

فصلنامه علمی پژوهشی رفاه اجتماعی، سال پنجم، شماره ۲۰

## کاربرد رگرسیون چندک در تحلیل سلامت روانی

محمدتقی انصاری<sup>\*</sup>، محمد بامنی مقدم<sup>\*\*</sup>، علیرضا خوشگویانفرد<sup>\*\*\*</sup>

عزت‌اله سام آرام<sup>\*\*\*\*</sup>

**طرح مسئله:** رگرسیون معمولی اساساً برای میانگین شرطی ساخته می‌شود؛ به این معنا که رابطه بین میانگین و برخی متغیرهای تشریحی (تبیینی) را از طریق یک الگوی آماری نمایش می‌دهد. در این باره، ضروری است برخی از پذیره‌ها مانند نرمال بودن داده‌ها با یک درجه اطمینان قابل قبولی در داده‌ها صادق باشند تا استنباطهای صحیحی از الگو به دست آید. بنابراین، اگر به معیاری بجز میانگین علاقه‌مند باشیم یا آنکه این پذیره‌ها به دلیل داده‌های پرت صادق نباشد این الگو مناسب نخواهد بود. این در حالی است که رگرسیون چندک نسبت به داده‌های پرت، استوار بوده و توانایی ساختن الگویی را برای هر نوع چندک دارد. **روش:** در این مقاله به کاربرد رگرسیون چندک در تحلیل داده‌های سلامت روان پرداخته شده است. در این پژوهش رگرسیون چندک رابطه سن را با سلامت روان مردان و زنان به گونه‌ای نشان می‌دهد که با رگرسیون میانگین نمایش پذیر نیست. **یافته‌ها و نتایج:** این تحلیل نشان می‌دهد که نقش سن در سلامت روانی به‌طور فاحش برای مردان و زنان توسط چندک متفاوت است.

کلیدواژه‌ها: چولگی، رگرسیون معمولی، روش حداقل مربعات، سلامت روان، کمترین انحرافات مطلق

تاریخ پذیرش: ۸۵/۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۸۴/۱۱/۵

\* کارشناس ارشد مهندسی صنایع، عضو هیئت علمی سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران

<mtxansari@yahoo.com>

\*\* دکتر آمار، عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

\*\*\* کارشناس ارشد آمار، پژوهشگر ارشد سازمان صدا و سیما، جمهوری اسلامی ایران

\*\*\*\* دکتر مددکاری، عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

## مقدمه

همان‌گونه که در ادبیات آماری مشخص است روشهای آماری برای بررسی خصوصیات خاصی از توزیع یک متغیر تصادفی به کار می‌روند. الگوی رگرسیون معمولی به بررسی رابطه میانگین توزیع متغیر تصادفی  $Y$  با تعدادی متغیر تشریحی کمک می‌کند. برای روشن شدن مطلب، یک الگوی رگرسیون خطی را با تنها یک متغیر تشریحی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

که در آن  $\varepsilon_i$ ها متغیرهای تصادفی،  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای نامعلوم که باید برآورد شوند و سرانجام  $X_i$  مقادیر معلوم از متغیر تشریحی هستند. در صورتی که  $E(\varepsilon_i) = 0$  باشد، آنگاه می‌توان الگوی (۱) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E(Y_i) = \alpha + \beta x_i \quad (2)$$

کمیت  $E(Y_i)$  را میانگین شرطی<sup>۱</sup> متغیر تصادفی  $Y$  می‌نامند و به همین دلیل آن را با  $E(Y/x_i)$  نیز نشان می‌دهند. بنابراین، الگوی (۲) بیان می‌کند که میانگینهای  $Y$  در سطوح مختلف متغیر تشریحی در امتداد یک خط راست قرار دارند. به عبارت دیگر، متغیر تصادفی  $Y$  در هر سطح از متغیر تشریحی دارای توزیعی است که میانگینهای این توزیعه‌ها روی یک خط راست جای گرفته‌اند. یکی از حالاتی که چنین رابطه‌ای قطعاً برقرار می‌شود، زمانی است که دو متغیر  $X$  و  $Y$  توزیع نرمال دو متغیره را تشکیل دهند. در این باره، پذیره‌های استقلال، صفر بودن مقادیر مورد انتظار، واریانس مشترک و نرمال بودن  $\varepsilon_i$ ها از مواردی هستند که باید برقراری آنها در داده‌ها محرز باشد  $(\varepsilon_i \stackrel{iid}{\approx} N(0, \sigma^2))$ . در غیر این صورت، یعنی وقتی که پذیره‌ها صادق نباشند، باعث ایجاد برآوردگرهای اربیبی برای پارامترها و واریانسهای متناظر خواهد شد و به تبع آن، هر گونه استنباطی براساس یک چنین الگویی از درجه اعتبار ساقط خواهد بود.

