

# حل مسایل زمانبندی تک ماشین چند معیاره با تاکید بر افزایش رضایت مشتری به کمک یک الگوریتم ابتکاری

رضا توکلی مقدم و امیر شکاری

**چکیده:** برنامه‌ریزی مناسب در یک کارگاه گلوگاه یا یک ماشین کلیدی و استراتژیک اثر به‌سزایی در نیل به اهداف مذکور و افزایش کارایی خواهد داشت. با افزایش پیچیدگی‌های حاصل از رقابت در عرصه جهانی اهداف مورد نظر نیز پیچیده شده و نمی‌توان به یک تابع هدف بسنده کرد. بدین منظور در مسایل زمانبندی منظور کردن چند تابع هدف مساله را واقعی‌تر خواهد نمود. لیکن مشکل عمده در حل مسایل زمانبندی با بیش از یک معیار یا تابع هدف، زمان حل فوق‌العاده بالای آن می‌باشد. با توجه به اینکه مسایل با تابع هدف سه معیاره تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است، لذا در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری بنام سه بلوکی (3B) با زمان حل بسیار پایین نسبت به حل بهینه جهت مساله تک ماشین با تابع هدف سه معیاره ارائه شده است. در این مقاله، تابع هدف کاهش عدم رضایت مشتری مورد توجه قرار گرفته و با تعیین سه معیار مرتبط با آن، با استفاده از الگوریتم ابتکاری تابع هدف کمینه می‌گردد. با مقایسه حل ارائه شده توسط الگوریتم پیشنهادی و حل بهینه، مشاهده می‌شود که امکان زمانبندی بیش از ۹ کار با ابزار موجود و توسط مدل ارائه شده وجود ندارد در حالیکه الگوریتم ارائه شده با انحراف بسیار ناچیزی قابلیت دستیابی به حل بهینه را در مدت زمان بسیار کم دارد.

**واژه‌های کلیدی:** زمانبندی تک ماشین، تابع هدف چند معیاره، رضایت مشتری، تعداد کارهای با دیرکرد، مجموع تاخیر کارها

## ۱. مقدمه

زمانبندی و تعیین توالی عملیات یکی از مسایل مهم برنامه‌ریزی تولید بوده و کاربرد بسیاری در واحدهای تولیدی و غیر تولیدی دارد. امروزه یکی از اهداف هر واحد سازمانی برای بقاء و رقابت در دهکده جهانی افزایش رضایت مشتری بوده، لذا این مساله روی تمامی پردازش‌های سازمانی اثرگذار می‌باشد. در این مقاله، رضایت مشتری به عنوان تابع هدف اصلی مورد بررسی قرار گرفته و سه تابع هدف موثر بر آن مانند حداقل کردن حداکثر دیرکرد، حداقل کردن تعداد کارهای با تاخیر مواجه شده و حداقل کردن مجموع دیرکرد در نظر گرفته می‌شود. با توجه به پیچیدگی مسایل با توابع هدف بیش از دوگانه و زمان حل فوق‌العاده بالای آن تاکنون مسایل با تابع

هدف سه‌گانه مدنظر قرار نگرفته است. در این مقاله ضمن ارائه مدل ریاضی مرتبط برای مساله با تابع هدف سه‌گانه، با توجه به زمان حل فوق‌نمایی آن الگوریتم ابتکاری برای حل مساله با تابع هدف سه‌گانه ارائه می‌گردد. جهت بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، چندین مساله نمونه حل شده و با مقایسه حل آن‌ها با Lingo 6 مشاهده می‌گردد که الگوریتم فوق‌الذکر با مقداری انحراف نسبت به تابع هدف بهینه، زمان حل کوتاهی داشته و از کارایی نسبتاً بالایی برخوردار می‌باشد.

