

بررسی شیوه‌های مختلف آزادسازی گرمای نهان ذوب در مدل سازی انجماد قطعات ریختگی آلومینیومی

عباس بختیاری، سعید شبستری و محمد رضا ابوطالبی

چکیده: در پژوهش حاضر فرآیند انجماد آلیاژ A319 آلومینیوم در قالب ماسه‌ای و در فضای سه بعدی مدل سازی گردیده است. بدین منظور معادله حاکم بر فرآیند، بر مبنای روش انتالپی بدست آمده و برای گسسته سازی معادله از روش کنترل حجمی مبتنی بر روش اختلاف محدود استفاده شده است. معادلات جبری حاصل با توجه به شرایط مرزی مناسب با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (Tri Diagonal Matrix Algorithm) T.D.M.A حل گردیده‌اند. به منظور ارزیابی تاثیر نحوه آزاد سازی گرمای نهان ذوب (L_f) در محدوده انجماد بر توزیع دما و پروفیل انجماد در قطعه ریختگی، چهار شیوه مختلف آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت‌های خطی، درجه دوم و آزادسازی براساس قانون اهرم و معادله شیل بین دماهای سالیدوس و لیکوئیدوس مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مدل توسعه یافته در این پژوهش، از طریق انجام آزمایش آنالیز حرارتی روی قطعه ریختگی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفت. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که اعمال شیوه‌های مختلف آزادسازی گرمای نهان انجماد در مدل، بر خروجی آن تاثیر قابل ملاحظه‌ای دارد.

از مقایسه نتایج پیش بینی شده بوسیله مدل با نتایج حاصل از آزمایش آنالیز حرارتی انجام شده بر روی نمونه ریختگی، مشخص گردید که با استفاده از معادله شیل در مدل سازی انجماد می توان رفتار انجمادی آلیاژ را دقیق تر پیش بینی نمود.

واژه‌های کلیدی: انجماد، مدل سازی، شبیه سازی، گرمای نهان انجماد، آنالیز حرارتی، انتقال حرارت، آلومینیوم، A319

۱. مقدمه

مدل انجماد قطعه و طراحی فرآیندهای ریخته‌گری، اقتصادی بودن روش و امکان دستیابی به نتایج قابل قبول در زمان کوتاه است. استفاده از روش‌های عددی برای حل معادلات انتقال حرارت به منظور شبیه‌سازی انجماد قطعات به سال ۱۹۶۰ بازمی‌گردد که در آن شبیه‌سازی تنها محدود به در نظر گرفتن هدایت حرارتی قطعات بود و تأثیر آزاد شدن گرمای نهان نادیده گرفته می‌شد [1, 2, 3]. با پیشرفت امکانات کامپیوتری و افزایش سرعت محاسبات به سبب تولید نسل جدید کامپیوترهای با توانایی محاسباتی بالا، در شبیه‌سازی نیز پیشرفت‌های چشمگیری حاصل گردید. در شبیه‌سازی فرایند انجماد، به منظور محاسبه میدان حرارت، جریان سیال و جابجایی در مذاب و غیره، علاوه بر در نظر گرفتن گرمای نهان انجماد در معادله انرژی بطور همزمان معادلات بقای جرم، مومنتم و غلظت عناصر نیز حل می گردند. اولین مقاله منتشر شده که قادر به پیشگویی جنبه‌های متالورژیکی و ریزساختار حاصل از انجماد بود در سال ۱۹۶۶ میلادی توسط الدفیلد^۱ انتشار یافت اما تا سال

شبیه‌سازی عددی یکی از روش‌های رایج در آنالیز مسائل انتقال حرارت به شمار می‌رود. بیشتر روشهای عددی براساس یکی از دو روش اختلاف محدود یا اجزاء محدود ارائه شده‌اند. علت گسترش کاربرد مدل سازی کامپیوتری در صنعت ریخته‌گری برای پیش‌گویی

نسخه اصلی مقاله در تاریخ ۱۳۸۲/۱۰/۲ واصل، و پس از بازنگریهای لازم، در تاریخ ۱۳۸۳/۸/۴ به تصویب نهایی رسیده است. سرپرستی داوری‌ها توسط دبیر تخصصی، دکتر گلستانی‌فرد صورت گرفته و مقاله توسط ایشان برای چاپ توصیه شده است. عباس بختیاری، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه علم و صنعت ایران. Bakhtiari@iust.ac.ir
دکتر سعید شبستری، دانشیار دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه علم و صنعت ایران. Shabestari@iust.ac.ir
دکتر محمد رضا ابوطالبی، دانشیار دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه علم و صنعت ایران. MRReza@iust.ac.ir

¹ Oldfield

براساس فرضیات فوق معادله حاکم بر فرآیند، به معادله نفوذ حرارت همراه با تغییر فاز خلاصه می‌گردد که بصورت معادله زیر ارائه می‌گردد [1, 2, 5, 7, 8]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن S معرف آزاد شدن گرمای نهان در حین انجماد می‌باشد که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S = \rho L \frac{df_s}{dt} \quad (2)$$

همچنین معادله بین دما، انتالپی و کسر جامد شده بصورت زیر می‌باشد:

$$H = \int_0^T C_p dT + L(1 - f_s) \quad (3)$$

که با جاگذاری روابط (۲) و (۳) در معادله (۱)، معادله حاکم بر مبنای انتالپی بصورت زیر درمی‌آید [۱، ۲، ۳، ۴ و ۶]:

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4)$$

برای اعمال شیوه آزاد شدن گرمای نهان در معادله (۳)، روابط چندی بین کسر جامد شده (f_s) و دمای قطعه ارائه شده‌اند [9, 10]. در این پژوهش چهار شیوه متداول برای آزاد سازی گرمای نهان مطابق زیر در نظر گرفته شد:

الف) گرمای نهان بین دمای سالیدوس و لیکوئیدوس بصورت خطی آزاد می‌شود یعنی:

$$f_s = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \quad T_S \leq T \leq T_L \quad (5)$$

ب) گرمای نهان بین دمای سالیدوس و لیکوئیدوس بصورت تابع درجه دوم آزاد می‌شود یعنی:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T - T_S}{T_L - T_S} \right)^2 \quad T_S \leq T \leq T_L \quad (6)$$

ج) با فرض اینکه فرآیند انجماد بسیار آهسته اتفاق می‌افتد، موازنه کاملی بین فازهای جامد و مایع بوجود می‌آید یعنی نفوذ در مذاب و جامد کامل می‌باشد. این فرض قانون اهرم نامیده می‌شود. در این حالت رابطه بین کسر جامد شده و دما بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_s = \frac{1}{1 - P} \left[\frac{T - T_L}{T - T_m} \right] \quad T_S \leq T \leq T_L \quad (7)$$

در این معادله T_m درجه حرارت ذوب فلز خالص بوده و مقدار P از معادله زیر بدست می‌آید.

$$P = \frac{T_m - T_L}{T_m - T_S} \quad (8)$$

د) با فرض نفوذ نسبی در فاز مایع و عدم وجود نفوذ در فاز جامد، رابطه بین کسر جامد شده و دما بصورت زیر بیان می‌شود که معرف معادله شیل می‌باشد:

$$f_s = 1 - \left[\frac{T - T_m}{T_L - T_m} \right]^{P-1} \quad T_E \leq T \leq T_L \quad (9)$$

۱۹۸۴ میلادی پیشرفت خاصی صورت نپذیرفت. از سال ۱۹۸۴ به بعد محققین زیادی در این زمینه به فعالیت پرداختند و از مدل-سازی فرآیند انجماد برای پیش‌بینی چگونگی توسعه ساختار میکروسکوپی آلیاژهای مختلف استفاده نمودند [1, 4, 4, 5, 6].

