

SOLVING MULTI-OBJECTIVE LOCATION-ALLOCATION PROBLEMS USING SIMULATED ANNEALING

Mohammad Taghi Taghavifard

Arian Shahsavari

Allame Tabatabai University – Faculty of
Management and Accounting
dr.taghavifard@gmail.com

MSc. In Industrial Engineering
sharian61@gmail.com

Abstract: In this paper, multi-objective set covering problems (MOSCP) as one of the location-allocation models are being considered. Here, the objective is to minimize the cost of locating facilities and at the same time to maximize demand satisfaction in a defined structure so that each customer or zone is being covered by at least one facility. Since the problem falls into NP-hard category from the complexity point of view, it cannot be solved in a reasonable computational time period by an exact algorithm. For this reason, a Simulated Annealing (SA) algorithm is proposed to solve MOSCP. The algorithm is a meta-heuristic approach coupled with a neighborhood search technique.

The validity and quality of the proposed method is tested by solving benchmark problems and the results obtained were quite satisfactory.

ارائه یک متد ریاضی جهت حل مساله مکان یابی - تخصیص چند هدفه با استفاده از روش فوق ابتکاری شبیه سازی تبرید (SA)

محمدتقی تقوی فرد و آرین شهسواری

چکیده: در این مقاله، مساله پوشش مجموعه چند هدفه^۱ مورد نظر، یکی از مدل های مسائل مکان یابی - تخصیص بوده که هدف آن کمینه سازی هزینه استقرار تسهیلات و افزایش تامین فرکانس تقاضا در ساختار مورد نظر می باشد بطوریکه، هر مشتری (منطقه) حداقل تحت پوشش یک تسهیل قرار گیرد. این مساله به دلیل پیچیدگی های محاسباتی در زمره خانواده مسائل NP-Hard قرار گرفته و حل آن از راه های معمول و دقیقی همچون: روش وزن دهی، روش حدی، روش GP، روش LP متریک و ... با توجه به ابعاد بالای مساله، زمان بر و غیر کارا می باشد. در این مقاله، الگوریتم شبیه سازی تبرید^۲ به عنوان یکی از الگوریتم های فوق ابتکاری کارا که مبتنی بر جستجوی همسایگی در فضای جواب و پذیرش جواب های احتمالی و نا مرغوب (جهت فرار از دام بهینه محلی و دستیابی به جواب بهتر) در حل مساله MOSCP می باشد، مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه نحوه کارکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه و روانی و پایداری آن از طریق حل تعداد متنابهی از مسائل مختلف نشان داده شده است. نتایج حاصله حاکی از آن است که الگوریتم پیشنهادی از کارایی بالایی برخوردار بوده که قادر است در مدت زمان کوتاهی حل مناسبی برای مساله ارائه نماید.

واژه های کلیدی: پوشش مجموعه چند هدفه، شبیه سازی تبرید، حل غیر مسلط، مکان یابی - تخصیص

تاریخ وصول: ۸۶/۵/۱۵

تاریخ تصویب: ۸۷/۷/۱۳

دکتر محمد تقی تقوی فرد، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده مدیریت و حسابداری dr.taghavifard@gmail.com

آرین شهسواری، کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، sharian61@gmail.com

¹ Multi Objective Set Covering Problem (MOSCP)

² Simulated Annealing (SA)

۱. مقدمه

مساله مکان یابی - تخصیص^۳، یکی از مدل های تصمیم گیری کارا و موثر در ارتباط با مبحث طراحی تسهیلات^۴ می باشد که بر اساس آن تعداد بهینه و قابل قبول، مکان بهینه استقرار تسهیلات جدید در ارتباط با یکدیگر و با تسهیلات موجود با توجه به جریان (بار) و تعداد موجود تسهیلات و معیار تصمیم مورد نظر تعیین می گردد. به طوریکه، کمینه هزینه (مسافت / زمان) یا بیشینه سود و یا بیشینه تامین تقاضا عاید بنگاه اقتصادی گردد [۳ و ۴]. از آنجائی که این مسائل به دلیل پیچیدگی های محاسباتی در زمره خانواده مسائل *NP-Hard* می باشند، حل آنها از راه های عمومی (دقیق) زمان بر و غیر معمول می باشد [۵].

اصولا از آنجائی که هر گونه فرموله کردن (مدلسازی ریاضی) مسائل دنیای واقعی جهت انطباق و کنترل هر چه بیشتر رفتار پدیده های در حال اتفاق است، لذا لازم می باشد که مسائل طوری فرموله شوند تا ابعاد مساله در مدل نمایان شود.

پیآمد مدل سازی مسائل واقعی، روبرو شدن با ابعاد بزرگ آن و یا مسائلی با چندین تابع هدف می باشد که این موضوع در قالب شبیه سازی رفتاری پدیده ها می تواند سبب افزایش زمان حل مساله گردد. به عبارت دیگر، زمان حل مساله تابعی از ابعاد آن مساله بوده و بنابراین، تابعیت زمان لازم جهت حل مسائل از ابعاد مساله، معیار مناسبی به منظور ارزیابی تکنیک حل مساله می باشد. این معیار همانا تابع پیچیدگی زمان^۵ مساله نامیده می شود. گاهی نیز کیفیت مجموعه جواب ارائه شده برای مساله نیز می تواند معیار ارزیابی تکنیک حل مساله باشد [۱].

تابع پیچیدگی زمان، بیشینه زمان مورد نیاز جهت نائل شدن به حل (جواب) مطابق با یک الگوریتم معین می باشد [۱].

۲. مساله پوشش مجموعه چند هدفه

۲-۱. مفروضات مساله

در این مقاله، *MOSCP* گسسته مد نظر است. بدین معنی که نقاط تقاضا به صورت نقطه ای و غیر پیوسته در نظر گرفته می شوند. در مدل گسسته *MOSCP*، مساله در قالب شبکه ای از مشتریان به عنوان گره که همزمان امکان استقرار تسهیل بر روی هر یک وجود دارد، تعریف و همه تسهیلات یکسان در نظر گرفته می شوند. محدودیت در ارائه خدمات از سوی تسهیلات به مشتریان وجود ندارد و هر مشتری می تواند همزمان تحت پوشش چندین تسهیل قرار بگیرد.

۲-۲. پارامترها و متغیرها

i = اندیس شمارنده تعداد مشتری ها ؛ $i = 1, \dots, n$ $\forall i$

j = اندیس شمارنده تعداد مکان ها ؛ $j = 1, \dots, m$ $\forall j$

C_j = هزینه استقرار تسهیل در مرکز^۲ (مکان) j ام

F_i = فرکانس تقاضای هر منطقه (مکان) i ام

$a_{ij} = 1$ (هرگاه مشتری i ام توسط تسهیل مکان j ام تحت پوشش قرار گیرد) و صفر (در غیر این صورت)

$x_j = 1$ (هرگاه تسهیل در مرکز j ام قرار بگیرد) و صفر (در غیر این صورت)

$S_i = 1$ (هرگاه مشتری i ام تحت پوشش حداقل یک تسهیل قرار گیرد) و صفر (در غیر این صورت)

با توجه به توضیحات فوق، C_j ، F_i ، a_{ij} پارامترها و داده های مساله پوشش مجموعه و هدف مساله تعیین مقدار x_j و S_i می باشد تا کمینه هزینه و بیشینه تقاضا را تامین نماید.

۲-۳. مدل پیشنهادی

مساله پوشش مجموعه مورد بررسی یک مساله مکان یابی - تخصیص چند هدفه در قالب برنامه ریزی صفر و یک است. این مساله زمانی مطرح می شود که لازم باشد تعدادی مشتری، هر یک به وسیله حداقل یک تسهیل خدمت رسانی شوند به طوریکه این خدمت رسانی با حداقل هزینه و حداکثر تامین تقاضای ممکن انجام گردد. اگر فرض کنیم که مشتریان در m گره مستقر باشند و تسهیلات نیز بتوانند در n گره مستقر شوند، مدل ریاضی ذیل ارائه می شود:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{j=1}^m C_j X_j \quad (1)$$

$$\text{Max } Z_2 = \sum_{i=1}^m F_i S_i$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} X_j \geq S_i \quad ; \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

$$\sum_{j=1}^m X_j \leq p$$

$$X_j \in \{0, 1\} \quad ; \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

$$S_i \in \{0, 1\} \quad ; \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

مساله *MOSCP* درصد یافتن یک زیر مجموعه از ستون های

ماتریس A_{nm} با درایه های a_{ij} ، $A = \{a_{ij} \in \{0, 1\} / i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n\}$

² Site

³ Location and Allocation

⁴ Facility Design

⁵ Time complexity function

نحوه انتخاب جواب همسایگی وابستگی دارد. علاوه بر موارد مذکور در SA، مکانیزم کاهش دما یا سرمایش نیز حایز اهمیت است.