در حالات بسیاری با برنامه‌ریزی مناسب جهت توالی انجام کارها روی یک ماشین کلیدی یا کارگاه گلوگاه، اثر به‌سزایی در افزایش کارایی حاصل خواهد شد. فرضیات مساله برنامه‌ریزی عملیات روی یک ماشین در مدل پایه عبارت است از: زمان آمادگی برای تمام کارها یکسان بوده و در زمان صفر کلیه کارها آماده می‌باشند، هر کار دارای موعد تحویل است. مدت زمان آماده‌سازی مستقل از ترتیب انجام کار روی یک ماشین بوده لذا مدت زمان آماده‌سازی در زمان پردازش منظور شده است. همچنین بیکاری عمده برای کار و ماشین مجاز نیست. فرضیات فوق‌الذکر در اکثر مقالات مرتبط با این موضوع به کار می‌رود [1, 2]. توابع هدف مختلفی برای مساله‌ای

مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۲/۱۵ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۳/۸/۴ به تصویب نهایی رسیده است.  
دکتر رضا توکلی مقدم، دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه تهران. [tavakoli@ut.ac.ir](mailto:tavakoli@ut.ac.ir)  
امیر شکاری، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی دانشگاه تهران. [shekari@engmail.ut.ac.ir](mailto:shekari@engmail.ut.ac.ir)

تکنیکی برای تابع هدف مزبور در حل مسایل پیچیده چند منبعی با هدف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل می‌باشد.

در بیشتر موارد یک تولید کننده تنها یکنواختی برنامه‌ریزی را نمی‌خواهد بلکه درکنار آن حداقل کردن تعداد کار با تاخیر مواجه شده به منظور اجتناب از جریمه‌هایی که ممکن است رخ دهد را نیز خواهان است. واضح است که با افزایش تعداد کار با تاخیر مواجه شده نارضایتی مشتری به صورت نمایی افزایش می‌یابد. از دیگر توابع هدف موثر بر رضایت مشتری و مورد بحث در این مقاله حداقل کردن مجموع دیرکرد می‌باشد. در این مقاله فرض می‌شود کلیه کارها در زمان صفر آماده می‌باشند.

تعریف علائم اختصاری مورد استفاده در این مقاله عبارت است از:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$  : مجموعه ای از  $n$  کار ;

$p_i$  : زمان پردازش کار  $i$

$d_i$  : موعد تحویل کار  $i$

$J_i$  : کار تخصیص یافته در  $i$  امین موقعیت توالی

$I_i$  : زمان بیکاری ماشین برای انتظار برای کار  $J_i$  جهت پردازش روی

آن که  $I_i = a_{[i]} - t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

$I_i$  : دیرکرد بدون تاخیر کار  $J_i$  تحت این فرض که توالی پردازش

کارها در  $a_{[i]}$  شروع می‌شود و برابر است با

$$I_i = a_{[1]} + \sum_{j=1}^i p_{[j]} - d_{[i]} = t_i + p_{[i]} - d_{[i]} \quad i=1, 2, \dots, n$$

$L_{max}$  : بیشینه مقدار تاخیر برای توالی ارایه شده

$L^*_{max}$  : مقدار بهینه

$q_i$  = زمان تکمیل کار  $i$  ام

$m_i$  = جریمه کار  $i$

کارهای بحرانی [۶]: دو کاری که  $L_{max}$  مربوط به آنها بوده و مسیر بحرانی در توالی ارایه شده به کمک آنها شناسایی می‌گردد. برای مثال

$$L_{max} = \max_{i \in N} (L_i) = \max_{i \in K} (\max_{j \in K} (I_j + l_i))$$

که در آن  $K = \{J_1, J_2, \dots, J_i\}$  و دو کار به عنوان کارهای بحرانی بوده و مسیر از کار  $J_i$  به کار  $J_j$  مسیر بحرانی نام می‌گیرد.

توابع موجود [16-13, 1] برای مسایل تعیین توالی عملیات مورد بررسی قرار گرفته و هدفه تابع هدف موثر بر رضایت مشتری به شرح زیر تعیین گردید. توابع مزبور شامل: حداقل کردن حداکثر دیرکرد<sup>۱</sup>، حداقل کردن مجموع وزنی تاخیر<sup>۲</sup>، حداقل کردن تعداد کار با تاخیر مواجه شده<sup>۳</sup>، حداقل کردن مجموع وزنی زودکرد / دیرکرد<sup>۴</sup>، حداقل کردن مجموع زمان تکمیل<sup>۵</sup>، حداقل کردن مربع انحراف زمان تکمیل از میانگین<sup>۶</sup>، حداقل کردن مجموع زمان در

