

## محاسبه عددی ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه

محمد صدیقی، مهرداد خاندائی و محمدعلی لیاقت

دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران

پست الکترونیکی: [sedighi@iust.ac.ir](mailto:sedighi@iust.ac.ir)

### چکیده

ضریب خودالقائی، یکی از پارامترهای مهمی است که در فرآیند شکل دهی الکترومغناطیسی با آن روبرو هستیم. قرار گرفتن قطعه کار در مجاورت سیم پیچ، اثر قابل ملاحظه‌ای در ضریب خودالقائی سیم پیچ ایجاد می‌کند و لذا پارامترهای مختلف فرآیند از قبیل دامنه، و فرکانس جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی و فشار وارد بر قطعه کار را نیز تحت تأثیر قرار می‌دهد. این مقاله، با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود ANSYS به محاسبه عددی و بررسی ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ و قطعه کار در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه، که تا کنون در مقالات و مراجع مربوط به فرآیند شکل دهی الکترومغناطیسی مورد محاسبه قرار نگرفته است، می‌پردازد. ابتدا برای تعیین چگونگی توزیع جریان الکتریکی بر روی مقطع حلقه‌های سیم پیچ، یک سیم پیچ استوانه‌ای بدون قطعه کار شبیه‌سازی می‌شود. با استفاده از نتایج شبیه‌سازی، نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ در برابر تغییرات جریان الکتریکی به دست می‌آید و ضریب خودالقائی که عبارت است از شیب نمودار مذکور، توسط روش حداقل سازی مربعات محاسبه می‌شود. ضرایب خودالقائی سیم پیچ‌هایی با ابعاد مختلف که به همین ترتیب شبیه‌سازی و محاسبه شده‌اند، انطباق خوبی را با نتایج محاسبات تحلیلی موجود در مراجع نشان می‌دهند. لذا از همین روش برای شبیه‌سازی و محاسبه ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ و قطعه کار در فرآیند انبساط استوانه استفاده می‌گردد. سپس شبیه‌سازی و محاسبات مذکور برای قطعه کارهایی با قطرهای مختلف تکرار می‌شود. نتایج حاصله نشان می‌دهند که روند تغییرات ضریب خودالقائی به ازاء قطرهای مختلف قطعه کار، با نتایج تجربی که قبلاً در مورد تأثیر وجود یک محفظه رسانای خارجی در اطراف سیم پیچ در مراجع ارائه شده‌اند تطابق دارد.

واژه‌های کلیدی: شکل دهی الکترومغناطیسی، انبساط استوانه، ضریب خودالقائی

## لیست علائم و نشانه‌ها

$R_0$ : مقاومت اهمی معادل اجزاء دستگاه

$R_1$ : مقاومت اهمی معادل سیم پیچ

$R_2$ : مقاومت اهمی معادل قطعه کار

$R$ : مقاومت اهمی معادل کل

$L_0$ : ضریب خودالقائی مدار دستگاه

$L_1$ : ضریب خودالقائی سیم پیچ

$L_2$ : ضریب خودالقائی معادل قطعه کار

$L$ : ضریب خودالقائی معادل کل

$M$ : ضریب القاء متقابل بین سیم پیچ و قطعه کار

$L_C$ : طول سیم پیچ

$C$ : ظرفیت بانک خازن

$V_C$ : ولتاژ شارژ بانک خازن

$I_C$ : جریان گذرنده از سیم پیچ

$I_W$ : جریان گردابی در قطعه کار

$I_{eq}$ : جریان معادل یکنواخت سیم پیچ

$N$ : تعداد حلقه‌های سیم پیچ

$\omega_d$ : بسامد زاویه‌ای

$r$ : مختصه شعاعی

$\phi$ : مختصه دورانی

$I_{0,1}$ : توابع بسل نوع اول

$K_{0,1}$ : توابع بسل نوع دوم

$\mu$ : ضریب نفوذپذیری مغناطیسی

$\mu_0$ : ضریب نفوذپذیری مغناطیسی هوا

$\mu_r$ : ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی

$\sigma$ : رسانندگی الکتریکی ویژه

$\rho_e$ : مقاومت الکتریکی ویژه

$\phi$ : شار مغناطیسی سیم پیچ

$t$ : زمان

$A$ : سطح مقطع داخلی سیم پیچ

## مقدمه

شکل‌دهی ورق‌های فلزی به دلیل کاربرد وسیع در صنایع مختلف، یکی از مهم‌ترین فرآیندهای ساخت محسوب می‌گردد. این در حالیست که انجام این دسته فرآیندها، همواره با مشکلاتی از قبیل بازگشت فنری زیاد، چین خوردگی و قابلیت شکل‌پذیری پائین ورق که منجر به پارگی آن می‌شود روبرو است.

نتایج شبیه‌سازی‌ها و آزمایشات تجربی نشان می‌دهد که در فرآیندهای شکل‌دهی با نرخ کرنش بالا، مشکلات مذکور تا حدود زیادی مرتفع می‌شوند. دلیل اصلی این مسأله، تأثیر قابل ملاحظه نرخ کرنش، در خواص مواد است. هنگامی که تغییر فرم با نرخ کرنش بسیار بالا صورت می‌گیرد، قابلیت شکل‌پذیری فلز تا حد قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته، بازگشت الاستیک آن کم‌تر شده و احتمال وقوع چین خوردگی نیز در آن کاهش می‌یابد. یکی از فرآیندهای شکل‌دهی ورق با نرخ کرنش بالا که برای فلزاتی با قابلیت هدایت الکتریکی بالا مانند آلیاژهای آلومینیوم بسیار مناسب است، فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی می‌باشد. در فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی، نیروی لازم جهت تغییر فرم ورق توسط یک پالس مغناطیسی قوی و بسیار سریع تأمین می‌گردد. بدین ترتیب که ابتدا یک بانک خازن با ولتاژ مناسبی شارژ می‌شود. سپس این بانک خازن وارد مداری شامل یک سیم پیچ که متناسب با شکل قطعه کار طراحی شده و در مجاورت آن قرار گرفته است می‌شود. با بسته شدن کلید مدار، یک پالس قدرتمند و سریع جریان در سیم پیچ جاری شده و سبب شکل گرفتن یک پالس مغناطیسی در مجاورت قطعه کار می‌گردد. در سال‌های اخیر تلاش‌هایی برای شبیه‌سازی این فرآیند صورت گرفته است. شبیه‌سازی و تحلیل الکترومغناطیسی قطعات فلزی به

شبیه‌سازی، وابستگی متقابل بین میدان الکترومغناطیس و تغییر فرم قطعه در نظر گرفت نشد. آنگر<sup>۷</sup> [۷] در سال ۲۰۰۶ یک فرمول‌بندی سه‌بعدی عمومی با در نظر گرفتن میدان‌های الکترومغناطیس، دما و تغییر فرم برای شبیه‌سازی مسائل شکل‌دهی الکترومغناطیسی ارائه نمود. وانگ<sup>۸</sup> [۸] نیز در سال ۲۰۰۶ از نرم‌افزار اجزاء محدود ADINA برای شبیه‌سازی شبه‌استاتیکی شکل‌دهی یک ورق تخت استفاده نمود.