۴. اجراء و پارامترهای الگوریتم SA برای MOSCP

۴-۱. نمایش ساختار جواب

ساختار جواب، مبین یک نقطه از فضای شدنی مساله است به طوریکه نحوه نمایش آن در هر رویکرد فراابتکاری حایز اهمیت است. در SCP^4 یک جواب شدنی باید نشان دهد که در هر مکان، تسهیل مستقر شده است یا خیر. بنابراین ساختار جواب را می‌توان به صورت یک بردار صفر و یک در نظر گرفت به طوریکه وجود عنصر یک در خانه i ام مبین استقرار تسهیل در مکان i می‌باشد. ساختار فوق در شکل (۱) نشان داده شده است.

۱	۰	۰	...	۱
۱	۲	۳		N

شکل ۱. ساختار جواب

۴-۲. انتخاب جواب اولیه

در الگوریتم ارائه شده جواب اولیه تحت متغیر برداری ورودی از کاربر در ابتدا دریافت می‌شود که در آن x یک بردار چند تایی به اندازه تعداد ستون‌های ماتریس $A = [a_{ij}]$ که با اندیس j معرفی شده می‌باشد که در برنامه رایانه‌ای تعداد متغیرهای مساله MOSCP نامیده و با N نمایش داده شده است. با دریافت این متغیر ورودی در ابتدا شرط صدق در محدودیت‌ها بررسی می‌شود. باید دقت شود که حداکثر تعداد یک‌ها در بردار جواب اولیه برابر p باشد.

۴-۳. مکانیزم ایجاد جواب همسایگی

با توجه به استراتژی حذف یا اضافه کردن تسهیلات در مکان بالقوه j ام جهت پوشش دادن مشتری (منطقه) i ام در مساله پوشش مجموعه، فرآیندی حاصل می‌شود که طی آن به طور تصادفی یک متغیر از بردار جواب جاری انتخاب شده و در صورت صفر بودن تبدیل به یک و یا در صورت یک بودن به صفر تبدیل می‌گردد تا براساس آن بردار جواب قبلی با تغییر یک مولفه از بردار به صفر یا یک، تبدیل به همسایه بردار قبلی گردد. این مکانیزم، مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی^۱ می‌باشد.

۴-۴. انتخاب دمای اولیه

دمای اولیه T_0 باید طوری انتخاب شود که همه اجزای قبل از حالت پایدار (جواب‌های حالت ناپایداری) را بپذیرد. به عبارت دیگر،

می‌باشد؛ به طوریکه، باید حداکثر سطرها در یک تقابل با هزینه کمتر و فرکانس تقاضای بیشتر، تحت پوشش قرار بگیرند.

در همه مثال‌های قابل ذکر، شرطی که سبب تبدیل ماتریس تعریف کمتر از معیار پوشش^۱ باشد، $a_{ij} = 0$ و در حالتی که از معیار پوشش بزرگتر باشد $a_{ij} = 1$ خواهد بود. در این شرایط، با توجه به معیار پوشش، ایجاد ماتریس صفر و یک A مساله‌ای ساده خواهد بود.

محدودیت $\sum_{j=1}^n X_j \leq p$ ، حدی برای تعداد تسهیلات ایجاد می‌کند

که می‌توان بر اساس محدودیت در امکانات از جمله مالی و تجهیزات در نصب تسهیلات آن را توجیه نمود.

مساله MOSCP بر خلاف ظاهر و مفاهیم قابل تفسیر طی مدل ارائه شده، لزوماً یک مساله مربع نمی‌باشد. گرچه، اکثر مسائل و روش‌هایی که در MOSCP بکار گرفته می‌شود در حالت مربع می‌باشد؛ مثلاً، هیراگو با روش ابتکاری آزماندانه، ماتریس A را ماتریس مربع تعریف می‌کند [۳].

۳. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (۳و۶)

شبیه‌سازی تبرید (SA) رویکردی است بر مبنای مدل مونت کارلو که برای مطالعه رابطه بین ساختار اتمی، آنتروپی و دما در طول تبرید یک ماده استفاده می‌شود. فرآیند فیزیکی تبرید که هدف از آن کاهش دمای ماده به پایین‌ترین سطح انرژی است، تعادل گرمایی^۲ نامیده می‌شود. فرآیند تبرید^۳ با ماده‌ای در وضعیت گداخته آغاز شده و سپس به تدریج دمای آن کاهش می‌یابد. در هر دما جسم مجاز به رسیدن به تعادل گرمایی است. دما نباید خیلی به سرعت کاهش یابد، به ویژه در مراحل اولیه، در غیر این صورت برخی کاستی‌ها در ماده پدیدار شده و ماده به وضعیت انرژی کمینه نخواهد رسید. کاهش دما شبیه به کاهش مقدار هدف در مسایل کمینه‌سازی (افزایش مقدار هدف در مسائل بیشینه‌سازی) است، که توسط یک سری تغییرات بهبود دهنده انجام می‌گیرد. برای اینکه اجازه دهیم دما به آهستگی کاهش یابد، باید تغییرات غیر بهبود دهنده تابع هدف با احتمال معینی انتخاب شوند به طوری که وقتی مقدار هدف کاهش می‌یابد، این احتمال نیز تقلیل یابد. این مورد یکی از نقاط قوت رویکرد SA است. در مسایل بهینه‌سازی، دما به عنوان یک پارامتر کنترلی عمل می‌کند

با افزایش ابعاد در مسایل خانواده $NP-Hard$ ، ریسک پذیرش جواب‌های غیر بهینه و نزدیک به بهینه کلی افزایش می‌یابد. بنابراین استفاده از رویکرد فراابتکاری امری اجتناب‌ناپذیر است. کارایی رویکرد انتخابی به وسعت فضای شدنی مساله، حل اولیه و

¹ Coverage Criterion

² Thermal Balance

³ Annealing Process

⁴ Set Covering Problem

۴-۵. مکانیزم کاهش دما

تعیین قانون و تابع کاهش دما و حرکت به سمت سرد شدن سیستم، نیازمند ضابطه ای است که به شکل زیر ارائه شده است:

$$\alpha \quad T_i = \alpha(T_{i-1}) ; \forall i = 1, \dots, n \quad (5)$$

ضریب تبرید یا ضریب کاهش دما می باشد که ثابتی کمتر از یک بوده و معمولاً بین ۰/۵ تا ۰/۹۹ در نظر گرفته می‌شود هر چند که مقدار آن بستگی به مساله دارد [۶]. در نرم افزار ارائه شده امکان دریافت مقدار α به عنوان ورودی فراهم شده است و n تعداد دفعات کاهش سطح دمای سیستم می‌باشد که در برنامه کدینگ به زبان VB6 امکان تغییر برای آن تحت عنوان مقدار ثابت MAXTEMPDECS در طول برنامه فراهم شده است.

۴-۶. طول زنجیره مارکوف

یکی دیگر از پارامترهای مهم در تعیین کیفی و دقیق تر جواب (حل) MOSCP با الگوریتم SA، تعداد نقاط جستجو شده در فضای جواب مساله در دمای ثابت جهت اطمینان از جستجوی نزدیک به تمام جواب های محتمل در الگوریتم می باشد. ساده ترین پیشنهاد برای تعیین مقدار L_n (طول زنجیره مارکوف^۲) انتخاب یک مقدار که مبتنی بر اندازه (سایز) مساله بوده می‌باشد. البته مقدار L_n در این الگوریتم ها به عنوان مقادیر ورودی ارائه می‌گردد که در هر بار اجرای برنامه مقادیر متفاوتی خواهد داشت [۷]. تعداد دفعات متوالی در داخل الگوریتم فرآیند تبرید که منجر به بهبودی مورد نظر در تابع هدف نشده باشد (تعداد کل حالت تعادلی سیستم) سبب کاهش دما در الگوریتم SA می‌شود که تحت عنوان MAXSAMEMARKOV در الگوریتم تعریف و استفاده شده است.

