۸/۶

تاریخ پذیرش: ۸۷/۹/۴

#### چکیده

تابش خورشیدی رسیده به سطح زمین ( $R_s$ )، در بسیاری از زمینه‌های مهندسی کشاورزی، آبیاری و هیدرولوژی کاربرد گسترده‌ای دارد و به این دلیل روش‌های مختلفی برای تخمین آن ارائه شده است که معادله آنگستروم - پرسکات یکی از مهم‌ترین معادلات موجود در این زمینه است. این معادله دارای ضرایب تجربی است که برای هر موقعیت متفاوت می‌باشند. در این تحقیق با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده روزانه  $R_s$  در سال‌های ۱۳۷۸ الی ۱۳۸۰ در ایستگاه سینوپتیک مشهد، ضرایب رابطه آنگستروم - پرسکات بر اساس نسبت ساعات آفتابی واقعی روزانه ( $n$ ) به حداکثر ساعات آفتابی ( $N$ ) واسنجی گردید. همچنین یک معادله رگرسیونی منطقه‌ای با در نظر گرفتن عوامل مختلف هواشناسی شامل اطلاعات روزانه مقدار کمبود فشار بخار اشباع، بارش، دمای میانگین هوا، درصد رطوبت نسبی و نسبت  $n/N$  ارائه شد. در نهایت با استفاده از داده‌های مستقل اندازه‌گیری شده روزانه  $R_s$  در سال‌های ۱۳۸۱ و ۱۳۸۲ دو مدل اعتبارسنجی شدند. نتایج آنالیز آماری روابط نشان داد که دقت معادله منطقه‌ای چندمتغیره با رابطه آنگستروم - پرسکات اختلاف معنی‌داری نداشته و می‌توان بدون صرف هزینه و زمان لازم برای جمع‌آوری داده‌های هواشناسی و تنها با داشتن داده‌های ساعات آفتابی و محاسبه تابش فرازمینی، تابش واقعی خورشیدی را در منطقه مشهد با ضرایب  $a=0/۲۳$  و  $b=0/۴۴$  و با دقت مناسبی تخمین زد.

**واژه‌های کلیدی:** آنگستروم - پرسکات، تابش خورشیدی، ساعات آفتابی، مشهد

#### مقدمه

تابش خورشیدی، معمولاً در همه جا انجام نمی‌شود. در نتیجه، محققین بیشتر روی تخمین آن تلاش می‌کنند (۶). البته به دلیل اهمیت  $R_s$ ، روش‌های مختلفی برای تخمین آن توسعه داده شده‌اند. روش‌هایی چون روابط تجربی و رگرسیونی و روش‌های دقیقی چون سنسجش از دور، مدل هواشناسی تصادفی<sup>۳</sup>، میان‌یابی خطی، و شبکه‌های عصبی مصنوعی برای تخمین آن به کار می‌روند (۲۷).

اگرچه تعداد زیادی از پارامترهای هواشناسی چون رطوبت نسبی، درجه ابری بودن، دما و طول ساعات آفتابی روی مقدار تابش خورشیدی دریافتی تأثیر زیادی دارند، اما تحقیقات نشان داده است که ساعات آفتابی بیشترین تأثیر را بر روی  $R_s$  دارد و این تأثیر در مدل رگرسیونی خطی آنگستروم که در روش فائو - نیمن - مانتیث ارائه شده، ثابت گردیده است (۸). روش موسوم به آنگستروم که در واقع بهتر است روش آنگستروم - پرسکات نامیده شود (۲۸) - و ما در این مقاله از همین نام استفاده می‌کنیم - سال‌های زیادی است که به خاطر سادگی و قابل قبول بودنش کاربرد وسیعی در محاسبه  $R_s$  دارد

تابش خورشیدی ( $R_s$ )، یکی از مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار در توازن حرارتی سیستم جو - زمین است (۱۷) و اساس بیشتر مطالعات اقلیمی را شکل می‌دهد. چنانچه در هواشناسی، کشاورزی، مدیریت آب و سایر علوم کاربرد دارد. یکی از مهم‌ترین کاربردهای  $R_s$  در تخمین تبخیر و تعرق می‌باشد (۲۱، ۲۶، ۲۳، ۱۴ و ۱۶). چرا که، فرآیند تبخیر و تعرق به وسیله میزان انرژی در دسترس برای تبخیر آب تعیین می‌شود (۳) و از آن جایی که ۹۹/۸ درصد انرژی سطح زمین از خورشید تأمین می‌گردد، تأثیر تابش خورشیدی در تبخیر و تعرق، جنبه‌ای است که بسیار مورد توجه محققین مرتبط با کشاورزی، بالاخص علوم آبیاری قرار گرفته است (۱۱).

یکی از دقیق‌ترین روش‌های اندازه‌گیری  $R_s$  استفاده از پیرانومتر است که استفاده از آن هنوز در بسیاری از مناطق به علت فقدان امکانات محدود می‌باشد و به طور کلی، اندازه‌گیری‌های بلندمدت

۱- استاد گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد

(Email: alizadeh@gmail.com)

\* - نویسنده مسئول

۲- دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی، دانشگاه فردوسی مشهد

علاوه بر ساعات آفتابی، از پارامترهای دیگری چون دمای هوا، رطوبت نسبی، درجه ابری بودن، کمبود فشار بخار اشباع و حتی بارش، بهره گیرند. به طور مثال، مانگز و همکاران (۱۹) در تحقیق خود معادله نه متغیره ارائه شده توسط ارتکین و یلدیز (۱۲) را برای برآورد  $R_s$  در ترکیه آزمودند و به این نتیجه رسیدند که این مدل نسبت به روش رگرسیونی تک پارامتری آنگستروم- پرسکات از دقت بالاتری برخوردار است. همچنین نتایج تحقیق چن و همکاران (۹) در سال ۲۰۰۴، در چین برتری روش‌هایی را که به غیر از ساعات آفتابی از سایر پارامترهای هواشناسی نیز در تخمین  $R_s$  استفاده کرده‌اند را نشان داد.