در این پژوهش فرایند انجماد ریخته‌گری در ماسه آلیاژ آلومینیوم A319 مورد شبیه‌سازی کامپیوتری قرار گرفته است. مطالعات در دو بعد کامپیوتری و تجربی متمرکز گردیده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی کامپیوتری و نتایج تجربی با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

به‌منظور شبیه‌سازی انجماد قطعات ریخته‌گری، یک مدل ماکروسکوپی سه بعدی بر اساس روش عددی اختلاف محدود ارائه شده و تأثیر گرمای نهان مذاب از طریق فرمول‌بندی انتالپی لحاظ گردیده است که چهار شیوه مختلف آزاد سازی گرمای نهان در مدل‌سازی انجماد در نظر گرفته شده‌است. حالات مذکور شامل آزادسازی گرمای نهان بصورت خطی، درجه دوم، قانون اهرم و معادله شیل در محدوده انجماد قطعه ریخته‌گری می‌باشند که تأثیر آنها بر پروفیل انجماد مورد ارزیابی قرار گرفته شده است.

به منظور تعیین بهترین حالت، نتایج بدست آمده از مدل با نتایج تجربی حاصل از آزمایشات آنالیز حرارتی مقایسه گردیده‌اند. آزمایشات آنالیز حرارتی بر روی قطعات مکعبی شکل ریخته‌گری شده در ماسه از آلیاژ A319 آلومینیوم انجام گرفته و رژیم حرارتی قطعات ریخته‌گری مورد مطالعه قرار گرفته و منحنی‌های سردشدن تجربی آنها رسم گردیده است.

براساس شرایط آزمایش‌های تجربی، مدل کامپیوتری توسعه یافته شبیه‌سازی اجراء شده و مطالعات پارامتری صورت گرفته شده است. در نهایت داده‌ها و منحنی‌های حرارتی تجربی و مدل شبیه‌سازی شده با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند.

۲. تعریف مسأله و فرمول بندی ریاضی

همانگونه که ذکر شد در این تحقیق، انجماد آلیاژ A319 آلومینیوم در قالب ماسه‌ای در فضای سه بعدی شبیه‌سازی شده‌است. فرضیات ذیل در مدل انجماد ماکروسکوپی توسعه یافته در این پژوهش در نظر گرفته شده‌اند:

۱- انتقال حرارت به طریق هدایت مکانیزم غالب در نظر گرفته شده و از جابجایی در مذاب حین انجماد صرف‌نظر گردیده است.

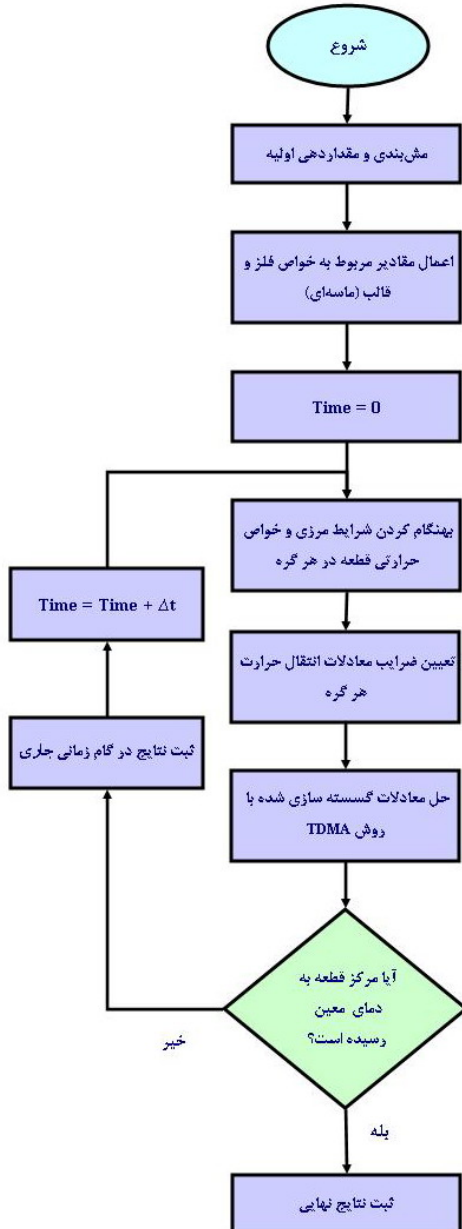
۲- مذاب با درجه حرارت اولیه (دمای بارریزی) بطور یکنواخت وارد قالب می‌شود و از کاهش دما حین ریختن مذاب به داخل قالب صرف نظر می‌شود.

۳- در حین فرآیند انجماد از تشکیل فاصله هوایی بین قطعه و قالب اغماض شده و فرض شده که بین قالب و قطعه همواره تماس کامل وجود دارد.

۴- خواص ترموفیزیکی مورد استفاده برای قطعه و قالب ثابت فرض شده است.

۴. روش حل عددی و توسعه برنامه کامپیوتری

به منظور حل معادلات (۱) و (۴) ابتدا در فضای سه بعدی مورد نظر، میدان محاسباتی مش بندی شده و گسسته سازی معادلات با استفاده از روش اختلاف محدود مبتنی بر کنترل حجمی انجام گردید. برای اعمال حالت گذرا (ناپایدار) از روش ضمنی کامل استفاده شده و در نهایت معادلات جبری حاصل از گسسته‌سازی با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری $T.D.M.A^2$ حل شدند [1, 2, 14, 15].



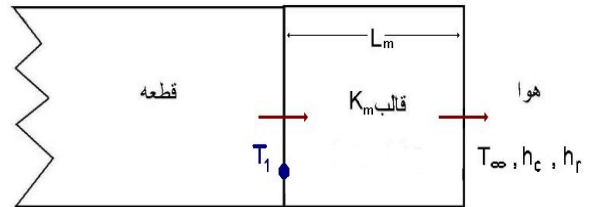
شکل ۲. الگوریتم برنامه کامپیوتری تهیه شده در پژوهش حاضر

در معادله شیل وقتی دما به درجه حرارت یوتکتیک برسد $f_s = 1$ خواهد شد و سپس آلیاژ، باقیمانده گرمای نهان خود را در دمای T_E همانند یک ماده خالص آزاد می‌کند [1, 3, 11, 12].

