

## پیش‌بینی رفتار بتن محصور در کامپوزیت FRP به روش اجزای محدود

داود مستوفی‌نژاد و حسن سعادت‌مند

**چکیده:** ایجاد رفتار پلاستیک در بتن و افزایش شکل‌پذیری و مقاومت فشاری در اعضای بتن‌آرمه، از اثرات قابل ملاحظه محصور نمودن بتن می‌باشد. در این تحقیق، با استفاده از آنالیز غیرخطی، نحوه پیش‌بینی رفتار بتن محصور در پلیمرهای مسلح به الیاف کربن (CFRP) بیان گردیده است. در این ارتباط از نتایج ۲۹ تحقیق آزمایشگاهی، که الیاف کامپوزیت محصورکننده، از نوع کربن و در یک جهت بوده و مشخصات مکانیکی آن بوسیله محقق تعیین گردیده، استفاده شده است. منحنی رفتاری حاصل از این آزمایشات به صورت دوخطی تقریب زده شده و با استخراج داده‌های مورد نیاز، روابطی برای مدل‌سازی رفتار غیرخطی بتن محصور برآزش شده و ارائه گردید. صحت این روابط با استفاده از نتایج ۱۶ آزمایش دیگر مورد تایید قرار گرفت. روابط ارائه شده، با استفاده از معیار شکست تسای - وو (Tsai-Wu) برای در نظرگیری کرنش پارگی حلقوی CFRP چسبیده به بتن؛ قابل استفاده در مدل‌سازی محصورشدگی می‌باشد. در این راستا با استفاده از این روابط، نمونه‌های بتنی با مشخصات فرضی که محصور در کامپوزیت با مشخصات مکانیکی مشخص می‌باشد؛ در نرم‌افزار ANSYS مدل گردید. نتایج بدست آمده گویای مناسب بودن مدل در نظر گرفته شده بود؛ به طوری که منحنی‌های تنش - کرنش بدست آمده از نرم‌افزار مذکور، در مطالعات پارامتری بر روی محصورشدگی بتن، تحت بار محوری و لنگر خمشی، به خوبی قابل کاربرد می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** بتن، محصور شدگی، کامپوزیت‌های FRP، مدل‌سازی، اجزای محدود

### ۱. مقدمه

در دو دهه اخیر، استفاده از کامپوزیت‌های FRP برای مقاوم‌سازی اجزای گوناگون سازه‌ای رشد فزاینده‌ای یافته است. اثرات استفاده از ورقه‌های کامپوزیتی برای محصور نمودن بتن در ستون‌های بتن‌آرمه، بسیار چشمگیر و کارا می‌باشد؛ به گونه‌ای که اهتمام ویژه‌ای به منظور مقاوم‌سازی این قسمت از سازه با استفاده از FRP به عمل آمده است. بر این اساس تحقیقات زیادی به منظور تعیین منحنی تنش-کرنش و تدوین یک مدل ریاضی به جهت تبیین و پیش‌بینی رفتار بتن محصور انجام یافته است. محققینی همچون صافی و همکاران<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۹ [۱]، و سامان و همکاران<sup>۲</sup> در سال

۱۹۹۸ [۲]، آزمایشاتی بر روی لوله‌های FRP پر شده از بتن انجام داده‌اند. همچنین شائو و وو<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۰ مدل‌هایی مبتنی بر نتایج آزمایش بر روی استوانه‌های بتن محصور در FRP چسبیده به بتن، ارائه نموده‌اند [۳]. لام و تنگ<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۲ با ارزیابی مدل‌ها و تحقیقات ارائه شده تا آن زمان مدلی ریاضی با در نظرگیری نوع الیاف به کار رفته در ساخت کامپوزیت، ولی بدون در نظرگیری پارگی زودهنگام کامپوزیت چسبیده به بتن، ارائه نموده‌اند [۴]. همچنین پسیکی و همکاران<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۱ مطالعات پارامتری با ارزشی بر روی ستون‌های بتن‌آرمه محصور در کامپوزیت انجام داده‌اند [۵]. در سال ۲۰۰۰ میرمیران و همکاران<sup>۶</sup> ایده‌ای برای مدل‌سازی اجزای محدود لوله‌های FRP پر شده از بتن با استفاده از نرم‌افزار ANSYS بدون در نظرگیری امکان پارگی حلقوی زود هنگام در کامپوزیت ارائه نموده‌اند [۶].

مقاله در تاریخ ۱۳۸۳/۱۰/۵ دریافت شده و در تاریخ ۱۳۸۵/۳/۱۰ به تصویب نهایی رسیده است.

دکتر داود مستوفی‌نژاد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان،  
[dmostofi@cc.iut.ac.ir](mailto:dmostofi@cc.iut.ac.ir)

حسن سعادت‌مند، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی اصفهان (خوراسگان)،  
[h\\_saadatmand@khuisf.ac.ir](mailto:h_saadatmand@khuisf.ac.ir)

<sup>2</sup> Saafi et al.

<sup>3</sup> Samaan et al.

<sup>4</sup> Xiao Y. and Wu H.

<sup>5</sup> Lam and Teng

<sup>6</sup> Pessiki et al.

<sup>7</sup> Mirmiran et al

$$f_1 S_1 + f_2 S_2 + f_{11} S_1^2 + f_{22} S_2^2 + f_{12} S_1 S_2 = 1 - k^2 \quad (1)$$

پارامترهای  $f_i$ ،  $f_j$  و  $f_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) با توجه به مشخصات مکانیکی کامپوزیت، با استفاده از روابط (۲) تا (۶) بدست می‌آیند. در این روابط  $F_{1t}$  و  $F_{2t}$  مقاومت‌های کششی در راستای الیاف و عمود بر الیاف، و همچنین  $F_{1c}$  و  $F_{2c}$  مقاومت‌های فشاری در راستای الیاف و عمود بر الیاف کامپوزیت می‌باشد. پارامتر  $k$  با تغییرات بین صفر تا یک، طبق رابطه (۷)، نسبت تنش برشی به مقاومت برشی کامپوزیت می‌باشد.

در شکل ۱ منحنی‌های گسیختگی در دو مقدار  $k=1$  و  $k=0$  برای نوعی از کامپوزیت با الیاف کربن که مشخصات مکانیکی آن بوسیله کارخانه سازنده مشخص شده، رسم گردیده است.

این مشخصات در بخش ۶-۱ این تحقیق بیان شده است. در این تحقیق بنا بر توصیه مرجع [۷] منحنی مربوط به  $k=0$  مورد استفاده قرار گرفته است.

$$f_1 = 1/F_{1t} - 1/F_{1c} \quad (2)$$

$$f_{11} = 1/F_{1t} F_{1c} \quad (3)$$

$$f_2 = 1/F_{2t} - 1/F_{2c} \quad (4)$$

$$f_{22} = 1/F_{2t} F_{2c} \quad (5)$$

$$f_{12} = -1/2(f_{11} f_{22})^{0.5} \quad (6)$$

$$k = \tau_6 / F_6 \quad (7)$$

### ۳. مدل سازی اجزای محدود محصورشدگی بتن

برای مدل سازی بتن و FRP به ترتیب از المان‌های solid65 و shell41 موجود در نرم افزار ANSYS استفاده شده است. المان solid65 یک المان هشت گره‌ای با قابلیت در نظرگیری رفتار غیرخطی بتن، و المان shell41 یک المان غشایی چهارگره‌ای خطی مطابق با رفتار خطی کامپوزیت FRP می‌باشد.