در تمام شبیه‌سازی‌های اشاره شده، جریان الکتریکی گذرنده از سیم‌پیچ به صورت تجربی اندازه‌گیری شده و در فرآیند شبیه‌سازی، به عنوان بار خارجی، مورد استفاده قرار گرفته است. دلیل این امر، پیچیدگی‌هایی است که در محاسبه جریان الکتریکی گذرنده از سیم‌پیچ، در فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی، وجود دارد. برخی از این پیچیدگی‌ها عبارتند از: القاء متقابل بین سیم‌پیچ و مدار دستگاه، خودالقائی معادل مدار دستگاه، لزوم تعیین مقاومت اهمی معادل در مدار دستگاه و سیم‌پیچ، تأثیر قطعه‌کار در ضریب خودالقائی معادل سیم‌پیچ و ... در صورتی که برای تمام این موارد فرض‌ها و اطلاعات کافی داشته باشیم، می‌توانیم بدون نیاز به اندازه‌گیری تجربی، با دقت قابل قبول، جریان گذرنده از سیم‌پیچ را محاسبه نموده و در شبیه‌سازی به کار بریم.

در این مقاله از بین موارد فوق، به بررسی تأثیر قطعه‌کار در ضریب خودالقائی سیم‌پیچ در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه، که دارای کاربردهای فراوان صنعتی می‌باشد، می‌پردازیم. در کاربردهای صنعتی فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی، اندازه‌گیری و تعیین یک ضریب خودالقائی معادل برای مجموعه سیم‌پیچ و قطعه‌کار، بسیار مفید خواهد بود [۶]. زیرا از این ضریب

روش‌های مختلفی قابل انجام است، اما در شبیه‌سازی فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی به دلیل همزمانی پدیده تغییر فرم مکانیکی قطعه‌کار با تغییرات میدان مغناطیسی، محدودیت‌ها و پیچیدگی‌هایی در روش شبیه‌سازی وجود دارد. در سال‌های اخیر، از روش اجزاء محدود در تحلیل جنبه‌های مختلف فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی استفاده شده است. در این‌جا به برخی از مهم‌ترین مقالاتی که در حوزه شبیه‌سازی اجزاء محدود این فرآیند ارائه شده است اشاره می‌کنیم. موراکشی<sup>۱</sup> [۱] در سال ۱۹۹۸ از یک روش استاتیکی برای انقباض موضعی یک سیلندر استفاده کرد. در این شبیه‌سازی فشار مغناطیسی با یک روش تقریبی به صورت مقداری ثابت در نظر گرفته شد. فنتون<sup>۲</sup> [۲] در سال ۱۹۹۸، از یک کد دوبعدی تفاضل محدود برای شبیه‌سازی تغییر فرم آزاد یک دیسک دایره‌ای استفاده نمود. چانفنگ<sup>۳</sup> [۳] در سال ۲۰۰۲، با روش اجزاء محدود توزیع فشار مغناطیسی را روی قطعه‌کار، در یک فرآیند انبساط سیلندر به دست آورد. این تحلیل به صورت دوبعدی انجام شد و از تغییر فرم ورق نیز صرف‌نظر شد. ال-ازاب<sup>۴</sup> [۴] در سال ۲۰۰۳ یک فرمول‌بندی عمومی را برای مدل‌سازی فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی ارائه نمود و از آن برای تحلیل اجزاء محدود مسأله الکترومغناطیسی شکل‌دهی یک ورق تخت استفاده نمود. مامالیس<sup>۵</sup> [۵] در سال ۲۰۰۵، مسأله انقباض آزاد سیلندر را با روش اجزاء محدود شبیه‌سازی کرد. الیویرا<sup>۶</sup> [۶] نیز در سال ۲۰۰۵، یک مسأله تغییر فرم ورق تخت را با استفاده از دو نرم‌افزار مجزا برای حل مسائل الکترومغناطیس و تغییر فرم شبیه‌سازی نمود. در این

- 1- Murakoshi
- 2- Fenton
- 3- Chunfeng
- 4- El-Azab
- 5- Mamalis
- 6- Oliveira

در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه محاسبه می‌گردد. سپس تأثیر اندازه قطر داخلی قطعه‌کار را بر این ضریب خودالقائی معادل بررسی می‌نماییم. به این منظور ضریب خودالقائی معادل مجموعه سیم‌پیچ و قطعه‌کار را برای قطعه‌کارهایی با قطرهای داخلی مختلف محاسبه کرده و نتایج را با هم مقایسه می‌کنیم.

در این مقاله، تحلیل اجزاء محدود توسط نرم‌افزار ANSYS انجام شده است. این نرم‌افزار یک کد تجاری اجزاء محدود با قابلیت تحلیل دو بعدی و سه بعدی است که تحلیل‌های مختلف سازه‌ای، سیالاتی، حرارتی، الکتریکی و مغناطیسی را در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی و همچنین خطی و غیر خطی انجام می‌دهد. این نرم‌افزار قابلیت انجام تحلیل‌های جفت‌شدگی حاصل از وابستگی متقابل بین دو یا سه مورد از زمینه‌های مذکور را نیز دارد. ویژگی‌هایی مانند وسعت زمینه‌های کاربردی، محیط مدل‌سازی قدرتمند (نسبت به سایر نرم‌افزارهای اجزاء محدود)، قابلیت تحلیل دینامیکی صریح<sup>۱</sup> و ضمنی<sup>۲</sup>، قابلیت شبکه‌بندی<sup>۳</sup> بالا و همچنین قابلیت‌ها و امکانات جانبی مربوط به تحلیل اجزاء محدود مانند روش‌ها و حلگرهای عددی متنوع سبب استفاده گسترده از این نرم‌افزار در زمینه‌های گوناگون شده است. مرور مقالات تحقیقاتی نشان می‌دهد که این نرم‌افزار در بسیاری از پروژه‌های تحقیقاتی مورد استفاده قرار گرفته و نتایج بسیار خوبی را در برداشته است. نرم‌افزار مذکور در زمینه شبیه‌سازی اجزاء محدود جنبه‌های مختلف فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی نیز توسط محققین به کار گرفته شده است.

خودالقائی معادل می‌توان در تعیین پارامترهای مربوط به دستگاه، مانند ظرفیت بانک خازن و ولتاژ شارژ آن بهره برد. این در حالیست که تاکنون در هیچ یک از مقالات مربوط به شبیه‌سازی و تحلیل فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی، ضریب خودالقائی معادل سیم‌پیچ و قطعه‌کار مورد محاسبه قرار نگرفته است. در مقاله حاضر با استفاده از روش اجزاء محدود به محاسبه این ضریب می‌پردازیم. ابتدا به منظور تعیین چگونگی توزیع جریان الکتریکی بر روی مقطع حلقه‌های سیم‌پیچ و اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، ضریب خودالقائی یک سیم‌پیچ استوانه‌ای خالی را محاسبه نموده و با نتایج تحلیلی مربوط به مرجع [۹] مقایسه می‌کنیم. در شبیه‌سازی‌های سیم‌پیچ و قطعه‌کار استوانه‌ای، با توجه به تقارن‌های موجود، تنها یک هشتم از مدل واقعی شبیه‌سازی می‌شود. به این منظور، یک جریان الکتریکی با تغییرات زمانی دلخواه بر روی مقطع برش‌خورده طولی سیم‌پیچ اعمال شده و شرایط مرزی مناسب نیز بر روی کلیه سطوح خارجی و برش‌خورده مدل تعریف می‌گردد. پس از حل مسأله، شار مغناطیسی گذرنده از سطح داخلی سیم‌پیچ در زمان‌های مختلف محاسبه می‌شود. در نهایت نمودار تغییرات شار مغناطیسی در برابر جریان الکتریکی به دست می‌آید. طبق تعریف، شیب این نمودار برابر است با ضریب خودالقائی سیم‌پیچ، لذا با روش حداقل‌سازی مربعات، یک خط راست را با بهترین تقریب از نقاط این نمودار عبور می‌دهیم. به منظور اعتبارسنجی نتایج شبیه‌سازی، شیب خط مذکور را که عبارت است از ضریب خودالقائی سیم‌پیچ، با نتایج تحلیلی مرجع [۹] مقایسه می‌نماییم. پس از تعیین میزان دقت نتایج شبیه‌سازی، همین روش را با در نظر گرفتن قطعه‌کار در خارج سیم‌پیچ تکرار می‌کنیم. به این ترتیب ضریب خودالقائی معادل سیم‌پیچ و قطعه‌کار