۳. شرایط مرزی و اولیه

به منظور حل معادله حاکم بر فرآیند باید شرایط مرزی و همچنین شرط اولیه مشخص گردند. در این پژوهش با اگماض انقباض، می‌توان فرض نمود که بین قطعه و قالب فاصله هوایی بوجود نمی‌آید فلذا مطابق شکل (۱) می‌توان شار منتقل شده از سطح قطعه به محیط در هر جهت را بصورت زیر محاسبه نمود [13]:

$$q = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{L_m}{k_m} + \frac{1}{h_r + h_c}} \quad (10)$$



شکل ۱. شماتیک شار حرارت در سطح

که در آن T_1 دمای سطح قطعه، T_∞ دمای محیط، L_m ضخامت قالب، k_m ضریب هدایت حرارتی قالب، h_c ضریب انتقال حرارت بصورت جابجایی با محیط و h_r از رابطه زیر بدست می‌آید. در برنامه شبیه سازی مقدار h_r در هر مرحله زمانی و براساس دمای قبلی، بهنگام می‌گردد:

$$h_r = \sigma \epsilon (T_1 + T_\infty) (T_1^2 + T_\infty^2) \quad (11)$$

درجه حرارت اولیه مذاب برابر درجه حرارت دمای بارریزی $(T_L + K/25)$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱. مقادیر اولیه مورد استفاده در برنامه شبیه سازی

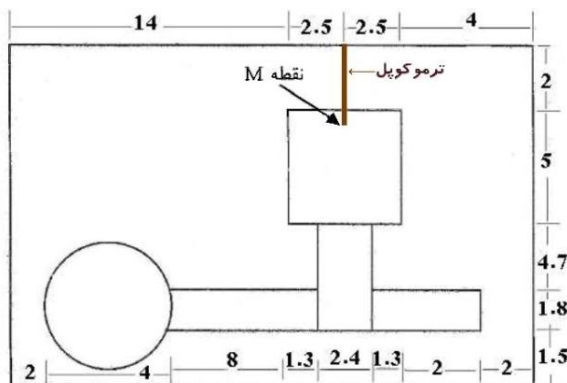
$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.5 \text{ cm}$	ابعاد المان
$\Delta t = 1 \text{ s}$	گام زمانی
298 K	درجه حرارت محیط

در برنامه شبیه‌سازی شده، مدل سه بعدی را معرفی کرده و خواص ترموفیزیکی موجود در جدول (۱) و شرایط مرزی را اعمال می‌نماییم. سپس فایل‌های خروجی اطلاعات را در برنامه لحاظ می‌نماییم که دما و کسر جامد شده هر گره را در طول زمان انجامد و سرد شدن قطعه، ضبط می‌نمایند.

² Tri Diagonal Matrix Algorithm

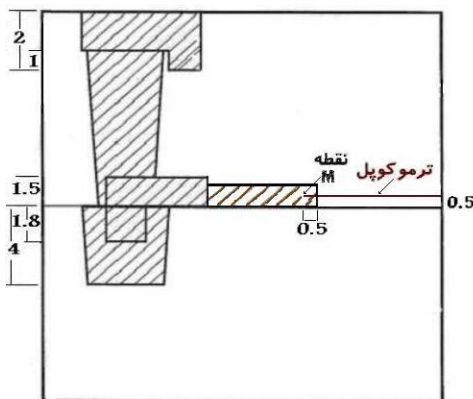
جدول ۲. خواص ترموفیزیکی آلیاژ A319 [21]

مقدار	خواص ترموفیزیکی
۸۷۸ K	درجه حرارت منحنی مذاب
۸۲۸ K	درجه حرارت یوتکتیک
۷۸۸ K	درجه حرارت منحنی جامد
۳۸۹/۵ J/kg	گرمای نهان انجماد
۱۰۹ W/m.K	ضریب هدایت حرارتی
۹۶۳ J/kg.K	ظرفیت گرمایی ویژه
۲۷۹۰ kg/m ³	چگالی



شکل ۳. شرایط و ابعاد سیستم راهگامی (بر حسب cm)

تشکیل یا استحاله یک فاز باعث تغییر آنتالپی و در نتیجه سرعت سرد شدن قطعه می‌گردد بنابراین وقوع این حالات را می‌توان به خوبی در منحنی مشتق اول منحنی سرد شدن مشاهده نمود. منحنی مشتق اول منحنی سرد شدن، منحنی سرعت سرد شدن بر حسب زمان می‌شود که در هر لحظه عبارت است از شیب خط مماس بر آن نقطه از منحنی و بنابراین نشاندهنده سرعت سرد شدن لحظه‌ای نمونه در حال انجماد می‌باشد. افزایش مقدار مشتق بیانگر این است که پدیده‌ای مانند وجود آمدن یک فاز جدید که باعث آزاد شدن گرما می‌شود، رخ داده است که باعث کاهش سرعت سرد شدن گردیده است [18, 21, 22].



شکل ۴. نمای دیگری از شرایط و ابعاد سیستم راهگامی

برای حل معادلات مذکور و شبیه‌سازی انجماد، برنامه ای به زبان FORTRAN تهیه شد که روند نمای (فلوچارت) برنامه در شکل (۲) ارائه شده است. همانگونه که دیده می‌شود این برنامه شامل سه قسمت اصلی می‌باشد.

در قسمت اول مش بندی و تعیین حجم‌های کنترل انجام شده و مقادیر اولیه گرماها براساس اطلاعات تجربی انجماد قطعه که در منابع گزارش شده اند، تعیین و اعمال می‌گردند.

در قسمت دوم معادلات انتقال حرارت ناپایدار همراه با انجماد حل می‌گردند. در این قسمت مقادیر ضریب هدایت حرارتی (k)، دانسیته (ρ) و ظرفیت گرمایی ویژه (C_p) هر گرما تعیین شده و سپس برای هر گرما ضرایب مورد نظر در معادلات گسسته‌سازی تعیین می‌شوند و در نهایت با اعمال شرایط مرزی، معادلات جبری انتقال حرارت با روش T.D.M.A حل شده اند.

قسمت سوم برنامه مربوط به جمع‌آوری نتایج حاصل از اجراء برنامه می‌باشد که در این قسمت نتایج حاصل بصورت دلخواه در فایل‌های مورد نظر ذخیره شده و مورد استفاده قرار می‌گیرند. برنامه کامپیوتری تهیه شده با استفاده از کامپیوتر شخصی Pentium III 900 MHz اجراء گردیده و نتایج حاصل ثبت گردیدند.