گره‌های این دو المان هر یک دارای سه درجه آزادی می‌باشد. مدول الاستیسیته بتن به عنوان یک ماده همسانگرد بر اساس مدل احمد و شاه (۱۹۸۲) برابر با  $3950\sqrt{f_c}$ ، و ضریب پواسون برابر با ۰/۱۸ در نظر گرفته شده است [۲]. مشخصات مکانیکی FRP نیز به عنوان یک ماده غیر همسانگرد تعریف شده است.

بر اساس توصیه نرم افزار برای در نظرگیری افزایش مقاومت فشاری و کرنش محوری نهایی بتن محصور، از معیار تسلیم دراکر - پراگر، به عنوان مدل رفتاری المان solid65 استفاده شده است [۹].

### ۳-۱. مدل رفتاری دراکر - پراگر

این گزینه برای مواد دانه‌ای همچون خاک، سنگ و بتن مناسب و قابل اجرا می‌باشد [۹]. مدل دراکر - پراگر با تعریف سه پارامتر مقدار چسبندگی، زاویه اصطکاک داخلی و زاویه اتساع بتن محصور،

اهمیت امکان مدل سازی اجزای محدود از رفتار بتن محصور به منظور انجام مطالعات اولیه در پیش بینی رفتار ستون‌های بتن آرمه محصور در کامپوزیت و تحت ترکیبات گوناگونی از بارگذاری و ابراز ایده‌های جدید بسیار زیاد می‌باشد.

بر این اساس در مقاله حاضر از نتایج ۴۵ آزمایش انجام شده بر روی ستون‌های پیچیده در کامپوزیت با الیاف کربن (CFRP)، استفاده شده تا با استفاده از ۲۹ مورد از این نتایج، روابطی برای پیش بینی رفتار بتن محصور، به دست آید.

همچنین این روابط با ۱۶ نتیجه آزمایشگاهی دیگر، ارزیابی گردیده است. این روابط به نحوی پیشنهاد شده تا در مدل سازی با نرم افزار ANSYS، با در نظرگیری پارگی زود هنگام الیاف پیچیده شده به دور ستون قابل کاربرد باشد.

## ۲. معیار گسیختگی استفاده شده برای FRP چسبیده

### به ستون

به منظور تعیین مشخصات مکانیکی ورقه‌های کامپوزیتی، از آزمایش کشش نمونه تخت بر اساس استاندارد ASTM D 3039، استفاده می‌گردد. بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی، انهدام نهایی ستون محصور شده به همراه پارگی FRP صورت می‌گیرد.

با بررسی نتایج آزمایشات ارائه شده در جدول ۱ نتیجه می‌شود که کرنش حلقوی پارگی ( $\epsilon_h$ ) کامپوزیت CFRP چسبیده به بتن، به طور میانگین و با انحراف استاندارد ۰/۰۲۲، برابر با ۰/۵۸ کرنش پارگی کششی حاصل از آزمایش نمونه تخت کامپوزیت ( $\epsilon_t$ ) می‌باشد.

یکی از دلایل این پارگی زود هنگام، انتقال تنش فشاری محوری ستون بتنی به کامپوزیت می‌باشد و از آنجا که کامپوزیت در جهت حلقوی تحت کشش است، لذا FRP تحت تنش دو محوره گسیخته می‌گردد [۳].

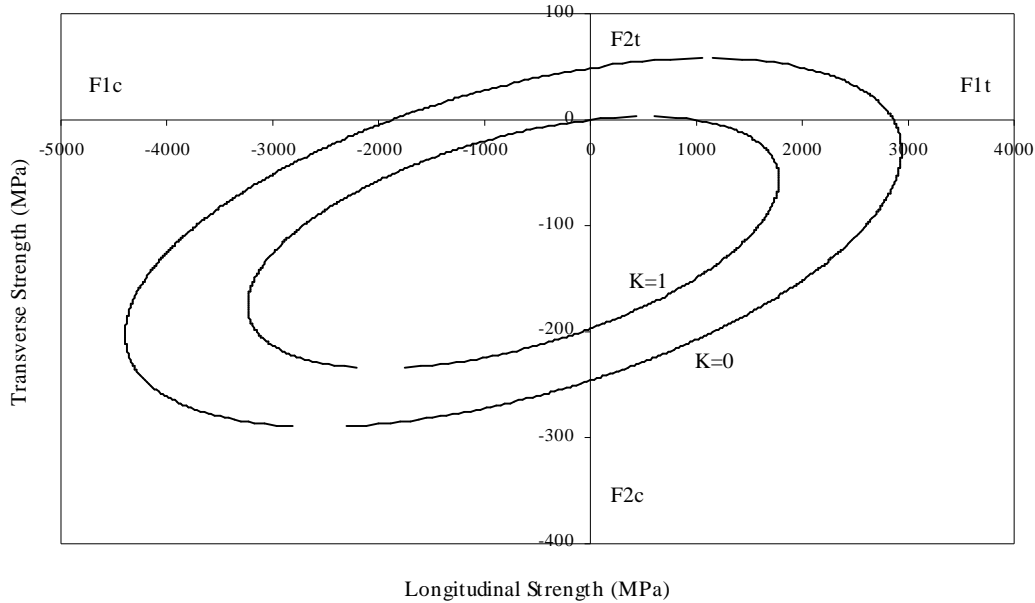
بر این اساس فام و ریز کالا استفاده از معیار گسیختگی تسای - وو را برای کامپوزیت FRP به عنوان ماده‌ای با رفتار غیر همسانگرد که تحت تنش دو محوره قرار دارد، پیشنهاد نموده‌اند [۷].

در معیار شکست تسای - وو، تعامل میان تنش‌های دو محوره برای مواد غیر همسانگرد در نظر گرفته می‌شود.

در این معیار با استفاده از مشخصات مکانیکی دو راستای اصلی کامپوزیت، یک منحنی بسته به عنوان معیار گسیختگی در صفحه تنش‌های دو محوره تعریف می‌گردد.

نقطه تلاقی این منحنی با منحنی تنش فشاری - تنش کششی کامپوزیت در دستگاه مختصات تنش‌های دو محوره، بیانگر زوج تنشی است که سبب گسیختگی FRP می‌گردد.

معیار شکست تسای - وو مطابق با رابطه (۱) می‌باشد [۸]. در این رابطه  $S_1$  و  $S_2$  زوج تنش فشاری و کششی گسیختگی می‌باشد.



شکل ۱. منحنی‌های شکست تنش دو محوره تسای - وو

کرنش محوری نهایی کاهش می‌یابد.