۴-۷. مکانیزم پذیرش جواب های نامزد شده

۴-۷-۱ مکانیزم پذیرش جواب های جدید روش موزون SA

یکی دیگر از مولفه‌های تعیین کننده کیفیت و سرعت رسیدن به جواب، نحوه پذیرش، یا رد و جستجوی مجدد در فضای جواب می‌باشد. فرض کنید که در یک مرحله از یافتن یک حل موثر مساله در الگوریتم قرار داریم؛ حل جاری X منجر به مقدار تابع هدفی معادل Z شده که طبق رویه و مکانیزم ایجاد همسایگی یک جواب کاندیدای X' ایجاد شده است که مقدار تابع هدف آن Z' می باشد. در ابتدا $\Delta Z = Z' - Z$ (تابع ترکیبی در حالت Min) محاسبه می شود. حال شرایط زیر پیش روست:

۱. هرگاه $\Delta Z \leq 0$ باشد، آن گاه در تابع ترکیبی بهبود صورت گرفته و در نتیجه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده و جواب

تعیین مقدار اولیه دمای سیستم تأثیری صریح و مستقیم در رد یا قبول جواب ها دارد چرا که، در این وضعیت انرژی سیستم در ابتدا بسیار بالاست و این یک شانس بالا جهت یافتن بهترین مسیر کاهش دما در دستیابی به انرژی پایدار سیستم (حالت پایدار) می‌باشد.

وایت^۱ ایده معادل بودن T_0 با انحراف استاندارد هزینه های سیستم از میانگین هزینه را مطرح نمود [۷]. بدین ترتیب، با توجه به مفهوم ارائه شده در روش وایت دمای اولیه را معادل انحراف استاندارد مقادیر ارزش تابع هدف MOSCP به تعداد دفعات معین اجرای برنامه در حالت ناپایدار (Non-Stable)؛ مثلاً، NSAMP (تعداد نمونه‌های اولیه به منظور محاسبه دمای اولیه) قرار داده می شود. انحراف استاندارد متغیرهای تصادفی $Obj(j)$ (تابع‌های هدف مساله) از طریق زیر حاصل می شود:

$$Mean = \frac{\sum_{j=1}^{NSAMP} Obj(j)}{NSAMP - 1} \quad (2)$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{NSAMP} (Obj(j) - Mean)^2}{NSAMP - 1}} \quad (3)$$

فرمول دمای اولیه عبارت است از :

$$T_0 = Sqrt(Sum / (NSAMP - 1)) \quad (4)$$

در این مقاله چندین روش متفاوت برای تولید دمای اولیه مد نظر است. در هر دو روش الگوریتم می‌توان دمای اولیه را به صورت دستی به مساله ارائه و یا با استفاده از NSAMP مقدار دمای اولیه را محاسبه کرد.

حال در روش الگوریتم شبیه سازی تبرید ساده، ۳ مدل مختلف برای تولید دمای اولیه با استفاده از NSAMP ارائه می گردد. در حالت اول ابتدا مقادیر دو تابع هدف با هم تجمیع و به تعداد نمونه از آنها انحراف استاندارد گرفته شده تا دمای اولیه بدست آید. در حالت دوم ابتدا برای هر کدام از مقادیر تابع هدف انحراف استاندارد بدست می‌آید و آنگاه میانگین آن دو مقدار، میزان دمای اولیه می باشد.

اما در حالت سوم برای هر کدام از تابع های هدف یک دمای اولیه مجزا در نظر گرفته می‌شود و هر دما با استفاده از روش وایت محاسبه می شود.

² Maximum Temperature Decrease

³ Markov Chain Length

¹ White

۸-۴. معیارهای توقف الگوریتم

یکی از اجزاء مهم الگوریتم طراحی شده جهت حل MOSCP، شرایط توقف الگوریتم می باشد که در جهت پایان دادن به الگوریتم، پس از یافتن جواب‌های موثر با خطای پذیرفته شده پس از یک سری تکرارهای داخل الگوریتم (حلقه‌ها) می‌باشد. این معیار، در کل الگوریتم عبارتست از تعداد دفعات تغییرات سطح دمایی که مجاز اعلام شده است (تعداد کل تکرارها) که تحت عنوان MAXTEMPDECS در الگوریتم از آن استفاده شده است.

۹-۴. گام های الگوریتم SA

۱-۹-۴. ساختار الگوریتم SA موزون^۱

گام صفر:

پارامترهای زیر را تعریف کنید:

- طول زنجیره مارکوف (L_n)
- مقدار ضریب تبرید (α)
- تعداد سطر (M) و تعدادستون (N) (محدودیتها و متغیرها)
- ماتریس پوشش صفر و یک
- حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تعداد کل تکرارها)

(MAXTEMPDECS)

- حداکثر تعداد دفعات متوالی عدم حصول بهبودی (تعداد حالات تعادل سیستم) (MAXSAMEMARKOV)

- تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار سیستم در جهت تعیین دمای اولیه (NSAMP)

- تعداد ω هایی (وزن هر یک از توابع) که باید مورد بررسی قرار گیرد (که از $\omega_1 = 0$ و $\omega_2 = 1$ شروع شده و تا $\omega_1 = \omega_2 =$ ورودی اولیه، پیش می رود)

گام اول:

- ابتدا با $\omega_1 = 0$ و $\omega_2 = 1$ تابع هدف ترکیبی ایجاد می‌شود.
$$E(x) = \sum_{i=1}^D \omega_i f_i(x) \quad [9, 8]$$
 (با توجه به این قضیه که جواب بهینه تابع ترکیبی یک جواب موثر از مجموعه جواب‌های موثر می‌باشد) [۱۰]

گام دوم:

- یک بردار N تایی به عنوان ورودی مساله دریافت کنید که از نظر قابل قبول بودن مورد سنجش قرار می‌گیرد (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).

گام سوم:

- جواب اولیه قابل قبول را به عنوان جواب جاری سیستم تلقی کنید. مقدار تابع هدف ترکیبی را محاسبه کنید.

جاری X از جواب‌های بهینه حذف می‌شود و جواب همسایگی به عنوان جواب بهینه تا آن مرحله می‌گردد.

۲. هرگاه $\Delta Z > 0$ باشد یعنی عدم بهبود در جواب همسایگی، که در این حالت مقدار $Exp(-\Delta Z/t)$ با یک عدد تصادفی بین 0 و 1 ($Random(0,1)$) مورد مقایسه قرار می‌گیرد و اگر از آن عدد تصادفی بزرگتر بود، آنگاه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده ولی جواب بهینه همان جواب جاری قبلی می‌ماند و در غیراین صورت جواب همسایگی پذیرفته نمی‌شود و دوباره جواب همسایگی ایجاد می‌شود.

۲-۷-۴. مکانیزم پذیرش جواب‌های جدید روش ساده SA

فرض کنید که در یک مرحله از یافتن یک حل موثر مساله در الگوریتم قرار داریم: حل جاری X منجر به مقدار تابع های هدف معادل Z_1 و Z_2 شده است که طبق رویه و مکانیزم ایجاد همسایگی یک جواب کاندیدای X' ایجاد شده است که مقدار تابع های هدف آن Z_1' و Z_2' حاصله می باشد. $\Delta Z_1 = Z_1' - Z_1$ (تابع هزینه) و $\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2$ (تابع فرکانس تقاضا) محاسبه می شود. حال شرایط زیر پیش روست:

۱. هرگاه $\Delta Z_2 \geq 0$ و $\Delta Z_1 \leq 0$ باشد، آن گاه در هر دو تابع بهبود صورت گرفته و در نتیجه جواب همسایگی جایگزین جواب جاری شده و جواب جاری X از مجموعه جواب های موثر حذف می شود و جواب همسایگی با دیگر حل های مجموعه جواب های موثر مقایسه می شود و در صورت مسلط بودن جواب همسایگی بر دیگر جواب ها (وبرعکس) آن جواب از مجموعه حذف می‌شود.

۲. هرگاه در یکی از تابع‌های هدف بهبود و دیگری عدم بهبود صورت گیرد ($\Delta Z_2 < 0$ و $\Delta Z_1 \leq 0$ یا $\Delta Z_2 \geq 0$ و $\Delta Z_1 > 0$) یعنی کاهش یا افزایش در هر دو تابع هدف، آن گاه دو جواب جاری و جواب همسایگی غیر مسلط بوده و جواب همسایگی جایگزین آن شده و هر دو در مجموعه جواب‌های موثر قرار گرفته و جواب همسایگی با دیگر جواب‌های موثر در مجموعه جواب های موثر مقایسه می‌شود و در صورت مسلط بودن جواب همسایگی بر دیگر جواب‌ها (و برعکس) آن جواب از مجموعه حذف می‌شود.