1- Explicit dynamic

2- Implicit dynamic

3- Meshing

$$I_C R + L \frac{dI_C}{dt} + M \frac{dI_W}{dt} + V_C = 0 \quad (4)$$

لذا در این حالت، جریان  $I_C$  به جریان گردابی  $I_W$  که در قطعه کار القاء می‌گردد وابسته است و با توجه به توزیع گسترده  $I_W$  در قطعه کار، تحلیل مداری فرآیند به سادگی امکان‌پذیر نخواهد بود.

در مرجع [۱۰] فرض شده است که در فرآیندهای انقباض و انبساط الکترومغناطیسی استوانه، جریان گردابی در تمام طول قطعه کار به طور یکنواخت توزیع شده است و نیز طول سیم پیچ و قطعه کار با هم برابر است. در این شرایط ساده‌سازی شده، روابط زیر برای میدان الکتریکی و شدت میدان مغناطیسی داخل قطعه کار، در حوزه لاپلاس به دست آمده‌اند،

$$\hat{H}_Z = \hat{I}_Z \left[ A \frac{I_o(\gamma_r)}{I_o(\gamma_a)} + B \frac{K_o(\gamma_r)}{K_o(\gamma_a)} \right] \quad (5)$$

$$\hat{E}_\phi = -Z \hat{I}_C \left[ A \frac{I_1(\gamma_r)}{I_o(\gamma_a)} - B \frac{K_1(\gamma_r)}{K_o(\gamma_a)} \right] \quad (6)$$

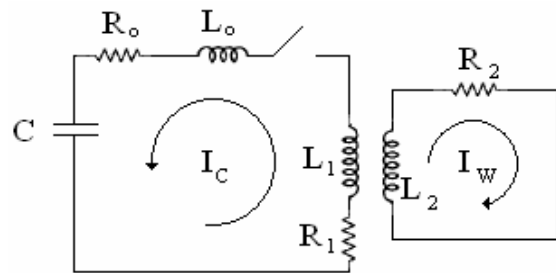
این روابط در دستگاه مختصات استوانه‌ای بیان شده‌اند. ضرایب  $A$  و  $B$  از شرایط مرزی فرآیندهای انقباض و انبساط استوانه به دست می‌آیند.  $a$  شعاع داخلی قطعه کار است و ضرایب  $Z$  و  $\gamma$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند،

$$\gamma = \sqrt{S \sigma \mu}, \quad Z = \sqrt{S \mu / \sigma}$$

فرض‌هایی که برای رسیدن به روابط (۵) و (۶) در نظر گرفته شده‌اند، چندان عملی نیستند. به ویژه در قسمت‌های ابتدا و انتهای طول قطعه کار، اثرات موضعی سبب غیر یکنواخت شدن توزیع جریان گردابی و شدت میدان مغناطیسی می‌گردد. همچنین با توجه به تأثیر فراوان نسبت طول‌های قطعه کار و سیم پیچ در کیفیت توزیع فشار

## تحلیل مداری

مدل مداری شماتیک فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی در شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، در این شکل مقاومت اهمی و خاصیت خودالقائی قطعه کار و مدار دستگاه را به صورت مقاومت و سیم پیچ متمرکز نشان داده‌ایم.



شکل ۱- مدل شماتیک مداری فرآیند شکل‌دهی

### الکترومغناطیسی

در صورتی که قطعه کار وجود نداشته باشد، جریان الکتریکی دستگاه توسط قانون ولتاژ کیرشهف مطابق معادله (۱) به دست می‌آید.

$$I_C R + L \frac{dI_C}{dt} + V_C = 0$$

$$\Rightarrow I_C(t) = \frac{VC}{L\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad (1)$$

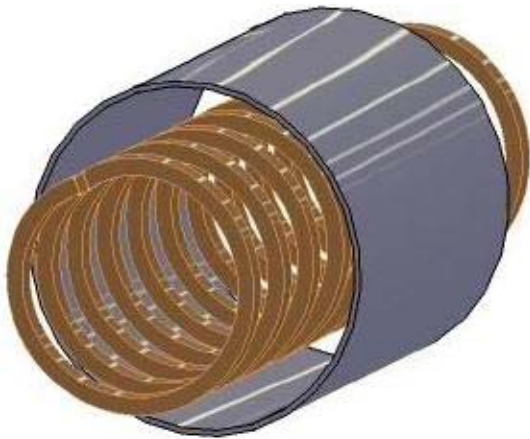
در این رابطه  $\alpha$  و  $\omega_d$  با روابط (۲) و (۳) تعریف می‌شوند.

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad R = R_o + R_1, \quad L = L_o + L_1 \quad (2)$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2}, \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

اما هنگامی که وجود قطعه کار را در مجاورت سیم پیچ در نظر بگیریم، باید اثر القائی آن را نیز در رفتار مداری دستگاه مد نظر قرار دهیم. در این شرایط، با استفاده از قانون ولتاژ کیرشهف خواهیم داشت،

رفته در مرجع [۵] استفاده می‌کنیم. شکل ۲ تصویر شماتیکی از سیم‌پیچ و قطعه‌کار را در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه نشان می‌دهد.



شکل ۲- تصویر شماتیک سیم‌پیچ و قطعه‌کار در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه

سیم‌پیچ از جنس مس با ۱۰ حلقه و قطعه‌کار از جنس آلومینیوم ۶۴۶۳-T۶ در نظر گرفته شده است. با فرض این‌که فرکانس جریان کتر از  $30\text{ kHz}$  باشد، تلفات حاصل از گسیل امواج الکترومغناطیس قابل صرف‌نظر بوده و از تحلیل فرکانس پائین نرم‌افزار استفاده شده است. به دلیل تقارن‌های موجود در مسأله، یک هشتم از مدل واقعی مسأله شبیه‌سازی شده است. در اطراف سیم‌پیچ و قطعه‌کار، یک حجم کروی از هوا را در نظر می‌گیریم. عمق نفوذ میدان مغناطیسی در سطح داخلی قطعه‌کار با استفاده از رابطه (۷) محاسبه شده است،

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho_e}{\mu_r \mu_o \omega_d}} \quad (7)$$

بسامد زاویه‌ای  $(\omega_d)$  را برابر  $50000\text{ Rad/Sec}$  در نظر می‌گیریم. در جدول ۱ مشخصات هندسی و خواص مواد ارائه شده است.

مغناطیسی روی قطعه‌کار، در بسیاری از حالت‌های عملی طول‌های این دو نباید با هم برابر باشند.