#### ۴. ارزیابی صحت مدل‌سازی رفتار غیر خطی بتن

##### محصور شده

با استفاده از روابط فوق‌الذکر، رفتار دو نمونه بتنی محصور در کامپوزیت با الیاف کربن، به روش اجزای محدود به منظور بررسی عملکرد نرم‌افزار ANSYS مدل‌سازی گردیده است. نحوه مدل‌سازی محصورشدگی در ادامه این تحقیق بیان شده است. این مدل‌سازی بر مبنای آزمایشاتی که بوسیله شائو و وو در سال ۲۰۰۰ انجام گردیده، به عمل آمده و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. این دو نمونه با نام‌های I و II، به ترتیب استوانه‌هایی بتنی با مقاومت فشاری تک محوره ۳۳/۷ و ۴۳/۸ MPa می‌باشند که در کامپوزیت CFRP با مدول الاستیسیته ۱۰۵ GPa و به ترتیب با ضخامت‌های ۰/۳۸ و ۱/۱۴ میلیمتر محصور شده است [۳].

از آنجا که رفتار بتن محصور با معیار تسلیم دراکر - پراگر در نرم‌افزار مدل می‌گردد، لذا بر اساس روابط فوق، برای تنظیم و تعیین پارامترهای این مدل لازم است تا کرنش پارگی حلقوی کامپوزیت ( $\epsilon_h$ ) و تنش فشاری نظیر این کرنش که مقاومت فشاری بتن در حالت محصور شده ( $f_{cc}$ ) می‌باشد، از نتایج آزمایش تعیین گردد. با استفاده از آن، دو پارامتر ضریب چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی در مدل دراکر - پراگر تعیین می‌گردد. همچنین با تعیین کرنش محوری نهایی ( $\epsilon_c$ )، قادر به محاسبه زاویه اتساع در این مدل می‌باشیم. پس از تعیین پارامترهای مورد نیاز مدل اجزای محدود، بارگذاری محوری در آنالیز غیر خطی تا جایی که کرنش در المان مربوط به کامپوزیت در مدل به کرنش پارگی آزمایشگاهی ( $\epsilon_h$ )

به عنوان مقادیر ورودی بیان می‌گردد. پارامتر اول یعنی مقدار چسبندگی (c) بزرگتر از صفر بوده و دارای واحد نیرو بر سطح می‌باشد. پارامتر دوم زاویه اصطکاک داخلی (q) و بر حسب درجه بوده و پارامتر سوم زاویه اتساع (f) می‌باشد. زاویه اتساع از صفر تا مقدار زاویه اصطکاک داخلی متغیر می‌باشد. برای تنظیم دو پارامتر اول و دوم، میرمیران و همکاران برای لوله‌های کامپوزیتی پر شده از بتن، به ترتیب روابط (۸) و (۹) را پیشنهاد نموده‌اند [۶].

$$c = f'_c (1 - \sin q) / (2 \cos q) \quad (8)$$

$$q = 2 \left( \tan^{-1} \sqrt{k} - 45^\circ \right) \quad (9)$$

در این دو رابطه چنانچه مقاومت فشاری نهایی متناظر با فشار محصورشدگی  $f_l$  برابر با  $f_{cc}$  باشد، ضریب محصورشدگی k با استفاده از رابطه (۱۰) بدست می‌آید. مقدار فشار محصورشدگی متناظر با کرنش حلقوی پارگی کامپوزیت ( $\epsilon_h$ )، بر اساس قطر نمونه (D) مدول الاستیسیته ( $E_{frp}$ ) و ضخامت کامپوزیت ( $t_{frp}$ ) از رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$k = \left( f_{cc} - f'_c \right) / f_l \quad (10)$$

$$f_l = 2 t_{frp} E_{frp} \epsilon_h / D \quad (11)$$

پارامتر سوم که زاویه اتساع می‌باشد، باید چنان تنظیم شود که کرنش محوری متناظر با کرنش حلقوی پارگی FRP، برابر با کرنش محوری نهایی متناظر با مقاومت فشاری نهایی بتن محصور بدست آید. با افزایش این زاویه از صفر تا مقدار زاویه اصطکاک داخلی،

این نمونه‌های آزمایشگاهی شامل استوانه‌هایی با قطر (D) ۱۰۰ و ۱۵۲ میلی‌متر و مقاومت فشاری بتن محصور نشده ( $f'_c$ ) ۲۶/۲ تا ۵۵/۲ MPa، و ضخامت ( $t_{fpp}$ ) و سختی کامپوزیت ( $E_{fpp}$ ) به ترتیب از ۰/۱۴ تا ۲ میلی‌متر و از ۳۸/۱ تا ۶۳۰ GPa و همچنین مقاومت کششی نهایی نمونه تخت ( $f_{fpp}$ ) از ۵۸۰ تا ۲۸۷۳ MPa بودند. مشخصات این نمونه‌های آزمایشی در جدول ۲ آورده شده است.

در این جدول  $f_{cc}$  مقاومت فشاری بتن در حالت محصور شده و L طول استوانه‌های بتنی می‌باشد. همچنین  $f_o$  نقطه تقاطع قسمت خطی دوم نمودار تنش - کرنش با محور تنش بر اساس مقادیر ارائه شده در مرجع [۴] می‌باشد. منحنی تنش - کرنش بتن محصور در FRP مطابق با مدل کلی ارائه شده در شکل ۳ به صورت نموداری دو خطی تقریب زده می‌شود.

با استفاده از این تقریب و با ایده گیری از مرجع [۲]، نقطه تقاطع قسمت خطی دوم نمودار با محور تنش‌ها به عنوان  $f_o$  تعریف می‌گردد. در این شکل  $E_1$  و  $E_2$  شیب قسمت‌های خطی دوم نمودار تنش - کرنش بوده و به ترتیب متناظر با منحنی مربوط به کرنش جانبی و منحنی مربوط به کرنش محوری می‌باشد.

در این تحقیق منحنی تنش - کرنش دو خطی به نحوی تقریب زده شده تا مقدار یکسانی برای نقطه تقاطع قسمت خطی دوم نمودار تنش محوری - کرنش جانبی با محور تنش‌ها، با نقطه تقاطع قسمت دوم خطی مربوط به نمودار تنش - کرنش محوری با این محور (نقطه  $f_o$ ) بدست آید. با استفاده از این تقریب می‌توان رابطه (۱۲) را نوشت.

بر اساس توضیحات ارائه شده در بخش ۱-۳ برای مدل‌سازی محصورشدگی، نیاز به تعیین مقاومت فشاری نهایی ( $f_{cc}$ ) متناظر با کرنش پارگی حلقوی FRP، می‌باشد. با توجه به شکل ۳،  $f_{cc}$  مطابق با رابطه (۱۳) قابل تعریف می‌باشد.

$$E_2/E_1 = e_h/e_c \quad (12)$$

$$f_{cc} = E_1 \times e_h + f_o \quad (13)$$

برسد، ادامه می‌یابد. در جدول ۱ تنش محوری ( $f_{cc-c}$ ) و کرنش محوری ( $e_{c-c}$ ) نظیر این مرحله از بارگذاری در برابر مقادیر آزمایشگاهی آن به همراه مقادیر مربوط به پارامترهای معیار تسلیم دراکر - پراگر، مشخص گردیده است. مقادیر اندک خطا صحت مدل‌سازی غیر خطی رفتار استوانه‌های بتنی محصور در ورقه‌های کامپوزیت چسبیده به بتن را بیان می‌کند.

