

## THE USE OF SIMULATED ANNEALING AND GENETIC ALGORITHMS FOR A MULTI-MODE RESOURCE-CONSTRAINED PROJECT SCHEDULING PROBLEM WITH DISCOUNTED CASH FLOWS

M. Seifi, R. Tavakkoli-Moghaddam & F. Jolai

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran  
massoud\_seify@yahoo.com, tavakoli@ut.ac.ir, fjolai@ut.ac.ir

**Abstract:** This paper presents a multi-mode resource-constrained project scheduling problem (MRCPS) with maximizing the net present value (NPV) from the project contractor's point of view. Positive and negative cash flows are considered in this model. Furthermore, to make the model close to the real situations, four different models for positive cash flows are considered. Two meta-heuristics, called simulated annealing and genetic algorithms, are used in order to solve the proposed model of the forgoing problem. To schedule all activities, a bi-directional scheduling generation scheme (SGS) for the multi-mode version is proposed, and the activity list structure selects for presenting a permutation of activities. Finally, computational results for a set of test problems taken from the project scheduling problem library (PSPLIB) are presented and discussed.

### بکارگیری الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع در حالت چند مد و با جریان‌های نقدی تنزیل یافته

(گزارش فنی)

مسعود سیفی، رضا توکلی مقدم و فریبرز جولای

**چکیده:** در این مقاله، مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع در حالت چند مد و با معیار حداکثرکردن مقدار ارزش فعلی پروژه مورد مطالعه قرار می‌گیرد. جریان‌های نقدی مثبت و منفی در مدل لحاظ گردیده و به منظور نزدیکی هر چه بیشتر مدل به شرایط واقعی دو حالت مختلف برای جریان‌های نقدی مثبت در نظر گرفته شده است. جهت حل مدل پیشنهادی از دو الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و ژنتیک استفاده شده است و جهت تولید برنامه زمانبندی، روش زمانبندی دوسویه برای حالت چند مد توسعه داده شده و ساختار نمایش لیست فعالیت‌ها بکار گرفته شده است. در نهایت نتایج محاسباتی برای مجموعه‌ای از مسائل کتابخانه الکترونیک زمانبندی پروژه ارائه و مورد تجزیه و تحلیل واقع می‌گردد.

**واژه‌های کلیدی:** زمانبندی پروژه با محدودیت منابع، مد اجرایی، ارزش فعلی خالص، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

تاریخ وصول: ۸۶/۹/۱۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۵/۱۲

مسعود سیفی، دانش آموخته کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران. massoud\_seify@yahoo.com

دکتر رضا توکلی مقدم، دانشیار گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران. tavakoli@ut.ac.ir

دکتر فریبرز جولای، دانشیار گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران. fjolai@ut.ac.ir

