

بررسی مسیرگسترش ترک در یک قطعه تحت باربرشی خالص

مجید رضا آیت اللهی و احمد زنبیل باف

چکیده: میزان خسارت های ناشی از شکست ترد می تواند بستگی قابل ملاحظه ای به مسیر رشد ترک داشته باشد. به همین دلیل تبیین روش های تئوری مناسب جهت تخمین مسیر شکست در قطعات و سازه های ترکدار از اهمیت ویژه ای برخوردار است. به این منظور قبلاً روش هایی پیشنهاد شده است ولی کاربرد این روشها عمدتاً فقط برای بارگذاری مود I خالص مورد مطالعه قرار گرفته است. هدف از این مقاله ارزیابی دو روش مختلف، موسوم به روش "رشد نموی ترک" و روش "شرایط آستانه شکست" در تخمین مسیر شکست در یک قطعه ترکدار تحت بار مود II خالص می باشد. نتایج تجربی شکست برای قطعه موردنظر از قبل موجود است. لذا نتایج تئوری حاصل از دو روش فوق را می توان با نتایج تجربی مقایسه نمود. به منظور بررسی اثر ترم های بالاتر تنش روی مسیر تخمین شکست، حالت های مختلفی نیز برای محاسبه تنش محیطی در نظر گرفته می شود. نتایج مقاله نشان می دهد که هر دو روش فوق الذکر می توانند تخمین قابل قبولی را از مسیر تجربی شکست در قطعه مورد نظر ارائه نمایند.

واژه های کلیدی: ترک، بار برشی، شکست ترد، مسیر شکست

۱. مقدمه

شکست ترد یکی از حالت های مهم در واماندگی مکانیکی در قطعات مهندسی به شمار می رود. شکست ترد در قطعات ترک دار غالباً وقتی رخ می دهد که میزان تغییر شکل پلاستیک در قطعه فقط محدود به ناحیه کوچکی در اطراف نوک ترک باشد. رشد ترک در این حالت معمولاً بسیار سریع است، بگونه ای که در مدت زمان کوتاهی منجر به جدایش نهایی در قطعه می گردد. تاکنون معیارهای متعددی جهت بررسی شکست ترد تحت بارگذاری مرکب پیشنهاد شده است. توسط این معیارها می توان زاویه شروع شکست و همچنین بارگذاری بحرانی مربوط به شکست ترد را تخمین زد.

یکی از معیارهایی که مکرراً توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته معیار حداکثر تنش محیطی [1] می باشد. براساس این معیار، ترک تحت بارگذاری مرکب در امتدادی شروع به رشد می کند که در آن امتداد تنش محیطی حداکثر مقدار را داشته باشد. همچنین شکست ترد وقتی رخ می دهد که تنش محیطی در این امتداد به یک مقدار بحرانی برسد. مشابه این معیار، معیارهای دیگری نیز که بجای پارامتر تنش محیطی از پارامترهای دیگر مکانیکی استفاده می کنند پیشنهاد شده است. بعنوان مثال می توان از معیار حداکثر نرخ آزاد سازی انرژی [2]، معیار حداقل دانسیته انرژی کرنشی [3]، معیار حداکثر کرنش محیطی [4] و موارد مشابه آن نام برد.

از آنجا که رشد بسیار سریع ترک در شکست ترد، تحمل بار توسط قطعه ترک دار را بلافاصله منتفی می سازد، معیارهای فوق الذکر عملاً فقط لحظه شروع شکست را بررسی کرده، مسیر رشد ترک را مورد توجه قرار نمی دهند. با این وجود، مسیر گسترش ترک پس از شروع شکست ترد می تواند در بسیاری از مسائل عملی از اهمیت به سزایی برخوردار باشد. این اهمیت بیشتر مربوط به ارزیابی حجم خرابی ناشی از

مقاله در تاریخ ۱۳۸۱/۴/۱۲ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۱/۹/۱۸ به تصویب نهایی رسیده است.

دکتر مجید رضا آیت اللهی دانشیار دانشکده مکانیک، آزمایشگاه تحقیقاتی خستگی و شکست دانشگاه علم و صنعت ایران، m.ayat@iust.ac.ir