در مرجع [۱۱] تأثیر عملیات پوشش‌دهی<sup>۱</sup> بر روی عملکرد سیم‌پیچ‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت ضریب خودالقائی سیم‌پیچ با تعریف یک ضریب ثابت، اصلاح شده است. تعریف این ضریب ثابت سه نتیجه زیر را به دست می‌دهد:

- ۱- وجود محفظه رسانای خارجی سبب کاهش خودالقائی سیم‌پیچ می‌شود.
- ۲- در این شرایط می‌توان یک ضریب خودالقائی ثابت اصلاح شده را برای سیم‌پیچ در نظر گرفت.
- ۳- با کاهش نسبت حجم محفظه خارجی به حجم داخلی سیم‌پیچ، ضریب خودالقائی معادل سیم‌پیچ و قطعه‌کار کاهش می‌یابد.

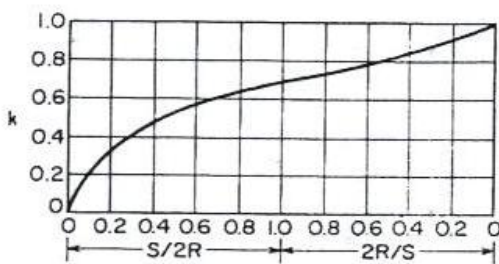
در این مقاله به بررسی این مسأله می‌پردازیم که آیا در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه نیز می‌توان ضریب خودالقائی ثابت و اصلاح شده‌ای را برای مجموعه سیم‌پیچ و قطعه‌کار خارجی که آن را احاطه کرده است، به دست آورد. در حقیقت بررسی می‌شود که آیا می‌توان معادله (۱) را با به کار بردن یک ضریب خودالقائی (L) اصلاح شده معادل، به جای معادله (۴) به کار برد. البته توجه به این مسأله لازم است که در این فرآیند، محفظه خارجی کاملاً بسته نیست و از دو انتها باز می‌باشد.

### شبیه‌سازی اجزاء محدود

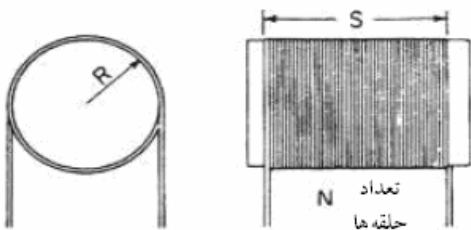
در این جا برای تعیین ضریب خودالقائی در فرآیند انبساط استوانه، از نرم‌افزار اجزاء محدود ANSYS استفاده می‌کنیم. در این شبیه‌سازی از برخی از فرضیات به کار

ضریب خودالقائی سیم پیچی با طول بی نهایت را به دست می دهد. ضریب  $k$  از نمودار شکل ۳، که از یک محاسبه تحلیلی به دست آمده، قابل استخراج است. پارامترهای مربوط به نمودار شکل ۳، در شکل ۴ تعریف شده اند [۹].

$$L = \mu_0 \frac{N^2 k A}{L_C} \quad (۸)$$



شکل ۳- نمودار ضریب اصلاحی  $k$  [۹]



شکل ۴- پارامترهای مربوط به نمودار شکل ۳ [۹]

شکل ۵ مدل اجزاء محدود شبیه سازی سیم پیچ را نشان می دهد.

در شبیه سازی سیم پیچ، جریان الکتریکی به سطحی به ضخامت  $3/5 \text{ mm}$  از شعاع داخلی سیم پیچ اعمال می گردد. شرایط مرزی اعمال شده بر سطوح مختلف مدل نیز در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۱- ابعاد هندسی و خواص مواد

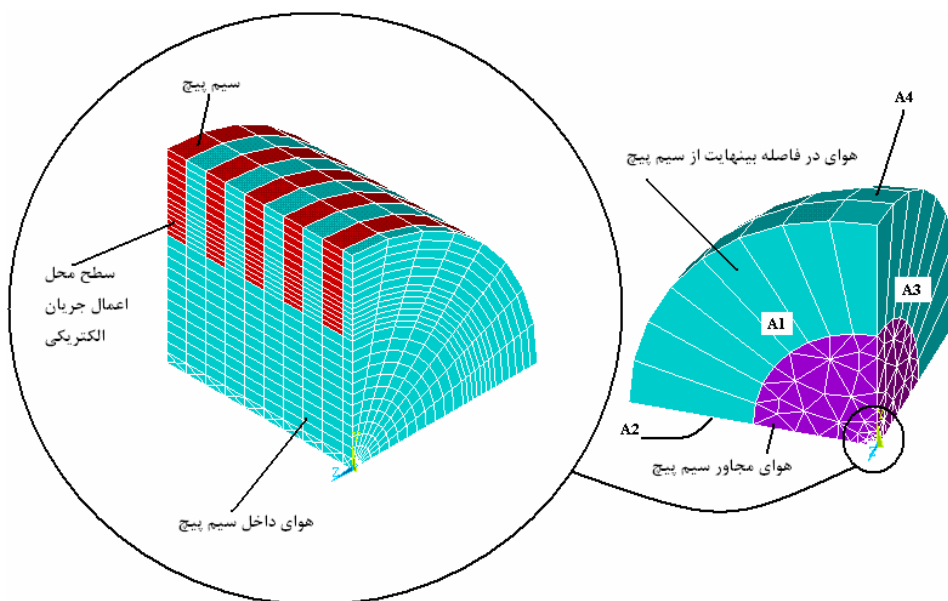
| مشخصات سیم پیچ      |                       |
|---------------------|-----------------------|
| جنس                 | مس                    |
| قطر خارجی ( $m$ )   | ۰/۰۴۰                 |
| ضخامت ( $m$ )       | ۰/۰۰۸                 |
| طول ( $m$ )         | ۰/۰۴                  |
| $\rho_e (\Omega m)$ | $1/67 \times 10^{-8}$ |
| $\mu_e$             | ۱                     |
| مشخصات قطعه کار     |                       |
| جنس                 | ۶۴۶۳-T۶               |
| ضخامت ( $m$ )       | ۰/۰۰۲                 |
| طول ( $m$ )         | ۰/۰۳۶                 |
| $\rho_e (\Omega m)$ | $3/15 \times 10^{-8}$ |
| $\mu_e$             | ۱                     |

برای تعیین یک توزیع جریان مناسب بر روی مقطع برش خورده حلقه های سیم پیچ، ابتدا ضریب خودالقائی یک سیم پیچ استوانه ای را توسط شبیه سازی محاسبه می نمایم سپس همان روش محاسبه ضریب خودالقائی، در مورد مسأله انبساط استوانه به کار می رود.