در شکل‌های ۲ - الف و ۲ - ب منحنی‌های تنش محوری در برابر کرنش محوری و کرنش جانبی به ترتیب برای نمونه‌های I و II رسم شده است. این منحنی‌ها مقایسه نتایج آزمایشگاهی این دو نمونه را با نتایج حاصل از آنالیز غیر خطی، برای هر نمونه بیان می‌دارد. در این دو شکل منحنی‌های مذکور برای هر نمونه با مقادیر معین زاویه اصطکاک داخلی و ضریب چسبندگی بتن که در جدول ۱ بیان شد، به همراه مقادیر گوناگون از زاویه اتساع بر حسب درصدی از زاویه اصطکاک داخلی هر نمونه که در شکل مشخص شده، رسم گردیده است.

از این منحنی‌ها نتیجه می‌شود که در اثر افزایش زاویه اتساع از صفر تا ضریبی از  $q$ ، کرنش محوری نظیر  $e_h$ ، کاهش می‌یابد.

بر اساس روابط (۸) تا (۱۱) مشاهده می‌شود که برای تنظیم پارامترهای مدل دراکر - پراگر، لازم است تا  $f_{cc}$  و  $e_c$  متناظر با  $e_h$  کامپوزیت FRP، معین باشد. در شرایطی که نتایج آزمایشگاهی از محصور شدگی بتن با مشخصات معین وجود نداشته باشد، لازم است تا با استفاده از روابطی، مقادیر مذکور پیش‌بینی گردد. برای این منظور با استفاده از نتایج جدول ۱، روابطی توسط نگارندگان، تدوین شده که در ادامه مقاله ارائه می‌گردد.

## ۵. روابط ارائه شده برای تعیین مقاومت فشاری و کرنش

### محوری نهایی بتن محصور

برای تعیین روابط مورد نیاز از ۲۹ نتیجه آزمایشات انجام شده بوسیله دیگر محققین که بر نمونه‌های با الیاف کربن انجام شده است، استفاده می‌گردد [۳ و ۴].

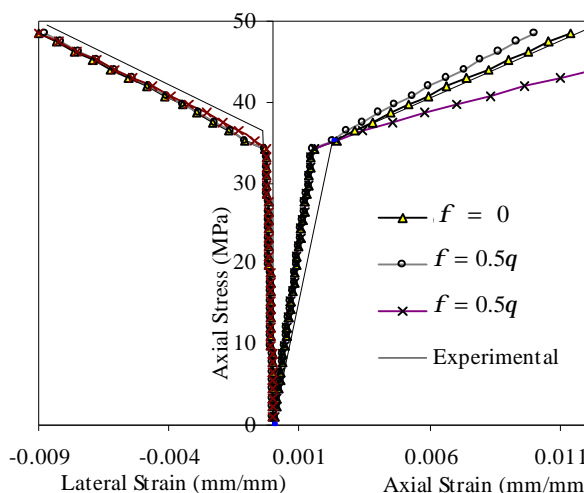
در این آزمایشات، مشخصات مکانیکی کامپوزیت بوسیله آزمایش کشش نمونه تخت تعیین شده است.

جدول ۱. مقایسه نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود با نتایج آزمایشگاهی به همراه پارامترهای استفاده شده در معیار تسلیم دراکر

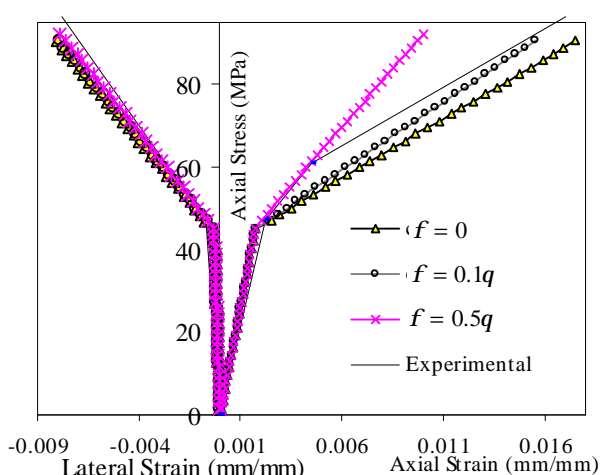
- پراگر برای دو نمونه آزمایشگاهی I و II

| نمونه | $c$<br>(MPa) | $q$    | $f$    | $f_{cc}$<br>(MPa) | $f_{cc-c}$<br>(MPa) | درصد خطا | $e_c$<br>(mm/mm) | $e_{c-c}$<br>(mm/mm) | درصد خطا |
|-------|--------------|--------|--------|-------------------|---------------------|----------|------------------|----------------------|----------|
| I     | ۹/۰۹         | ۳۳/۳۱۷ | ۱۳/۳۲۷ | ۴۹/۴              | ۴۹/۵                | %+۰/۲    | ۰/۰۱۲۴           | ۰/۰۱۱۴               | %-۸/۰۶   |
| II    | ۱۰/۶۴        | ۳۸/۱۷  | ۰      | ۹۶/۵              | ۹۰/۵۳               | %-۶/۲    | ۰/۰۱۷۴           | ۰/۰۱۷۵               | %+۰/۵۷   |

(الف)



(ب)



شکل ۲. منحنی‌های تنش محوری در برابر کرنش محوری و کرنش جانبی با توجه به تغییرات زاویه اتساع؛

(الف) برای نمونه I؛

(ب) برای نمونه II

در این تحقیق با توجه به رابطه (۱۳)، لازم بود تا با استفاده از نتایج آزمایشات ارائه شده در جدول ۲، روابطی برای تعیین  $E_1$  و  $f_o$  به منظور تعیین  $f_{cc}$  ارائه گردد.

به این منظور برای تعیین مقدار  $f_o$ ، رابطه (۱۴) با  $R^2 = 0.93$ ، پس از برازش بر روی نتایج آزمایشات جدول ۲ پیشنهاد می‌گردد. همچنین مقدار  $E_1$  با توجه به شکل ۴ - الف از برازش بر روی نتایج آزمایشات مذکور به صورت رابطه (۱۵) با  $R^2 = 0.844$  پیشنهاد می‌گردد. با جای‌گذاری مقادیر حاصل از این دو رابطه در رابطه (۱۳)،  $f_{cc}$  با  $R^2 = 0.823$  بدست می‌آید.

$$f_o = -5.1 + 1.239 f'_c + 0.0708 (E_{frp} t_{frp} / D f'_c) \quad (14)$$

$$E_1 = 4189.7 \ln(E_{frp} t_{frp} / D f'_c) - 7228.4 \quad (15)$$

بر اساس نتایج آزمایشات ارائه شده در جدول ۲، نسبت تعریف شده در رابطه (۱۲) با مقاومت تک محوره فشاری بتن و قطر نمونه‌ها رابطه مستقیم، و با مدول الاستیسیته و ضخامت FRP و همچنین کرنش کششی نهایی نمونه تخت FRP ( $e_t$ ) رابطه معکوس دارد. با توجه به شکل ۴ - ب با برازش یک تابع خطی بر روی نتایج آزمایشات مذکور، رابطه (۱۶) با  $R^2 = 0.866$  برای تعیین کرنش محوری نهایی ( $e_c$ ) نظیر کرنش حلقوی پارگی  $e_h$ ، پیشنهاد می‌گردد.