مطابق آنچه که گفته شد، با توجه به نیاز واسنجی معادله آنگستروم-پرسکات در هر منطقه و با توجه به این موضوع که ضرایب این معادله تابعه حال با روش ذکر شده در این مقاله در منطقه مشهد برآورد نگردیده‌اند، این تحقیق با اهداف الف) واسنجی و اعتبارسنجی (اصلاح) مدل آنگستروم-پرسکات و ب) ارائه یک مدل منطقه‌ای چند متغیره برای منطقه مشهد، انجام گردیده است. برای این منظور از داده‌های هواشناسی در مقیاس روزانه ایستگاه سینوپتیک مشهد در طی ۵ سال از ۱۳۷۸ الی ۱۳۸۲ استفاده گردید. در بخش نخست مقاله، موقعیت، داده‌های برداشت‌شده و معادلات مربوطه به همراه الگوریتم بهینه‌سازی ضرایب شرح داده شده‌اند. بحث لازم بر روی نتایج حاصله در بخش دوم انجام گردیده و در آخرین بخش، نتیجه-گیری کلی تحقیق به همراه پیشنهادات لازم در جهت بهبود نتایج ارائه گردیده است.

## مواد و روش‌ها

### داده‌ها و منطقه مورد مطالعه

موقعیت مورد مطالعه در این تحقیق، ایستگاه سینوپتیک شهر مشهد در استان خراسان رضوی، واقع در طول و عرض جغرافیایی به ترتیب N ۱۶° ۳۶' و E ۳۸° ۵۹' می‌باشد که در ارتفاع ۹۹۹/۲ متری از سطح دریا واقع شده است. شهر مشهد به دلیل موقعیت جغرافیایی خاص، که در منطقه مرزی بین شمال و جنوب خراسان قرار دارد و همچنین تداخل جبهه‌های مختلف آب و هوایی، دارای آب و هوا و خصوصیات ویژه اقلیمی است. در مجموع، این شهر دارای آب و هوای متغیر، اما معتدل و متمایل به سرد و خشک است. میانگین ساعات آفتابی سالانه ۲۸۹۲ ساعت در سال و میانگین سالانه تابش خورشیدی در مشهد حدود ۱۹۵ وات بر متر مربع می‌باشد.

در این تحقیق، برای واسنجی معادله آنگستروم- پرسکات، از داده‌های تصادفی تابش روزانه رسیده به سطح زمین ( $R_s$ ) و ساعات آفتابی (سال ۱۳۷۸ الی ۱۳۸۰) و برای اعتبارسنجی معادله مذکور از

(۳). چنانچه، کمالی و مرادی (۲)، روش‌های آنگستروم (۵)، بریستو و کمپیل (۷)، هارگریوز و همکاران، (۱۵) و روش ردی (۲۴) را با استفاده از داده‌های ایستگاه‌های تابش‌سنجی ایران که بر اساس تابش فرا جو و ساعات آفتابی کنترل کیفیت شده بودند، مورد ارزیابی قرار دادند و استفاده از روش آنگستروم-پرسکات را برای برآورد تابش خورشید در ایران پیشنهاد کردند.

مقادیر ضرایب تجربی در روش مذکور، بسته به شرایط جوی (رطوبت، گرد و غبار) و میل خورشیدی (عرض جغرافیایی و ماه)، برای هر موقعیت متفاوت است. البته در صورتی که هیچ واسنجی جهت بهبود این ضرایب انجام نشده باشد، فائو مقادیری را پیشنهاد کرده است ( $a=0.25$  و  $b=0.5$ ) (۳). اما با این وجود، تجربه ثابت کرده است که تنها در صورت استفاده از ضرایب واسنجی شده در هر محل، نتایج تخمین  $R_s$  قابل قبول خواهند بود (۱۰ و ۲۰). لذا، بسیاری از محققین واسنجی زمانی و مکانی  $a$  و  $b$  را انجام داده‌اند. به طور مثال، ریوتولد (۲۵)، با آزمون و خطا به این نتیجه رسید که  $a$  به‌طور نسبتاً خطی و  $b$  به‌طور هایپربولیکی با مقدار میانگین نسبت ساعات آفتابی واقعی به ساعات آفتابی حداکثر ( $n/N$ ) رابطه دارند و مقادیر ۰/۱۸ و ۰/۶۲ را به ترتیب برای این ضرایب به دست آورد. در تحقیقی مشابه، هانا و سیام (۱۳)، با استفاده از داده‌های با طول آماری ۱۰ ساله در شمال شرق انگلیس، رابطه بین ساعات آفتاب و  $R_s$  آن منطقه را بررسی کرده و مقادیر ۰/۱۸۹۴ و ۰/۶۲۴ را به ترتیب برای  $a$  و  $b$  گزارش نمودند. به همین ترتیب آدو (۲۸)، ضریب  $a$  را برابر با ۰/۲۳ و ضریب  $b$  را معادل با ۰/۴۸ برای تخمین  $R_s$  در ایلورین<sup>۱</sup> نیجریه و مشابه سایر مناطق گرمسیری گزارش کرد. در حالی که در اسپانیا، مقادیر ۰/۲۱۷۰ و ۰/۵۴۵۳ برای  $a$  و  $b$  پیشنهاد شده است (۴). در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۰۸ بین و همکاران (۲۹)، تخمین تجربی تابش در مدل پنمن - مانتیس را با استفاده از داده‌های تابش مشاهده شده در ۸۱ ایستگاه هواشناسی در چین و در دوره ۱۹۷۱ تا ۲۰۰۰ انجام دادند. نتایج نشان داد که معادله آنگستروم بر پایه رگرسیون خطی ساده با ضرایب ۰/۲ و ۰/۷۹ حداقل خطا را برای ۳۰ ایستگاه مورد اعتبارسنجی داشته است. همچنین ایشان نتیجه گرفتند که در صورتی که هیچ واسنجی محلی روی مدل پنمن نشود، حدود ۲۷٪ بیش برآورد در تخمین تبخیر و تعرق در آن منطقه وجود خواهد داشت. در ایران نیز، مالک (۱۸)، با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده  $R_s$ ، این ضرایب را برای منطقه باجگاه فارس به ترتیب ۰/۳۱ و ۰/۵۵ تعیین نمود. ضرایب مذکور برای منطقه ملاثانی اهواز نیز توسط کاشفی و سپاسخواه (۱)، تعیین گردید.