با فرضیات فوق، در ادبیات موضوعی وجود دارد. این توابع هر کدام هدف خاصی را دنبال کرده و سعی در رسیدن به هدف مزبور داشته و تعدادی از این توابع در بررسی توابع مسایل تک ماشین در بخش دوم این مقاله ارایه شده‌اند. مسایل بسیاری با معیارهای دوگانه آنالیز شده که از دلایل آن می‌توان مشتری مداری، انطباق بیشتر با خواسته‌های مدیریت و غیره نام برد، در این بین می‌توان از کمینه کردن مجموع (وزنی) زودکرد و دیرکرد کارها [5-3] و حداقل کردن حداکثر دیرکرد همراه با حداقل کردن تعداد کار با تاخیر [6]، حداقل کردن تعداد کار با تاخیر به همراه حداقل کردن مجموع تاخیر [7] و حداقل کردن حداکثر تاخیر با حداقل کردن تاخیر [8] نام برد. در بین کارهایی که در آن مسایل با توابع اهداف دوگانه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته می‌توان از برنز [9]، چانگ و لی [10]، امانز [11]، هک و رابراتز [12]، شانتیکومار [8]، سوور و زاجکیویکز [7]، و مازینی و آرمانتانو [3] نام برد.

## ۲. مدل ریاضی و الگوریتم ابتکاری

در مسایل تعیین توالی عملیات الگوریتم‌هایی برای توابع هدف خاص مانند حداقل کردن تعداد کار دیرکرد، حداقل کردن مجموع دیرکرد و غیره ارایه شده که به شکل پراکنده مرتبط با رضایت مشتری بوده، اما این مسأله مورد مرکزیت قرار نگرفته است. در مقاله‌های مزبور به‌طور ضمنی به اثر الگوریتم ابتکاری مزبور برای تعیین توالی و افزایش رضایت مشتری اشاره شده است. لذا با توجه به نیاز به تمرکز روی تابع رضایت مشتری در این دسته از مسایل تولید و اهمیت روزافزون آن، مولفان این مقاله تحقیق خود را روی تعیین توالی کارها با هدف افزایش رضایت مشتری با تابع هدف سه‌گانه متمرکز کرده‌اند. در این مقاله، رضایت مشتری به عنوان تابع هدف مرکزی مورد بررسی قرار می‌گیرد و سه تابع هدف موثر بر آن شامل حداقل کردن حداکثر دیرکرد، حداقل کردن تعداد کارهای با تاخیر مواجه شده و حداقل کردن مجموع دیرکرد در نظر گرفته شده و الگوریتم ابتکاری مرتبط ارایه شده است.

دیرکرد به‌عنوان عدم انطباق از برنامه ارایه شده با موعد تحویل اندازه‌گیری می‌شود. حداقل کردن حداکثر دیرکرد هنگامی اهمیت پیدا میکند که فعالیت‌های پیشین در یک پروژه قبل از بیکاری باید تکمیل شده باشد. در چنین مواردی دیرکرد یک فعالیت ممکن است سبب تاخیر در کل پروژه شود. لازم به ذکر است، این معیار نسبتاً ساده بوده و ممکن است برای حل مسایل با اهداف دیگر برای مثال کمینه کردن حداکثر تاخیر، می‌تواند با حداقل کردن حداکثر دیرکرد و تبدیل آن به صفر در صورتی که مقدار حداکثر تاخیر منفی باشد، استفاده شود. همچنین حداقل کردن حداکثر زمان جریان می‌تواند با تنظیم کردن موعد تحویل با زمان رسیدن و حداقل کردن حداکثر دیرکرد صورت گیرد، با این وصف یک کاربرد