در محور افقی این شکل،  $x$  برابر با مقدار کسری سمت راست این رابطه می‌باشد.

برای ارزیابی میزان اعتبار روابط پیشنهادی، از ۱۶ نتیجه آزمایشگاهی که در آن نمونه‌های استوانه‌ای بتنی در ورقه‌های

کامپوزیت با الیاف کربن محصور شده است، استفاده گردیده است [۴، ۵، ۱۰]. مشخصات مکانیکی FRP و نمونه‌های بتنی استفاده شده در این نمونه به همراه نتایج آزمایشگاهی آنها، در جدول ۳ آورده شده است.

در شکل ۵ - الف پس از محاسبه مقادیر  $f_o$  و  $E_1$  از روابط (۱۴) و (۱۵) و جای‌گذاری در رابطه (۱۳)، مقدار مقاومت نهایی پیش‌بینی شده با این رابطه در مقابل مقدار واقعی آن با محدوده خطای ۲۰٪ نشان داده شده است.

همچنین در شکل ۵ - ب نیز کرنش محوری نهایی متناظر با کرنش حلقوی نهایی که بوسیله رابطه (۱۶) محاسبه شده، در مقابل مقدار واقعی آن در محدوده خطای ۲۰٪ مشاهده می‌گردد.

$$\frac{e_h}{e_c} = 7.1925 \frac{f_c^{0.7} D^{0.5}}{(E_{frp} t_{frp})^{0.7} e_t^{0.04}} + 0.0288 \quad (16)$$

### ۶. نحوه پیش‌بینی رفتار استوانه‌های بتنی محصور در

#### CFRP به روش اجزای محدود

در این قسمت نحوه استفاده از روابط ارائه شده، در مدل‌سازی محصورشدگی بیان می‌گردد.

برای این منظور ابتدا مراحل مورد نیاز بیان شده و در ادامه با بیان مثال، نتایج حاصل از استفاده از این مراحل، بررسی می‌گردد.

پس از آشنایی با مقدمات مدل‌سازی در بخش ۳، محصورشدگی بتن در شرایط عدم وجود نتایج آزمایشگاهی، در مراحل زیر مدل‌سازی می‌گردد:

جدول ۲. مشخصات آزمایشگاهی نمونه‌های مورد استفاده در ارائه روابط پیشنهاد شده [۳ و ۴]

| Source of Data       | Fiber Type | D (mm) | L (mm) | $f'_c$ (MPa) | $t_{frp}$ (mm) | $f_{frp}$ (MPa) | $E_{frp}$ (MPa) | $e_c$  | $e_h$  | $f_o$ (MPa) | $f_{cc}$ (MPa) |
|----------------------|------------|--------|--------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|--------|--------|-------------|----------------|
| Watanable et al 1997 | carbon     | 100    | 200    | 30.2         | 0.17           | 2716            | 224600          | 0.0151 | 0.01   | 32          | 46.6           |
| Watanable et al 1997 | carbon     | 100    | 200    | 30.2         | 0.5            | 2873            | 224600          | 0.0311 | 0.0088 | 35          | 87.2           |
| Watanable et al 1997 | carbon     | 100    | 200    | 30.2         | 0.67           | 2658            | 224600          | 0.0415 | 0.0066 | 35          | 104.6          |
| Watanable et al 1997 | HM carbon  | 100    | 200    | 30.2         | 0.14           | 1579            | 628600          | 0.0058 | 0.002  | 30          | 41.7           |
| Watanable et al 1997 | HM carbon  | 100    | 200    | 30.2         | 0.28           | 1824            | 629600          | 0.0088 | 0.002  | 36          | 56             |
| Watanable et al 1997 | HM carbon  | 100    | 200    | 30.2         | 0.42           | 1285            | 576600          | 0.013  | 0.002  | 40          | 63.3           |
| Harries et al 1998   | carbon     | 152    | 610    | 26.2         | 1              | 580             | 38100           | 0.0144 | 0.0089 | 33.9        | 50.6           |
| Harries et al 1998   | carbon     | 152    | 610    | 26.2         | 2              | 580             | 38100           | 0.0175 | 0.0106 | 33.9        | 64             |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.38           | 1577            | 105000          | 0.012  | 0.0084 | 31.2        | 47.9           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.38           | 1577            | 105000          | 0.014  | 0.0115 | 31.2        | 49.7           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.38           | 1577            | 105000          | 0.0124 | 0.0087 | 31.2        | 49.4           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0165 | 0.0091 | 36          | 64.6           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0225 | 0.01   | 36          | 75.2           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0216 | 0.009  | 36          | 71.8           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0245 | 0.0086 | 38.4        | 82.9           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 33.7         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0303 | 0.009  | 38.4        | 95.4           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 0.38           | 1577            | 105000          | 0.0039 | 0.0035 | 50.4        | 52.1           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0157 | 0.0092 | 50.4        | 84             |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0137 | 0.01   | 50.4        | 79.2           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0166 | 0.0101 | 50.4        | 85             |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0174 | 0.0079 | 50.4        | 96.5           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0168 | 0.0071 | 50.4        | 92.6           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 43.8         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0175 | 0.0084 | 50.4        | 94             |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0057 | 0.0039 | 68.6        | 74.6           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0081 | 0.0047 | 68.6        | 77.6           |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 0.76           | 1577            | 105000          | 0.0138 | 0.0083 | 68.6        | 77             |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0143 | 0.0076 | 61.2        | 106.5          |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0145 | 0.0085 | 61.2        | 108            |
| Xiao & Wu 2000       | carbon     | 152    | 305    | 55.2         | 1.14           | 1577            | 105000          | 0.0118 | 0.007  | 61.2        | 103.3          |

۱- به عنوان یک تخمین اولیه از  $e_h$  برای پوشش FRP، کرنش

پارگی حلقوی برابر با  $0.58$  کرنش پارگی حاصل از آزمایش کشش نمونه تخت در نظر گرفته می‌شود.

۲- بر اساس رابطه (۱۱)، فشار محصور شدگی  $f_l$  متناظر با  $e_h$  تعیین می‌گردد.

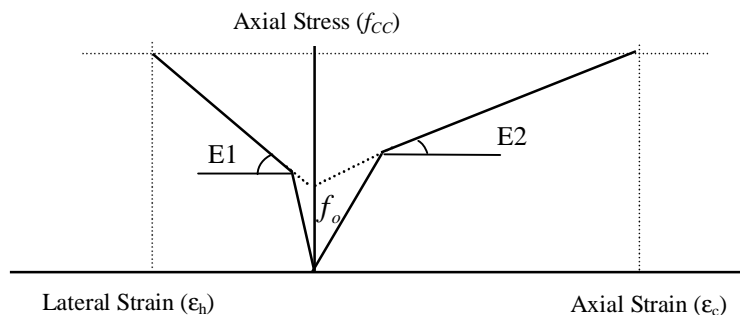
۳- بوسیله روابط (۱۴) و (۱۵) به ترتیب مقادیر  $f_o$  و  $E_1$  محاسبه شده و سپس با جایگذاری در رابطه (۱۳)، مقاومت فشاری نهایی

۴- طبق رابطه (۱۰)، ضریب محصورشدگی  $k$  محاسبه می‌شود.  
 ۵- از روابط (۸) و (۹) ضریب چسبندگی (c) و زاویه اصطکاک داخلی ( $q$ ) بتن محصور به عنوان پارامترهای اول و دوم معیار تسلیم دراکر-پراگر، با در نظرگیری ضریب محصورشدگی  $k$  تعیین می‌شود.