از طرفی، محققین مختلفی تلاش کرده‌اند که برای تخمین  $R_s$

که در آن، اندیس  $m$ : بیانگر شماره روز می‌باشد و سایر پارامترها قبلاً تعریف شده‌اند.

رابطه فوق،  $m$  معادله و ۲ مجهول دارد و چون در این تحقیق  $m > 2$ ، در نتیجه از نظر ریاضی، حل معادله جواب صریح و دقیقی ندارد. یکی از روش‌های برآورد ضرایب معادله ( $a$  و  $b$ ) که در واقع مقادیر بهینه آنها را حاصل می‌کند، الگوریتم حداقل مربعات خطا<sup>۳</sup> است که در ذیل شرح داده می‌شود.

ابتدا مقادیری بهینه از ماتریس ضرایب را در نظر می‌گیریم. بدیهی است که در مقایسه با مقادیر واقعی خطایی وجود دارد و هدف ما در واقع به حداقل رساندن این خطا می‌باشد. اگر ماتریس بهینه را  $\hat{K}$  بنامیم، رابطه (۲) به شکل رابطه (۳) تبدیل می‌شود.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} R_{s(1)} \\ R_{s(2)} \\ \vdots \\ R_{s(m)} \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} R_{a(1)} & (n/N)R_{a(1)} \\ R_{a(2)} & (n/N)R_{a(2)} \\ \vdots & \vdots \\ R_{a(m)} & (n/N)R_{a(m)} \end{bmatrix}}_X \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}_K = \underbrace{\begin{bmatrix} e_{(1)} \\ e_{(2)} \\ \vdots \\ e_{(m)} \end{bmatrix}}_E \quad (3)$$

که در آن،  $e_{(1)}, e_{(2)}, \dots, e_{(m)}$  عبارت است از خطای محاسبه  $\hat{K}$  از روز اول تا روز  $m$  ام و سایر پارامترها نیز قبلاً تعریف شده‌اند.

حال اگر مجموع مربعات خطا را به شکل رابطه (۴) در نظر بگیریم.

$$j = \sum_{i=1}^m e_{(i)}^2 \quad (4)$$

با توجه به معادله فوق اگر بخواهیم خطا را به حداقل برسانیم، از قضیه گاس - مارکوو (۲۲) مطابق با رابطه (۵) استفاده می‌کنیم.

$$\hat{K} = \text{Pinv}(X) Y = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

که در آن،  $X^T$  ماتریس ترانپوز  $X$  می‌باشد. نکته مهم در اینجا آن است که طبق قضیه مذکور از نظر ریاضی، بدیهی است اگر این خطا شامل خطای اندازه‌گیری یا خطاهای دیگر هم باشد، تفاوتی در اصل قضیه پیش نیامده و کماکان  $\hat{K}$  بهینه می‌باشد. به بیان دیگر بردار  $E$  می‌تواند شامل تمام انواع خطاهای موجود باشد<sup>۴</sup>.

مطابق آنچه گفته شد، در این تحقیق داده‌های  $R_s$  اندازه‌گیری شده با پیرانومتر و ساعات آفتابی اندازه‌گیری شده، از ایستگاه

داده‌های تصادفی  $R_s$  و ساعات آفتابی (۱۳۸۱ و ۱۳۸۲) در ایستگاه سینوپتیک مشهد استفاده شد. در ایستگاه مذکور داده‌های  $(R_s)$  با استفاده از تابش سنج پیرانومتر اندازه‌گیری شده‌اند. علاوه بر اطلاعات تابش از سایر داده‌های روزانه هواشناسی شامل ساعات آفتابی، دمای حداقل و حداکثر، میانگین رطوبت نسبی و بارش نیز برای توسعه یک معادله رگرسیونی منطقه‌ای چند متغیره به‌نحوی که به غیر از ساعات آفتابی سایر عوامل را نیز در تخمین تابش خورشیدی دخالت دهد، استفاده شد.

### واسنجی و اعتبارسنجی معادله آنگستروم - پرسکات

اکثر معادلات برآورد تابش خورشیدی، نیاز به تطبیق و تعدیل پارامترهای موجود در رابطه دارند. عملیات تطبیق پارامترها را جهت هماهنگی و سازگاری معادله در تولید داده‌هایی همانند پاسخ نمونه اصلی سیستم، واسنجی معادله<sup>۱</sup> می‌گویند و به عبارت دیگر هدف از واسنجی، حداقل کردن اختلاف بین خروجی پیش‌بینی شده و مقادیر مشاهده شده است. در این تحقیق با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده  $R_s$  و یک روش بهینه‌سازی که پایه صددرصد ریاضی دارد، معادله تابش خورشیدی آنگستروم - پرسکات واسنجی و ضرایب آن تعیین گردید. در ادامه، روش مورد استفاده شرح داده می‌شود.

همان‌طور که در بخش مقدمه گفته شد، یکی از پرکاربردترین روش‌های تخمین تابش واقعی خورشیدی ( $R_s$ )، استفاده از معادله آنگستروم - پرسکات به صورت رابطه (۱) می‌باشد.

$$R_s = (a + b \frac{n}{N}) R_a \quad (1)$$

که در آن،  $R_s$ : تابش واقعی خورشیدی (بر حسب وات بر متر مربع)،  $R_a$ : تابش فرازمینی<sup>۲</sup> (بر حسب وات بر متر مربع)،  $n$ : ساعات آفتابی واقعی (بر حسب ساعت)،  $N$ : ساعات آفتابی حداکثر (بر حسب ساعت) و  $a$  و  $b$ : ضرایب تجربی ثابت می‌باشند که برای هر محل و موقعیتی متفاوت هستند.

معادله (۱) را می‌توانیم به صورت ماتریسی و به شکل رابطه (۲) بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} R_{s(1)} \\ R_{s(2)} \\ \vdots \\ R_{s(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{a(1)} & (n/N)R_{a(1)} \\ R_{a(2)} & (n/N)R_{a(2)} \\ \vdots & \vdots \\ R_{a(m)} & (n/N)R_{a(m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 3 - Least square error

۴- اگر ماتریس  $\hat{K}$  (ضرایب معادله) مناسبی حاصل نشود، نشان‌دهنده خطای مربوط به داده‌ها است. چون مطابق قضیه گاس - مارکوو، این ضرایب بهینه بوده و بهتر از آنها را نمی‌توان به دست آورد.