احمد زنبیل باف کارشناس ارشد مهندسی مکانیک،
ahmadzn_20001@hotmail.com

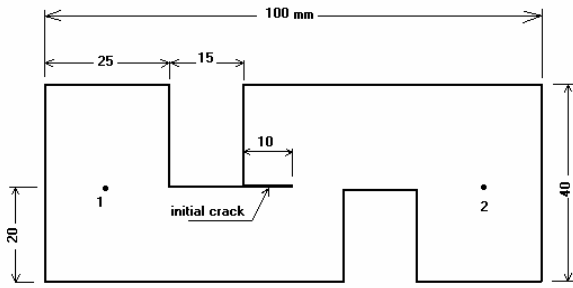
مدلسازی اجتناب ناپذیر به نظر می رسد. با پیگیری هندسه ترک در طول رشد تدریجی آن، مسیر شکست در قطعه تخمین زده می شود. در روش دوم بدون در نظر گرفتن هیچ گونه رشد تدریجی برای ترک، مسیر رشد ترک بر اساس توزیع پارامترهای مکانیکی مانند تنش، کرنش و مشابه آن درست در آستانه شکست تخمین زده می شود. بعنوان مثال برای تخمین مسیر شکست براساس معیار حداکثر تنش محیطی [10, 11] کافی است که ابتدا توزیع تنش محیطی در قطعه ترک دار را از روش های تحلیلی یا عددی بدست آورد. سپس مکان هندسی نقاط حداکثر تنش محیطی بر روی مجموعه دوایری هم مرکز با نوک ترک مشخص کننده مسیر تخمینی برای رشد ترک می باشد. مشابه این کار بر مبنای معیارهای دیگر مانند معیارهای حداکثر کرنش محیطی، حداقل دانستیه انرژی کرنشی و حداکثر تنش اصلی نیز انجام گرفته است [11, 12]. مقایسه نتایج بدست آمده از دو روش فوق با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که تخمین مسیر شکست از این روشها برای ترک های داخلی موجود در قطعات بزرگ، با مسیر واقعی بسیار نزدیک است [10, 11]. برای ترک های لبه ای اگرچه دقت روش تحلیلی درمقایسه با ترکهای داخلی کمتر است ولی هنوز پاسخ قابل قبولی را می توان از این روش ها بدست آورد [10]. دقت جواب ها همچنین به معیار مورد استفاده بستگی دارد. بعنوان مثال پاسخ های بدست آمده از معیار حداقل دانستیه انرژی کرنشی در مقایسه با معیار حداکثر تنش محیطی در برگزیده خطای بیشتری می باشد [11].

مروری بر مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی انجام گرفته در این زمینه نشان می دهد که تحقیقات قبلی عمدتاً روی قطعاتی انجام گرفته است که در آنها ترک تحت بارگذاری مود I خالص و یا بارگذاری مرکب قرار دارد. هدف از این تحقیق بررسی روش رشد نموی و روش شرایط آستانه شکست در تخمین شکست در قطعه ای است که تحت بارگذاری مود II خالص قرار می گیرد. مسیر تجربی رشد ترک در این قطعه قبلاً گزارش شده است [13]. لذا امکان ارزیابی دقت این دو روش از طریق مقایسه با نتایج تجربی موجود است. همچنین به منظور بررسی اثر ترمهای بالاتر تنش روی دقت جوابهای تحلیلی، نتایج این تحقیق برای ترکیب های گوناگونی از ترم های موجود در سری تنش [6] مورد مطالعه قرار می گیرد.

شکست ترد می گردد. میزان آسیب وارده به سازه و در نتیجه هزینه های اقتصادی تحمیل شونده توسط آن می تواند بسته به مسیرگسترش ترک، تفاوت های قابل ملاحظه ای داشته باشد.

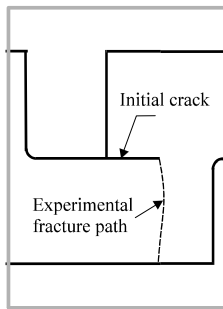
به منظور تعیین مسیر گسترش ترک و عوامل موثر بر پایداری آن مطالعات متعددی صورت گرفته است. در ترک هایی که تحت بارگذاری مود I قرار دارند، رشد ترک همیشه در امتداد ترک اولیه شروع می شود و علت آن شرایط تقارن تنش ها و کرنش ها در اطراف ترک می باشد. منتها نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که فقط در برخی از حالات بارگذاری است که مسیر رشد ترک در امتداد اولیه پایدار باقی مانده و از مسیر خود منحرف نمی شود. کنترل [5] رفتار ترک پس از شروع شکست را به ترمهای بالاتر تنش نسبت داد. بطور کلی می توان نشان داد که تنش های الاستیک در اطراف ترک بصورت یک بسط سری با بینهایت ترم می باشد. ترم اول این سری همان ترم تکین است که بطور معمول از آن برای تخمین شروع شکست استفاده می شود. کنترل [5] با مطالعه ای دقیق تر نشان داده است که ترمهای بعدی نیز می توانند نقش مهمی در رفتار ترک در مود I داشته باشند. براساس مطالعات تئوری وی ترم دوم سری که یک ترم ثابت بوده و معمولاً به نام ترم T شناخته می شود، عامل تعیین کننده اصلی در پایداری مسیر گسترش ترک است. در قطعاتی که T در آنها منفی است مسیر شکست ترد پایدار باقی می ماند و بالعکس در قطعاتی که T در آنها مثبت است ترک پس از طی مسافتی از مسیر اولیه منحرف می گردد. اگرچه نتایج ارائه شده توسط کنترل [5] نقش مهم ترم T در تعیین پایداری مسیر شکست ترد را آشکار نمود ولی قادر به تخمین مسیر رشد ترک نبود. مطالعات انجام گرفته جهت تعیین مسیر گسترش به دو روش عمده منتهی شده است:

۱- روش رشد نموی ۲- روش شرایط آستانه شکست. در روش اول، رشد تدریجی ترک براساس یکی از پارامترهای مهم مکانیکی مانند دانستیه انرژی کرنشی [7]، نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی [8]، ضریب شدت تنش [9] مدل سازی می شود. به این منظور ضمن انتخاب نومعینی برای هر مرحله از رشد ترک، هندسه ترک همواره در حال اصلاح بوده، طول آن بر مبنای شرایط بحرانی پارامترهای مکانیکی فوق الذکر مرتباً افزایش می یابد. با توجه به خارج شدن قطعه ترکدار از حالت ساده اولیه و تغییرات دائمی شکل ترک در آن، استفاده از روش های عددی مانند روش اجزاء محدود در این گونه