۶- کرنش محوری نهایی متناظر با کرنش حلقوی  $e_h$  با استفاده از

به عنوان نتایج این مدل‌سازی تعیین و ترسیم می‌گردد.  
 ۸- از آنجا که کامپوزیت CFRP چسبیده به پیرامون ستون در معرض تنش دو محوره فشاری محوری و کششی حلقوی می‌باشد، بر اساس معیار شکست تسای - وو، مقدار دقیق‌تری برای کرنش پارگی حلقوی تعیین می‌گردد [۷].  
 ۹- پس از تعیین مقدار دقیق‌تری برای کرنش حلقوی پارگی کامپوزیت FRP ( $\epsilon_h$ )، به مرحله اول بازگشته و در صورت اختلاف زیاد با کرنش تخمینی قبلی، بر اساس کرنش حلقوی جدید، مراحل فوق تا رسیدن به یک همگرایی قابل قبول تکرار می‌گردد.

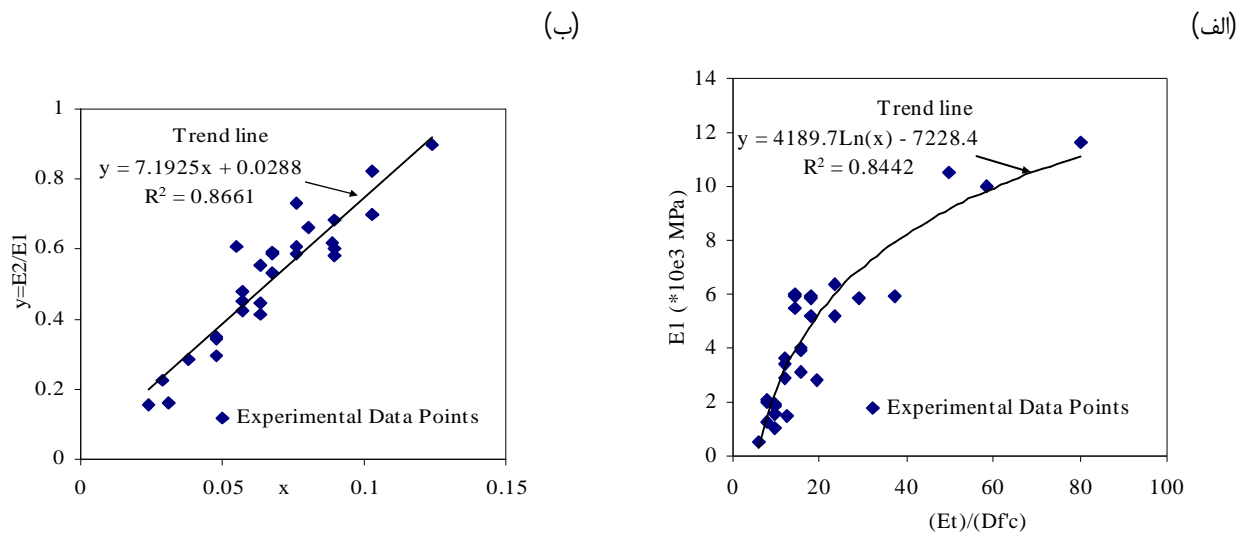
رابطه (۱۶) و به منظور تخمین زاویه اتساع بتن محصور به عنوان سومین پارامتر از معیار تسلیم دراگر - پراگر تعیین می‌گردد.  
 ۷- پس از طی مراحل فوق با انجام مدل‌سازی در نرم‌افزار ANSYS، با اعمال یک بارگذاری تدریجی، آنالیز غیر خطی بتن محصور، انجام می‌گیرد.  
 این بارگذاری حداقل تا رسیدن به کرنش حلقوی که در مرحله اول در نظر گرفته شد، ادامه داده می‌شود تا مقاومت فشاری و کرنش محوری نهایی نمونه بتنی محصور شده تعیین گردد. بر این اساس با تعیین روند افزایش تنش فشاری در برابر کرنش‌های محوری و حلقوی، منحنی‌های تنش - کرنش محوری و جانبی برای هر مدل



شکل ۳. نمودار دو خطی منحنی تنش - کرنش بتن محصور در FRP

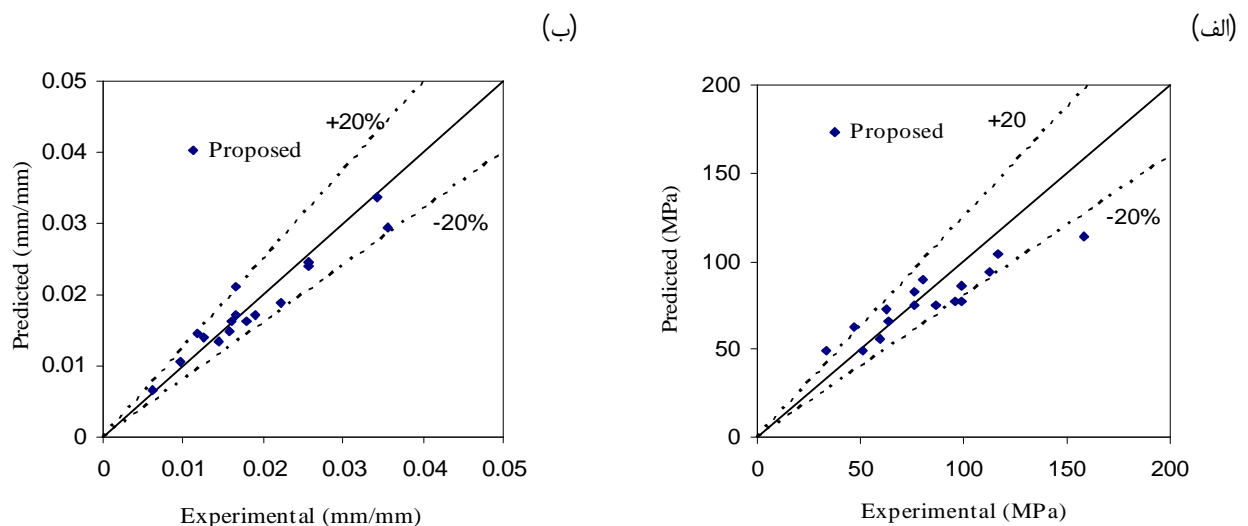
جدول ۳. مشخصات آزمایشگاهی نمونه‌های مورد استفاده در ارزیابی روابط پیشنهاد شده [۴، ۵، ۱۰]