1 - Calibration  
2- Extraterrestrial radiation

$P$ : بارش روزانه (بر حسب میلی‌متر)،  $T_{max}$ : دمای حداکثر (بر حسب درجه سانتی‌گراد)،  $T_{min}$ : دمای حداقل (بر حسب درجه سانتی‌گراد)،  $D$ : کمبود فشار بخار اشباع (بر حسب میلی‌بار) و  $c, d, e, f, g$ : ضرایب تجربی (رگرسیون) می‌باشند و سایر پارامترها قبلاً تعریف شده‌اند.

نتایج واسنجی و اعتبارسنجی معادله فوق با توجه به داده‌های اندازه‌گیری شده تابش واقعی خورشیدی در بخش بعد به‌طور کامل شرح و نتایج به‌دست آمده از آن با رابطه آنگستروم- پرسکات مقایسه گردیده است.

### نتایج و بحث

همان‌طور که گفته شد، در این تحقیق معادله آنگستروم- پرسکات که یکی از متداول‌ترین روش‌های تخمین تابش واقعی خورشیدی ( $R_s$ ) است، برای منطقه مشهد واسنجی و اعتبارسنجی شد. همچنین ضرایب تجربی این معادله (رابطه (۱)) در منطقه مشهد با روش بهینه‌سازی حداقل مربعات خطا تعیین گردید. از طرفی رابطه رگرسیونی چند متغیره با در نظر گرفتن پارامترهای هواشناسی شامل ساعات آفتابی، دمای حداقل و حداکثر، میانگین درصد رطوبت نسبی و بارش نیز برای برآورد  $R_s$  مخصوص منطقه مشهد به‌کار رفته و واسنجی و اعتبارسنجی لازم روی آن انجام گردید. که مقایسه و بحث درباره نتایج به‌دست‌آمده از دو معادله در ذیل آمده است.

الف) نتایج واسنجی و اعتبارسنجی معادله آنگستروم- پرسکات معادله آنگستروم- پرسکات در مشهد با توجه به ضرایب به‌دست آمده به صورت رابطه (۷) خواهد بود.

$$R_s = (0.23 + 0.44 \frac{n}{N}) R_a \quad (7)$$

نتایج آنالیز آماری مربوط به واسنجی و اعتبارسنجی این معادله در جدول (۱) آورده شده است.

که در جدول فوق،  $R$ : ضریب همبستگی بین مقادیر  $R_s$  تخمینی و اندازه‌گیری شده،  $RMSE$ : میانگین مجذور مربعات خطا،  $ME$ : میانگین خطای مقادیر تخمینی،  $NDEI$ : شاخص خطای بدون بعد و  $VAF$ : شاخص اندازه‌گیری درصد واریانس بین مقادیر تخمینی و اندازه‌گیری شده، می‌باشند.

سینوپتیک مشهد دریافت شد. همچنین مقادیر تابش فرازمینی با استفاده از رابطه ارائه شده توسط آلن (۳)، تخمین زده شد. سپس، برای برآورد ضرایب معادله آنگستروم- پرسکات از روش حداقل مربعات خطا استفاده کرده و با به حداقل رساندن مجذور خطاها، مقادیر بهینه ضرایب را محاسبه نمودیم. لازم به ذکر است که برای رسیدن به این هدف از محیط برنامه‌نویسی MATLAB استفاده کردیم.

از آنجا که نتایج حاصل از مدل‌های تابش خورشیدی در تصمیم‌گیری‌ها و طرح‌های منابع آب و به‌خصوص مسایل مربوط به نیاز آبی کاربرد فراوانی دارد، همواره درجه اعتبار و صحت آنها مورد سؤال است. بنابراین برای رسیدن به نتایج مورد انتظار و اینکه آیا مدل رضایت بخش است یا خیر روش‌های توسعه و بهبود ارزیابی دقت مدل ضروری است و این مرحله از آزمون مدل به‌عنوان "اعتبارسنجی" شناخته می‌شود. در این تحقیق از داده‌های جدید که در مرحله واسنجی به‌کار نرفته بودند، برای اعتبارسنجی معادله آنگستروم- پرسکات استفاده گردید. نتایج حاصل از واسنجی و اعتبارسنجی رابطه مذکور به تفصیل در بخش نتایج و بحث شرح داده می‌شوند.

### واسنجی و اعتبارسنجی مدل منطقه‌ای چند متغیره

به‌نظر می‌رسد، تابش خورشیدی واقعی به‌غیر از ساعات آفتابی، به عوامل هواشناسی دیگر نیز وابسته است. لذا، در این بخش از تحقیق یک معادله رگرسیونی منطقه‌ای جدید بر اساس داده‌های هواشناسی ارائه می‌گردد و دقت تخمین  $R_s$  با این روش با رابطه تک پارامتری آنگستروم- پرسکات که تنها ساعات آفتابی و تابش فرازمینی را بر  $R_s$  مؤثر می‌داند، مقایسه می‌گردد. مطابق الگوریتم ذکر شده در بخش قبلی (۲-۲)، در اینجا نیز ماتریس رابطه رگرسیونی نوشته می‌شود با این تفاوت که در حالت قبل تنها دو ضریب  $a$  و  $b$  مجهول بودند، در حالی که در معادله چند متغیره همان‌طور که از اسم آن پیداست، به‌ازای هر کدام از پارامترها ضریب مجهول وجود دارد. به‌هر حال کلیت کار تفاوتی نداشته و می‌توان از روش حداقل مربعات خطا استفاده کرده و با به حداقل رساندن مجذور خطاها، مقادیر بهینه ضرایب را محاسبه نماییم. در اجرای این رابطه رگرسیونی نیز از محیط برنامه‌نویسی MATLAB استفاده کردیم و معادله (۶) بر پایه اطلاعات هواشناسی ارائه گردید.