## ۱. مقدمه

مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع در حالت چند مد و با جریان‌های نقدی تنزیل یافته (MRCPSPDF) به این صورت تعریف می‌شود. یک پروژه از  $n$  فعالیت تشکیل شده است که توسط یک شبکه گره‌ای (AON) و بصورت گراف  $G=(V, E)$  ارائه می‌شود. در این گراف گره‌ها نشان دهنده فعالیت‌ها و کمان‌ها نمایانگر روابط پیشنیازی هستند. اگر کمان  $(i, j)$  در شبکه وجود داشته باشد، آنگاه فعالیت  $i$  می‌بایست قبل از فعالیت  $j$  به پایان برسد. مجموعه فعالیت‌های پروژه را بصورت  $V = \{1, \dots, n\}$  تعریف می‌شود که 1 و  $n$  فعالیت‌های مجازی شروع و اتمام پروژه می‌باشند. برای هر فعالیت  $j \in V$  از شبکه  $G=(V, E)$  چندین مد اجرایی وجود دارد.  $M_j$  برابر مجموعه مدهای فعالیت  $j$  در نظر گرفته می‌شود. به محض اینکه فعالیتی در مد  $\{1, \dots, |M_j|\}$  شروع به انجام شد بدون وقفه و بدون تغییر  $m$  باید پایان یابد. مدت زمان انجام فعالیت  $j$  ام در مد اجرائی  $m$  ام است و برحسب کوچکترین پیروی زمانی پروژه تعریف می‌شود. اگر  $T$  را افق زمانبندی پروژه باشد، فرض می‌شود که از منبع تجدیدپذیر  $k$  در هر یک از پیرودهای  $t=1, \dots, T$  به میزان  $R_k^p$  واحد موجود است و اگر فعالیت  $j$  ام در مد  $m$  ام انجام شود، نیاز به  $r_{jkm}^p$  واحد از منبع تجدیدپذیر  $k$  ام در پیرودهای  $t=1, \dots, T$  دارد. پیمانکار برای تکمیل فعالیت  $j$  در مد  $m$  به میزان  $CF_{mj}^-$  واحد پولی پرداخت می‌نماید و برای تکمیل فعالیت  $j$  صرفنظر از مد اجرائی آن، به اندازه  $CF_j^+$  از کارفرما دریافت می‌نماید. هدف، یافتن مجموعه برنامه‌های زمانبندی موجه است بطوریکه تابع هدف بهینه گردد.

## ۲. مرور ادبیات

در مسائل زمانبندی پروژه توابع هدف مختلفی در نظر گرفته می‌شوند. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان این معیارها را به دو دسته معیارهای غیرپولی و پولی طبقه‌بندی کرد. حداقل کردن طول مدت اجرای پروژه<sup>۲</sup> متداولترین و معمولترین معیار غیرپولی است که توسط محققین زمانبندی پروژه بکار گرفته می‌شود که در آن زمانبندی پروژه براساس مسیر بحرانی زمان انجام می‌شود [۱]. تحقیقات جامعی از انواع مسائل زمانبندی پروژه در [۲-۴] ارائه شده است.

هنگامی که جریان‌های نقدی مشخصی در طول پروژه و بصورت هزینه برای انجام فعالیت‌ها پرداخت می‌شوند و پرداخت‌های در جریان نیز برای تکمیل اجزاء پروژه صورت پذیرد، معیار ارزش خالص فعلی (NPV) یک معیار بسیار مهم و کاربردی در زمانبندی پروژه می‌باشد [۵]. براساس این معیار زمانبندی پروژه برمبنای مسیر بحرانی هزینه صورت می‌پذیرد.

## ۳. ارایه مدل

پارامترهای مورد استفاده در مدل، در زیر خلاصه شده‌اند و بجز گراف  $G$ ، مجموعه  $P_j$ ، و نرخ تنزیل  $\alpha$  سایر پارامترها بصورت عدد صحیح تعریف می‌گردند.

$n$  : تعداد فعالیت‌ها

$G$  : گراف غیرمدور نمایش دهنده پروژه

$M_j$  : تعداد مدهای اجرایی ممکن برای انجام فعالیت  $j$  ام،  $j=1, \dots, n$

$d_{jm}$  : زمان انجام فعالیت  $j$  ام در مد  $m$  ام،  $j=1, \dots, n$  و  $m=1, \dots, M_j$

$CF_{jm}^-$  : جریان نقدی منفی متناظر با تکمیل فعالیت  $j$  ام در مد  $m$  ام،  $j=1, \dots, n$  و  $m=1, \dots, M_j$

$CF_j^+$  : جریان نقدی مثبت متناظر با تکمیل فعالیت  $j$  ام،  $j=1, \dots, n$

$ST_j$  : زمان شروع فعالیت  $j$  ام

$FT_j$  : زمان تکمیل فعالیت  $j$  ام

$EF_j$  : زودترین زمان تکمیل فعالیت  $j$  ام

$LF_j$  : دیرترین زمان تکمیل فعالیت  $j$  ام

$P_j$  : مجموعه فعالیت‌های پیشنیازی فعالیت  $j$  ام

$R$  : تعداد منابع تجدیدپذیر

$R_k^p$  : تعداد واحدهای در دست منبع تجدیدپذیر  $k$  ام،  $k=1, \dots, R$   
 $r_{jkm}^p$  : تعداد واحدهای مورد نیاز از منبع تجدیدپذیر  $k$  ام برای انجام