۳. هرگاه در هر دو تابع هدف بهبودی صورت نگیرد ($\Delta Z_2 < 0$ و $\Delta Z_1 > 0$)، آنگاه برای هر دو تابع هدف مقدار $Exp(-\Delta Z_i/t)$ و $Exp(\Delta Z_2/t)$ در درجه حرارت t مربوطه، با یک عدد تصادفی بین صفر و یک ($Random(0,1)$) مورد مقایسه قرار می‌گیرد و اگر هر دو تابع نمای بزرگتر از عدد تصادفی بود، آن گاه حل همسایگی به عنوان جواب جاری جدید جایگزین شده و در مرحله بعد با استفاده از آن همسایگی ایجاد می‌شود و در غیر این صورت جواب همسایگی پذیرفته نمی‌شود و دوباره جواب همسایگی ایجاد می‌شود.

¹ Weighted Simulated Annealing

گام چهارم:

- یک حل کاندیدای جدید (همسایگی) ایجاد کنید (با بکارگیری مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی).
- کنترل کنید که آیا جواب جدید قابل قبول است یا خیر (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).
- اگر جواب تولید شده قابل قبول بود به گام پنجم بروید و در غیر این صورت دوباره به گام چهارم برگردید.

گام پنجم:

- مشخص نمایید که آیا جواب کاندیدای جدید پذیرفته شود یا خیر؟ (با بکارگیری مکانیزم پذیرش جواب‌های کاندیدای جدید). به عبارت دیگر، محاسبه اختلاف سطح انرژی به ازای جواب‌های اولیه x و جواب تولید شده x' ؛ یعنی، $\Delta Z = Z' - Z$ را برای تابع ترکیبی محاسبه و ارزیابی کنید.

گام ۱-۵:

- هرگاه بهبود در سطح انرژی سیستم صورت گیرد یعنی $[\Delta Z = Z' - Z \leq 0]$ با احتمال یک $x = x'$ می‌باشد. جواب اولیه x حذف شده و جواب همسایگی x' در مجموعه جواب‌های موثر قرار می‌گیرد.
- هرگاه $[\Delta Z = Z' - Z > 0]$ (عدم بهبود در تابع هدف ترکیبی)، آن گاه احتمال $Exp(-\Delta Z/t)$ با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مقایسه می‌شود و اگر بزرگتر از عدد تصادفی بودند؛ آن گاه $x = x'$ (جواب در تکرارهای بعدی) می‌باشد. ولی این جواب در مجموعه جواب‌های موثر قرار نمی‌گیرد.

گام ۲-۵:

- جواب موجود را با دیگر اعضای مجموعه جواب‌های موثر مورد مقایسه نمایید. در صورتی که جوابی تحت تسلط قرار گرفت از مجموعه جواب‌ها حذف کنید.

گام ششم:

- گامهای چهارم تا پنجم را با توجه به طول زنجیره مارکوف تکرار نمایید.

گام هفتم:

- قانون (تابع) کاهش دما: طبق قانون زیر

$$T_i = \alpha T_{i-1}; \alpha < 1; \forall i = 1, \dots, Maxtempdec \quad (6)$$

با مقدار ضریب تبرید (کاهش دما) α ، اقدام به کاهش دما نمایید.

گام هشتم:

- گام‌های چهارم تا هفتم را تا زمانی که هیچ پیشرفتی در جواب حاصل نشود مطابق "گام ۲-۵" در فوق، تکرار کنید.

گام نهم:

- هرگاه (MAXSAMEMARKOV) به حد خود برسد از حلقه داخلی خارج شده و کاهش دما صورت می‌گیرد.
- هرگاه معیار توقف (MAXTECPDECS) به حد خود برسد الگوریتم به تعداد مورد نظر تکرار شده است، الگوریتم را پایان دهید و مقدارهای حاصله، جواب موثر تابع ترکیبی مورد نظر خواهند بود.

گام دهم:

- مقدار ω_2 را تا زمانی که ω_2 به مقدار اولیه نرسیده است یک واحد افزایش دهید و به گام دو بروید.
- اگر ω_2 برابر ω اولیه باشد آن گاه ω_1 را یکی افزایش دهید و به گام دو بروید.
- هرگاه ω_1 و ω_2 با ω اولیه برابر شوند، آن گاه الگوریتم خاتمه می‌یابد.

۲-۹-۴. ساختار الگوریتم SA ساده^۱

گام صفر:

پارامترهای زیر را تعریف کنید:

- طول زنجیره مارکوف (L_h)
- مقدار ضریب تبرید (α)
- تعداد سطر (M) و تعداد ستون (N) (محدودیتها و متغیرها)
- ماتریس پوشش صفر و یک
- حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تعداد کل تکرارها) (MAXTEMPDECS)
- حداکثر تعداد دفعات متوالی عدم حصول بهبودی (تعداد حالات تعادل سیستم) (MAXSAMEMARKOV)
- تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار سیستم (NSAMP) و دریافت مدل ۱ یا ۲ یا ۳ برای محاسبه T_0

گام اول:

- یک بردار N تایی به عنوان ورودی مساله تشکیل دهید (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).

گام دوم:

- جواب اولیه قابل قبول را به عنوان جواب جاری سیستم تلقی و مقادیر توابع هدف را محاسبه کنید.

گام سوم:

- یک حل کاندیدای جدید (همسایگی) ایجاد کنید (با بکارگیری مکانیزم ایجاد همسایگی تصادفی).

¹ Simple Simulated Annealing

گام هشتم:

- هرگاه (MAXSAMEMARKOV) به حد خود برسد از حلقه داخلی خارج شده و کاهش دما صورت می‌گیرد.
- هرگاه معیار و شرایط توقف (MAXTECPDECS) حاصل شد الگوریتم را پایان دهید. مقادیر حاصله، جواب‌های موثر مساله خواهند بود.

۴-۱۰. ارزیابی جواب‌های تولید شده

برای ارزیابی جواب‌های تولید شده دو معیار به صورت زیر تعریف می‌شود [۸].

۴-۱۰-۱. فاصله از جواب‌های موثر

ابتدا فاصله هر جواب موثر تولید شده با جواب‌های موثر اصلی که توسط روش‌های دقیق تولید شده است با استفاده از فرمول $d^2(x, P) = \min \sum_{i=1}^D [f_i(x) - y]^2$ محاسبه و حداقل آنها به عنوان فاصله آن نقطه از جواب‌های موثر بدست می‌آید. پس از محاسبه این فاصله حداقل، برای تمام جواب‌ها میانگین این فاصله‌ها به عنوان معیار ارزیابی جواب‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. ($x \in F$)

$$\bar{d}(F, P) = Mean[d(x, P)] \quad (8)$$

این مقدار هر چقدر کوچکتر و به صفر نزدیک باشد مناسب تر است.

۴-۱۰-۲. میزان تسلط

یکی دیگر از معیارها، ارزیابی جواب‌های تولیدی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$v(P, F) = 1 - \frac{|\{x | P \prec x \wedge x \prec F\}|}{|\{x | P \prec x\}|} \quad (9)$$

صورت این کسر تعداد جواب‌های تولید شده توسط الگوریتم است که جز جواب موثر اصلی نمی‌باشند و مخرج کسر کل تعداد جواب‌های تولید شده با الگوریتم SA می‌باشد. این مقدار هر چه بزرگتر و نزدیک تر به عدد یک باشد بهتر است.

۵. نتایج محاسباتی

به منظور بررسی تاثیر و چگونگی عملکرد هر پارامتر، سه مساله مربع از MOSCP با ابعاد 10×10 ($M=N=10$) و 30×30 ($M=N=30$) و 50×50 ($M=N=50$) به نسبت ۲۰٪ (تعداد یک‌های موجود در ماتریس پوشش در حدود ۲۰٪ است) ایجاد شده

- کنترل شود که آیا جواب جدید قابل قبول است یا خیر (حداکثر تعداد یک‌ها برابر p باشد).
- اگر جواب تولید شده قابل قبول بود به گام چهار بروید و در غیر این صورت به گام سه برگردید.

گام چهارم:

- با بکارگیری مکانیزم پذیرش جواب‌های کاندیدای جدید تصمیم‌گیری کنید که آیا جواب کاندیدای جدید پذیرفته شود یا خیر؟ به عبارت دیگر، محاسبه اختلاف سطح انرژی به ازای جواب‌های اولیه x و جواب تولید شده x' ، یعنی، $\Delta Z = Z' - Z$ را برای هر دو تابع هدف محاسبه و ارزیابی کنید.