### 1. Conditional Mean

کاربرد رگرسیون چندک در تحلیل سلامت روانی

از آنجا که میانگین یکی از معیارهای تمرکز است، آگاهی از آن به تنهایی نمی‌تواند اطلاعات کاملی از شکل توزیع به همراه داشته باشد. با توجه به این واقعیت، رگرسیون معمولی نیز ممکن است نتواند اطلاعات کافی درباره شکل توزیع متغیر تصادفی تحت مطالعه را در سطوح مختلف متغیر تشریحی به دست دهد. در این جهت، چندکها<sup>۱</sup> که معیارهای دیگری برای تمرکز هستند «در کنار هم» می‌توانند شکل توزیع را جامع‌تر به تصویر بکشند. برای مثال، اگر فاصله دهکها از یکدیگر تقریباً برابر باشد، انتظار داریم توزیع «نسبتاً هموار» یا یکنواختی داشته باشیم. همچنین اگر دهکهای بالایی دارای فاصله زیاد و دهکهای پایینی فاصله کمی از یکدیگر داشته باشند، توزیع به سمت راست چوله خواهد بود. اکنون اگر مانند رگرسیون معمولی که برای میانگین به کار می‌رود، یک شیوه رگرسیونی برای چندکها وجود داشته باشد، قادر خواهیم بود شکل توزیع را در سطوح مختلف متغیر تشریحی به دست آوریم.

هدف از این مقاله کسب آشنایی بیشتر نسبت به کاربردهای رگرسیون چندک و ارائه یک نمونه در زمینه یکی از مسائل روان‌شناسی اجتماعی است.

## (۱) چارچوب نظری

همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، الگوی رگرسیون معمولی مانند الگوی (۲) برای میانگین شرطی برازش داده می‌شود. الگوی رگرسیون چندک با ایده‌ای مشابه برای چندکهای شرطی<sup>۲</sup> به کار می‌رود. مانند رگرسیون معمولی (میانگین)، کاربردهایی نظیر بررسی رابطه متغیرهای تشریحی با چندکها و همچنین پیش‌بینی آنها برای این نوع از رگرسیون نیز میسر است. با وجود این، شاید مهم‌ترین کاربرد رگرسیون چندک، شناسایی شکل توزیع متغیر وابسته الگو در سطوح گوناگون متغیر تشریحی باشد؛ این کار با برازش الگوی رگرسیونی متعدد بر یک مجموعه داده به ازای چندکهای مختلف صورت می‌گیرد. برای ارائه تعریف دقیقی از الگوی رگرسیون چندک  $(0,1)$ ،  $\theta \in (0,1)$ ، ابتدا الگوی (۱) را

1. Quantiles

2. Conditional Quantile

به صورت  $Y_i = \alpha_\theta + \beta_\theta x_i + \varepsilon_{\theta i}$  بازنویسی می‌کنیم. الگوی رگرسیون ساده خطی چندک  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  (کونکر و باست ۱۹۷۸) عبارت است از:

$$Q_{\theta i} = \alpha_\theta + \beta_\theta x_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

که در آن  $Q_{\theta i}$  چندک  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  مام متغیر تصادفی  $Y$  را در سطح  $\alpha$  مام متغیر تشریحی نشان می‌دهد. توجه کنید که این الگو معادل الگوی (۱) است هنگامی که چندک  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  مام متغیر تصادفی  $\varepsilon$  به ازای تمام سطوح متغیر تشریحی برابر با صفر است. شیوه برآورد پارامترهای الگوی رگرسیون معمولی بر حداقل کردن مربع باقیمانده‌های (انحرافات) الگو مبتنی است که روش حداقل مربعات<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در این روش، منحنی رگرسیونی به گونه‌ای برازش داده می‌شود که در مجموع فاصله نقاط از آن به حداقل برسد. در رگرسیون چندک برخلاف رگرسیون معمولی از حداقل نمودن مجموع قدر مطلق باقیمانده‌های (انحرافات) موزون برای برآورد پارامترهای الگو استفاده می‌شود که به آن روش حداقل قدر مطلق انحرافات<sup>۲</sup> یا LAD گفته می‌شود. این معیار برای الگوی (۳) به قرار زیر است:

$$\phi_{LAD} = \theta \sum_{i/y_i \leq \alpha_\theta + \beta_\theta x_i} (y_i - \alpha_\theta - \beta_\theta x_i) + (1 - \theta) \sum_{i/y_i > \alpha_\theta + \beta_\theta x_i} (y_i - \alpha_\theta - \beta_\theta x_i) \quad (4)$$

به این ترتیب، خط برازشی به گونه‌ای است که  $\theta \times 100$  درصد نقاط تقریباً زیر آن و باقی آنها بالای خط قرار می‌گیرند. گفتنی است که بنا بر محاسبات (کونکر و باست ۱۹۷۸):  
 ۱. برخلاف روش حداقل مربعات، روش حداقل قدر مطلق انحرافات نسبت به داده‌های دورافتاده<sup>۳</sup> استوار<sup>۴</sup> است. این ویژگی ناشی از آن است که برخلاف اهمیت اندازه باقیمانده‌ها در روش حداقل مربعات، در این روش فقط علامت باقیمانده‌ها مورد توجه

1. Least Squares
2. Least Absolute Deviations (LDA)
3. Outliers
4. Robust

قرار می‌گیرد. بنابراین، تعداد باقیمانده‌هایی (انحرافات) که بیشتر (مثبت) یا کمتر (منفی) از چندک موردنظرند و نه مقدار بزرگی آنها در برآوردها اثرگذار است. پس، داده‌های دورافتاده که تأثیر خود را از طریق بزرگی باقیمانده‌ها نشان می‌دهند، نمی‌توانند برآوردهای LAD را متأثر سازند.

۲. شکل بسته‌ای برای برآورد پارامترهای این الگو وجود ندارد و از روشهای عددی برای برآورد آنها استفاده می‌شود. همچنین، جوابهای نهایی الگوی رگرسیون چندک می‌تواند یکتا نباشد. البته یافتن جواب یکتا با انتخاب یک معیار مناسب میسر است. برای مثال، مسئله یافتن میانه ۱۰ عدد را به یاد بیاورید که برای این منظور، میانگین عدد پنجم و ششم به‌عنوان میانه در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که کلیه اعداد بین عدد پنجم و ششم می‌توانند به‌عنوان میانه انتخاب شوند. در واقع، با یک قرارداد (معیار)، میانه این اعداد به صورت منحصر به فردی تعیین می‌شود.

این بخش را با بررسی نحوه شناسایی شکل توزیع با استفاده از رگرسیون چندک پایان می‌دهیم. برای این منظور ابتدا الگوهای متعددی به ازای چندکهای مختلف بر داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس، برای سطحی از متغیر تشریحی که مورد نظر است، چندکها براساس الگوهای برازشی پیش‌بینی می‌شوند و از مقایسه چندکهای پیش‌بینی شده به شکل توزیع در آن سطح از متغیر تشریحی پی می‌بریم. برای مثال، فرض کنید نه دهک از توزیع متغیر وابسته در سطحی از متغیر تشریحی به صورت حالت اول، دوم یا سوم جدول زیر پیش‌بینی شده است:

دهک	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
حالت اول	۳	۴	۶	۷	۸	۱۳	۱۹	۲۹	۳۷
حالت دوم	۳	۸	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷	۳۱	۳۷
حالت سوم	۳	۱۵	۲۲	۲۷	۲۹	۳۱	۳۲	۳۴	۳۷

۱. حالت اول به توزیع چوله به راستی اشاره دارد. به فاصله بیشتر میان دهکهای بالایی در مقایسه با دهکهای پایینی توجه کنید. این نشان می‌دهد که ۴۰ درصد از مقادیر بزرگتر متغیر در فاصله وسیعی جای گرفته‌اند در حالی که ۶۰ درصد باقیمانده از مقادیر کوچکتر در فاصله کوتاه‌تری قرار دارند.

۲. حالت دوم نمایانگر یک توزیع نسبتاً هموار است زیرا فاصله دهکها تقریباً برابر است.