<sup>1</sup> Maximum Lateness

<sup>2</sup> Total Weight Tardiness

<sup>3</sup> Number of Tardy Jobs

<sup>4</sup> Total Weight Earliness/Tardiness

<sup>5</sup> Total Completion Time

<sup>6</sup> Squared Deviation of Completion Time about Due Date



جدول ۱. نمونه مثال برای قضیه ارایه شده

Sequence	job	$a_i$	$p_i$	$d_i$	$t_i$	$C_i(t_i + p_i)$	$I_i$	$l_i$
۱	۶	۱	۶	۳۳	۱	۷	۰	-۲۶
۲	۱	۱۰	۵	۴۳	۷	۱۲	*۳	-۳۱
۳	۲	۱۳	۶	۲۴	۱۲	۱۸	۱	-۶
۴	۳	۱۱	۷	۲۶	۱۸	۲۵	-۷	-۱
۵	۴	۲۰	۴	۲۹	۲۵	۲۹	-۵	*۰
۶	۵	۳۰	۳	۴۲	۲۹	۳۲	۱	-۱۰
۷	۷	۳۰	۲	۵۰	۳۲	۳۴	-۲	-۱۶

طبق رابطه (۸)، حداکثر مقدار جزء اول نیز بصورت رابطه (۹) قابل محاسبه می‌باشد:

$$T_1 = \text{Max} \{L_{\max}\} = \max_{i=1}^N \{TP - d_i\} \quad (9)$$

بدیهی است حداکثر مقدار جزء سوم برابر تعداد کارها ( $N$ ) می‌باشد.

**قضیه:** برای توالی ارایه شده که شامل  $n$  کار بوده و هر کار  $i$  زمان رسیدن  $a_i$ ، زمان پردازش  $p_i$ ، موعد تحویل  $d_i$ ، زمان بیکاری ماشین  $I_i$  و دیرکرد بدون تاخیر  $l_i$  را دارد آنگاه بیشینه تاخیر برابر است با [6]:

$$L_{\max} = \max_{i \in N} (\max_{j \in k} I_j + l_i)$$

که در آن  $K = \{J_1, J_2, \dots, J_i\}$  است.

به‌عنوان مثال برای ۷ کار ارایه شده در جدول ۱ دو کار بحرانی کارهای ۲ و ۵ هستند و  $L_{\max} = I_2 + I_5 = 3 + 0 = 3$  و مسیر بحرانی کارها مسیر  $J_5 \rightarrow J_4 \rightarrow J_3 \rightarrow J_2$  می‌باشد (فرض شده است توالی کارها از قبل تعیین شده است).

### ۳-۲. الگوریتم ابتکاری سه بلوک (3B)

برای تعیین توالی کارها با توجه به سه تابع هدف مورد اشاره ابتدا تابع حداقل کردن حداکثر تاخیر مد نظر قرار می‌گیرد. با توجه به حاضر بودن کلیه کارها در لحظه صفر، مطابق قانون مشهور توالی کارها برای تابع حداقل کردن حداکثر تاخیر، می‌توان از قانون زودترین موعد تحویل استفاده نمود. با تعیین توالی کارها مطابق قضیه فوق، پس از تعیین توالی برای این تابع هدف دو کار بحرانی بدست می‌آید (فرض کنید که کارهای  $z$  و  $i$  دو کار بحرانی باشند). لذا مسأله به سه بلوک تقسیم می‌شود بلوک اول شامل کار اول توالی تا کار  $i-1$  و بلوک دوم شامل کارهای  $i+1$  تا  $i-1$  و بلوک سوم شامل کارهای  $i+1$  تا کار  $n$  می‌باشد. حال کارها در داخل هر بلوک به نحوی چیده می‌شود که دو تابع هدف دیگر حداقل مقدار را داشته باشند. لازم به ذکر است چون دو کار  $z$  و  $i$  کارهای بحرانی می‌باشند موقعیت آنها در توالی ثابت فرض می‌شود زیرا تغییر آنها باعث افزایش تابع هدف می‌گردد.

### ۳-۲. تعیین توالی کارها در هر بلوک برای تابع هدف

#### حداقل کردن تعداد کار دیرکرد

جهت تعیین توالی کارها برای حداقل کردن تعداد کار دیرکرد با توجه به اینکه کارها در لحظه صفر حاضر می‌باشند از الگوریتم زیر استفاده شده است [17]:

گام اول: تمامی  $n$  کار را در مجموعه  $E$  با قاعده زودترین موعد تحویل<sup>۱</sup> (EDD) قرار دهید و مجموعه  $L$  را تهی فرض کنید.