## ۱- محاسبه ضریب خودالقائی سیم پیچ های

### استوانه ای با ابعاد مختلف

ضریب خودالقائی سیم پیچ استوانه ای با فرمول شناخته شده (۸) محاسبه می گردد. در این رابطه  $k$  یک ضریب اصلاحی است. در صورتی که  $k = 1$  باشد، معادله (۸)



شکل ۵- مدل اجزاء محدود شبیه سازی سیم پیچ

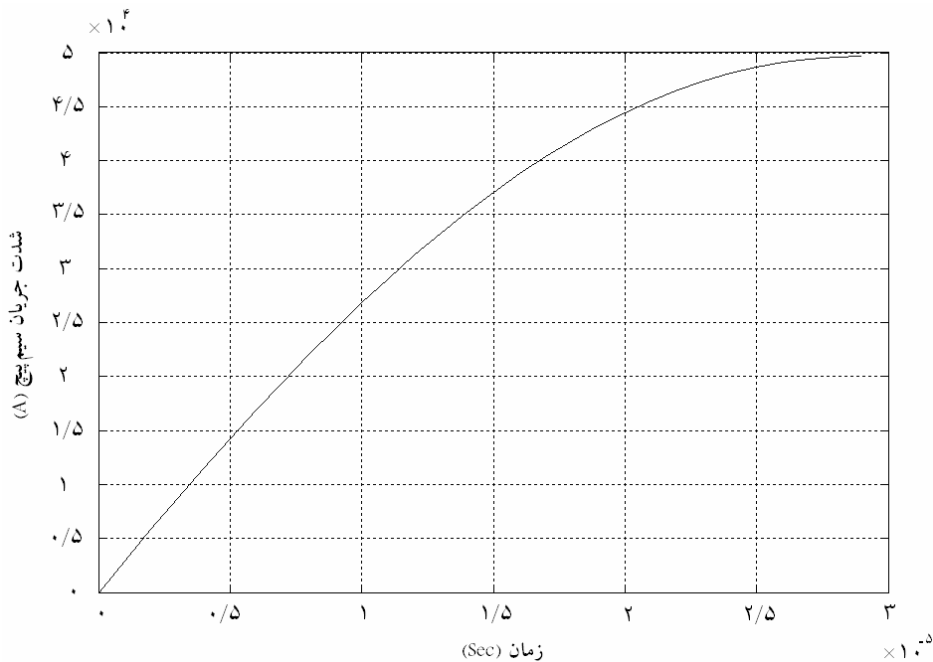
جدول ۲- شرایط مرزی در سطوح مختلف مدل اجزاء محدود

| اجزاء مدل    | سطوح مدل               |                        |           |               |
|--------------|------------------------|------------------------|-----------|---------------|
|              | $A_1$                  | $A_2$                  | $A_3$     | $A_4$         |
| مرز بی نهایت | $A_x = A_y = 0$        | $A_x = A_z = 0$        | $A_x = 0$ | Infinite B.C. |
| هوای مجاور   | $A_x = A_y = 0$        | $A_x = A_z = 0$        | $A_x = 0$ | -             |
| سیم پیچ      | $A_x = A_y = 0$        | $A_x = A_z = Volt = 0$ | $A_x = 0$ | -             |
| قطعه کار     | $A_x = A_y = Volt = 0$ | $A_x = A_z = Volt = 0$ | $A_x = 0$ | -             |

اعمال شده است. برای نشان دادن عدم وابستگی نتایج محاسبات از چگونگی تغییرات جریان الکتریکی، فرض می‌کنیم جریان ورودی به سیم پیچ، مطابق نمودار شکل ۶ باشد.

نتایج شبیه سازی نشان می‌دهند که در این شرایط، رفتار مغناطیسی سیم پیچ با دقت قابل قبولی به دست می‌آید. در سطوح برش خورده سیم پیچ، شرایط مرزی مناسب مربوط به پتانسیل برداری الکترومغناطیس و پتانسیل الکتریکی





شکل ۶- نمودار تغییرات زمانی جریان الکتریکی سیم پیچ

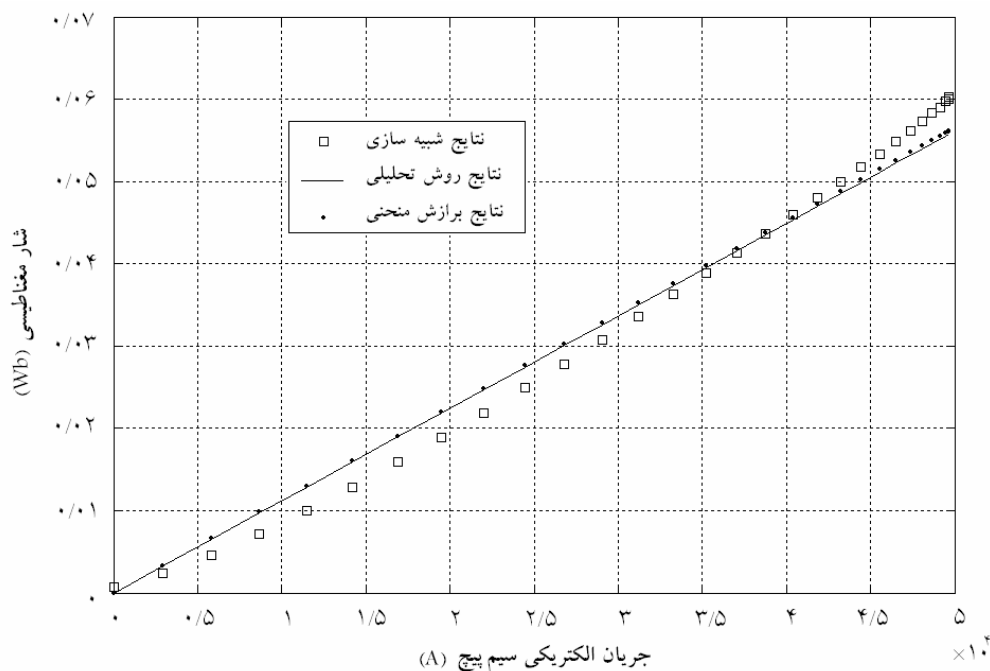
مقادیر را محاسبه می‌کنیم. نتیجه برابر با یک چهارم شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ خواهد بود. با تکرار این محاسبه برای تمام زمان‌ها، تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ به ازاء تغییرات جریان الکتریکی به دست می‌آید. با توجه به تعریف ضریب خودالقائی با رابطه (۹)،

$$L = \frac{d\phi}{dt} \quad (9)$$

شیب نمودار شار مغناطیسی - جریان الکتریکی،  $L$  را نشان می‌دهد. لذا یک خط راست گذرنده از مبدأ مختصات را با بهترین تقریب از نقاط به دست آمده عبور می‌دهیم. شیب خط مزبور را با روش حداقل مربعات به دست می‌آوریم. نتیجه مطابق رابطه (۱۰) خواهد بود. نمونه‌ای از چنین نموداری در شکل ۷ نمایش داده شده است.

$$L = \frac{\sum \phi_i}{\sum I_{Cj}} \quad (10)$$

برای محاسبه ضریب خودالقائی سیم پیچ، جریان الکتریکی شکل ۶ را به آن وارد نموده، و بازه‌های زمانی حل را برابر  $1 \mu\text{Sec}$  انتخاب می‌نمائیم. سپس در هر یک از زمان‌های حل شده، شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ را محاسبه می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۵ سمت چپ ملاحظه می‌گردد، گره‌های مربوط به هوای داخل سیم پیچ در ۱۱ ردیف در راستای طول سیم پیچ قرار گرفته‌اند. برای محاسبه شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ در هر یک از این ردیف‌ها شار مغناطیسی گذرنده از سطح مقطع تک تک المان‌ها را محاسبه می‌کنیم. به این ترتیب که در مورد سطح مقطع هر المان، میانگین مقادیر  $B_x$  چهار گره مربوطه را محاسبه کرده و در مساحت سطح مقطع آن ضرب می‌کنیم. مجموع همه این مقادیر برابر یک چهارم کل شار مغناطیسی گذرنده از آن مقطع سیم پیچ خواهد بود. همین روند را برای ندهای واقع بر کلیه ردیف‌های هوای داخل سیم پیچ انجام می‌دهیم. سپس میانگین این



شکل ۷- نمونه‌ای از نمودار شار مغناطیسی - جریان الکتریکی سیم پیچ

نیز نتایج حل تحلیلی موجود در مرجع [۹] را نشان می‌دهد.