$$R_s = (a + b \frac{n}{N} + c.RH + d.P + \quad (6)$$

$e \cdot (T_{max} - T_{min}) + f \cdot D + g \cdot D^2) R_a$   
که در آن،  $RH$ : میانگین رطوبت نسبی روزانه (بر حسب درصد)،

2 - Correlation Coefficient

3 - Root Mean Square error

4 - Mean Error

5 - Non Dimensional Error Index

6- Variance Accounted For Between Two Signal

1- Validation

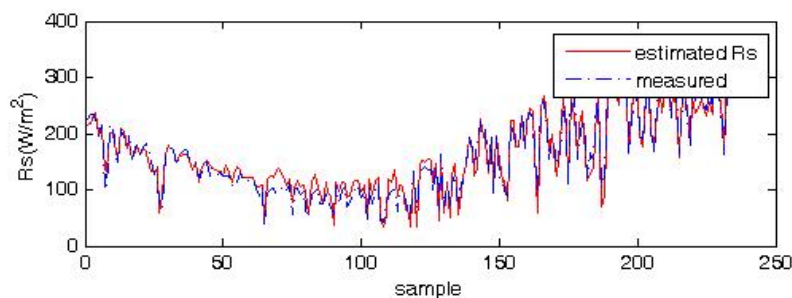
(جدول ۱) - نتایج حاصل از واسنجی و اعتبارسنجی معادله آنگستروم - پرسکات در ایستگاه سینوپتیک مشهد

عوامل آماری	مقدار مربوطه
$R_{(C)}^1$	۰/۹۸
$RMSE_{(C)}$	۱۵/۸
$ME_{(C)}$	۲/۲۷
$NDEI_{(C)}$	۰/۲۴
$VAF_{(C)}$	۹۴/۵
$R_{(V)}^2$	۰/۹۰
$RMSE_{(V)}$	۱۱/۶
$ME_{(V)}$	-۳/۲۶
$NDEI_{(V)}$	۰/۴۷
$VAF_{(V)}$	۷۹/۴

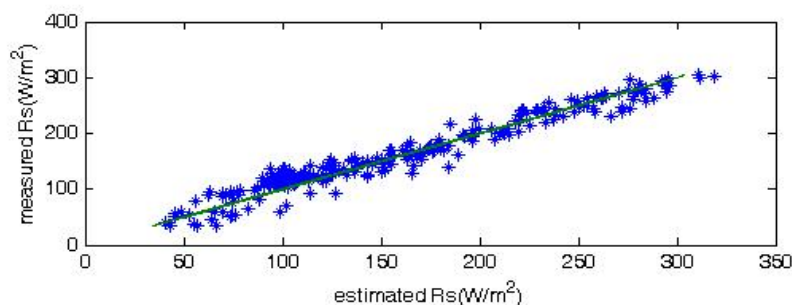
بسیار خوبی برخوردار نیستند. اما، همان طور که در بخش (۲-۲) گفته شد، این ضرایب بهینه بوده و اگر مقادیر آنالیز آماری رضایتبخش نباشد، علت آن را باید در خطای اندازه‌گیری داده‌ها جستجو کرد. در مجموع منحنی مقادیر  $R_s$  تخمینی تطابق خوبی را با مقادیر اندازه‌گیری شده آن به خصوص در مرحله واسنجی معادله نشان می‌دهد و البته دقت بیشتر واسنجی نسبت به اعتبارسنجی معادلات از نظر ریاضی بدیهی می‌باشد.

تطابق مقادیر تابش خورشیدی تخمینی و اندازه‌گیری شده در مرحله واسنجی و اعتبارسنجی معادله مذکور در شکل‌های (۱) و (۲) نشان داده شده است.

عوامل آماری به دست آمده در جدول (۱) و شکل‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهد که روش به کار رفته در این تحقیق برای بهینه‌سازی ضرایب معادله تابش خورشیدی، موجب تخمین قابل قبولی از مقادیر  $R_s$  شده است. البته به نظر می‌رسد که مقادیر RMSE از دقت



(الف)

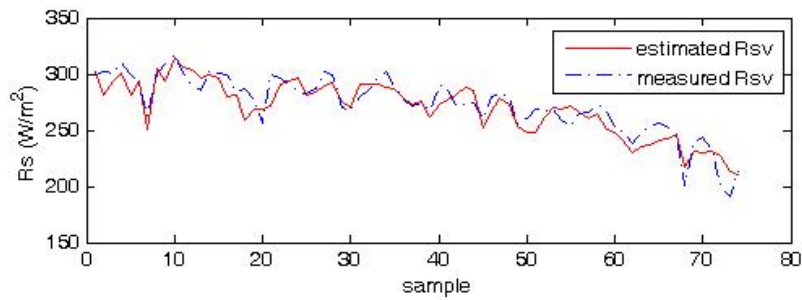


(ب)

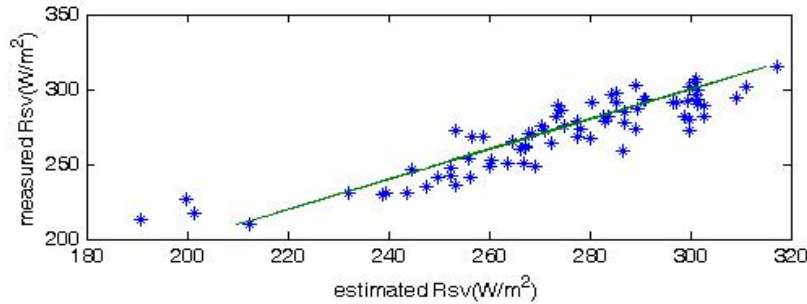
(شکل ۱) - تطابق مقادیر تابش خورشیدی تخمینی و اندازه‌گیری شده بر اساس معادله آنگستروم - پرسکات با ضرایب  $a=0/۲۳$  و  $b=0/۴۴$  در مرحله واسنجی، (الف): منحنی مقادیر تابش خورشیدی در برابر داده‌ها و (ب): برازش رگرسیونی<sup>۱ ۲</sup>

۱- اندیس C نشان‌دهنده نتایج حاصل در مرحله واسنجی (Calibration) می‌باشد.

۲- اندیس V نشان‌دهنده نتایج حاصل در مرحله اعتبارسنجی (Validation) می‌باشد.