شکل ۱. ابعاد قطعه (بر حسب میلی متر) و ترک اولیه در آن

چندین نمونه از قطعه مورد بحث قبلا تحت آزمایش شکست قرار گرفته و نتایج مربوط به بار بحرانی و امتداد شروع شکست ترد به تفصیل در مرجع [13] ذکر شده است. نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که میانگین بار بحرانی شکست برابر با ۲۶۵۰ نیوتن است. مسیرتجربی رشد ترک که از طریق آزمایش تعیین شده است نیز در شکل (۲) مشاهده می شود. این مسیرتجربی ملاک مقایسه نتایج تئوری حاصل از این تحقیق قرار می گیرد.



شکل ۲. ناحیه اطراف ترک اولیه و مسیر تجربی شکست [۱۳]

نمونه مود II خالص با مشخصات فوق الذکر، توسط نرم افزار انسیس (Ansys) مدلسازی گردید که طراحی مش آن در شکل (۳) آمده است. در اطراف نوک ترک ۱۹ حلقه المانی در نظر گرفته شده که هر حلقه شامل ۶۰ المان کرنش صفحه ای هشت گرهی می باشد. در اولین حلقه از نوک ترک از المان های تکین که در نرم افزار موجود است، استفاده شده است. این نوع المان می تواند تنش های اطراف نوک ترک را با دقت بالاتری محاسبه نماید.

مطابق با نتایج تجربی، باری کششی معادل با ۲۶۵۰ نیوتن در نقاط بارگذاری به قطعه اعمال می شود. نتایج بدست آمده از تحلیل المان محدود نشان می دهد که نسبت ضریب شدت تنش مود II به مود I (k_{II}/k_I) برابر با ۲۰۸۷ است. لذا با توجه به بزرگ بودن این نسبت، می توان نمونه را بعنوان قطعه ای تحت بارگذاری مود II منظور نمود.

۲. قطعه مورد بررسی

در این قسمت ضمن یادآوری روابط حاکم بر تنش های الاستیک در اطراف ترک، قطعه ترکداری که در این تحقیق مورد مطالعه قرار می گیرد شرح داده می شود. در دستگاه مختصات قطبی، تنش های الاستیک موجود در اطراف ترک را می توان بصورت یک بسط با بینهایت ترم نمایش داد [6]. بطور خاص تنش محیطی $\sigma_{\theta\theta}$ بصورت زیر نوشته می شود :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{1/2}) \quad (1)$$

که در رابطه فوق k_I و k_{II} به ترتیب ضرایب شدت تنش حاصل از مود I و مود II بارگذاری بوده، θ و r مختصات دستگاه قطبی را بیان می نمایند. ترم T یک ترم ثابت و مستقل از فاصله از نوک ترک بوده و $O(r^{1/2})$ اثر ترمهای بالاتر تنش را نمایش می دهد. در بارگذاری خالص مود I، مقدار k_{II} صفر بوده و بطور مشابه در بارگذاری برشی خالص (مود II)، مقدار k_I صفر می باشد. مقادیر k_I و k_{II} و T بستگی مستقیم به هندسه قطعه و نحوه بارگذاری آن دارند. روشهای تحلیلی و عددی متعددی برای محاسبه k_I و k_{II} موجود می باشد. محاسبه T برای قطعات نسبتاً پیچیده تر عمدتاً از روشهای عددی صورت می گیرد. به ویژه روش اجزاء محدود بعنوان روشی مناسب و جامع جهت محاسبه T شناخته شده است [14].

رابطه (۱) در مورد همه قطعات الاستیک ترک دار که تحت بارگذاری داخل صفحه ای قرار می گیرند صادق است. همین رابطه برای بررسی تنش محیطی در نمونه استفاده شده در این تحقیق بکار گرفته می شود. نمونه مورد نظر که در شکل (۱) ابعاد و اندازه آن ارائه شده، از جنس یک نوع پلیمر ترد به نام PMMA می باشد. ضخامت نمونه ۲۰ میلی متر و مدول یانگ و نسبت پواسان آن به ترتیب ۲۸۰۰ مگاپاسکال و ۰/۳۸ می باشند. مطابق شکل، طول ترک در این قطعه ۱۰ میلی متر است. با اعمال یک بارکششی در نقاط ۱ و ۲ در قطعه، ناحیه اطراف ترک تحت برش خالص قرار می گیرد، بدین مفهوم که لبه های ترک بدون باز شدگی به موازات یکدیگر می لغزند. صحت این موضوع در ادامه از نتایج مدلسازی اجزاء محدود به اثبات می رسد.