۵. آزمایش آنالیز حرارتی و ارزیابی مدل

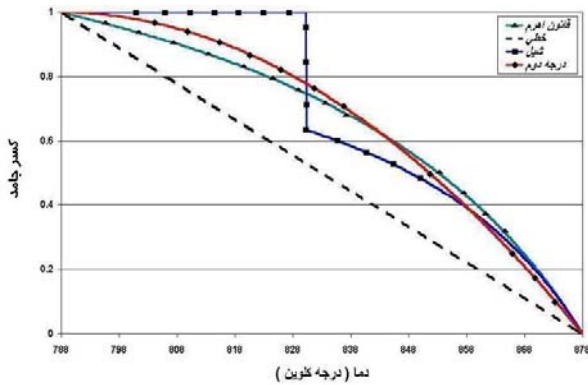
پدیده‌هایی که حین انجماد یک آلیاژ رخ می‌دهند (مانند تشکیل یا استحاله یک فاز، نحوه رشد فازهای گوناگون، بوجود آمدن فازهای بین فلزی و غیره)، بطور مستقیم بر سرعت سرد شدن آلیاژ تأثیر می‌گذارند. بنابراین با بدست آوردن منحنی دما-زمان نمونه در هنگام سرد شدن قادر خواهیم بود اطلاعات مفید و متنوعی در مورد نحوه انجماد نمونه بدست آوریم. در حقیقت یک منحنی سرد شدن بیانگر تاریخچه کامل نحوه انجماد نمونه مورد نظر می‌باشد.

در آنالیز حرارتی، با بارریزی مذاب در قالبی که در داخل آن ترموکوپل قرار داده شده، دماهای نمونه در هر لحظه گردآوری شده و اطلاعات حاصل وارد کامپیوتر می‌گردد. با ترسیم منحنی سرد شدن و منحنی‌های بدست آمده از آن (نظیر مشتق اول و دوم و یا منحنی کسر جامد شده بر مبنای زمان)، می‌توان پدیده‌های متعددی همچون ریزساختار، فازهای تشکیل شده، میزان اصلاح ساختار، ساختار یوتکتیک، درجه ریز شدن دانه‌ها و پدیده‌های اینچنینی را پیشگویی نمود [17, 18, 19, 20].

انجماد یک فلز خالص یا یک آلیاژ با آزاد شدن گرمای نهان ذوب آغاز می‌گردد و طی فرآیند انجماد، فازهای مختلفی در قطعه تشکیل می‌شوند. به کمک آنالیز حرارتی می‌توان دریافت که چه فازهایی تشکیل شده و روند انجماد به چه صورت بوده است. آنالیز حرارتی، روش تفسیر و تشریح دیگرام‌های فازی است که از طریق ذوب و سرد کردن یک آلیاژ با ترکیب مشخص و ثبت دما و زمان‌های مربوطه، منحنی سرد شدن قطعه را ارائه می‌نماید.

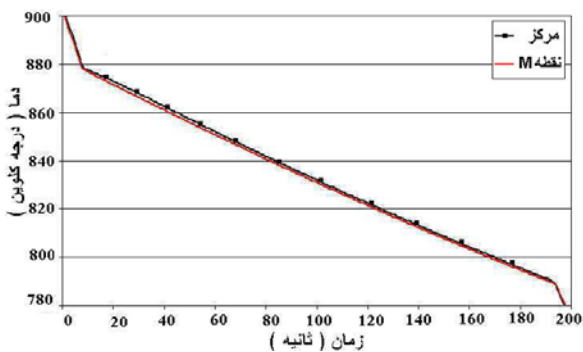
۶. نتایج و بحث

در شکل (۶) براساس روابط (۵) الی (۹)، رابطه بین کسر جامد شده و درجه حرارت قطعه ریختگی برای چهار شیوه مختلف آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت‌های خطی، درجه دوم، قانون اهرم و معادله شیل ارائه شده اند. همانگونه که در این منحنی‌ها دیده می شود نحوه آزاد سازی گرمای نهان ذوب تعیین کننده نحوه انجماد و سرد شدن قطعه می باشد و بعبارت دیگر در یک دمای معین، شیب هر منحنی متناسب با نرخ آزاد سازی گرمای نهان در آن دما می‌باشد.



شکل ۶. تغییرات کسر جامد شده بر حسب دما

با فرض اینکه گرمای نهان ذوب در محدوده دمایی لیکوئیدوس و سالییدوس بصورت خطی آزاد شود، در شکل (۷) منحنی‌های سرد شدن شبیه سازی شده برای دو نقطه از قطعه ریختگی (نقطه M و مرکز نمونه) ارائه شده اند. از این شکل به خوبی دیده می‌شود که انجماد از دمای حدود لیکوئیدوس (۸۷۸ K) شروع شده و در دمای سالییدوس (۷۸۸ K) پایان می‌یابد. همچنین دیده می‌شود که در منطقه خمیری، دماها بصورت خطی کاهش می‌یابند که مطابق با این فرض است که گرمای نهان بصورت خطی آزاد می‌شود.



شکل ۷. منحنی سرد شدن نقطه M و مرکز قطعه با فرض f_s بصورت خطی

همچنین دیده می‌شود که منحنی‌های دمایی شبیه‌سازی شده برای این دو نقطه لبه (نقطه M) و مرکز نمونه که فاصله بین آنها ۲ cm

در این پژوهش، آزمایش آنالیز حرارتی بر روی یک قطعه مکعب مستطیل با ابعاد ۱ cm * ۵ * ۵ و با آلیاژ A319 آلومینیوم انجام گرفت. جدول (۲) خواص ترموفیزیکی آلیاژ A319 آلومینیوم را نشان می‌دهد. نمونه در ماسه و با روش CO_2 (با ۵ درصد وزنی چسب سیلیکات سدیم) قالبگیری شده‌است.

جدول ۳. واکنش‌های حین انجماد در آنالیز حرارتی [۱۸]

شماره	واکنش
1	توسعه شبکه دندریتی
2 a	$Liq. \rightarrow Al + Al_{15} Mn_3 Si_2$
2 b	$Liq. \rightarrow Al + Al_5 Fe Si + Al_{15} Mn_3 Si_2$
3	$Liq. \rightarrow Al + Si + Al_5 Fe Si$
4	$Liq. \rightarrow Al + Al_2 Cu + Si + Al_5 Fe Si$
5	$Liq. \rightarrow Al + Al_2 Cu + Si + Al_5 Mg_8 Cu_2 Si_5$

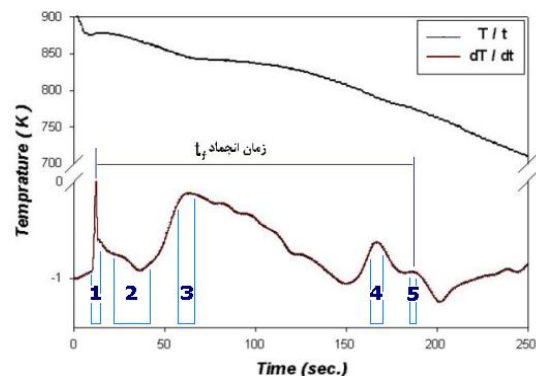
برای اندازه‌گیری دما، در یک نقطه معین از قطعه (نقطه M که در اشکال ۳ و ۴ مشخص شده است) یک ترموکوپل نوع K قرار داده شده و مقادیر دما در هر لحظه با استفاده از ترمومتر در رایانه ثبت گردید.