ملاحظه می‌گردد که نتایج حاصل از شبیه‌سازی و معادله (۱۱)، با تقریب خوبی به نمودار شکل ۳ نزدیک است. در شکل ۳، نقطه مربوط به ابعاد سیم پیچی که در این مقاله در نظر گرفته شده، با علامت مربع نشان داده شده است. خطای مربوط به این حالت در حدود ۱ درصد می‌باشد. حداکثر خطای محاسبه در سایر حالت‌ها نیز در حدود ۷ درصد می‌باشد. محاسبه برای سیم پیچ‌هایی با نسبت طول به قطر بین ۰/۶ تا ۵ که معمولاً در فرآیند شکل‌دهی الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند انجام شده است. لذا شکل ۸ نشان می‌دهد که مقادیر ضریب خودالقایی محاسبه شده دارای دقت قابل قبولی است. حال همین روش را برای محاسبه ضریب خودالقایی در فرآیند انبساط استوانه به کار می‌بریم.

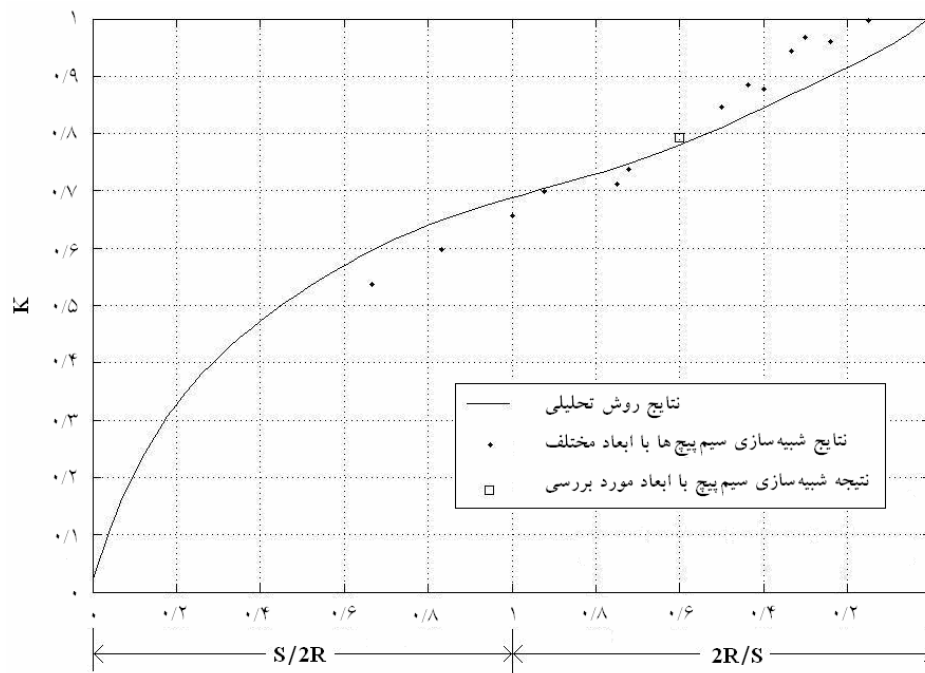
روش فوق را برای سیم پیچ‌هایی با نسبت‌های طول به قطر مختلف انجام می‌دهیم. با توجه به معادله (۸) می‌توان نوشت،

$$k = \frac{L}{\mu_0 N^2 A / L_C}$$

اگر در رابطه فوق به جای  $L$  ضریب خودالقایی حاصل از شبیه‌سازی را قرار دهیم، معادله (۱۱) حاصل می‌شود.

$$k = \frac{\sum_i \phi_i / \sum_j I_{Cj}}{\mu_0 N^2 A / L_C} \quad (11)$$

مقادیر  $k$  را برای سیم پیچ‌هایی با ابعاد مختلف توسط شبیه‌سازی و معادله (۱۱) به دست آورده‌ایم. نتایج برای مقایسه در شکل ۸ ارائه شده‌اند. در این شکل، نقاط منفصل نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهند و منحنی پیوسته



شکل ۸- مقایسه مقادیر  $k$  حاصل از شبیه سازی و نتایج تحلیلی مرجع [۹]

مخالف یکدیگر است. در حقیقت میدان مغناطیسی حاصل از جریان قطعه کار، که جهت آن مخالف میدان مغناطیسی داخل سیم پیچ است، سبب کاهش شار مغناطیسی گذرنده از داخل سیم پیچ و لذا کاهش ضریب خودالقائی آن می شود. مشاهدات تجربی نشان می دهد [۱۲] که چگالی جریان الکتریکی در سطح خارجی یک سیم پیچ بدون وجود پوشش فلزی خارجی، در مقایسه با سطح داخلی آن، بسیار کم تر است. وجود پوشش فلزی در خارج سیم پیچ می تواند سبب افزایش چگالی جریان در سطح خارجی گردد [۱۲]. شکل ۱۰ نیز همین پدیده را نشان می دهد. ملاحظه می گردد که شدت جریان الکتریکی از سطح داخلی به سمت سطح خارجی سیم پیچ به شدت کاهش می یابد. اما در نزدیکی سطح خارجی، اثر القاء مغناطیسی جریان قطعه کار بر روی سیم پیچ، مجدداً سبب افزایش جریان آن می شود. در سطوح برش خورده عمودی و افقی سیم پیچ مقداری خطای عددی وجود دارد که موجب اغتشاش موضعی در توزیع چگالی جریان در

## ۲- محاسبه ضریب خودالقائی معادل در فرآیند

### انبساط الکترومغناطیسی استوانه

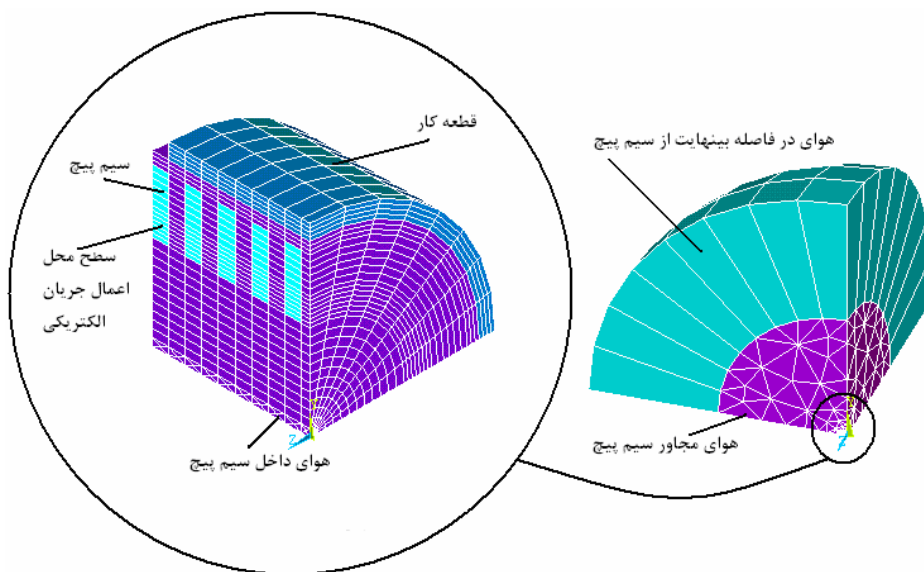
مدل اجزاء محدود فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه در شکل ۹ نشان داده شده است. روش بارگذاری و شرایط مرزی کاملاً شبیه مسأله قبل است. در این شبیه سازی به سطوح برش خورده سیم پیچ و قطعه کار، شرایط مرزی مناسب الکتریکی و مغناطیسی اعمال شده است. در این جا نیز با همان روشی که در مورد محاسبه ضریب خودالقائی سیم پیچ توضیح داده شد، با در نظر گرفتن المان های هوای داخل سیم پیچ، که در شکل ۹ سمت چپ مشاهده می گردند و به کار بردن معادله (۱۱)، ضریب خودالقائی را محاسبه می کنیم.