اول (حالت "ترم تکین") فرض می‌شود که فقط از ترم تکین موجود رابطه (۱) بتوان برای تعیین تنش محیطی استفاده کرد. در این حالت رابطه (۱) بصورت:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] \quad (2)$$

ساده می‌شود. در حالت دوم (حالت "ترم تکین +T") علاوه بر ترم تکین تنش، ترم دوم (ترم T) نیز در محاسبه تنش محیطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نتیجه فقط دو ترم اول رابطه (۱) بصورت زیر:

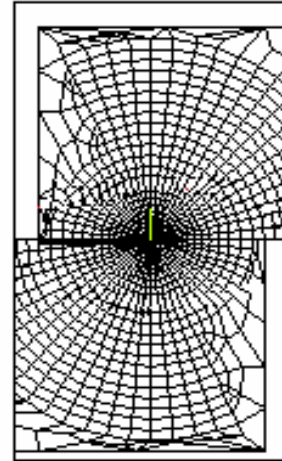
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[k_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} k_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta \quad (3)$$

در محاسبات منظور می‌شود. برای تعیین رابطه ریاضی حاکم بر توزیع تنش محیطی در این دو حالت کافی است که ضرایب شدت تنش و همچنین ترم T را از نتایج مدلسازی اجزاء محدود استخراج نمود. در حالت سوم (حالت "مستقیم")، تنش محیطی مستقیماً از توزیع تنش حاصل از تحلیل اجزاء محدود بدست می‌آید. هدف از در نظر گرفتن سه حالت مختلف فوق، بررسی این موضوع است که کدام یک از سه حالت در نظر گرفته شده بجای تنش محیطی، می‌تواند تخمین دقیق تری از مسیر شکست ارائه دهد.

۳-۱. روش رشد نموی:

در این روش فرض می‌شود که مسیر شکست از تعداد زیادی نمو کوچک و تدریجی رشد ترک تشکیل می‌گردد. ابتدا قطعه ترک دار اولیه تحت بار تجربی شکست قرار گرفته، امتداد حداکثر تنش محیطی از مطالعه تنش‌های اطراف ترک (روابط ۱ تا ۳) تعیین می‌گردد. طبق معیار حداکثر تنش محیطی نمو مشخص و از پیش فرض شده ای برای ترک در امتداد فوق‌الذکر منظور می‌شود. سپس ترک رشد پیدا کرده مجدداً مدلسازی شده، امتداد جدیدی برای نمو بعدی تعیین می‌شود. با تکرار این عملیات به اندازه کافی، مسیر شکست در قطعه ترک دار تخمین زده می‌شود. در این روش لازم است که بعد از هر نمو در رشد ترک، قطعه از ابتدا المان بندی شده، بطور خاص المانهای اطراف ترک تجدید آرایش یابند.

قبل از اولین مرحله رشد ترک، قطعه موجود تحت مود II خالص است. ولی بلافاصله پس از اولین مرحله افزایش طول، ترک تحت بارگذاری مرکب قرار می‌گیرد. لذا لازم است که علاوه بر k_{II} و تنش T، ضریب شدت تنش k_I نیز در



شکل ۳. نحوه المان بندی قسمت مرکزی قطعه در نرم افزار

در این حالت ضریب شدت تنش k_{II} برابر با $MPa\sqrt{mm}$ ۷۴۷/۴۱ بدست آمد. همچنین مقدار تنش T طبق روش پیشنهاد شده در مرجع [14] محاسبه گردید. در این روش تنش T با استفاده از مولفه های تنش بدست آمده از تحلیل اجزاء محدود بر روی لبه های ترک تعیین می‌گردد. چنانچه مولفه موازی با ترک تنش با σ_{xx} نمایش داده شود، تنش T از رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$T = (\sigma_{xx}^+ + \sigma_{xx}^-) / 2$$

که علامت مثبت و منفی منظور شده در این رابطه به تنش σ_{xx} در نقاطی متناظر با یکدیگر روی لبه های بالایی و پایینی ترک مربوط می‌شود. جزئیات بیشتر روش در مرجع [14] شرح داده شده است. بر اساس نتایج بدست آمده از تحلیل اجزاء محدود مقدار تنش T در قطعه موجود (قبل از هر گونه رشدی در ترک اولیه) معادل با ۷۱/۱۴ مگاپاسکال تعیین گردید.

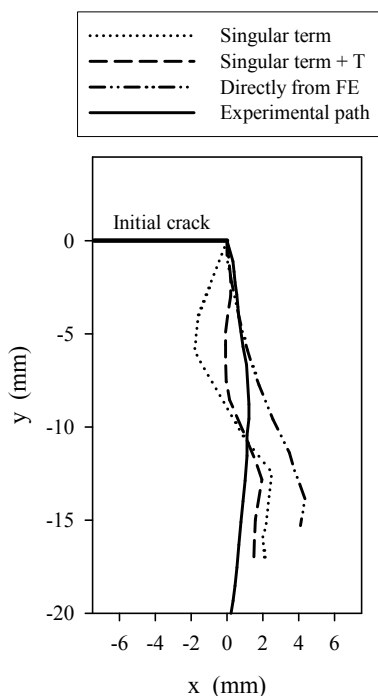
۳. تعیین مسیر شکست

در این قسمت از هر دو روش مذکور در بخش اول یعنی روش رشد نموی و روش شرایط آستانه شکست استفاده شده، مسیر شکست در قطعه ترک دار تخمین زده می‌شود. استفاده از هر یک از این روش‌ها مستلزم انتخاب یکی از معیارهای شکست موجود در بارگذاری مرکب است. به این منظور در مقاله حاضر معیار حداکثر تنش محیطی انتخاب می‌گردد. لذا تنش محیطی پارامتر اصلی در تعیین شرایط شروع و ادامه شکست در نظر گرفته می‌شود. برای توصیف تنش محیطی در قطعه مورد بررسی، سه حالت مختلف بکار گرفته می‌شود. در حالت

شود که نتایج مربوط به حالت $\Delta a = 1$ میلی متر از مطابقت بهتری با نتایج تجربی برخوردار است.