جدول ۴. مقادیر زمان انجماد بدست آمده از آزمایش‌های

تجربی و شرایط شبیه سازی شده

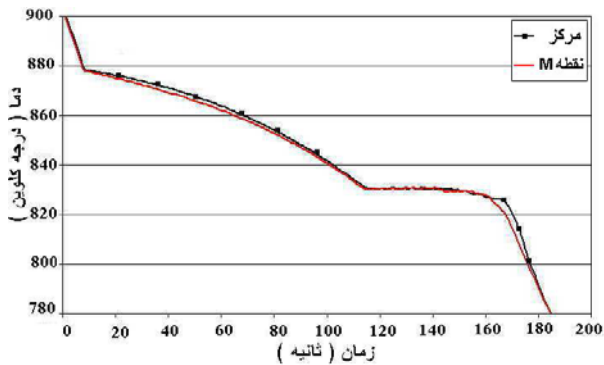
آزمایش	رابطه	درجه	قانون	معادله
تجربی	خطی	دوم	اهرم	شیل
$t_f(S)$	$t_f(S)$	$t_f(S)$	$t_f(S)$	$t_f(S)$
۱۷۵	۱۸۶	۱۸۰	۱۸۰	۱۷۷

در شکل (۵) نمودار حاصل از آنالیز حرارتی و مشتق آن برای نقطه M نمونه ارائه شده‌است. با استفاده از منحنی مشتق، واکنش‌های انجام شده حین انجماد تعیین شده و در جدول (۳) لحاظ گردیده‌اند. همچنین با استفاده از منحنی سرد شدن، زمان انجماد تعیین شده و در جدول (۴) ارائه شده‌است. برای مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی با نتایج عملی (تجربی)، مقادیر زمان انجماد تحت شرایط شبیه سازی شده نیز در این جدول ارائه شده‌اند.



شکل ۵. منحنی سرد شدن آنالیز حرارتی و مشتق آن

شده بیشتر می باشد بنابراین در این محدوده دمایی، گرمای نهان ذوب در حالت درجه دوم سریعتر آزاد می شود. اما در نزدیکی دمای سالییدوس حالت خطی گرمای نهان را سریعتر آزاد می نماید. همچنین منحنی های لبه و مرکز شکل (۸) نیز بسیار نزدیک به هم می باشند که دلیل آن (همانطور که برای شکل ۷ گفته شد)، بالابودن هدایت حرارتی و کم بودن ضخامت نمونه آلومینیومی می باشد.



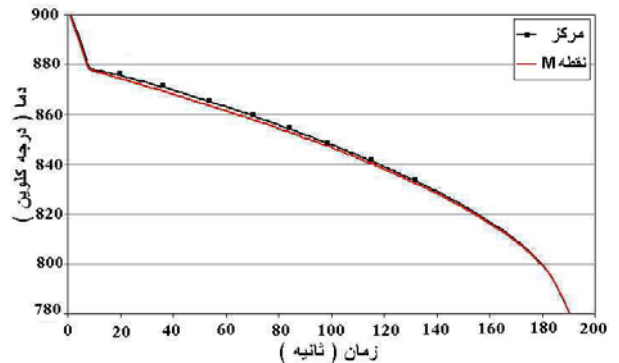
شکل ۱۰. منحنی سردشدن نقطه M و مرکز قطعه با فرض f_s

بصورت معادله شیل

شکل (۹) منحنی های سرد شدن لبه و مرکز نمونه براساس آزاد سازی گرمای نهان بصورت قانون اهرم می باشد. در ابتدای مرحله انجماد، دماها از دو حالت قبلی (حالت خطی و درجه دوم) بالاتر می باشد. دلیل این امر آزاد سازی سریعتر گرمای نهان در شروع انجماد نمونه می باشد (همانطور که در شکل ۶ دیده می شود). اما در عوض در انتهای انجماد منحنی ها تقریباً به هم نزدیک می شوند که دلیل این امر این است که برای حالت قانون اهرم در پایان انجماد آزاد سازی گرمای نهان بسیار کم می باشد.

شکل (۱۰) ارائه دهنده منحنی های سرد شدن لبه و مرکز نمونه در حالتی است که آزاد سازی گرمای نهان مطابق معادله شیل می باشد. همانطور که دیده می شود منحنی سرد شدن در منطقه خمیری دارای دو بخش می باشد. بخش اول مربوط به دمای بین دمای لیکوئیدوس و دمای یوتکتیک می باشد که آزاد سازی گرمای نهان مطابق رابطه (۹) صورت می گیرد و بخش دوم مربوط به باقیمانده گرمای نهان می باشد که در دمای یوتکتیک آزاد می شود. با توجه به شکل (۶) درصد کسر جامد نمونه در دمای یوتکتیک ۶۴/۶۷٪ می باشد و باقیمانده گرمای نهان، در دمای ثابت یوتکتیک آزاد می شود و منحنی در این قسمت مستقیم می باشد و بعد از دمای یوتکتیک، دمای نمونه کاهش می یابد اما قسمت های منجمد شده (لبه نمونه) همچنان تحت تأثیر گرمای نهان آزاد شده در قسمت های منجمد نشده دیگر نمونه (مرکز نمونه) می باشند که سبب مقداری اختلاف در شیب منحنی لبه نمونه پس از دمای یوتکتیک می گردد.

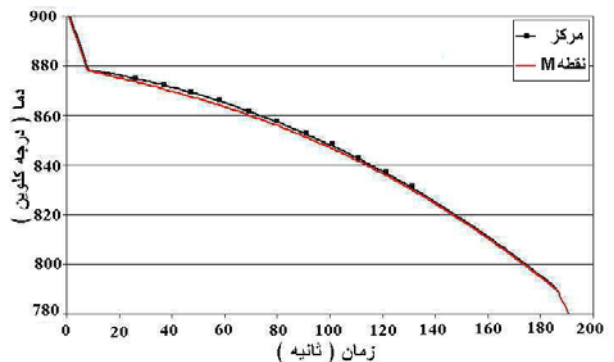
است، بسیار نزدیک به یکدیگر می باشند که دلیل آن کم بودن ضخامت قطعه و بالاتر بودن هدایت حرارتی آلیاژ آلومینیوم A319 در مقایسه با قالب ماسه ای است که می توان در ریخته گری آلیاژهای با هدایت حرارتی بسیار بالا در ماسه، دمای سرتاسر نمونه را یکنواخت فرض نمود [1, 2, 22].