(الف)



(ب)

شکل (۲) - تطابق مقادیر تابش خورشیدی تخمینی و اندازه‌گیری شده بر اساس معادله آنگستروم - پرسکات با ضرایب  $a=0/23$  و  $b=0/44$  در مرحله اعتبارسنجی، (الف): منحنی مقادیر تابش خورشیدی در برابر داده‌ها و (ب): برازش رگرسیونی

عوامل هواشناسی دیگر نیز وابسته است. لذا با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده  $R_s$  و داده‌های هواشناسی اندازه‌گیری شده در ایستگاه سینوپتیک مشهد، یک معادله منطقه‌ای چند متغیره بر اساس داده‌های هواشناسی جهت تخمین  $R_s$ ، به صورت رابطه (۸) ارائه گردید.

#### ب) نتایج واسنجی و اعتبارسنجی معادله چندمتغیره منطقه‌ای

در این قسمت از تحقیق فرض را بر این گذاشته‌ایم که تابش رسیده به سطح زمین علاوه بر ساعات آفتابی و تابش فرازمینی به

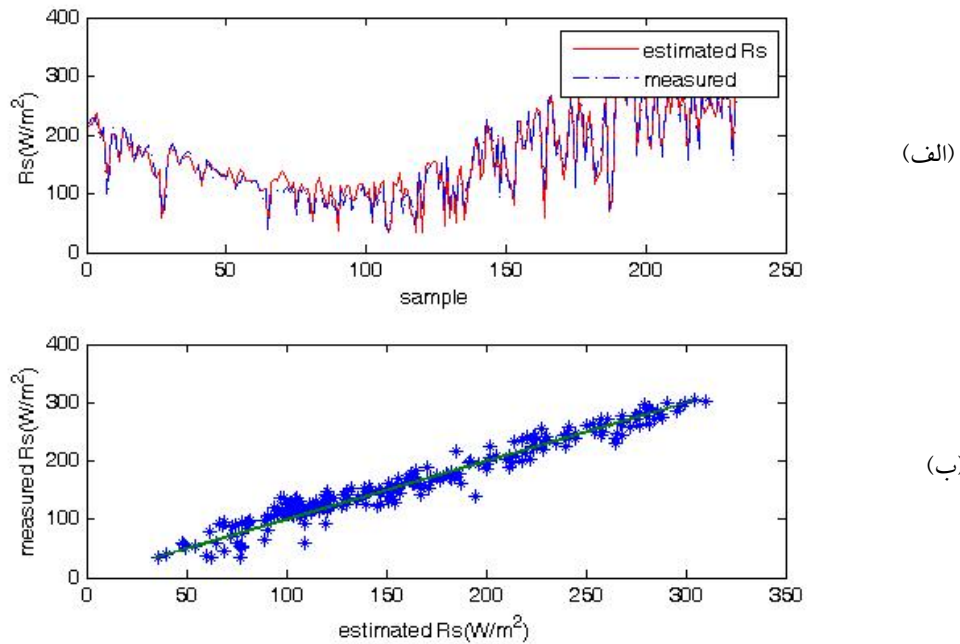
$$R_s = (0.32 + 0.42 \frac{n}{N} - 0.0006RH - 0.0028P + -0.0019(T \max - T \min) - 0.0048D + -0.0007D^2)R_a \quad (8)$$

مشاهده شده و تخمینی با استفاده از این معادله به خوبی در شکل (۳) و (۴) نشان داده شده است.

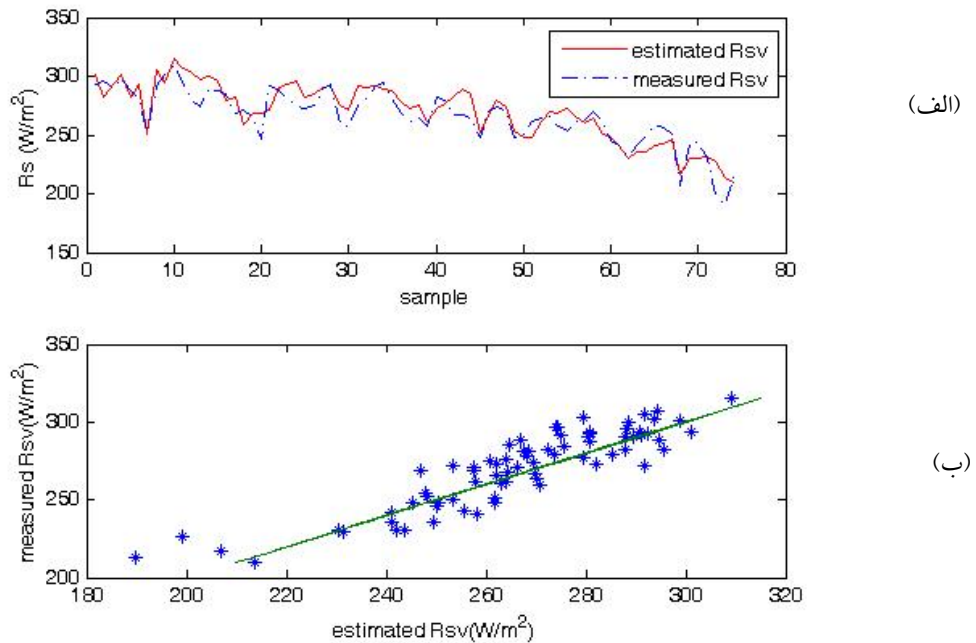
که پارامترهای این معادله قبلاً تعریف شده‌اند. عوامل آماری حاصل از آنالیز دقت واسنجی و نیز اعتبارسنجی رابطه مذکور در جدول (۲) آورده شده‌اند. همچنین تطابق نوسانات تابش خورشیدی

(جدول ۲۱) - نتایج حاصل از واسنجی و اعتبارسنجی معادله منطقه‌ای چند متغیره در ایستگاه سینوپتیک مشهد

عوامل آماری	مقدار مربوطه
$R_{(C)}$	۰/۹۸
$RMSE_{(C)}$	۱۴/۹
$ME_{(C)}$	۱/۲۳
$NDEI_{(C)}$	۰/۲۲
$VAF_{(C)}$	۹۵/۰۸
$R_{(V)}$	۰/۸۹
$RMSE_{(V)}$	۱۱/۶
$ME_{(V)}$	۳/۸
$NDEI_{(V)}$	۰/۴۷
$VAF_{(V)}$	۷۹/۹