گام دوم: در صورتی که هیچ کاری در مجموعه  $E$  تاخیر نداشته باشد جواب بهینه به دست آمده است. در این صورت کار را متوقف و در غیر این صورت اولین کاری را که در مجموعه  $E$  تاخیر دارد انتخاب کنید. فرض شود کار انتخاب شده  $[k]$  است.

گام سوم: از بین کارهایی که در نوبت اول تا  $k$  قرار دارد کاری را که  $t_i$  بیشینه دارد مشخص کنید. این کار را از مجموعه  $E$  خارج کنید و آن را در مجموعه  $L$  قرار دهید. زمان تکمیل کارهایی را که در  $E$  باقی مانده است اصلاح کنید و به گام دوم برگردید.

### ۳-۲. تعیین توالی کارها در هر بلوک برای تابع هدف

#### حداقل کردن مجموع دیرکرد

با توجه به حضور کارها در لحظه صفر برای تعیین توالی کارهای ارائه شده از روش تعویض کارهای مجاور<sup>۲</sup> (NJS) استفاده شده است [18]. این روش از طریق یک فرایند تکراری برای پیدا کردن توالی کارها که پیشرفت بهتری نسبت به توالی قبل دارد تلاش می‌کند حل بهتری ارایه کند. پیندو [19] بیان می‌کند دو توالی همسایه‌اند اگر یکی از آنها بتواند به واسطه تعدیل تعریف شده مناسب از دیگری به دست آید. در تکنیک NJS کار در موقعیت یک با کار در موقعیت دو مبادله می‌شود و مقدار تابع هدف ارزیابی می‌شود سپس کار در موقعیت یک با کار در موقعیت سه مبادله می‌شود و این کار

<sup>1</sup> Earliest Due Date

<sup>2</sup> Neighborhood Job Swap

بصورت تصادفی بین ۱ تا ۱۰ منظور شده است. جهت محاسبه موعد تحویل کارها همچنان که در مقالات و مراجع متعددی پیرامون مسائل تک ماشین به کار رفته موعد تحویل برابر  $D_i = P_i * N(1 - T)$  می باشد که در آن  $T=0.3, T=0.5, T=0.7$  منظور می گردد. برای هر یک از مقادیر  $T$ ، ۶ مسأله تولید شده و حل الگوریتم فوق الذکر با حل بهینه بعد از خطی سازی مدل مقایسه شده است. نتایج محاسباتی به تفکیک مقادیر  $T$  در جداول ۲، ۳ و ۴ ارائه شده است (در این مقاله وزن توابع مذکور به ترتیب  $w_1=0.6, w_2=0.1, w_3=0.3$  می باشد). جدول ۲ مربوط به  $T=0.3$ ، جدول ۳ مرتبط با  $T=0.5$  و جدول ۴ برای  $T=0.7$  می باشد. همانگونه که نتایج نشان می دهند، روند نمایی زمان حل بهینه کاملاً محسوس می باشد. بطوریکه برای مقادیر بیش از ۹ کار زمان حل بیش از ۳ ساعت می باشد. درحالیکه میانگین زمان حل الگوریتم ابتکاری ۱ ثانیه است. همچنین میانگین خطای نسبی مقدار حل بهینه و الگوریتم ارائه شده به ازاء  $T = 0.3, 0.5, 0.7$  به ترتیب برابر است با  $14.3\%, 5\%$  و  $6.8\%$  درصد می باشد که با میانگین  $8.8\%$  درصد نتیجه نسبتاً قابل قبولی را ارائه می دهد. همانطور که مشاهده می شود، با افزایش مقدار  $T$ ؛ زمان حل بهینه نیز بطور فزاینده ای افزایش می یابد که در شکل ۱ نشان داده شده است.