شکل ۸. منحنی سردشدن نقطه M و مرکز قطعه با فرض f_s

بصورت درجه دوم

در اشکال (۸) الی (۱۰) منحنی های سرد شدن لبه (نقطه M) و مرکز قطعه ریختگی به ترتیب برای آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت درجه دوم، قانون اهرم و معادله شیل ارائه شده اند. با مقایسه شکل (۷) که مربوط به آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت خطی و شکل (۸) که بیانگر آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت درجه دوم می باشد، دیده می شود که در مرحله اولیه انجماد، دماهای منحنی شکل (۸) بیشتر از منحنی شکل (۷) می باشند هرچند که در مرحله پایانی انجماد برای شیوه آزاد سازی گرمای نهان بصورت درجه دوم، افت دما، سریعتر رخ می دهد که دلیل آن با توجه به شکل (۶)، تفاوت در نحوه آزاد سازی گرمای نهان می باشد.

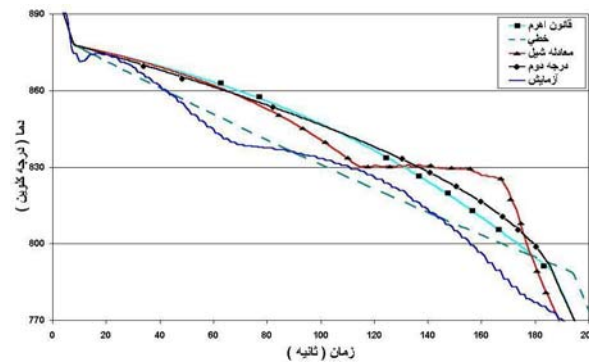


شکل ۹. منحنی سردشدن نقطه M و مرکز قطعه با فرض f_s

بصورت قانون اهرم

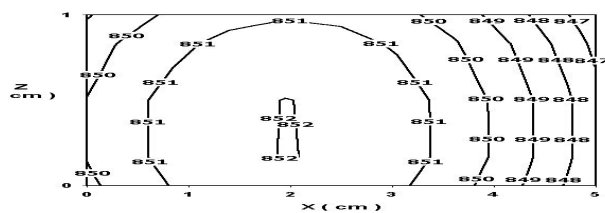
همانطور که در شکل (۶) دیده می شود در نزدیکی دمای لیکوئیدوس، شیب منحنی حالت درجه دوم بوده و مقدار کسر جامد

نهایتاً هنگامیکه تمام نمونه منجمد می‌شود، گرمای نهان دیگری وجود ندارد و دمای منحنی‌ها به سرعت کاهش می‌یابد.

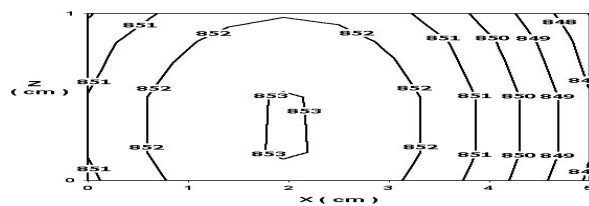


شکل ۱۱. منحنی‌های سرد شدن تجربی و شبیه‌سازی شده تحت چهار شیوه مختلف آزادسازی گرمای نهان در نقطه M

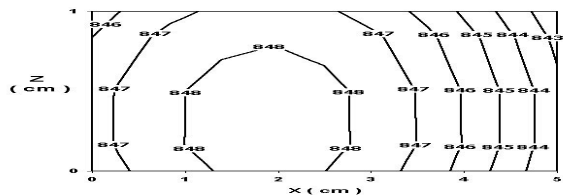
در شکل (۱۱) منحنی‌های سرد شدن تجربی و شبیه‌سازی شده تحت شرایط مختلف آزادسازی گرمای نهان ذوب برای نقطه M ارائه شده‌اند. همانطور که دیده می‌شود، نحوه آزادسازی گرمای نهان ذوب، تفاوت مشهودی در منحنی‌های بدست آمده، ایجاد می‌نماید. در این پژوهش مشاهده می‌شود که بیشترین اختلاف دمایی بین حالات آزادسازی گرمای نهان بصورت خطی و قانون اهرم می‌باشد. البته باید توجه داشت که مجموع مقدار گرمای نهان آزاد شده برای تمام حالات مختلف نمونه، برابر و یکسان می‌باشد. همانطور که در اشکال دیده می‌شود در مورد آلیاژ A319 آلومینیوم که دارای محدوده خمیری وسیعی می‌باشد، انتخاب شیوه آزادسازی گرمای نهان تأثیر محسوسی بر توزیع دمای پیش‌بینی شده توسط مدل دارد. بنابراین در مدل سازی ریاضی هر آلیاژ (بالاخص آلیاژهای با محدوده خمیری وسیع) برای پیش‌گویی دقیق‌تر توزیع دمایی نمونه باید در انتخاب آزادسازی گرمای نهان بسیار دقت نمود [1, 2, 21].



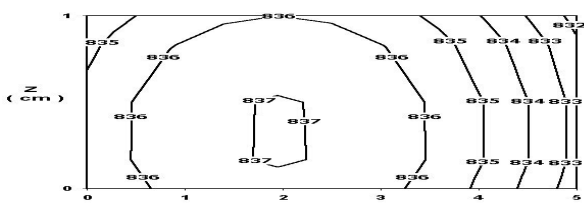
الف: با فرض f_s بصورت خطی



ب: با فرض f_s بصورت درجه دوم



ج: با فرض f_s بصورت قانون اهرم



د: با فرض f_s بصورت معادله شیل

شکل ۱۲. خطوط همدمای محاسبه شده در شرایط مختلف

شبیه‌سازی انجماد در مقطع عرضی عبوری از نقطه M نمونه ۹۰ ثانیه پس از شروع انجماد ($Y=0.5\text{Cm}$)

در شکل (۱۲) برای مقایسه نحوه انجماد تحت حالات مختلف آزادسازی گرمای نهان ذوب، خطوط همدمای محاسبه شده توسط مدل کامپیوتری شبیه‌سازی شده، ترسیم شده‌اند. این خطوط همدمای مربوط به مقطع عرضی عبوری از نقطه M (با عرض $Y=0.5\text{Cm}$) پس از ۹۰ ثانیه از شروع انجماد به ترتیب برای حالات آزادسازی گرمای نهان بصورت های خطی، درجه دوم، قانون اهرم و معادله شیل می‌باشند. محور افقی نشان‌دهنده طول و محور عمودی نشان‌دهنده ارتفاع نمونه‌ها (برحسب سانتی‌متر) می‌باشند.