فعالیت  $j$  ام در حالت  $m$  ام

$\alpha$  : نرخ تنزیل

$T$  : افق زمانبندی پروژه (حد بالای زمان تکمیل پروژه که برابر مجموع حداکثر زمان انجام فعالیت‌ها می‌باشد).

با استفاده از علائم اختصاری تعریف شده مساله MMRCPSPDF بصورت زیر قابل ارائه است:

<sup>2</sup>. Makespan Minimization

تکمیل شده را پرداخت می‌نماید. در این حالت با تابع هدف زیر سروکار داریم:

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n CF_j^+ (1+\alpha)^{-FT_j} - \sum_{i=1}^n \sum_{t=EF_j}^{LF_j} \sum_{m=1}^{M_j} \frac{CF_{jmt}^-}{(1+\alpha)^t} \cdot x_{jmt} \quad (A)$$

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{t=EF_j}^{LF_j} \frac{CF_j^+}{(1+\alpha)^t} \cdot \sum_{m=1}^{M_j} x_{jmt} - \sum_{i=1}^n \sum_{t=EF_j}^{LF_j} \sum_{m=1}^{M_j} \frac{CF_{jmt}^-}{(1+\alpha)^t} \cdot x_{jmt} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} x_{jmt} = 1, \forall j \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_w}^{LF_w} t \cdot x_{jmt} \leq \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} (t - d_{jm}) x_{jmt}, \forall j; w \in P_j \quad (3)$$

$$FT_n = \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_n}^{LF_n} t \cdot x_{jmt} \leq T, T \leq \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=1}^n \max\{d_{jm}\} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^{M_j} r_{jkm}^p \sum_{b=1}^{t+d_{jm}-1} x_{jmb} \leq R_k^p, \forall k, t \quad (5)$$

$$x_{jmt} \in \{0,1\}, \forall j, m, t \quad (6)$$

## ۴. روش‌های حل مدل

### ۴-۱. تولید برنامه زمانبندی

در این تحقیق از روش زمانبندی دو سویه سری برای تولید برنامه زمانبندی استفاده می‌شود. در روش زمانبندی دوسویه سری، زمانبندی جزئی رو به جلو (FS) و همچنین زمانبندی جزئی رو به عقب بصورت (BS) همزمان در نظر گرفته می‌شود. در هر تکرار فعالیت  $j$  قابل زمانبندی است اگر و تنها اگر در یکی از جهات قابل زمانبندی باشد.