۳-۲. روش آستانه شکست:

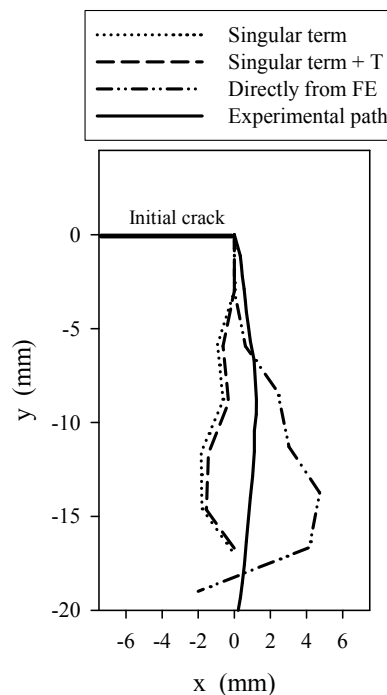
در این روش فرض می شود که درست در آستانه شکست توزیع تنش محیطی در قطعه می تواند برای تخمین مسیر شکست مورد استفاده قرار گیرد .



شکل ۵. مسیر تخمین زده شده برای رشد ترک بر اساس روش گسترش نموی با گام ۱ میلی متری در مقایسه با مسیر تجربی

براساس این روش، مسیر گسترش ترک مکان هندسی نقاط حداکثر تنش محیطی روی مجموعه دایری هم مرکز با نوک ترک خواهد بود. به منظور پیدا کردن نقاط حداکثر تنش محیطی لازم است که آرایش المان ها در اطراف نوک ترک بگونه ای باشد که مطابق شکل ۳ گره ها روی محیط دایری با مرکز نوک ترک واقع گردند. لذا استفاده از تسهیلات المان بندی آزاد که در نرم افزار ANSYS موجود است برای این روش مناسب نخواهد بود.

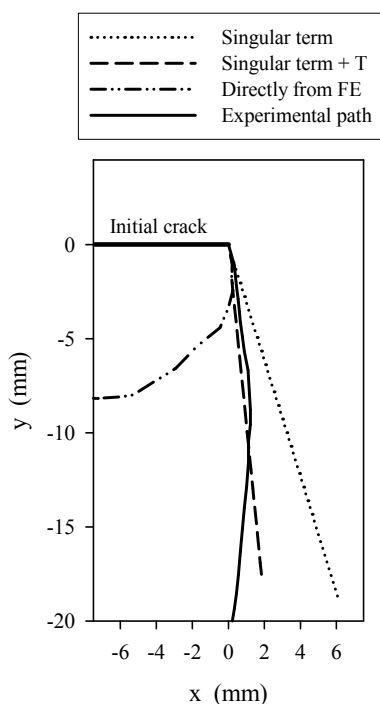
هر مرحله بطور مجزا محاسبه گردد. فرآیند فوق الذکر برای قطعه ترک دار شرح داده شده در قسمت قبل مورد استفاده قرار گرفت و مسیر شکست پیش بینی گردید. این فرآیند برای دو گام مختلف رشد ترک یعنی $\Delta a = 1\text{ mm}$ و $\Delta a = 3\text{ mm}$ تکرار گردید تا اثراندازه گام انتخابی روی پاسخ های بدست آمده از روش محاسباتی مورد مطالعه قرار گیرد. شکل ۴ نتایج حاصله برای گام انتخابی $\Delta a = 3$ میلی متر را نشان می دهد .



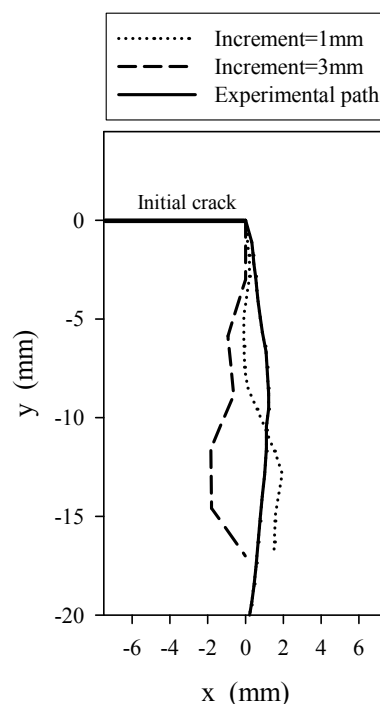
شکل ۴. مسیر تخمین زده شده برای رشد ترک بر اساس روش گسترش نموی با گام ۳ میلی متری در مقایسه با مسیر تجربی

در این شکل علاوه بر مسیر تجربی شکست (که از آزمایشات قبلی بدست آمده است)، مسیر تخمینی شکست برای سه حالت مختلف $\sigma_{\theta\theta}$ نمایش داده شده است : حالت "ترم تکین"، حالت "ترم تکین+T" و حالت "مستقیم". مشابه این محاسبات برای گام انتخابی $\Delta a = 1$ میلی متر نیز انجام پذیرفت که نتایج آن در شکل ۵ مشاهده می شود.