مشاهده می‌شود که در این زمان معین، خطوط همدمای هر یک از حالات آزادسازی گرمای نهان با حالات دیگر متفاوت می‌باشد. دلیل این امر این است که برای هر یک از حالات مختلف آزادسازی گرمای نهان ذوب، یکی از روابط (۵) الی (۹) در معادله حاکم بر فرآیند (رابطه ۴) اعمال می‌شوند که تفاوت این روابط سبب اختلاف در مقادیر دمایی هر یک از این حالات می‌شود که این امر به وضوح در اشکال (۶) و (۱۱) مشاهده می‌شود بطوریکه در یک زمان معین، پروفیل دمایی هر یک از حالات آزادسازی گرمای نهان با حالات دیگر متفاوت می‌باشد.

همچنین در این اشکال، تأثیر نحوه قرارگیری قطعه در قالب ماسه‌ای و تأثیر ضخامت ماسه (اشکال ۲ و ۳)، بر خطوط همدمای کاملاً مشهود است. با بررسی منحنی‌های سرد شدن تجربی و شبیه‌سازی شده، مشاهده می‌شود که بین منحنی‌های شبیه‌سازی شده با منحنی تجربی اختلافاتی وجود دارد که می‌توان آنها را بصورت زیر بیان کرد:

الف) وجود اختلاف شیب در منطقه خمیری: می‌توان مهمترین دلیل این امر را عدم وجود و استفاده از تغییرات خواص ترموفیزیکی با دما دانست. از آنجائیکه برای این آلیاژ اطلاعات مربوط به رابطه

می‌گیرد که با توجه به شکل (۱۱) این حالت دارای تطابق مناسب تری با منحنی آنالیز حرارتی می‌باشد. دلیل این امر را می‌توان اینگونه بیان نمود که مقادیر خواص ترموفیزیکی (بالاخص هدایت حرارتی) در حالت مذاب بیشتر از مقادیر استفاده شده در حالت ثابت می‌باشد فلذا در حالت مذاب، نمونه سریعتر سرد شده و در نتیجه منحنی سرد شدن به سمت چپ تمایل پیدا می‌نماید.

ب) اختلاف در زمان پایان انجماد: این اختلاف، مهمترین اختلاف در منحنی‌های سرد شدن شبیه سازی شده و تجربی می‌باشد که تقریباً در سایر پژوهش‌های انجام شده نیز گزارش شده است [1, 2, 3, 4]. با توجه به شکل (۱۱) برای مقایسه بهتر اختلاف منحنی‌های سرد شدن شبیه سازی شده و تجربی، در جدول (۴) مقادیر زمان انجماد حاصل از شبیه سازی (براساس حالات متفاوت آزادسازی گرمای نهان ذوب) و نتایج تجربی ارائه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، زمان انجماد منحنی‌های شبیه سازی شده بیشتر از منحنی تجربی می‌باشند که می‌توان دلیل آنرا فرض تعادلی بودن فرآیند انجماد و سرد شدن در حالت شبیه سازی دانست. البته ذکر این نکته نیز مهم است که در شبیه سازی، بسیاری از عواملی که در عمل بر زمان انجماد تأثیر می‌گذارند نیز در نظر گرفته نشده‌اند. از جمله این عوامل، درجه حرارت بارریزی است که در فرآیند شبیه‌سازی فرض بر این است که قالب با مذابی با درجه حرارت یکنواخت پر شده و سپس فرآیند انجماد صورت می‌گیرد، در صورتی که در عمل، از لحظه ورود اولین مذاب به داخل قالب فرآیند انجماد آنها آغاز می‌گردد. همچنین صرفنظر کردن از تشکیل فاصله هوایی بین قالب و نمونه و نیز عدم استفاده از روابط ترموفیزیکی بصورت تابعی از درجه حرارت، نیز از دیگر علل عدم تطابق کامل نتایج محاسباتی و تجربی می‌باشند.

۷. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پژوهش تأثیر شیوه آزاد سازی گرمای نهان بر انجماد قطعه‌ای آلومینیومی با محدوده خمیری وسیع شبیه سازی شده است. چهار شیوه آزاد سازی گرمای نهان در محدوده انجماد حالت شامل آزاد سازی بصورت خطی، درجه دوم و مبتنی بر قانون اهرم و معادله شیل، در مدل انجماد در نظر گرفته شده‌اند.

با توجه به اینکه آلیاژ مورد استفاده در این پژوهش دارای منطقه خمیری وسیعی می‌باشد، اعمال نحوه آزاد سازی گرمای نهان ذوب در مدل تأثیر بسیار زیادی بر شبیه سازی فرآیند انجماد دارد. برای پیش‌بینی دقیق‌تر رفتار انجمادی و توزیع دمایی و ارائه منحنی سرد شدن قطعه، انتخاب مناسب نحوه آزاد سازی گرمای نهان ذوب، بطوریکه با حالت واقعی سازگار باشد بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

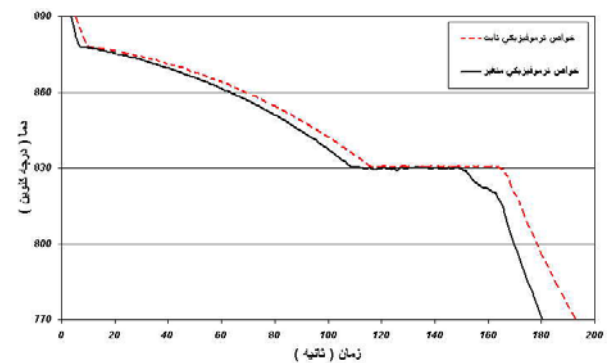
مقایسه منحنی‌های سرد شدن بدست آمده از مدل با منحنی تجربی قطعه نشان داد که در مجموع منحنی سرد شدن شبیه سازی شده تحت شرایط آزاد سازی گرمای نهان ذوب بر مبنای معادله

بین خواص فیزیکی و دما بسیار محدود می‌باشد که در این پژوهش از مقادیر ثابت استفاده شده است.

جدول ۵. خواص ترموفیزیکی آلیاژ Al-4.5 Cu در دو حالت ثابت و متغیر [۲۱]

ویژگی	مقادیر متغیر	ثابت
ضریب هدایت حرارتی	$748.737+0.46145 * T$ $T < 775$	۱۸۸ W/m.K
	$1286.75-0.25 * T$ $775 < T < 991$	
	1059 $T < 991$	
ظرفیت گرمایی	188.3 $T < 523$	۸۸۲ J/ kg.K
	$144.368 + 0.84 * T$ $523 < T < 573$	
	192.5 $73 < T < 775$	
	$818.666-0.807956 * T$ $775 < T < 911$	

به منظور بررسی تاثیر تغییرات خواص ترموفیزیکی با دما، آلیاژ Al - 4.5 Cu در نظر گرفته شد که با آلیاژ A319 نزدیک بوده و همچنین در منابع خواص ترموفیزیکی متغیر با دمای آن موجود می‌باشد. دو حالت متفاوت از این آلیاژ، یکی بصورت خواص ترموفیزیکی متغیر با دما و دیگری براساس مقادیر ثابتی از خواص ترموفیزیکی (که مقدار آنها برابر مقادیر خواص ترموفیزیکی در دمای محیط می‌باشد) مدنظر قرار گرفت که مقادیر آنها در جدول (۵) ارائه شده‌اند [21, 23]. سپس این دو حالت در برنامه کامپیوتری اعمال شده و همانند شرایط مرزی و اولیه قبلی محاسبات اجراء شده و نتایج حاصله جمع آوری گردیدند.