شکل ۱۰ چگالی توزیع جریان الکتریکی در سطح مقطع عرضی قطعه کار و سیم پیچ را در زمان  $15(\mu s)$  نشان می دهد. همان طور که انتظار می رود جهت جریان های سیم پیچ و قطعه کار، با توجه به قوانین آمپر و فاراده،

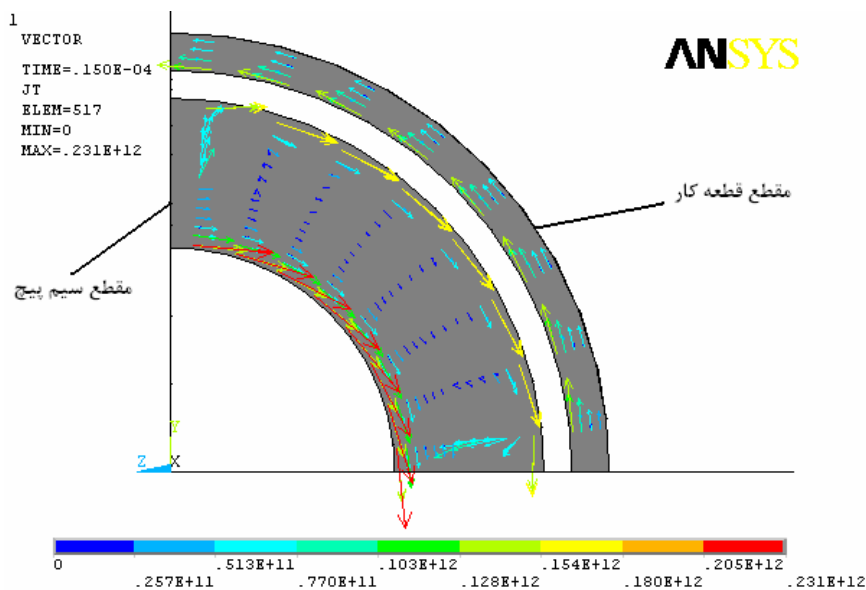
سطح خارجی می‌باشد، که این وضعیت کاملاً طبیعی است.

برای نمونه، نتایج مربوط به قطعه‌کار با قطر داخلی  $0.47m$  در زمان‌های مختلف، در نمودار شکل ۱۱ نمایش داده شده است.

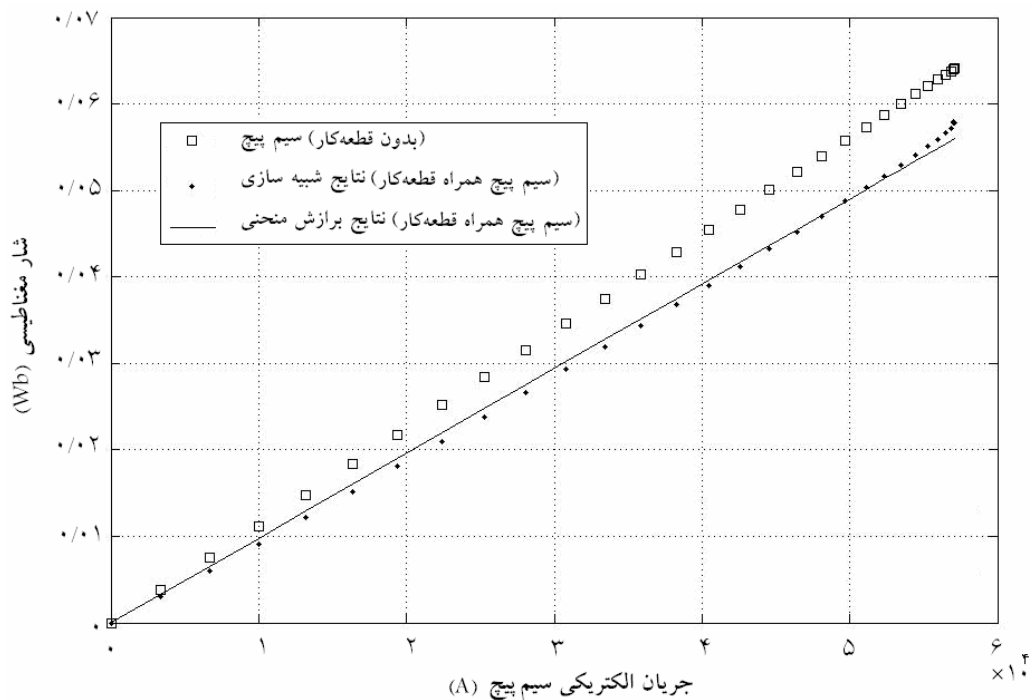
این مقاطع می‌شود. برای به حداقل رساندن اثر این خطا در محاسبات، همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، شار مغناطیسی داخل سیم‌پیچ در ۱۱ مقطع در راستای طول سیم‌پیچ محاسبه و سپس میانگین گرفته شده است. شدت جریان گردابی قطعه‌کار نیز در سطح داخلی آن بیش‌تر از



شکل ۹- مدل اجزاء محدود شبیه‌سازی فرآیند انبساط استوانه



شکل ۱۰- چگالی توزیع جریان گردابی در قطعه‌کار در زمان  $15(\mu s)$



شکل ۱۱- نمودار شار مغناطیسی- جریان الکتریکی برای قطعه کار با قطر داخلی  $0.047\text{ m}$

جدول ۳- ضرایب خودالقائی معادل برای قطرهای مختلف قطعه کار در فرآیند انبساط الکترومغناطیسی استوانه

| ضریب خودالقائی سیم پیچ و قطعه کار | قطر داخلی قطعه کار (m) |
|-----------------------------------|------------------------|
| $5/91 \times 10^{-7}$             | 0.041                  |
| $6/880 \times 10^{-7}$            | 0.043                  |
| $8/8388 \times 10^{-7}$           | 0.045                  |
| $9/8025 \times 10^{-7}$           | 0.047                  |
| $10/504 \times 10^{-7}$           | 0.049                  |

جدول ۳ نشان می‌دهد که کاهش قطر و همچنین حجم داخلی قطعه کار سبب کاهش بیش‌تر ضریب خودالقائی معادل می‌شود و این رفتار با نتایج تجربی بیان شده در مرجع [۱۱] سازگاری دارد. روابط تجربی موجود در

در شکل ۱۱ مشخصات سیم پیچ مطابق اطلاعات موجود در جدول ۱ می‌باشد. در این نمودار تغییرات شار مغناطیسی- جریان الکتریکی مربوط به سیم پیچ بدون قطعه کار و سیم پیچ به همراه قطعه کار ارائه شده است. ملاحظه می‌گردد که قرار گرفتن قطعه کار در مجاورت سیم پیچ موجب کاهش شیب نمودار شده است. خط راستی که در نمودار رسم شده، با بهترین تقریب از نقاط نمودار مربوط به سیم پیچ و قطعه کار عبور داده شده است. لذا شیب این خط برابر ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ و قطعه کار می‌باشد.