گام ۴-۱:

- هرگاه $[\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 \geq 0 \text{ و } \Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 \leq 0]$ یعنی بهبود در سطح انرژی سیستم صورت گیرد با احتمال یک $x = x'$ می‌باشد. جواب اولیه x حذف شده و جواب همسایگی x' در مجموعه جواب‌های موثر قرار می‌گیرد.

- هرگاه دو جواب غیر مسلط وجود داشت یعنی اگر یکی از شرایط زیر: $[\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 < 0 \text{ و } \Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 \leq 0]$ یا $[\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 \geq 0 \text{ و } \Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 > 0]$ برقرار بود هر دو جواب پذیرفته می‌شود و با احتمال یک $x = x'$ شده و هر دو در مجموعه جواب‌های موثر قرار می‌گیرند.

- هرگاه $[\Delta Z_2 = Z_2' - Z_2 < 0 \text{ و } \Delta Z_1 = Z_1' - Z_1 > 0]$ (عدم بهبود در هر دو جواب)، آنگاه احتمال $Exp(-\Delta Z_1 / t)$ و $Exp(\Delta Z_2 / t)$ با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مقایسه می‌شود و اگر هر دو بزرگتر از عدد تصادفی بودند آن گاه $x = x'$ جواب در تکرارهای بعدی می‌باشد. ولی این جواب در مجموعه جواب‌های موثر قرار نمی‌گیرد.

گام ۴-۲: جواب موجود را با دیگر اعضای مجموعه جواب‌های موثر مقایسه نمائید. در صورتی که جوابی تحت تسلط قرار گرفت از مجموعه جواب‌ها حذف کنید.

گام پنجم:

- گام‌های سوم تا چهارم را با توجه به طول زنجیره مارکوف تکرار نمایید.

گام ششم:

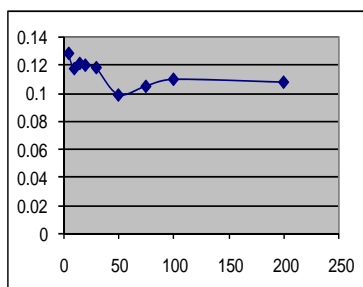
- قانون (تابع) کاهش دما: طبق قانون زیر

$$T_i = \alpha T_{i-1}; \alpha < 1; \forall i = 1, \dots, Maxtempdec \quad (V)$$

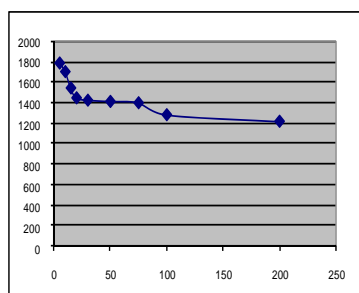
با مقدار ضریب تبرید (کاهش دما) α ، اقدام به کاهش دما نمایید.

گام هفتم:

- گام‌های سوم تا ششم را تا زمانی که هیچ پیشرفتی در جواب حاصل نشود مطابق "گام ۴-۲" در فوق، ادامه دهید.



نمودار ۱-۲. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر متوسط فاصله از جواب‌های موثر



نمودار ۱-۳. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر متوسط فاصله از جواب‌های موثر

۵-۲. تعداد همسایه‌های اولیه (نمونه‌های تصادفی در شرایط

ناپایداری) NSAMP

با توجه به مکانیزم ایجاد همسایگی، جواب اولیه مساله MOSCP، فرآیند آغازین الگوریتم SA طراحی شده و الگوی وایت جهت تعیین دمای اولیه سیستم (T_0) - که آن را انحراف استاندارد مقادیر تابع هدف در شرایط ناپایدار معرفی کرد- در سه مدل متفاوت مورد استفاده قرار گرفته است. در الگوریتم شبیه سازی تبرید موزون به مانند روش شبیه‌سازی تبرید تک هدفه انحراف استاندارد تابع ترکیبی محاسبه می‌گردد.

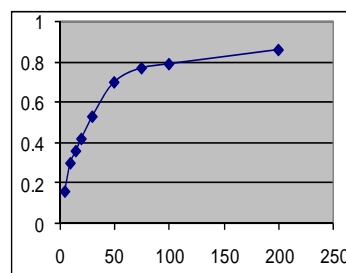
در الگوریتم شبیه سازی تبرید ساده سه مدل متفاوت مورد استفاده گرفته است و نتایج هر سه مدل برای هر سه مساله مطابق با نتایج ۱۰ بار اجرا در نمودارهای (۳-۱)، (۳-۲)، و (۳-۳) در پیوست تاثیرات NSAMP بر (T_0) آمده است. همان طور که مشاهده می‌شود به غیر از مساله 10×10 که یک مساله کوچک می‌باشد. با افزایش تعداد همسایگی اولیه (تعداد نمونه تصادفی در شرایط ناپایدار NSAMP) ابتدا در دمای اولیه افزایش دیده می‌شود و در تعداد همسایگی اولیه زیاد مانند ۲۵ و ۵۰ دمای سیستم به تدریج پایین می‌آید به طوریکه، این وضعیت به مقدار زیادی به جواب اولیه انتخاب شده بستگی دارد. به طور مثال در این نمونه‌ها از جواب اولیه بردار صفر استفاده شده است و با توجه به این جواب اولیه، منحنی‌های دمای اولیه به صورت نمودارهای (۲)، (۳-۱)، (۳-۲) و

است. همچنین در مساله 10×10 ، $P = 3$ و در مساله 30×30 ، $P = 7$ و در مساله 50×50 ، $P = 10$ مقداردهی شده است. مجموعه جواب‌های موثر اصلی (کامل) با استفاده از روش دقیق وزن دهی بدست آمده است [۲].

در ادامه با بررسی تاثیرات هر یک از پارامترهای موثر در شبیه سازی تبرید چگونگی تاثیر آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این بررسی‌ها با توجه به ثابت نگه داشتن بعضی پارامترها به منظور مطالعه تاثیرات آن‌ها بر روی تابع‌های هدف در ساختار MOSCP، معیارهای ارزیابی مورد محاسبه قرار می‌گیرند که در هر بخش پس از ۱۰ بار اجرا، این تاثیرات قابل ارزیابی خواهد بود. قابل به ذکر است که برای هر یک از پارامترها یک نمودار ارائه شده که این نمودارها بیانگر متوسط تغییرات پارامترها در دو مدل شبیه سازی تبرید و همچنین ۳ مساله طرح شده می‌باشد.

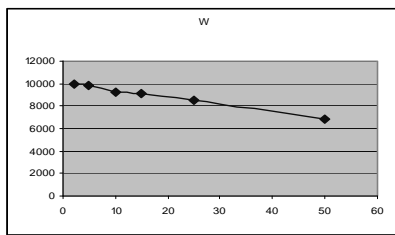
۵-۱. طول رنجیره مارکوف (L_n)

همان‌طور که وایت [۷] اشاره کرده است، پیشنهاد طول رنجیره مارکوف به اندازه حداقل تعداد متغیرهای تصمیم مساله ارائه گردیده است؛ یعنی، براساس استدلال وایت، لازم است این مقدار عددی ثابت و غیر وابسته به دمای سیستم بوده و این بدان معنی نیست که هرگاه حداقل مقدار طول رنجیره مارکوف رعایت نشود مشکل اساسی پیش خواهد آمد، بلکه هر چه این مقدار از حداقل کم تر باشد خطای مساله افزایش خواهد یافت؛ به طوریکه، اگر این مقدار بیشتر از تعداد متغیرهای تصمیم مساله MOSCP (مجموع متغیرهای x و s) منظور شود، فقط زمان بیشتری صرف جستجوی فضای جواب جهت یافتن همسایگی مناسب خواهد شد که با در نظر گرفتن دقت و کیفیت حل مورد نیاز، امری قابل تحمل می‌باشد. حال با ثابت گرفتن دیگر متغیرها و تغییر در L_n برای هر ۳ مساله نتایج مربوطه در نمودارهای (۱-۱)، (۱-۲) و (۱-۳) در پیوست ارائه می‌گردد و همان‌طور که در نمودارها مشاهده می‌شود با افزایش L_n کیفیت جواب‌ها افزایش و در عین حال زمان حل مساله نیز افزایش می‌یابد.