(شکل ۳) - تطابق مقادیر تابش خورشیدی تخمینی و اندازه‌گیری شده بر اساس معادله منطقه‌ای چند متغیره در مرحله واسنجی، (الف): منحنی مقادیر تابش خورشیدی در برابر داده‌ها و (ب): برازش رگرسیونی



(شکل ۴) - تطابق مقادیر تابش خورشیدی تخمینی و اندازه‌گیری شده بر اساس معادله منطقه‌ای چند متغیره در مرحله اعتبارسنجی، (الف): منحنی مقادیر تابش خورشیدی در برابر داده‌ها و (ب): برازش رگرسیونی

مطابق با ضرایب تجربی به‌دست آمده در معادله (۸) مشخص می‌شود که همچنان ساعات آفتابی بیشترین تأثیر را بر روی تابش واقعی

همان‌طور که از نتایج پیداست، معادله چند متغیره نسبت به معادله آنگستروم - پرسکات به میزان کمی از دقت بالاتری برخوردار است.

تخمین  $R_s$  ایستگاه مورد مطالعه توصیه می‌گردد.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق معادله پایه آنگستروم- پرسکات برای تخمین  $R_s$  (معادله ۱) برای مشهد واسنجی و اعتبارسنجی شد. ضرایب تجربی معادله مذکور با روش بهینه‌سازی حداقل مربعات خطا به ترتیب معادل  $۰/۲۳$  و  $۰/۴۴$  تعیین گردید. یک معادله منطقه‌ای چندمتغیره (معادله ۶) نیز بر اساس اطلاعات هواشناسی مختلف ارائه شد که نسبت به رابطه آنگستروم- پرسکات کمی از دقت بالاتر برخوردار بود. با توجه به ضرایب به‌دست آمده برای این معادله مشخص است که ساعات آفتابی بیشترین تأثیر را بر روی تابش واقعی خورشیدی دارد. از طرفی چون عوامل آماری در مقایسه این دو رابطه در سطح اطمینان  $۰/۹۵$  ( $P < 0.05$ )، اختلاف معنی‌داری نداشتند، لذا معادله تک پارامتری آنگستروم- پرسکات با ضرایب به‌دست آمده برای تخمین  $R_s$  ایستگاه مورد مطالعه توصیه می‌گردد.

### تشکر و قدردانی

نگارندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند که از اداره هواشناسی شهر مشهد - پژوهشکده اقلیم‌شناسی - که اطلاعات هواشناسی مورد نیاز در این تحقیق را در اختیار آنها نهاده‌اند، سپاسگذاری نمایند.

خورشیدی  $R_s$  دارد و بعد از آن به‌ترتیب کمبود فشار بخار اشباع، بارش، دما، مجذور کمبود فشار بخار اشباع و رطوبت نسبی با تابش خورشیدی رابطه خطی دارند. البته همان‌طور که واضح است تأثیر این پارامترها به‌خصوص رطوبت نسبی و مجذور کمبود فشار بخار اشباع بر روی برآورد تابش بسیار کم است و می‌توان ضرایب مربوط به آنها برابر صفر در نظر گرفت.

در مجموع، ضریب همبستگی حاصل از آنالیز معادله (۸) در مرحله واسنجی، معادل با ضریب همبستگی بین مقادیر تخمینی و اندازه‌گیری شده ناشی از واسنجی معادله (۷) به‌دست آمد و سایر عوامل در معادله (۸) به‌مقدار کمی از دقت بالاتری نسبت به نتایج معادله (۷) برخوردارند. توجه به این نکته ضروری است که اگرچه در صورت در دسترس بودن پارامترهای هواشناسی، کاربرد معادله (۸) به‌منظور تخمین  $R_s$  در زمان‌هایی که مقدار آن اندازه‌گیری نمی‌شود، برای ایستگاه مورد نظر توصیه می‌گردد، اما از طرفی با توجه به نتایج آزمون  $t$  بر روی عوامل مذکور مشخص گردید که بین مقادیر آنها در دو معادله (۷) و (۸) در سطح اطمینان  $۰/۹۵$  ( $P < 0.05$ )، اختلاف معنی‌داری وجود ندارد. لذا، می‌توان بدون صرف هزینه و زمان لازم برای جمع‌آوری داده‌های هواشناسی و تنها با داشتن داده‌های ساعات آفتابی و محاسبه تابش فرازمینی، تابش واقعی خورشیدی را در منطقه مشهد با ضرایب  $a = ۰/۲۳$  و  $b = ۰/۴۴$  و با دقت مناسبی تخمین زد. به عبارت دیگر معادله تک پارامتری آنگستروم- پرسکات برای

### مراجع

- کاشفی‌پور، س. م. و ع. ر. سپاسخواه. ۱۳۷۶. تعیین ضرایب محلی تشعشع برای منطقه ملاثانی در استان خوزستان. مجله علمی کشاورزی دانشگاه شهید چمران اهواز. شماره ۲۰، ص ۲۶-۱۷.
- کمالی، غ. و ا. مرادی. ۱۳۸۲. اعتبارسنجی مدل‌های مختلف برآوردکننده تابش ساعتی خورشید دریافتی بر روی سطوح شیبدار با جهت‌های مختلف در شرایط اقلیمی کرج. سومین کنفرانس بین‌المللی بهینه‌سازی مصرف در ساختمان، تهران.
- Allen, R.G., L. S. Pereira, D. Raes and M. Smith, 1998. Crop evapotranspiration-guidelines for computing crop water requirements. FAO Irrigation and drainage paper 56. United Nations Food and Agriculture Organization, Rome.
- Almorox, J. and C. Hontoria, 2004. Global solar radiation estimation using sunshine duration in Spain. Energy Convers. Manage. 45 (9-10): 1529-1535.
- Angstrom, A. K., 1924. Solar and terrestrial radiation. Quarterly Journal of Royal Meteorological Society, 50: 121-125.
- Belcher, B.N. and A. T. DeGaetano, 2007. A revised empirical model to estimate solar radiation using automated surface weather observations. Sol. Energy 81 (3): 329-345.
- Bristow, K. L. and G. S. Campbell, 1984. On the relationship between incoming solar radiation and daily maximum and minimum temperature, Agric. For. Meteorol., 31: 159-166.
- M. L., A. Serrano, A. Ruiz, J. A. Garcia, M. Antón and J. M. Vaquero, 2005. Solar global radiation and sunshine duration in extremadura (Spain). Physica Scripta. 118: 24-28.
- Chen, R., K. Ersi, S. Lu. Yang and W. Zhao, 2004. Validation of five global radiation models with measured daily data in china. Energy Convers. Manage. 45: 1759-1769.
- Chen, D.L., G. Gao, C. Y. Xu, J. Guo and G. Y. Ren, 2005. Comparison of the Thornthwaite method and pan data with the standard Penman-Monteith estimates of reference evapotranspiration in China. Clim. Res. 28 (2): 123-132.
- De Souza, J. L., R. L. Nicacio and M. A. Lima Moura, 2005. Global solar radiation measurements in Maceio,