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله تابع هدف رضایت مشتری مورد مرکزیت قرار گرفته و با تعیین سه تابع هدف مرتبط با آن ضمن ارائه الگوریتمی برای تجزیه کارها به سه بلوک، درون هر بلوک کارها متناظر با توابع مرتبط مرتب شده و توالی نهایی جهت حداکثر کردن رضایت مشتری ارائه می گردد. با مقایسه حل ارائه شده توسط الگوریتم با حل حاصل از مدل ریاضی، مشاهده می گردد با امکانات پردازشی موجود امکان دستیابی به حل بهینه برای مسایل با بیش از ۹ کار وجود ندارد، حال آنکه الگوریتم ابتکاری ضمن حل مسأله همراه با انحراف کم تابع هدف نسبت به حل بهینه، حجم بالای کارها را در زمان بسیار کوتاه زمانبندی می نماید. جهت تحقیق و توسعه بیشتر می توان موارد زیر را پیشنهاد کرد. با تغییر تابع مرکزی (برای مثال تعیین توابع رضایت مشتری و تولید کننده به همراه توابع وابسته مرتبط با آنها) الگوریتم مرتبط را ارائه داد. همچنین با این تابع هدف مرکزی می توان زمان رسیدن کارها را متفاوت در نظر گرفت و الگوریتم های مرتبط را ارائه داد. ضمن اینکه می توان توابع وابسته به تابع هدف مرکزی را بیش از سه تابع در نظر گرفت و مسأله را با الگوریتم های مرتبط حل کرد.

تا ارزیابی همه ترکیبها ادامه می یابد. الگوریتم NJS به همراه مثال کوتاه در زیر ارائه می گردد.

یک توالی اولیه تولید کنید. این توالی می تواند با تعیین کارها به شکل تصادفی یا از طریق دیگر قوانین توالی مانند کوتاهترین زمان پردازش<sup>۱</sup> (SPT)، قانون کوتاهترین زمان پردازش وزنی<sup>۲</sup> (WSPT) یا زودترین موعد تحویل (EDD) و غیره بدست آید. در این مقاله از قانون EDD استفاده شده است، فرض شود که توالی اولیه پنج کار به صورت ۱-۲-۳-۴-۵ باشد.

پس از تولید توالی اولیه کارها جریمه توالی مزبور را به کمک تابع جریمه آن محاسبه کرده و توالی و جریمه مزبور را ثبت کنید. کارهای همسایه را با تبادل کار در موقعیت اول با کار در موقعیت دوم جابجا کنید. (۱-۲-۳-۴-۵) مقدار جریمه را برای توالی به دست آمده محاسبه کنید. چنانچه توالی جدید جریمه کمتری دارد، توالی جدید را با توالی قبل جایگزین نموده و جریمه را به هنگام نمایید.

تبادل کارهای همسایه را ادامه دهید برای مثال کار در موقعیت اول را با کار در موقعیت سوم مبادله کرده و جریمه توالی مزبور محاسبه و ارزیابی شود. کار در موقعیت اول با کار در موقعیت چهارم مبادله و جریمه آن محاسبه و ارزیابی می شود. این کار تا ارزیابی تمامی ترکیبات ممکن ادامه می یابد به نحوی که بهبود جریمه موجود ممکن نباشد، لذا این توالی به عنوان بهترین ترکیب ممکن با کمک قانون NJS را به دست می دهد.

پس از تعیین توالی کارها بر مبنای دو تابع هدف فوق الذکر داخل هر بلوک در صورتی که توالی ارائه شده بوسیله دو تابع مزبور یکسان شده باشد آن گاه توالی بهینه به شکل زیر ارائه می گردد.  
Block A -i - Block B -j- Block C  
در صورتی که توالی ارائه شده بوسیله دو تابع مزبور برای هر بلوک یکسان نباشد الگوریتم میزان تابع هدف مرکزی را برای هر بلوک محاسبه کرده و توالی الگوریتمی که تابع هدف مرکزی کمتری ارائه می کند را به عنوان توالی اولیه آن بلوک در نظر گرفته و بدون افزایش در میزان این تابع هدف سعی در چیدمان کارها برای کمینه کردن تابع هدف سوم می کند.