۳. حالت سوم وضعیتی عکس حالت اول دارد؛ یعنی توزیع چوله به چپی را نشان می‌دهد. آنچه از طریق پیش‌بینی چندکها از طریق الگو به دست آمد به کمک رسم خطوط الگوهای برازشی نیز دست‌یافتنی است. در واقع، بررسی فاصله خطوط رگرسیونی چندکهای مختلف نیز می‌تواند فاصله چندکها را از یکدیگر در سطوح مختلف متغیر تشریحی نشان دهد. این ویژگی در بخش بعد هنگام بررسی یک مثال واقعی شرح داده می‌شود. خواننده می‌تواند بحثهای نظری مرتبط را در بوچنسکی (۱۹۹۸) و پاول (۱۹۸۹) دنبال کند.

## ۲) روش

### ۲-۱) روش پژوهش

روش تحقیق در پژوهش اصلی (سلامت روان شهروندان تهران)، روش پیمایشی بوده که با استفاده از پرسشنامه استاندارد سلامت عمومی GHQ-۲۸ انجام پذیرفته است.

### ۲-۲) جامعه آماری

در پژوهش اصلی، جامعه آماری کلیه سرپرستان خانوارهای شهر تهران هستند با حجم یک میلیون و چهارصد خانوار.

### ۲-۳) روش نمونه‌گیری

در پژوهش اصلی از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای در مناطق ۲۲ گانه شهر تهران و در بین بلوکهای دو منطقه استفاده شده و مراجعه به خانوارها در هر بلوک به صورت تصادفی سیستماتیک انجام شده است.

#### ۲-۴) حجم نمونه

در پژوهش اصلی حجم نمونه با استفاده از فرمول کوکران و رعایت ضریب نمونه‌گیری خوشه‌ای تعداد ۸۷۹ نفر برآورد شد که به همین تعداد پرسشنامه GHQ-۲۸ تکمیل گردید.

#### ۲-۵) ابزار پژوهش

پرسشنامه سلامت عمومی (GHQ) برای ارزیابی وضعیت سلامت روانی طراحی شده است. GHQ-۲۸ نسخه‌ای از این پرسشنامه است که مشتمل بر ۲۸ گویه بوده و چهار خرده‌مقیاس را تحت پوشش قرار می‌دهد: اضطراب، بی‌خوابی، کج‌کارکردی اجتماعی، افسردگی شدید و علائم جسمانی. یادآور می‌شود که عدم توافق احتمالی درباره‌ی تناسب این ابزار اندازه‌گیری در اینجا خیلی مورد توجه نیست چرا که قصد این مقاله نشان دادن این نکته است که رگرسیون چندک مناسب‌ترین روش آماری برای تحلیل این قبیل داده‌ها است. چنانکه در بالا ذکر شد پرسشنامه GHQ-۲۸ پیوست شامل ۲۸ گویه با مقیاس ترتیبی برای اندازه‌گیری سلامت روان است. نمره‌های یک تا چهار به مقوله‌های پاسخ هر گویه داده می‌شوند و با جمع نمره‌های ۲۸ گویه برای هر شخص، می‌توان شاخصی به وجود آورد که وضع سلامت روان وی را نشان دهد. بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای این شاخص برابر با ۱۱۸ و ۲۸ است به طوری که مقادیر پایین‌تر نشان‌دهنده سلامت روان بهتر می‌باشند. برای مثال فردی که به ترتیب جدول زیر به گویه‌ها پاسخ داده است از این پرسشنامه نمره ۶۴ را دریافت می‌کند. همان‌طور که دیده می‌شود این نمره از جمع پاسخهای او به یکایک گویه‌ها به دست می‌آید.

#### ۳) تعریف سلامت

سلامت عمومی عبارت است از توازن بین تمامی ابعاد زندگی مثل ابعاد اجتماعی، جسمی، روحی و روانی. سلامت روان، که صرفاً محدود به فقدان بیماری روانی نیست بلکه مرتبط با ابعاد متعددی از زندگی ما است، بخشی از این مفهوم گسترده (سلامت عمومی) است. این مفهوم زمانی پیچیده می‌شود که بخواهیم آن را تعریف کنیم و اندازه بگیریم.