این نتایج در ادامه مورد بحث قرار خواهد گرفت منتها در یک مرور اولیه ملاحظه می شود که نتایج مربوط به حالت "ترم تکین +T" در مقایسه با دو حالت دیگر مطابقت بهتری با نتایج تجربی دارد. لذا در شکل ۶ بطور مجزا نتایج حاصله از این حالت برای دو گام انتخابی $\Delta a = 1\text{ mm}$ و $\Delta a = 3\text{ mm}$ نشان داده شده و مقایسه گردیده اند. از این شکل مشاهده می



شکل ۷. مسیر تخمین زده شده برای رشد ترک بر اساس روش شرایط آستانه شکست



شکل ۶. مسیر تخمین زده شده برای رشد ترک در حالت ترم تکین + T با دو گام ۱ و ۳ میلی متری در مقایسه با مسیر تجربی

برای حالت "مستقیم" تنش محیطی روی دواير مورد نظر مستقیماً از نتایج اجزاء محدود بدست می آید. نتایج حاصل از روش آستانه شکست برای هر یک از سه حالت فوق در شکل ۷ نشان داده شده است. مجدداً در این شکل مشاهده می شود که نتایج حاصله از حالت "ترم تکین +T" به مسیرواقعی شکست نزدیک تر است.

۴. بحث روی نتایج

مروری بر شکل های ۴ تا ۷ نشان می دهد که هر دو روش بکار گرفته شده در این مقاله در حالت کلی مسیر گسترش ترک را در همان قطاع یا ناحیه از نوک تخمین می زنند که شکست بصورت واقعی رخ می دهد. بطور تقریبی این قطاع در برگیرنده ناحیه محصور شده بین زوایای ۷۵ - الی ۱۱۰ - درجه از امتداد ترک می باشد. منتها با فاصله گرفتن از نوک ترک، در برخی از حالات اختلاف بین نتایج تئوری و تجربی مشهود و قابل ملاحظه می شود. بعنوان مثال نتایج حالت تنش محیطی مستقیم در شکل های ۵ و ۷ در ابتدا مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد ولی در ادامه اختلاف بین آنها بطور ناگهانی افزایش می یابد. مقایسه شکل های ۴ و ۵ نشان می دهد که در روش رشد نموی ترک نتایج بدست آمده برای حالت "ترم تکین +T" در مقایسه با دو حالت دیگر دقت بالاتری

در روش آستانه شکست ابتدا قطعه تحت بار تجربی شکست یعنی ۲۶۵۰ نیوتن قرار می گیرد. سپس تغییرات تنش محیطی روی گره های هر یک از دواير فوق الذکر تعیین شده و از روی آن موقعیت نقطه حداکثر تنش محیطی در دایره مربوطه مشخص میگردد. پس از مشخص شدن این نقطه برای هر یک از دواير و وصل کردن این مجموعه نقاط، مسیر گسترش ترک تخمین زده می شود. از آنجا که در این روش، رشد تدریجی برای ترک منظور نمی شود و قطعه تحت مود II خالص است مقدار k_I در روابط ۱ و ۲ و ۳ صفر خواهد بود. مجدداً در اینجا نیز از سه حالت مختلف برای محاسبه تنش محیطی استفاده می شود.

با توجه به مقادیر $k_{II} = 747/41 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ و MPa و $T=71/14$ که قبلاً محاسبه گردیده اند، توزیع تنش محیطی در حالت "ترم تکین" از رابطه ۲ بصورت زیر:

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{-447.3}{\sqrt{r}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

و در حالت "ترم تکین +T" از رابطه (۳) بصورت زیر تعیین می شود:

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{-447.3}{\sqrt{r}} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} + 71.14 \sin^2 \theta \quad (5)$$

جدیدی پیدا کند. طبیعی است که این آرایش جدید روی مسیر تخمینی برای ترک در مرحله بعد اثر گذار خواهد بود. ولی در روش شرایط آستانه شکست فرض می شود که سرعت رشد ترک به اندازه ای زیاد است که همان شرایط موجود در لحظه شروع شکست تاحد زیادی تعیین کننده مسیر رشد ترک خواهد بود. این فرض با مشاهدات تجربی فوق الذکر مطابقت بیشتری دارد.