| Source of Data         | Fiber Type | D (mm) | L (mm) | $f'_c$ (MPa) | $t_{frp}$ (mm) | $f_{frp}$ (MPa) | $E_{frp}$ (MPa) | $\epsilon_c$ (mm/mm) | $\epsilon_h$ (mm/mm) | $f_{cc}$ (MPa) |
|------------------------|------------|--------|--------|--------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------------|----------------------|----------------|
| Pessiki et al 2001     | carbon     | 152    | 610    | 26.22        | 1              | 580             | 38700           | 0.0144               | 0.009                | 50.6           |
| Pessiki et al 2001     | carbon     | 152    | 610    | 26.23        | 2              | 580             | 38700           | 0.0165               | 0.0072               | 64             |
| Harmon & Slattery 1992 | carbon     | 51     | 102    | 41           | 0.09           | 3500            | 235000          | 0.0117               | 0.0116               | 86             |
| Harmon & Slattery 1992 | carbon     | 51     | 102    | 41           | 0.18           | 3500            | 235000          | 0.0165               | 0.0106               | 117            |
| Harmon & Slattery 1992 | carbon     | 51     | 102    | 41           | 0.34           | 3500            | 235000          | 0.0257               | 0.0081               | 158            |
| Harmon & Slattery 1992 | carbon     | 51     | 102    | 41           | 0.69           | 3500            | 235000          | 0.0365               | 0.0032               | 241            |
| Toutanji 1999          | carbon     | 76     | 305    | 31.8         | 0.22           | 3485            | 228000          | 0.0179               | 0.0075               | 98.7           |
| Toutanji 1999          | carbon     | 76     | 305    | 31.8         | 0.33           | 2940            | 373000          | 0.016                | 0.0043               | 96             |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 19.4         | 0.5            | 2275            | 82700           | 0.0159               | 0.0075               | 33.8           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 19.4         | 1              | 2275            | 82700           | 0.0221               | 0.0061               | 46.4           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 19.4         | 1.5            | 2275            | 82700           | 0.0258               | 0.006                | 62.6           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 19.4         | 2              | 2275            | 82700           | 0.0356               | 0.0062               | 75.7           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 19.4         | 2.5            | 2275            | 82700           | 0.0342               | 0.0062               | 80.2           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 49           | 0.5            | 2275            | 82700           | 0.0062               | 0.0063               | 59.1           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 49           | 1              | 2275            | 82700           | 0.0097               | 0.0063               | 76.5           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 49           | 1.5            | 2275            | 82700           | 0.0126               | 0.0064               | 98.8           |
| Shahawy et al 2000     | carbon     | 152    | 305    | 49           | 2              | 2275            | 82700           | 0.019                | 0.0064               | 112.7          |



شکل ۴. برازش بر روی داده‌های آزمایشگاهی؛

(الف) برای تعیین شیب  $E1$  (ب) برای تعیین نسبت کرنش جانبی نهایی به کرنش محوری نهایی



شکل ۵. (الف) مقاومت فشاری محاسبه شده بوسیله روابط (۱۳) تا (۱۵) در مقابل مقدار واقعی آن؛ (ب) کرنش محوری نهایی محاسبه شده با رابطه (۱۶) در مقابل مقدار واقعی آن

#### ۶-۱. مدل سازی دو نمونه استوانه بتنی محصور

به منظور بیان نتایج حاصل از مدل سازی بر اساس مراحل فوق، دو استوانه بتنی فرضی A و B محصور در CFRP به ترتیب با ضخامت ۰/۸ و ۰/۶ میلیمتر مدل سازی می‌گردد.

برای این دو نمونه قطر و ارتفاع نمونه به ترتیب برابر با ۱۵۲ و ۳۰۵ میلیمتر و مقاومت فشاری بتن برابر با ۳۲ MPa در نظر گرفته شده است.

مقاومت کششی و فشاری نهایی و مدول الاستیسیته CFRP بر اساس مشخصات ارائه شده در مرجع [۸]، در جهت الیاف به ترتیب برابر با ۲۸۶۰، ۱۸۷۵ و ۱۷۷۰۰ MPa و در جهت عمود بر الیاف به ترتیب برابر با ۲۴۶، ۴۹ و ۱۰۸۰۰ MPa در نظر گرفته می‌شود.

۱۰- آنچه پس از احراز همگرایی بدست می‌آید، یک مدل از رفتار بتن محصور با استفاده از روش اجزای محدود می‌باشد.

این منحنی در شرایطی بدست آمده که نتایج آزمایشگاهی از رفتار ستون بتنی محصور شده در دست نمی‌باشد.

با استفاده از این منحنی، قادر به انجام برخی مطالعات مقدماتی در زمینه محصورشدگی بتن و استفاده از آن در بررسی رفتار ستون بتنی محصور شده تحت ترکیبات بارگذاری می‌باشیم.

با تعیین مقادیر خطای مربوط به مقاومت فشاری و کرنش‌های حلقوی و محوری، میزان اعتبار مدل اجزای محدود، مشخص می‌گردد.

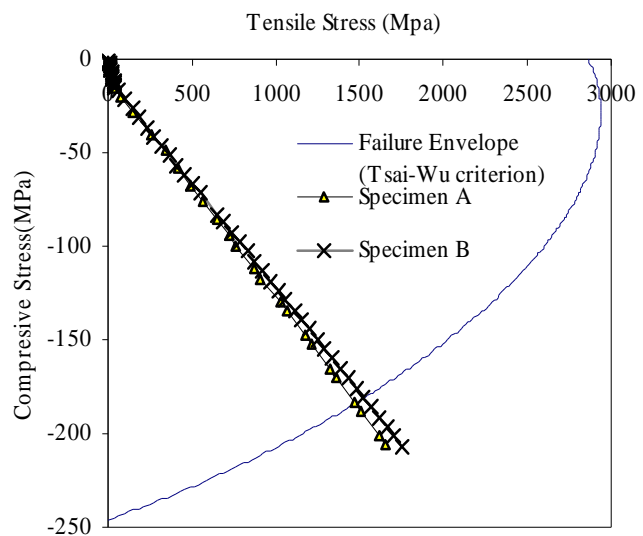
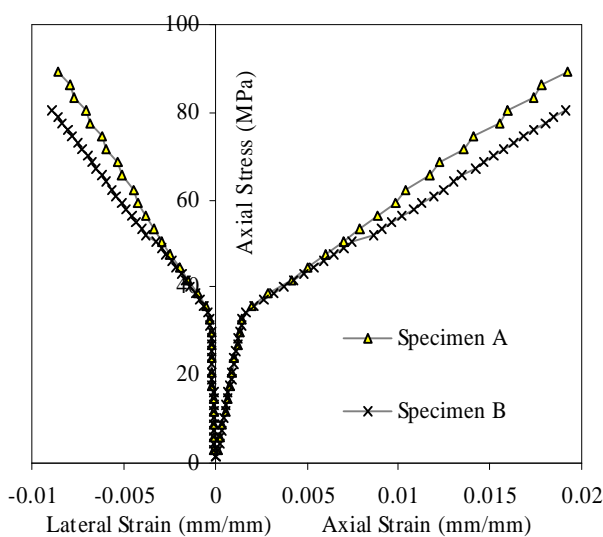


همچنین در این شکل تنش‌های فشاری محوری در مقابل تنش‌های کششی حلقوی در مراحل بارگذاری نمودی، برای المان کامپوزیت رسم گردیده است.