نمودار ۱-۱. افزایش طول رنجیره مارکوف و بررسی تاثیر آن بر زمان

(۳-۳) در پیوست بدست آمده است. اگر با دیگر جواب اولیه قابل قبول به مانند جوابی که دارای تعدادی یک است شروع شود تمامی منحنی به صورت نزولی می باشد که برای مساله 50×50 به صورت نمودار (۴) در پیوست در آمده است.

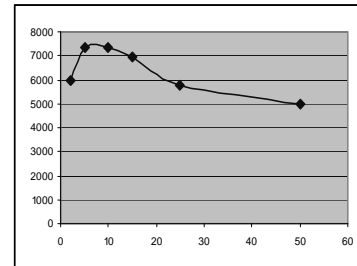


نمودار ۴. افزایش NSAMP با جواب اولیه غیر بردار صفر

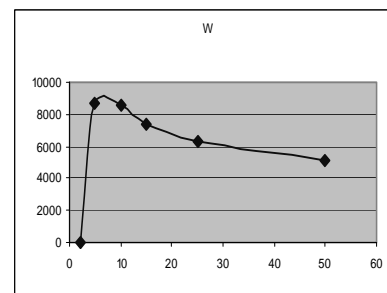
۳-۵. ضریب تبرید (کاهش دما)

این پارامتر تاثیر بسزایی در کیفیت و سرعت همگرایی کیفی و جستجویی دقیق تر در هر تکرار را دارد. از آنجا که قانون کاهش دما با فاکتور تبرید صورت می‌گیرد، هرچه دقیق تر انتخاب شود تکرارها متناسب تر رقم می‌خورد و امکان بروز ریسک عدم دستیابی به جواب‌های برتر نهایی را کاهش داده و این خود تاثیری مستقیم بر پیدایش معیارهای ارزیابی بهتر خواهد داشت.

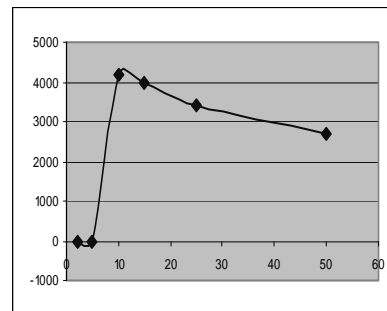
بدیهی است هرگاه، مقدار α بالا باشد، سیستم دیرتر سرد و نقاط بیشتری از فضای جواب جستجو می‌شود اما زمان حل مطابق نمودار (۳-۵) در پیوست افزایش می‌یابد. مساله MOSCP با الگوریتم SA طراحی شده و در ازای ضرایب تبرید مختلف طی تکرارهای معینی در هر اجرا، مقادیر معیارهای ارزیابی در ۱۰ اجرا در شرایط ثبوت سایر پارامترها در نمودارهای (۵-۱)، (۵-۲) و (۵-۳) در پیوست قابل مشاهده است. بنابراین تعیین مقدار α تبدالی بین کیفیت جواب‌ها و سرعت پاسخگویی ایجاد می‌کند.



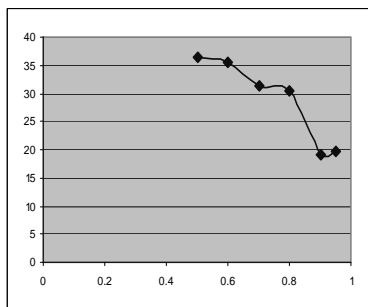
نمودار ۲. افزایش NSAMP و بررسی تاثیر آن بر T_0 در روش شبیه سازی وزن دهی



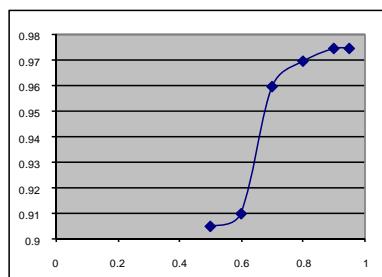
نمودار ۳-۱. افزایش NSAMP و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل ۱



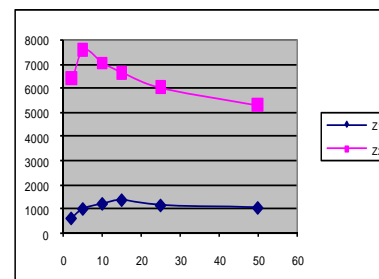
نمودار ۳-۲. افزایش NSAMP و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل ۲



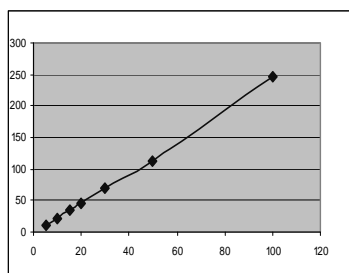
نمودار ۵-۱. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط فاصله از جواب های موثر



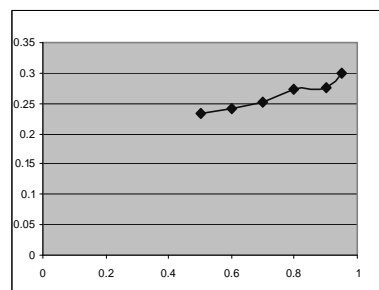
نمودار ۵-۲. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط معیار تسلط



نمودار ۳-۳. افزایش NSAMP و بررسی تاثیر آن بر T_0 برای مسائل با روش شبیه سازی تبرید بدون وزن دهی مدل ۳



نمودار ۳-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن بر متوسط زمان



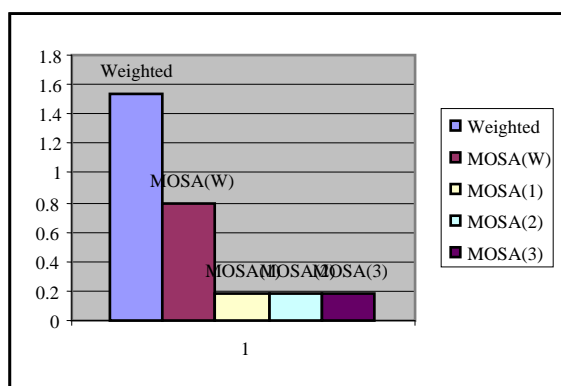
نمودار ۳-۵. کاهش ضریب تبرید و بررسی تاثیر آن متوسط زمان

۵-۵. بررسی اعتبار الگوریتم MOSA¹ پیشنهادی روی MOSCP

بر اساس نتایج آماری حاصله از تاثیر پارامترهای الگوریتم در کارایی آن و با توجه به مقدار پارامترهای قابل اعتبار با توجه به نمودارها، بدیهی است تحت شرایط یکسان، هرگاه ضریب تبرید ۰/۹۵ فرض شود، کارایی بالایی در انتظار خواهد بود که همان توصیه وایت در انتخاب α با توجه به نوع مساله، می باشد. همچنین در شرایطی که حداکثر تعداد دفعات عدم بهبود متوالی (MAXSAMEMARKOV) تاثیر به سزایی در سرعت حل مساله دارد، حداکثر تعداد آن ۲۰ منظور می گردد.

ضمن آن که با توجه به وضعیت داغ بودن سیستم، در ابتدا لازم است تعداد همسایگی های اولیه، مناسب (مثلاً NSAMP=10) انتخاب شود که در تمامی مسائل قابل استفاده می باشد.

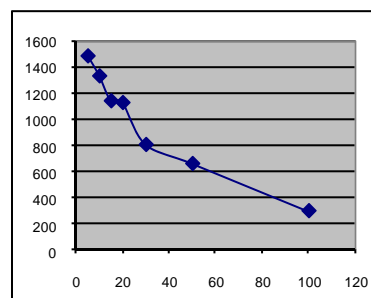
در این شرایط و در اجرای ده گانه با شرایط پارامترهای دیگر مساله و با پیش فرض های ذیل، نمودارها گواهی مناسب بر اعتبار الگوریتم MOSA طراحی شده در حل مساله MOSCP می باشد؛ چرا که، الگوریتم های طراحی شده برای حل این مسائل با کیفیت قابل قبول و در عین حال در زمان کمتر آن را حل می کنند و شاید بتوان گفت که از دلایل اصلی استفاده شبیه سازی تبرید کاهش زمان می باشد که در این زمینه، الگوریتم به خوبی عمل کرده است.