شکل ۱۳. منحنی‌های سرد شدن شبیه‌سازی شده براساس معادله شیل برای دو حالت متفاوت آلیاژ Al-4.5Cu

در شکل (۱۳) منحنی‌های سرد شدن مرکز قطعه برای این دو حالت و تحت شرایط آزاد سازی گرمای نهان ذوب مطابق معادله شیل ارائه شده است (بدلیل مشابهت ساختاری منحنی بدست آمده براساس معادله شیل با منحنی تجربی، این نوع آزادسازی گرمای نهان مذاب مدنظر قرار گرفت). همانطور که دیده می‌شود با اعمال مقادیر خواص ترموفیزیکی متغیر با دما در حالت اول منحنی و خط یوتکتیک در سمت چپ منحنی و خط یوتکتیک حالت دوم قرار

[10] Ebisu Y., "Computer Simulation on the Macro structures in Centrifugal Casting", AFS Trans., 1977, pp. 643-654.

[11] Sahm P.R. and Hansen P.N., *Numerical Simulation and Modeling of Casting and Solidification Processes for Foundry and Cast House*, RWTH Aachen, 1984.

[12] Swaminathan C.R. and Voller V.R., "A General Enthalpy Method for Modeling Solidification Processes", Met. Trans., Vol. 23 B, 1992, pp. 651-664.

[۱۳] قاسم زاده رضا، *انتقال حرارت در متالورژی*، مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۳.

[14] Sekhar J.A., "Alloy Solidification: Modeling Techniques", The Mineral, Metals & Materials Society, 1980, pp. 473-493.

[15] Voller V.R. and Cross M., "An Explicit Numerical Method to Track Moving Phase Change Front", Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 26, 1983, pp. 147-150.

[16] Morgan K., Lewis R.W. and Zienkiewicz O.C., "An Improved Algorithm for Heat Conduction Problems with Phase Change", Int. J. for Num. Method in Eng., 1978, pp. 1191-1195.

[17] Reddy G.S., Mascarenhas W.J. and Reddy J.N., "Numerical Simulation of Solidification of Molten Aluminum Alloys in Cylindrical Molds", Metal. Trans., Vol. 24 B, 1993, pp. 677-684.

[18] Backerud L., Chai G. and Tamminen J., *Solidification Characteristics of Aluminum Alloys*, Vol. 2, Foundry Alloys, 1990, AFS/SKAN Aluminum.

[۱۹] حجازی جلال، *ریخته‌گری فلزات غیرآهنی*، انتشارات جامعه ریخته‌گری، خرداد ۱۳۶۰.

[۲۰] بوتراپی سیدمحمدعلی و بالی صابر، *ریخته‌گری پیشرفته*، جلد اول، مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۶.

[21] *Aluminium and Aluminium Alloys*, ASTM, Vol. 0202, pp. 714-715.

[22] Ananthanarayanan L., Samuel F.H. and Gruzleski J.E., "Thermal Analysis Studies on the Effect of Cooling Rate on the Microstructure of 319 Aluminium Alloy", AFS Trans., 1992, pp. 383-391.

[23] Chiang K.C. and Tsai H.L., "Transient Heat Transfer With Change of Phase in Sand Mold During Casting Processes", HTD-Vol. 113, Heat Transfer in Manufacturing and Materials Processing, ASME, 1989, pp. 113-122.

شیل با منحنی سرد شدن تجربی حاصل از آنالیز حرارتی دارای تشابه بیشتری می‌باشد که نشان‌دهنده واقعی‌تر بودن نحوه آزاد سازی گرمای نهان ذوب بر مبنای معادله شیل برای آلیاژ حاضر می‌باشد. همچنین زمان انجماد بدست آمده تحت شرایط شبیه سازی شده آزاد سازی گرمای نهان ذوب براساس معادله شیل نیز نسبت به سایر روشهای آزاد سازی گرمای نهان ذوب، به مقادیر تجربی نزدیک‌تر می‌باشد.

همچنین مشاهده می‌شود که بیشترین اختلاف بین منحنی و نتایج حاصل از شبیه سازی انجماد تحت شرایط آزاد سازی گرمای نهان ذوب بصورت معادله شیل با منحنی و نتایج تجربی، مربوط به محدوده دمایی بین دمای لیکوئیدوس و دمای یوتکتیک می‌باشد. دلیل این اختلاف می‌تواند مربوط به فرض ثابت بودن خواص ترموفیزیکی آلیاژ در محدوده انجماد باشد که با اعمال خواص ترموفیزیکی متغیر با دما، منحنی شبیه سازی شده به منحنی آنالیز حرارتی نزدیک تر می‌گردد.

مراجع

[1] Chen J.H. and Tsai H.L., "Comparison on Different Modes of Latent Heat Release for Modeling Casting Solidification", AFS Trans., 1990, pp. 539-546.

[2] Chen J.H. and Tsai H.L., "An Efficient and Accurate Numerical Algorithm for Multi-Dimensional of Casting Solidification Part I: Control Volume Method", AFS Trans., 1990, pp. 527-537.

[3] Dantzig J.A. and Berry J., *Modeling of Casting and Welding Processes II*, The Metallurgical Society, 1984.

[4] Oldfield W., "A Quantitative Approach to Casting Solidification: Freezing of Cast iron", ASM Trans., 1966, pp. 945-961.

[5] Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw-Hill Book Co., 1980.

[6] Rappaz M. and Stefanescu D.M., *Modeling of Micro structural Evolution*, Metals Hand Book ASM, Vol. 15, 1990, pp. 883-891.

[7] Kanetkar E.S. and Stefanescu D.M., "Macro-Micro Modeling of Solidification of Hypoeutectic and Eutectic Al-Si Alloys", AFS Trans., 1988, pp. 541-548.

[۸] بابایی رضا، موقاری محمد، سپاوه اعظم و دوامی پرویز، "شبیه‌سازی انجماد فلزات به کمک روش المانهی محدود"، کنگره بین‌المللی روشهای محاسباتی در مهندسی، ۱۲ الی ۱۶ اردیبهشت ۱۳۷۲، دانشگاه شیراز.

[9] Thamban M.I. and Panchanathan V., "Numerical Simulation of Solidification of Aluminum Alloys in Cast Iron Molds", AFS Trans., 1980, pp. 167-174.