#### ۳. نتایج محاسباتی

برای بررسی عملکرد الگوریتم ابتکاری تعدادی مسأله تولید شده و حل ارائه شده الگوریتم ابتکاری با حل بهینه مقایسه شده است. حل بهینه با استفاده از نرم افزار Lingo بدست آمده است. برای حل از یک سیستم حاوی پردازنده Celeron M1300 استفاده شده است. جهت تولید این مسایل فرض شده کلیه کارها در زمان صفر حاضر می باشند و زمان پردازش کارها بصورت تصادفی و بر طبق توزیع یکنواخت  $U[1, 10]$  تولید شده و جریمه زودکرد و دیرکرد نیز

<sup>1</sup> Shortest Processing Time

<sup>2</sup> Weighted SPT

جدول ۲. مقایسه حل بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی با حل بهینه برای  $T=0.3$ 

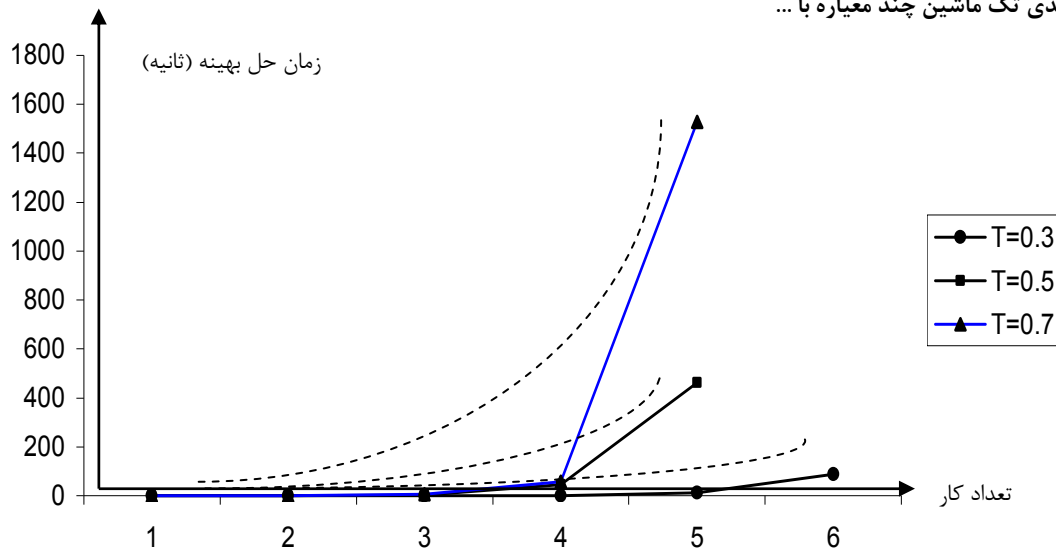
شماره	تعداد کار	زمان حل (ثانیه)		مقدار تابع هدف		درصد اختلاف نسبت به هدف
		الگوریتم 3B	حل بهینه	الگوریتم 3B	حل بهینه	
۱	۴	۱	۱	۰/۲۹۴۹	۰	۰/۲۹
۲	۵	۱	۱	۰/۱۲۶۵	۰	۰/۱۲
۳	۶	۱	۱	۰/۱۳۹۴	۰	۰/۱۳
۴	۷	۱	۱	۰/۰۹۲	۰	۰/۰۹
۵	۸	۱	۱۲	۰/۱۳۴۸	۰	۰/۱۳
۶	۹	۱	۸۷	۰/۱۳۴۰	۰	۰/۱۳

جدول ۳. مقایسه حل بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی با حل بهینه برای  $T=0.5$ 

شماره	تعداد کار	زمان حل (ثانیه)		مقدار تابع هدف		درصد اختلاف نسبت به هدف
		الگوریتم 3B	حل بهینه	الگوریتم 3B	حل بهینه	
۱	۴	۱/۱۴	۱	۰/۴۹۲۸	۰/۴۴	۰/۱۲
۲	۵	۲/۹۲	۱	۰/۲۴۰۸	۰/۲۴۰۸	۰
۳	۶	۳/۱۸	۳	۰/۱۰۸۹	۰/۱۰۸۹	۰
۴	۷	۲/۰۸	۴۵	۰/۳۴۸۴	۰/۲۹۵۰	۰/۱۸
۵	۸	۲/۴۲	۴۶۲	۰/۱۵۳۴	۰/۱۵۳۴	۰
۶	۹	۱/۱۴	بیش از ۳ ساعت	۰/۳۱۵۷	۰/۴۰۷۳*	-

جدول ۴. مقایسه حل بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی با حل بهینه برای  $T=0.7$ 