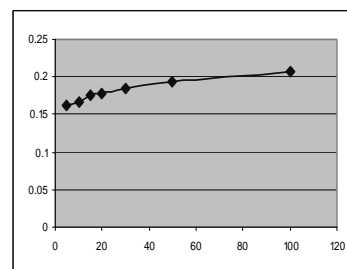
نمودار ۱-۷. مقایسه متوسط زمان حل مساله ۱۰×۱۰ با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

۵-۴. حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما (تکرار) (MAXTEMPDECS)

این پارامتر اجازه می دهد تا الگوریتم در سطوح مختلف دمایی (به عنوان پارامتر کنترل کننده) به جستجو پرداخته و هر چه دمایی سیستم به تبرید نزدیک می شود، امکان یافتن جواب های موثر تر در ساختار MOSCP، بوجود آید؛ بنابراین، با در نظر گرفتن سایر عوامل- که تاثیر مستقیم تری در بهبود جواب های استقرار را دارند نظیر: ضریب تبرید (α) - در تکرارهای بالاتر، جواب های مناسب تر عاید خواهد کرد. همان طور که در نمودارهای (۱-۶)، (۲-۶) و (۳-۶) در پیوست مشهود است با افزایش تعداد دفعات تغییر سطح دما، کیفیت جواب های تولیدی به طور چشم گیری افزایش می یابد ولی در عین حال زمان پاسخ گویی نیز افزوده شده و باید بین کیفیت مناسب و زمان مناسب یک تبادل مناسب ایجاد گردد.

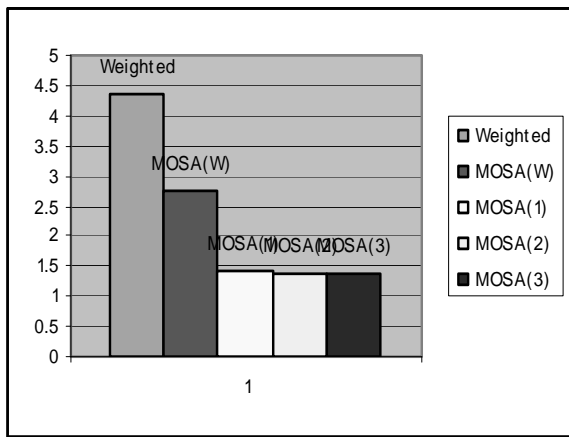


نمودار ۱-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن متوسط فاصله از جواب های موثر

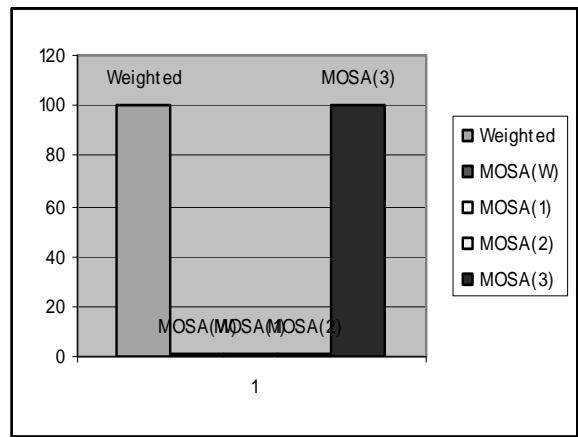


نمودار ۲-۶. افزایش در حداکثر تعداد دفعات تغییر سطح دما و بررسی تاثیر آن متوسط معیار تسلط

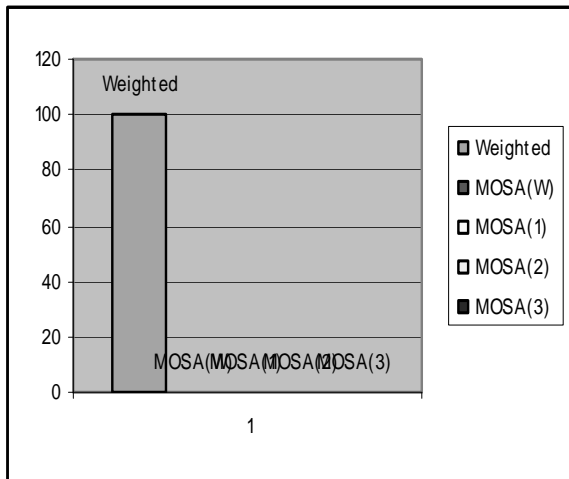
¹ Multi Objective Simulated Annealing



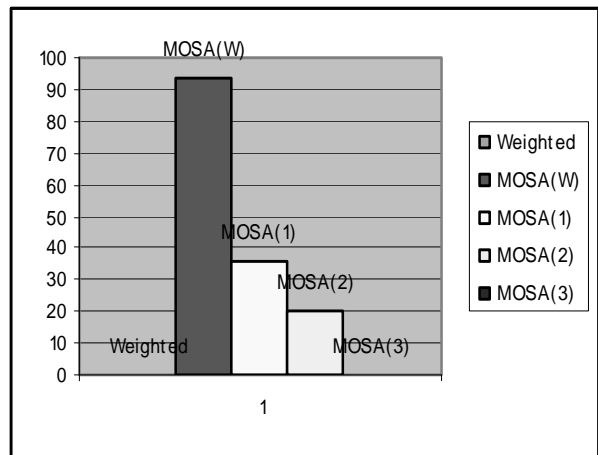
نمودار ۱-۸. مقایسه متوسط زمان حل مساله 30×30 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



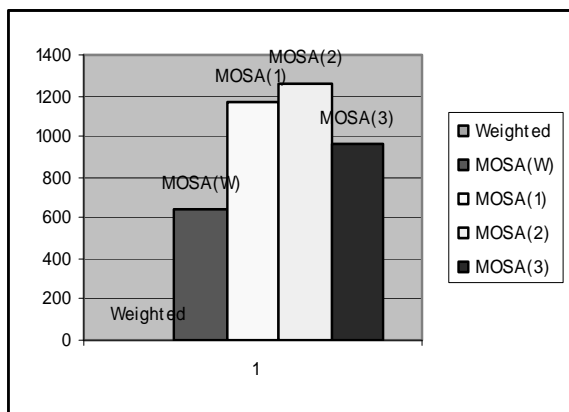
نمودار ۲-۷. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله 10×10 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۲-۸. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله 30×30 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۳-۷. مقایسه متوسط فاصله از جواب های موثر برای مساله 10×10 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۳-۸. مقایسه متوسط فاصله از جواب های موثر برای مساله 30×30 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

همان طور که از منحنی های (۷-۱)، (۷-۲)، (۷-۳) و (۸-۱)، (۸-۲)، (۸-۳) و (۸-۳) و (۹-۱)، (۹-۲)، (۹-۳) در پیوست مشخص است، در مساله 10×10 با توجه به کوچک بودن اندازه مساله، تفاوت زیادی در کیفیت بین روش دقیق و چهار روش شبیه سازی تبرید وجود ندارد و در عین حال زمان اجرای مساله با شبیه سازی تبرید بسیار کمتر است.

ولی در مساله های بزرگتر کیفیت جواب پائین تر و در عین حال در زمان بسیار صرفه جویی می شود. همچنین روش شبیه سازی تبرید موزون کیفیت جواب های بهتری نسبت به روش ساده دارد لکن زمان بالاتری برای پاسخ گویی نیاز دارد.

سوالی که در اینجا مطرح می شود این است که چرا با افزایش اندازه مساله متوسط معیار تسلط بسیار کاهش می یابد. در پاسخ می توان دلیل اصلی آن را وجود محدودیت برای تعداد تسهیلات قابل نصب دانست که برای مساله 50×50 این محدودیت باعث محدود شدن بسیار زیاد جواب های قابل قبول می شود (تنها $10^{-48} \times 10 \times 1/28$ جواب های ممکن قابل قبول است). در نتیجه با وجود تولید جواب های بسیار زیاد درصد زیادی از جواب ها جزو جواب های ممکن نمی باشند.

۵-۵-۱. روائی و پایائی مدل در مقایسه با GA^1

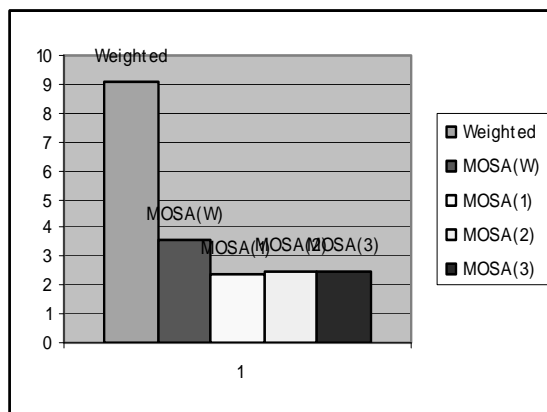
جهت نشان دادن روائی و پایائی مدل، ۳ مساله $MOSCP$ با ابعاد 10×10 ($M=N=10$) و 30×30 ($M=N=30$) و 50×50 ($M=N=50$) به نسبت ۲۰٪ (تعداد یک های موجود در ماتریس پوشش در حدود ۲۰٪ است) با الگوریتم GA حل گردیده است که با مقایسه بین جواب های حل شده توسط SA نتیجه گیری می شود که الگوریتم $MOSA$ طراحی شده به خصوص در مسائل با ابعاد بالا از کارائی لازم برخوردار است.