با سنجش و ترسیم تنش‌های فشاری و کششی برای المان کامپوزیت، تنش کششی نظیر کرنش حلقوی پارگی FRP تعیین می‌گردد. بر اساس معیار گسیختگی تسای - وو، کرنش حلقوی (جانبی) پارگی برای نمونه‌های A و B به ترتیب برابر با ۰/۸۵٪ و ۰/۹٪ تعیین گردید. همچنین منحنی‌های تنش-کرنش بدست آمده از مدل‌سازی برای هر یک از این دو نمونه، مطابق با شکل ۶-ب ترسیم گردید.

(ب)

(الف)



شکل ۶. الف) تلاقی منحنی‌های تنش فشاری محوری-تنش کششی حلقوی المان بحرانی کامپوزیت CFRP، با منحنی شکست تسای-وو؛ ب) منحنی‌های تنش-کرنش برای نمونه‌های A و B بدست آمده از مدل‌سازی اجزای محدود

### ۷. نتیجه‌گیری

در این تحقیق روابطی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و کرنش محوری نهایی متناظر با یک کرنش حلقوی نهایی معین، با هدف قابلیت استفاده در مدل‌سازی اجزای محدود ارائه گردید. این روابط با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ارزیابی گردید. همچنین مراحل مدل‌سازی آنالیز غیرخطی محصورشدگی با استفاده از روابط پیشنهادی بیان شد و بر مبنای روابط پیشنهادی دو نمونه استوانه بتنی با مشخصات فرضی مدل‌سازی گردید. نتایج حاصله از این تحقیق عبارتند از:

۱- روابط ارائه شده برای تعیین رفتار بتن محصور به روش اجزای محدود، به منظور مدل‌سازی بتن محصور در FRP، مناسب و قابل اجرا می‌باشد.

۲- منحنی تنش-کرنش بدست آمده به روش انجام آنالیز غیر خطی به روشی بیانگر مدل‌سازی رفتار بتن محصور شده در نرم افزار

در جدول ۴ مقادیر مربوط به  $f_{cc}$ ،  $e_h$  و  $e_c$  که پس از طی مراحل فوق با استفاده از روابط پیشنهادی بدست آمده‌اند، با اندیس p نشان داده شده‌اند. با تنظیم پارامترهای مورد نیاز در مدل‌سازی با استفاده از مقادیر تعیین شده فوق، همین مقادیر مجدداً از نتایج مدل‌سازی تعیین می‌گردد.

در این جدول این مقادیر که از مدل‌سازی اجزای محدود بدست آمده‌اند، با اندیس c برای هر نمونه مشخص شده است و خطای اندک این مقادیر (به جز در مورد  $e_c$ ) با مقادیر بدست آمده از روابط ارائه شده، مشخص گردیده است. خطای بدست آمده در مورد کرنش محوری نهایی به دلیل آن است که در برخی موارد، در مدل اجزای محدود که با شیوه مذکور بدست می‌آید، کرنش محوری کمتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌گردد.

این مورد در مدل‌سازی برخی از نتایج آزمایشگاهی نیز مشاهده شده است.

مقاومت فشاری نهایی بتن متناظر با کرنش حلقوی پارگی کامپوزیت FRP تعیین گردد.

۴- با استفاده از معیار شکست تسای-وو، تنش دو محوره کششی و فشاری که سبب گسیختگی زود هنگام حلقوی کامپوزیت FRP چسبیده به ستون بتنی می‌شود؛ به خوبی تعیین می‌گردد.

می‌باشد. با وجود این مدل می‌توان مطالعات گوناگونی بر روی رفتار ستون‌های بتن‌آرمه محصور با استفاده از نرم‌افزار انجام داد.

۳- مدل رفتار مادی دراکر-پراگر قابل استفاده برای مدل‌سازی ستون‌های بتنی محصور در FRP چسبیده به بتن، با در نظرگیری پارگی زود هنگام کامپوزیت می‌باشد. برای این منظور لازم است تا

جدول ۴. مقایسه نتایج بدست آمده از مدل‌سازی اجزای محدود با مقادیر محاسبه شده بوسیله روابط پیشنهادی

| نام نمونه         | A             |          | B             |          |
|-------------------|---------------|----------|---------------|----------|
|                   | مقدار پارامتر | درصد خطا | مقدار پارامتر | درصد خطا |
| $f_{cc-p} (MPa)$  | ۹۵/۲۵         | -۶/۲٪    | ۸۷/۲          | -۶/۸۵٪   |
| $f_{cc-c} (MPa)$  | ۸۹/۳۲         |          | ۸۰/۳۵         |          |
| $e_{h-p} (mm/mm)$ | ۰/۰۰۸۵        | +۱/۲٪    | ۰/۰۰۹         | -۱/۱٪    |
| $e_{h-c} (mm/mm)$ | ۰/۰۰۸۶        |          | ۰/۰۰۸۹        |          |
| $e_{c-p} (mm/mm)$ | ۰/۰۲۶         | -۲۶٪     | ۰/۰۲۳         | -۱۷/۴٪   |
| $e_{c-c} (mm/mm)$ | ۰/۰۱۹۲        |          | ۰/۰۱۹         |          |

*Confined with FRP Jackets*”, Journal of Composites for Construction, Vol. 5, No. 4, November, 2001, pp. 237-245.

[6] Mirmiran A., Zagers K., Yuan W., “Nonlinear Finite Element Modeling of Concrete Confined by Fiber Composites”, Finite Element in Analysis and Design, 35, 2000, pp. 79-96.

[7] Fam A. Z., Rizkalla S. H., “Confinement Model for Axially Loaded Concrete Confined by Circular Fiber-Reinforced Polymer Tubes”, ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 4, July-August, 2001, pp. 451-461

[8] Daniel Isaac M., Ishai Ori, *Engineering Mechanics of Composite Materials*, Oxford University Press, Inc., 1994.

[9] ANSYS User's Manual 5.4, ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania, 1997. Shahawy M., Mirmiran A., Beitelman T., “Test and Modeling of Carbon-Wrapped Concrete Columns”, Journal of Composites: Part B, 31, 2000, pp. 471-480.

## مراجع

- [1] Saafi M., Toutanji H. A., Li Z., “Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes”, ACI Materials Journal, July-August, 1999, pp. 500-509.
- [2] Samaan M., Mirmiran A., Shahawy M., “Model of Concrete Confined by Fiber Composites”, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No. 9, September, 1998, pp. 1025-1031.
- [3] Xiao Y., Wu H., “Compressive Behavior of Concrete Confined by Carbon Fiber Composites Jackets”, Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 12, No. 2, May, 2000, pp. 139-146.
- [4] Lam L., Teng J. G., *Stress-Strain Models for FRP-confined Concrete*, Hong Kong Polytechnic University, May 2002.
- [5] Pessiki S., Harries K. A., Kestner J. T., Suse R., Ricles J. M., “Axial Behavior of Reinforced Concrete Columns