همانطور که قبلاً ذکرگردید روشهای تئوری برای تخمین مسیر شکست قبلاً توسط محققین متعددی بکار گرفته شده اند. منتها مطالعات قبلی غالباً به ترکهای مود I محدود می شود. هدف از تحقیق موجود بررسی و کاربرد روشهای شناخته شده در این زمینه روی نمونه قطعه ای است که رشد ترک در آن به صورت شکست ترد و تحت بار خالص مود II انجام می پذیرد. نتایج قبلی در حالت مود I نشان می دهد معیار حداکثر تنش محیطی معیار مناسبی برای پیش بینی تقریبی مسیر شکست ترد است [9, 10, 11]. نتایج این مقاله برای قطعه موجود نشان می دهد که معیار حداکثر تنش محیطی برای مطالعه مسیر شکست ترد در مود II نیز مناسب می باشد. تذکر این نکته ضروری است که مشابه مطالعات قبلی در مود I، پیش بینی دقیق مسیر شکست درحالت کلی غیرعملی بوده و از روش های موجود فقط انتظار می رود که بتوانند مسیر گسترش ترک را در همان ناحیه ای محاسبه نمایند که نتایج تجربی نشان می دهد. در همین چارچوب می توان نتایج حاصل از تحقیق موجود را مطلوب و مناسب تلقی نمود. مروری بر شکل های ۴ و ۵ و ۷ بیانگر این موضوع است که به منظور استفاده از معیار حداکثر تنش محیطی مناسب ترین حالت، حالتی است که برای محاسبه تنش محیطی علاوه بر ترم تکین، ترم T نیز منظور می شود. مشابه این نتیجه در مورد شکست در مود I نیز قبلاً گزارش شده است. بعنوان مثال تحقیقات انجام شده [5, 15] نشان می دهد که ترم T نقشی تعیین کننده و اساسی در تعیین مسیر شکست و احتمال انحراف آن ایفا می کند. استفاده از ترم تکین به تنهایی خطای قابل ملاحظه ای را پدید می آورد.

درحالت تنش محیطی "مستقیم"، مقادیر تنش محیطی مستقیماً از نتایج اجزاء محدود تعیین می گردد. لذا می توان انتظار داشت که مقادیر تنش محیطی از مقادیری که در دو حالت دیگر (حالت ترم تکین و حالت ترم تکین + T) منظور می شود دقیق تر باشد. افزایش دقت تنش های محیطی بطور خاص در نواحی دور تر از نوک ترک که اثر ترمهای بالاتر تنش

را برای فواصل طولانی تر از نوک ترک ارائه می دهد. همچنین گام انتخابی برای هر نمورشد ترک نیز روی پاسخ های حاصله تاثیرگذار است. براساس شکل ۶ می توان ملاحظه نمود که دقت نتایج حالت "ترم تکین + T" برای گام ۱ میلی متر از نتایج گام ۳ میلی متر دقیق تر بوده و به جوابهای تجربی نزدیک تر است. بطور کلی همانطور که نتیجه کار محققین دیگر نشان می دهد انتخاب گام مناسب برای رشد ترک ملاک و معیار واحد یا تعریف شده ای ندارد و معمولاً انتخاب آن به عهده تحلیل گر می باشد. استفاده از گام های کوچک می تواند دقت بالاتری را همراه داشته باشد ولی در برگیرنده حجم محاسباتی بالاتر و تعداد تحلیل های بیشتری نیز می گردد.

مسیری که برای شکست از روش شرایط آستانه شکست تخمین زده می شود برای سه حالت مختلف نشان داده شده در شکل ۷ تفاوت قابل ملاحظه ای دارد. مطابقت پاسخ های تئوری و نتایج عددی فقط در ناحیه کوچکی در نزدیکی ترک قابل قبول است. با دور شدن از نوک ترک نتایج حالت "ترم تکین" و حالت "مستقیم" از مسیر تجربی فاصله می گیرد. در حالت ترم تکین، برای مسیر تخمینی شکست یک خط راست حاصل می شود. در حالت "تنش مستقیم" مسیرتئوری بصورت ناگهانی به پشت ترک منحرف می شود. ولی نتایج حاصل از حالت "ترم تکین + T" مطابقت بسیار خوبی را با نتایج تجربی نشان می دهد.

با مقایسه شکل های ۴ و ۵ و ۷ می توان دریافت که مسیر تخمین زده شده برای رشد ترک از روش شرایط آستانه شکست از تغییرات ناگهانی موضعی کمتری نسبت به روش رشد نموی برخوردار است. این موضوع می تواند بیشتر به دلیل پیچیدگی هندسی ترک درحال رشد و خطاهای عددی ناشی از المانهای ریزاطراف ترک باشد. همچنین پاسخ های بدست آمده از روش آستانه شکست بخصوص درحالت "ترم تکین + T" در مقایسه با روش رشد نموی مطابقت بهتری با مسیر تجربی شکست دارد. این مطابقت بهتر می تواند مربوط به نحوه رشدترک در آزمایش گردد. مشاهدات تجربی قبلی [13] نشان داده است که شکست در قطعه ترکدار موجود بصورت ناگهانی و کاملاً سریع رخ می دهد بگونه ای که تقریباً بلافاصله پس از شروع شکست، ترک تا مرز قطعه رشد پیدا می کند. چنین شرایطی شاید مطابقت کمتری با فرضیات روش رشد نموی داشته باشد. چرا که در این روش با افزایش آرام و تدریجی طول ترک عملاً فرصت آن فراهم می آید که در هرمرحله، توزیع تنش در اطراف ترک رشد یافته آرایش

بهترین مطابقت بین مسیر تخمینی رشد ترک و مسیر تجربی آن درحالتی مشاهده گردید که درمحاسبه تنش محیطی علاوه بر ترم تکین، از ترم T نیز استفاده شد. اثر مهم ترم T در بررسی مسیر شکست ترد قبلاً برای قطعات ترک دار مود I نیز مشاهده شده و به اثبات رسیده است.