در این جا به منظور بررسی تأثیر اندازه قطر قطعه کار در تغییرات ضریب خودالقائی، قطعه کارهایی با قطرهای مختلف مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار گرفته‌اند و ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ و قطعه کار برای آن‌ها محاسبه شده است. جدول ۳ نتایج مربوطه را نشان می‌دهد.

سیم پیچ ایفا می کند، به وضوح سبب کاهش ضریب خودالقائی سیم پیچ می شود. این پدیده با معادله (۱۲) سازگاری دارد. همچنین نتایج جدول ۳ نیز نشان می دهند که کاهش قطر قطعه کار، که اثری مشابه افزایش نسبت  $V_C/V_S$  در معادله (۱۲) دارد، موجب کاهش شدیدتر ضریب خودالقائی سیم پیچ می شود. این رفتار نیز با معادله (۱۲) سازگار است.

لازم به توجه است، همان طور که انتظار می رود، نتایج فوق به دامنه جریان وابسته نیستند. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهد که کم تر یا بیش تر کردن دامنه جریان تغییری در نتایج فوق ایجاد نمی کند.

### نتیجه گیری

در اعتبارسنجی نتایج در شکل ۸ نشان داده شد که ضریب خودالقائی با روشی که مورد استفاده قرار گرفت، با خطایی در حدود ۱ درصد قابل محاسبه است. لذا نتایج جدول ۳ دارای دقت محاسباتی قابل قبولی می باشند. نمودار ۱۱ و نتایج جدول ۳ نشان می دهند که ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ، همان طور که انتظار می رود، با قرار گرفتن قطعه کار در خارج آن کاهش پیدا کرده است. داده های جدول ۳ نشان می دهند که ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ و قطعه کار، با افزایش قطر قطعه کار نسبت به سیم پیچ افزایش می یابد. این روند نیز با نتایج تجربی مرجع [۱۱] سازگار است.

در کارهای آتی می توان همین بررسی را در مورد فرآیند انقباض الکترومغناطیسی استوانه انجام داده و رابطه ای مشابه با آنچه در مرجع [۱۰] مطرح شده را برای محاسبه ضریب خودالقائی اصلاح شده در این فرآیندها در نظر گرفت و پارامترهای آن را توسط شبیه سازی برای حالت های مختلف به دست آورد.

مرجع [۱۱] نشان می دهند که چنانچه یک محفظه بسته فلزی، یک سیم پیچ را احاطه کرده باشد، هرچه نسبت حجم محفظه به حجم فضای داخلی سیم پیچ کم تر شود، ضریب خودالقائی معادل سیم پیچ نیز کم تر می شود. رابطه تجربی مربوط به ضریب خودالقائی اصلاح شده سیم پیچ استوانه ای که در مرجع [۱۱] مطرح شده، مطابق معادله (۱۲) می باشد.

$$L = L_0 \left( 1 - \frac{2V_C a}{3V_S K} \right) \quad (12)$$

در معادله (۱۲)،  $L_0$  ضریب خوالقائی سیم پیچ بدون محفظه خارجی،  $L$  ضریب خودالقائی اصلاح شده سیم پیچ در اثر وجود محفظه خارجی،  $V_C$  حجم فضای داخلی سیم پیچ،  $V_S$  حجم محفظه خارجی احاطه کننده سیم پیچ،  $K$  یک عدد کوچک تر از ۱ (وقتی طول سیم پیچ با قطر آن برابر باشد، تقریباً  $K = 0.7$  خواهد بود [۱۱]) و  $a$  یک ضریب وابسته به فرکانس، ابعاد هندسی، نفوذپذیری مغناطیسی و مقاومت الکتریکی جنس محفظه است. تعیین ضرایب  $K$  و  $a$  مستلزم انجام تست های تجربی است.

البته به دلیل این که رابطه (۱۲) برای یک محفظه کاملاً بسته ارائه شده است و در این جا دو انتهای قطعه کار استوانه ای باز می باشد، لذا نتایج عددی این رابطه را نمی توان مستقیماً با نتایج این مقاله مقایسه نمود. اما رابطه (۱۲) به وضوح نشان می دهد که  $L$  در هر شرایطی کم تر از  $L_0$  است. همچنین، بدیهی است که افزایش نسبت  $V_C/V_S$  (که به معنای کوچک تر شدن ابعاد محفظه احاطه کننده سیم پیچ است) سبب کاهش شدیدتر  $L$  نسبت به  $L_0$  می شود. همان طور که قبلاً اشاره شد، نتایج شبیه سازی (شکل ۱۱) نشان می دهد که وجود قطعه کار، که در این جا نقشی مانند یک محفظه نیمه باز را در اطراف

## مراجع

- [7] Unger, J., Stiemer, M., Svendsen, B. and Blum, H., "Multifield modeling of electromagnetic metal forming processes", J. Mat. Proc. Tech., Elsevier, 177 (2006) 270–273.
- [8] Wang, L., Chen, Z.Y., Li, C.X. and Huang, S.Y., "Numerical simulation of the electromagnetic sheet metal bulging process", Int. J. Adv. Manuf. Tech., Springer-Verlag, 30 (2006) 395–400.
- [9] Boast, W.B., "Vector Fields", 2nd Ed., Harper & Row Pub., New York (1964).
- [10] Motoasca, T.E., "Electrodynamics in Deformable Solids for Electromagnetic Forming", PhD Thesis, Department of Electrical Engineering, Delf University, Netherlands, (2003).
- [11] Pender, H., "Electrical Engineering's Handbook", 4th Ed., Knox Mcilwain, John Wiley & Sons, New York (1950).
- [12] Göbl, N., "Unified calculating method of equivalent circuits of the electromagnetic forming tools", Ph.D. Thesis, Technical University of Budapest, (1978).
- [1] Murakoshi, Y., Takahashi, M., Sano, T., Hanada, K. and Negishi, H., "Inside bead forming of aluminium tube by electromagnetic forming", J. Mat. Proc. Tech., ELSEVIER, 80-81 (1998) 695-699.
- [2] Fenton, G.K. and Daehn, G.S., "Modeling of electromagnetically formed sheet metal", J. Mat. Proc. Tech., ELSEVIER, 75 (1998) 6-16.
- [3] Chunfeng, L., Zhiheng, Z., Jianhui, L., Yongzhi, W. and Yuying, Y., "Numerical simulation of magnetic pressure in tube electromagnetic bulging", J. Mat. Proc. Tech., ELSEVIER, 123 (2002) 225-228.
- [4] El-Azab, A., Garnich, M. and Kapoor, A., "Modeling of the electromagnetic forming of sheet metals: state-of-the-art and future needs", J. Mat. Proc. Tech., Elsevier, 142 (2003) 744–754.
- [5] Mamalis, A.G., Manolakos, D.E., Kladas, A.G. and Koumoutsos, A.K., "Physical principles of electromagnetic forming process: a constitutive finite element model", J. Mat. Proc. Tech., ELSEVIER, 161 (2005) 294-299.
- [6] Oliveira, D.A., Worswick, M.J., Finn, M. and Newman, D., "Electromagnetic forming of aluminium alloy sheet: Free-form and cavity fill experiments and model", J. Mat. Proc. Tech., Article in press, ELSEVIER, (2005).