جدول ۱: برخی آمارهای خلاصه

زنان		مردان		آماره‌ها
شاخص	سن	شاخص	سن	
۳۳/۵۵	۳۳/۷۰	۲۸/۸۵	۳۳/۷۳	میانگین
۱۳/۷۶	۱۳/۹۶	۱۳/۴۹	۱۷/۷۰	انحراف استاندارد
۱	۱۵	۰	۱۵	حداقل
۷۱	۷۳	۷۶	۸۶	حداکثر
۴۴۱		۴۳۸		تعداد پاسخگویان

#### ۴) یافته‌ها

قصد اصلی ما توصیف توزیع کل این شاخص با استفاده از نه چندک شرطی مختلف است. به عبارت دیگر اثر متغیر تبیینی سن را بر شک توزیع شاخص بررسی می‌کنیم. استفاده از ۹ چندک به جای تنها یک مورد به تبیین ما نوعی ثبات درباره شکل این توزیع

جدول ۲: برآوردهای پارامتر الگوهای تنظیم‌شده

چندک	مردان		زنان	
	مانع	سن	مانع	سن
۰/۱	۱۶	-۰/۱	۱۴	۰/۰۵
۰/۲	۱۹	-۰/۰۴۷	۱۹	۰/۰۷
۰/۳	۲۲	-۰/۰۰۵	۲۰	۰/۱۵*
۰/۴	۲۵	-۰/۰۴۵	۲۵	۰/۱۱*
۰/۵	۲۸	-۰/۰۳۸	۲۷	۰/۱۵*
۰/۶	۳۰	-۰/۰۲۲	۳۱	۰/۱۴*
۰/۷	۳۳	۰/۰۷۳	۳۴	۰/۲۱
۰/۸	۳۸	۰/۰۴	۳۹	۰/۲۱
۰/۹	۴۸	۰/۰۳۱	۴۷	۰/۱۶*
OLS	۳۰	۰/۰۳۶	۳۰	۰/۱۱۱*



جدول ۲ برآوردهای پارامتر را درباره الگوهای برازش داده شده در هر دو حالت رگرسیونهای چندک و رگرسیونهای میانگین (OLS) فراهم می‌سازد. ستاره‌ها در این جدول نشان‌دهنده پارامترهایی هستند که آزمونهای آماری آنها در سطح ۰/۰۵ معنادار است. تحلیل داده‌ها با رگرسیون چندک بسیار ساده است و خیلی شبیه به رگرسیون معمولی می‌باشد. اکنون به شیوه تحلیل می‌پردازیم.

۱. یافته‌های رگرسیون چندک رابطه سن را با وضع سلامت ذهنی (روانی) برای زمان در تمامی موارد اظهار می‌دارد اما برای مردان چنین رابطه‌ای وجود ندارد مگر در مورد  $\theta = 0/1$ . جهت این رابطه برای زنان مثبت و برای مردان منفی است. مثلاً الگوی رگرسیون چندک برای  $\theta = 0/6$  که برای زنان به صورت زیر بیان شده است:

$$Q_{i./6} = 3L + 0/14AGE$$

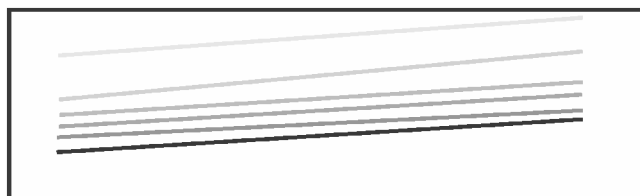
این الگو نشان می‌دهد که چندک  $0/6$  ام از این شاخص تا ۱۴ درصد افزایش پیدا می‌کند و این با افزایش یک سال در میزان سن صورت می‌گیرد (یادآور می‌شود که منظور ما این نیست که تغییرات در سن «باعث» تغییرات در چندک می‌شود). اینک، فرض کنید که پیش‌بینی چندک  $0/6$  ام از شاخص برای زنان با ۴۰ سال سن مطلوب ما باشد. بنابراین،

$$Q_{./6} = 31 + 0/14 \times 40 = 36/6$$

این امر آشکار می‌سازد که ۶۰ درصد از زنان ۴۰ ساله دارای شاخص سلامت ذهنی (روانی) زیر  $36/6$  و ۴۰ درصد بالای آن می‌باشند.