مراجع

- [1] Erdogan, F. and Sih, G.C. "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear". Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME. Vol. 85, 1963, pp. 525-527.
- [2] Hussain M.A., Pu S.L. and Underwood J. "Strain energy release rate for a crack under combined mode I and Mode II. Fracture Analysis", ASTM STP 560. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1974, pp. 2-28
- [3] Sih G.C. "Methods of analysis and solutions of crack problems". Mechanics of Fracture, Vol. 1, Ed G.C. Sih, Noordhoff, Leiden, 1973, pp. 11-35.
- [4] Chang K.J. "On the maximum strain criterion-A new approach to the angled crack problem". Engineering Fracture mechanics. Vol. 14, 1981, pp. 107-124.
- [5] Cotterell, B. "Notes on the paths and stability of cracks". International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 2, No 3, 1966, pp. 526-533.
- [6] Williams, M.L. "On the stress distribution at the base of a stationary crack". Journal of Applied Mechanics. Vol. 24, 1957, pp. 109-114.
- [7] Kip, M.E. and Sih, G.C. "The strain energy density criterion applied to notched elastic solids", International Journal of Solids and Structures, Vol. 11, 1975, pp. 153-173.
- [8] Hellen, T.K. "On the method of virtual crack extension", International Journal of Numerical Methods for Engineering, Vol. 9, 1975, pp. 187-207.
- [9] Sumi, Y. "Computational Crack Path Prediction", Theoretical and Applied fracture Mechanics Vol. 4, 1985, pp. 149-156
- [10] Maiti, S.K. "Prediction of the path of unstable extension of internal and edge cracks", Journal of Strain Analysis, Vol. 15, 1980, pp. 183-194.
- [11] Maiti, S.K. and Smith, R.A. "Comparision of the criteria for mixed mode brittle fracture based on the preinstability stress-strain field, Part I: Slit and elliptical cracks under uniaxial tensile loading."

اهمیت بیشتری می یابند، قابل ملاحظه تر خواهد بود. منتها این نکته الزاماً، به این معنا نیست که مسیر تخمین زده شده برای شکست درحالت مستقیم باید دقیق تر باشد. چرا که ترمهای بالاتر تنش معمولاً اثرات مستقل و متفاوتی روی فرآیند رشد ترک در شکست ترد ظاهر می نمایند. بعنوان مثال کنترل [5] اثبات نموده است که ترم سوم در سری تنش (ترم اول بعد از ترم T) در پایداری شکست ترد اثر گذار است. یا ترم چهارم تعیین می نماید که بافاصله گرفتن از نوک ترک، مقادیر تنش برشی چه تغییراتی نشان داده و در نتیجه اثر آن روی خطوط هم‌رنگ آزمایش فتوالاستیسیته به چه صورت خواهد بود. لذا با توجه به اثرات مستقل ترمهای بالاتر در شکست ترد نمی توان انتظار داشت که در نظر گرفتن آنها لزوماً سبب افزایش دقت مسیر تخمینی برای رشد ترک خواهد شد.

نتیجه گیری از توضیحات فوق را می توان به این صورت بیان نمود که تنش های بدست آمده از روش مستقیم از جنبه تحلیل تنش، مقادیر دقیق تری را برای $\sigma_{\theta\theta}$ فراهم می آورد. اما از لحاظ بررسی شکست و مسیر رشد ترک، در اینجا هدف بررسی شرایطی بوده است که مطابقت بین تخمین تئوری با مسیر واقعی شکست بیشتر باشد. معیار پیشنهادی که در این تحقیق استفاده شده است بر حسب تعداد ترم های منظور شده در تنش محیطی، دقت های متفاوتی را ارائه می دهد. اما نتایج حاضر نشان می دهد که مسیر شکست تخمین زده شده در قطعه موجود به کمک معیار حداکثر تنش محیطی، در حالتی به مسیر واقعی نزدیک تر است که از دو ترم تکین و T در محاسبه $\sigma_{\theta\theta}$ استفاده شده باشد. طبیعی است که با انجام مطالعات بیشتر روی قطعات دیگر می توان امکان تعمیم نتیجه فوق در حالت کلی را بطور دقیق تری بررسی نمود.

۵. نتیجه گیری

روش "رشد نموی" و روش "شرایط آستانه شکست" هر دو تخمین های کیفی مطلوب و قابل قبولی را از مسیر شکست در قطعه ترکدار برشی خالص مورد نظر ارائه دادند. نتایج حاصل از روش "شرایط آستانه شکست" درمقایسه با روش "رشد نموی" مطابقت بیشتری با نتایج تجربی داشت. این موضوع می تواند به علت نزدیک تر بودن فرضیات استفاده شده در روش "شرایط آستانه شکست" با شرایط واقعی تست شکست باشد.

[14] Ayatollahi M.R., Pavier M.J. and Smith D.J. "Determination of *T*-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading", International Journal of Fracture, Vol. 91, 1998, pp. 283-298.

[15] Cotterell, B. and Rice, J.R. (1980) *Slightly curved or kinked cracks*. International Journal of Fracture. Vol. 16, No 2, 1980, pp. 155-169.

International Journal of Fracture Vol. 23, 1983, pp. 281-295.

[12] Maiti, S.K. and Prasad, K.S.R.K., "A study on the theories of unstable crack extension for the prediction of crack trajectories" International Journal of Solids Structures, Vol.16, 1980, pp. 563-574.

[13] Ayatollahi, M.R. "Geometry and constraint effects in mixed mode fracture", PhD Thesis, University of Bristol, 1998.