جدول ۱. مقایسه الگوریتم SA و GA

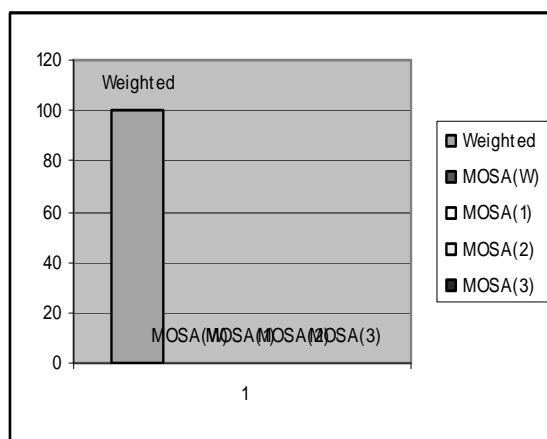
الگوریتم	معیار	10×10	30×30	50×50
GA	متوسط زمان	۰/۱۲۴	۱/۲۳۵	۲/۷۶۰
	متوسط فاصله از جواب های موثر	۰	۹۱۵/۷	۲۱۲۶
	متوسط معیار تسلط	۱۰۰	۰/۱۳۴	۰/۰۶۱
SA	متوسط زمان	۰/۱۷۸	۱/۳۷۷	۲/۴۱۷
	متوسط فاصله از جواب های موثر	۰	۹۶۲/۳	۲۸۷۳
	متوسط معیار تسلط	۱۰۰	۰/۱۲۵	۰/۰۷۲

۶. نتیجه گیری

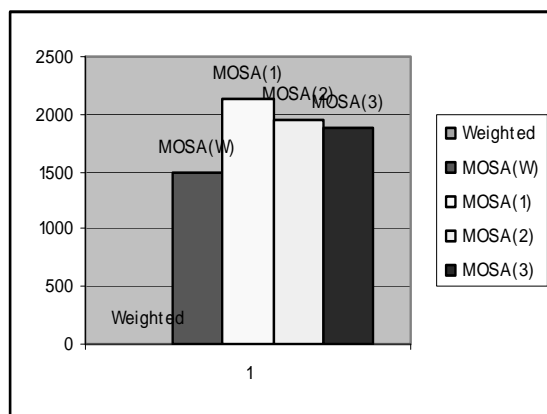
در این مقاله صحت و اعتبار علمی الگوریتم SA طراحی شده بر روی $MOSCP$ طی معیارهای ارزیابی ارائه شده است و همگرایی آن با بالا رفتن تعداد تکرارها و در اجراهای مختلف به سمت جواب های برتر کاملاً واضح است. کارایی الگوریتم، براساس پارامترهای الگوریتم SA طراحی شده و با توجه به نتایج اشاره شده قابل استناد بوده و مشهود است. البته در مواردی که الگوریتم با مسائلی با حجم بالا (سطر و ستون زیاد ماتریس پوشش) مواجه و نسبت ماتریس پوشش کم باشد، سرعت حل به نسبت سریع تر است؛ یعنی، هرگاه مساله $MOSCP$ مساله ای کوچک باشد و نسبت آن بالا، سختی حل به نوعی معادل حل مساله $MOSCP$ بزرگ با نسبت کم می باشد. مطابق نمودارهای مقایسه ای، مشاهده می شود که الگوریتم SA طراحی شده با اطمینان بالایی، الگوریتم مناسبی می باشد که



نمودار ۱-۹. مقایسه متوسط زمان حل مساله 50×50 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۲-۹. مقایسه متوسط معیار تسلط برای مساله 50×50 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید



نمودار ۳-۹. مقایسه متوسط فاصله از جواب های موثر برای مساله 50×50 با روش دقیق و شبیه سازی تبرید

در سه مدل شبیه سازی تبرید ساده نیز مدل سوم دارای کیفیت بالاتری است و در مقایسه با دو مدل دیگر دارای آینده بهتری برای گسترش می باشد.

¹ Genetic Algorithm

- [5] Garey, M.R., Johnson, D.S. "Computers and Interactability, A Guide to the Theory of NP-Completeness", Freeman, San Francisco, 1979.
- [6] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., "Equation of State Calculations by Fast computing Machines", Journal of Chemical Physics, Vol. 21, June 1953.
- [7] White, S.R., *Concept of Scale in Simulated Annealing*, Proceeding IEEE International Conference on Computer Design, Portchester, 1983.
- [8] Kevin Ian Smith. *A Study of Simulated Annealing Techniques for Multi-Objective Optimization*, PhD thesis, University of Exeter, Oct. 2006.
- [9] Serafini, P., *Simulated Annealing for Multi-objective Optimization Problems*. In Proceedings of the 10th International Conference on Multiple Criteria Decision Making, Taipei-Taiwan, Vol. 1, Pages 87-96, 1992.
- [10] Das, Denis. *A Closer Look at Drawbacks of Minimizing Weighted Sums of objectives for Pareto Set Generation in Multi-Criteria Optimization Problems*. Structural Optimization, 1997.

می‌تواند مسائل بزرگ و کوچک با نسبت‌های متفاوت به خوبی حل نماید.

۶-۱. پیشنهاد برای تحقیقات آتی

می‌توان مسائل کامل تری از مسائل پوشش مجموعه را با فرضیات و محدودیت‌های دیگر همانند: صحیح بودن متغیرهای تصمیم، فرض پوشش بیشتر از یک بار توسط هر تسهیل، پیوسته بودن مساله پوشش مجموعه به جای گسسته بودن، استفاده از توابع هدف دیگر در جهت مدل سازی دقیق‌تر مفاهیم دنیای واقعی بکار گرفت. همچنین مکانیزم جستجوی همسایگی، مکانیزم حذف/اضافه منظور شده است ولی می‌توان یک یا ترکیبی از مکانیزم‌های موجود؛ مثلاً، جهشی و تعویضی را با توجه به نحوه نمایش ساختار متغیرهای حل (جواب) ارائه نمود. نحوه ارائه دمای اولیه سیستم در الگوریتم طراحی شده SA، برای حل SCP، روش وایت بوده است. می‌توان اثر انتخاب T_0 را با روش‌های دیگر مثلاً، انتخاب T_0 به مقدار ثابت، مشاهده نمود. در انتخاب دمای نهایی T_f ، برای جلوگیری از وضعیت $Trap^1$ ، از T_f استفاده نشده است. محققان آتی می‌توانند از مفهوم T_f به عنوان یکی از روش‌های اختتام الگوریتم با توجه به ریسک به دام افتادن در نقطه بهینه محلی استفاده نمایند. البته لازم است T_f مقداری بیشتر از صفر در نظر گرفته شود تا مشکل حادی پیش نیاید. طول زنجیره مارکوف براساس محاسبه جواب‌های رد شده و پذیرفته شده با هم، منظور شده است. لذا، می‌توان با در نظر گرفتن شمارنده‌ای، فقط تعداد جواب‌های پذیرفته و یا رد شده را به عنوان طول دوره (زنجیره مارکوف) لحاظ نمود. همچنین با تغییر قانون کاهش دما پس از ارزیابی کارایی آن می‌توان جواب‌های بهتری ارائه نمود.

مراجع

- [۱] خیری‌نیا، علی؛ حل یک مساله مکان یابی-تخصیص با استفاده از یکی از روش‌های فوق ابتکاری (SA)، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران؛ بهار ۱۳۸۲.
- [۲] اصغرپور، محمدجواد، تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ سوم؛ تابستان ۱۳۸۳.
- [3] Heragu, S.S., "Facilities Design", PWS Publishing Company, Boston, MA, 1997.
- [4] Daskin, M.S., "Network and Discrete Location," Models and Algorithms and Applications, John Wiley & Sons, 1995.

¹ Trap