۲. با ادامه همین محاسبه‌ها، می‌توانیم این نکته را به دست آوریم که چندک  $0/9$  ام شاخص برای زنان با ۴۰ سال سن عبارت از  $53/4$  می‌باشد. بنابراین، می‌توان گفت ۳۰٪ از این زنان دارای شاخصی از  $36/6$  تا  $53/4$  هستند.

۳. شکل ۱ خطوط تنظیمی را نمایش می‌دهد که واجد آزمونهای معنادار برای زنان است (چندکهای شاخص در مقابل سن).



شکل ۱: خطوط رگرسیون چندک تنظیمی برای زنان

چنانکه ملاحظه می‌شود، خطوط پایین‌تر نسبت به خطوط بالاتر به یکدیگر نزدیک‌ترند. این بدان معناست که شکل توزیع متمایل به راست است. این تمایل همچنین اندکی بیشتر می‌شود وقتی که سن افزایش می‌یابد. برای مردان، وضع سلامت روانی (ذهنی) غالباً ثابت است (خطوط موازی افقی). بجز برای  $\theta = 0/1$ .

## ۵) نتایج

تحلیل ما نشان می‌دهد که نقش سن در سلامت ذهنی (روانی) آشکارا به طور فاحش برای مردان و زنان توسط چندک متفاوت است. برای مردان، هدف رگرسیون معمولی (رایج) که متغیر تبیین فقط جایگاه (مکان) توزیع پاسخ را متأثر می‌سازد و نه توزیع آن را، به وضوح بی‌فایده است. این رگرسیون نمی‌تواند رابطهٔ سن را با شاخص تشخیص دهد حال آنکه رگرسیون چندک می‌تواند این کار را با واریس سطوح مختلف توزیع شاخص انجام بدهد. خطوط چندک در شکل ۱ نشان می‌دهد که متغیر سن دنبالهٔ بالاتر را و نیز میانه توزیع شاخص سلامت ذهنی (روانی) را متأثر می‌سازد، نه دنبالهٔ پایین‌تر را. برعکس، دنبالهٔ پایین‌تر از سوی سن برای مردان تحت تأثیر قرار می‌گیرد و سایر بخشهای توزیع تقریباً برای سنین مختلف مشابهند. (خطوط موازی افقی)

یافته‌هایی مثل قسمت دوم از بخش سوم به هیچ رو ممکن نیست که از طریق رگرسیون میانگین به دست آیند. به همین دلیل است که رگرسیون میانگین فقط به پارامتر مکان یعنی میانگین مرتبط است در صورتی که رگرسیون چندک ما را قادر به آشنایی با شکل توزیع می‌نماید. به علاوه، چندکها برای کمیتی مثل شاخص سلامت ذهنی به شیوه‌ای که میانگین، امکان دادن همه اطلاعات را در تحلیل وضع سلامت ذهنی (روانی) جمعیت تحت بررسی نداشته باشد، بسیار حائز اهمیت است.

- Bassett, G. Koenker, R. (1982), **An Empirical Quantile Function for Linear Models with Iid Errors**, *Journal of American Statistical Association*, Vol. 77, No. 378, 407-415.
- Bloomfield, P. Steiger, W. (1980), **Least Absolute Deviation Curve Fitting**, *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, Vol. 1, 290-301.
- Buchinsky, M. (1998), **Recent Advances in Quantile Regression Models: A Practical Guideline for Empirical Research**, *Journal of Human Resources*, 33 (1), 88-126.
- Buchinsky, M. Hahn, J. (1998), **An Alternative Estimator for the Censored Quantile Regression Model**, *Econometrica*, 66, 653-671.
- Koenker, R. Bassett, G. (1978), **Regression Quantiles**, *Econometrica*, 46, 33-50.
- Koenker, R. Bassett, G. (1982), **Test of Linear Hypothesis and L 1-Estimation**, *Econometrica*, 50, 1577-1583.
- Madsen, K. Nielsen, H. B. (1993), **A Finite Smoothing Algorithm for Linear L 1 Estimation**, *SIAM Journal Optimization*, Vol. 3, 223-235.
- Powell, J. (1983), **The Asymptotic of Normality of Two Stage Least Absolute Deviations Estimators**, *Econometrica*, 51, 1569-1572.
- Powell, J. (1984), **Least Absolute Deviation Estimation of the Censored Regression Model**, *Journal of Econometrics*, 25, 303-325.