- Brazil. *Agricultural water Manage.* 30:1203 – 1220.
- 12- Ertekin, C. and O. Yaldiz, 1998. Estimation of global solar irradiation on horizontal surface (in Turkish). In; SunDay Symposium and Fair, 19-21 June, Izmir, Turkey.
  - 13- Hanna, L. W. and N. Siam, 2007. The empirical relation between sunshine and radiation and its use in estimating evaporation in North East England. *International Journal of Climatology.* 1(1): 11-19.
  - 14- Hargreaves, G.H., 1974. Estimation of potential and crop evapotranspiration. *Trans. ASAE* 17 (4): 701–704.
  - 15- Hargreaves, G. H. and Z. A. Samani, 1982. Estimating potential evapotranspiration. *J. Irrig. D. Eng.* 108: 225-230.
  - 16- Hargreaves, G.H., 1994. Defining and using reference evapotranspiration. *J. Irrig. Drain. Eng. ASCE* 120 (6): 1132–1139.
  - 17- Iziomon, M.G. and H. Mayer, 2002. Assessment of some global solar radiation parameterizations. 64 (2): 1631–1643.
  - 18- Malek, E., 1979. Determination of the constants for the global radiation equation at Badjgah, Iran *Agrc. Meteorol.* 20: 233-235.
  - 19- Manges, H. O., C. Ertekin and M. H. Sonmete, 2006. Evaluation of global solar radiation models for Konya, Turkey. *Energy Convers. Manage.* 47: 3149- 3173.
  - 20- Niu, Z.G., B. G. Li, F. R. Zhang and H. W. Chen, 2002. A distributed model of reference evapotranspiration based on the DEM. *Adv. Water Sci.* 13 (3): 303–307 (in Chinese).
  - 21- Penman, H. L., 1948. Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proc., R. Soc., Ser. A* 193:454–465.
  - 22- Plackett, R.L., 1950. Some Theorems in Least Squares. *Biometrika.* 37: 149–157
  - 23- Priestley, C.H.B. and R. J. Taylor, 1972. On the assessment of the surface of the heat flux and evaporation using large scale parameters. *Mon. Weather Rev.* 100 (2): 81–92.
  - 24- Reddy, T. A., J. M. Gordon and I. P. De Silva, 1987. MIRA: A one-repetitive day method for predicting the long term performance of solar energy systems. *Solar Energy*, (Pergamon Press), 39(2): 123-133.
  - 25- Rietveld, M. R., 1978. A new method for estimating the regression coefficients in the formula relating solar radiation to sunshine. *Agric. Meteorol.* 19 (3): 243–252.
  - 26- Thornthwaite, C.W., 1948. An approach toward a rational classification of climate. *Geogr. Rev.* 38: 55–94.
  - 27- Trnka, M., Z. Zalud, J. Eitzinger and M. Dubrovsky, 2005. Global solar radiation in Central European lowlands estimated by various empirical formulae. *Agric. For. Meteorol.* 131 (1–2): 54–76.
  - 28- Udo, S.O., 2001. Contribution to the Relationship Between Solar Radiation and Sunshine Duration in the Tropics: A Case Study of Experimental Data at Ilorin, Nigeria 26: 229–236.
  - 29- Yin, Y., S. Wu, D. Zheng and Q. Yang, 2008. Radiation calibration of FAO56 Penman–Monteith model to estimate reference crop evapotranspiration in China. *Agrc Water Manage.* 95: 77-84.

## Estimation of Angstrom Coefficient and Developing a Regression Equation for Solar Radiation Estimation (Case study: Mashhad)

A. Alizadeh<sup>1\*</sup> – N. khalili<sup>2</sup>

### Abstract

Solar radiation, nowadays has a lot of application in different fields of agriculture, irrigation, and hydrology engineering and due to these various applications, different models has been proposed for it's estimation. Angstrom-PreScott equation is one of the most important well known models for solar radiation estimation. This equation has empirically coefficient that various for each location. In this paper, the data gathered in Mashhad Synoptic station during 1378 and 1380, Angstrom-PreScott coefficient has been identified according to the ratio of actual sunshine hours (n) to the maximum sunshine hours (N). Also a Regression local equation has been proposed considering several meteorology parameters including daily gathered data of saturation vapor pressure deficit, precipitation, air temperature mean, relative humidity percentage and n/N. Finally the proposed model has been evaluated according to the independent measured data during 1381 to 1382. The statistical analysis of the results not show a significant difference between multi coefficients-local equation with Angstrom-PreScott equation, and therefore without more accuracy and more additional meteorology data and only with the data including sunshine hours and calculating extraterrestrial solar radiation, global solar radiation can be used with a high precision. For instance our model for Mashhad can be used with  $a=0.23$  and  $b=0.44$  which are the coefficient of the Angstrom-PreScott equation. This coefficient should be calibrated and validated for each zone individually.

**Keywords:** Angstrom-PreScott, Solar radiation, Sunshine hours, Mashhad

---

1 - Professor, Ferdowsi University of Mashhad (\* - Corresponding author Email: alizadeh@gmail.com)  
2- Ph.D. Student, Ferdowsi University of Mashhad