شماره	تعداد کار	زمان حل (ثانیه)		مقدار تابع هدف		درصد اختلاف نسبت به هدف
		الگوریتم 3B	حل بهینه	الگوریتم 3B	حل بهینه	
۱	۴	۱/۱۹	۱	۰/۳۸۲۱	۰/۳۸۲۱	۰
۲	۵	۱/۲۵	۱	۰/۵۵۸۰	۰/۵۵۸۰	۰
۳	۶	۱/۸۶	۵	۰/۳۰۰۱	۰/۳۰۰۱	۰
۴	۷	۱/۶۴	۵۸	۰/۴۰۶۲	۰/۳۵۱۴	۰/۱۵
۵	۸	۱/۱۵	۱۵۲۷	۰/۴۶۸۵	۰/۳۷۱۵	۰/۲۶
۶	۹	۱	بیش از ۳ ساعت	۰/۴۰۹۷	۰/۶۴۵۴*	-



شکل ۱. تغییرات زمان حل بهینه بر حسب مقدار پارامتر T

[9] Burns, R.N., "Scheduling to minimize the weighted sum of completion times with secondary criteria", *Naval Research in Logistics*, Vol. 38, 1976, pp. 25-130.

[10] Chang, P.C. and Lee, H.C., "A greedy heuristic for bi-criterion single machine scheduling problem", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 22, 1992, pp. 121-131.

[11] Emmons, H., "A note on a scheduling problem with dual criteria", *Naval Research in Logistics*, Vol. 22, 1975, pp. 615-616.

[12] Kondakci, S.K. and Bekiroglu, T., "Scheduling with bi-criteria: total flow time and number of tardy jobs", *International Journal of Production Economics*, Vol. 53, 1997, pp. 91-99.

[13] Gordon, V.S. and Strusevich, V.A., "Earliness penalties on single machine subject to precedence constraints: SLK due date assignment", *Computers and Operations Research*, Vol. 26, 1999, pp. 157-177.

[14] Mondal, S.A., "Minimization of squared deviation of completion times about common due date", *Computers and Operations Research*, Vol. 29, 2002, pp. 2073-2085.

[15] Mondal, S.A. and Sen, A., "Single machine weighted earliness-tardiness penalty problem with a common due date", *Computers and Operations Research*, Vol. 28, 2001, pp. 649-669.

[16] Bachman, A.; Janiak, A. and Kovalyov, M.Y., "Minimizing the total weighted completion time of deterioration jobs", *Information Processing Letters*, Vol. 81, 2002, pp. 81-84.

### مراجع

[1] Sule, D.R., *Industrial scheduling*, PWS Publishing, 1997.

[2] Baker, K.R., *Introduction to sequencing and scheduling*, John Wiley & Sons, 1974.

[3] Mazzini, R. and Armentano, V.A., "A heuristic for single machine scheduling with early and tardy cost", *European Journal of Operational Research*, Vol. 128, 2001, pp. 129-146.

[4] Liaw, C., "A branch and bound algorithm for the single machine earliness and tardiness scheduling problem", *Computers and Operations Research*, Vol. 26, 1999, pp. 679-693.

[5] Ow, P.S. and Morton, E.T., "The single machine early/tardy problem", *Management Science*, Vol. 35, 1989, pp. 177-91.

[6] Chang, P. and Su, H., "Scheduling  $n$  jobs on one machine to minimize the maximum lateness with a minimum number of tardy jobs", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 40, 2001, pp. 349-360.

[7] Suer, G.A. and Czapkiewicz, Z., "A heuristic procedure to minimize number of tardy jobs and total tardiness in single machine", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 23, 1992, pp. 145-148.

[8] Shanthikumar, J.G., "Scheduling  $n$  jobs on one machine to minimize the maximum tardiness with minimum tardy", *Computers and Operations Research*, Vol. 10, 1983, pp. 255-266.

*comparison of scheduling rules and search algorithms*”, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 43, 2002, pp. 509-528.

[19] Pinedo, M., *Scheduling: theory, algorithms and systems*, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall, 2001.

[17] Moor, J.M., “*An n job, one machine sequencing algorithm for minimizing the number of late jobs*”, *Management Science*, Vol. 15, 1968, pp. 102-109.

[18] Bryan, R.K. and Alidaee, B., “*Single machine scheduling to minimize total weighted late work: a*