در فرآیند تولید برنامه زمانبندی سه مجموعه را تعریف می‌کنیم. که مجموعه اول مجموعه فعالیت‌هایی هستند که پیشنیازهایشان زمانبندی شده‌اند، بنابراین برای زمانبندی در جهت رو به جلو آماده‌اند. مجموعه دوم فعالیت‌هایی هستند که پسنیازهایشان زمانبندی شده‌اند و قادر به زمانبندی آنها در جهت رو به عقب هستیم و مجموعه سوم فعالیت‌هایی هستند که هم پیشنیازها و هم پسنیازهایشان زمانبندی شده‌اند و می‌توان آنها را در هر دو جهت زمانبندی کرد. در هر تکرار فعالیت‌هایی که در جهت رو به جلو قابل زمانبندی هستند به مجموعه یک انتقال داده می‌شوند و فعالیت‌هایی که در جهت رو به عقب قابل زمانبندی هستند به مجموعه دو منتقل می‌شوند. فعالیت‌های مشترک در بین این دو مجموعه، به مجموعه سوم که مجموعه فعالیت‌های قابل زمانبندی در هر دو جهت است، انتقال می‌یابند و از مجموعه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند. سپس یک فعالیت به صورت تصادفی از مجموعه اول انتخاب می‌شود و پس از انتخاب تصادفی یکی از مدهای اجرایی برای آن، در جهت رو به جلو و در زودترین زمان ممکن  $(FS) ES_j \leq t$  و در پریردهای  $t+1, \dots, t+d_{jm}$  که محدودیت منابع را نقض نمی‌کند، زمانبندی می‌شود. برای برنامه زمانبندی جزئی بدست آمده میزان منابع باقیمانده تعیین می‌شود. در نهایت نیز فعالیت  $j$  از لیست فعالیت‌های قابل زمانبندی در جهت رو به جلو حذف می‌شود و لیست فعالیت‌های مجموعه ۱ به هنگام می‌شود. در جهت رو به عقب نیز یکی از فعالیت‌ها به صورت تصادفی انتخاب و یک مد تصادفی به آن تخصیص می‌یابد و در مسیر برگشت و در دیرترین زمانی که فعالیت‌های پیشنیازی و منابع را نقض ننمایند، زمانبندی می‌شود. فعالیت  $j$  از لیست فعالیت‌های قابل زمانبندی در جهت رو به عقب حذف و مجموعه ۲ به هنگام می‌شود و مجموعه ۳ نیز با توجه به فعالیت‌های دو مجموعه دیگر به هنگام می‌شود و این کار ادامه می‌یابد تا دیگر هیچ فعالیتی تنها در

$x_{jmt}$  یک متغیر تصمیم است که برابر یک است اگر و تنها اگر فعالیت  $j$  ام در مد  $m$  ام و در زمان  $t$  ام تکمیل شود و در غیر اینصورت برابر صفر است. قسمت اول تابع هدف (رابطه ۱) ارزش فعلی خالص جریان‌های نقدی مثبت (دریافت‌ها) را محاسبه می‌نماید و قسمت دوم ارزش خالص جریان‌های نقدی منفی (پرداخت‌ها) را لحاظ می‌نماید.

مجموعه محدودیت‌های (۲) تضمین می‌نماید که هر فعالیت تنها در یک مد اجرایی انجام می‌شود و دقیقاً یک زمان تکمیل دارد. روابط پیشنیازی توسط محدودیت (۳) ارضاء می‌شوند. محدودیت (۴) الزام می‌نماید که پروژه در افق زمانبندی آن تکمیل شود. روابط (۵) محدودیت‌های منابع تجدیدپذیر را تضمین می‌نماید و محدودیت‌های (۶) صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم را تعریف می‌نماید. قسمت اول تابع هدف ارزش فعلی خالص جریان‌های نقدی مثبت (دریافت‌ها) را محاسبه می‌نماید. در ادبیات زمانبندی پروژه چهار نوع شیوه پرداخت کلاسیک وجود دارد که پرداخت به شیوه قیمت مجموع، پرداخت در زمان وقوع رویدادها، پرداخت در فواصل زمانی مساوی و پرداخت مستمر نامیده می‌شوند. اگر فرض شود که در شیوه پرداخت قیمت مجموع، میزان پرداخت برابر با مجموع جریان‌های نقدی مثبت کلیه فعالیت‌ها باشد، آنگاه تابع هدف را می‌توان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد:

$$\text{Max } Z = CF_{LSP} (1+\alpha)^{-FT_n} - \sum_{i=1}^n \sum_{t=EF_j}^{LF_j} \sum_{m=1}^{M_j} \frac{CF_{jmt}^-}{(1+\alpha)^t} \cdot x_{jmt} \quad (7)$$

که در آن  $CF_{LSP} = \sum_{j=1}^n CF_j^+$  می‌باشد.

در پرداخت در زمان وقوع رویدادها، کارفرما در لحظه وقوع رویدادهای از پیش مشخص شده که معمولاً زمان تکمیل هر یک از فعالیت‌های پروژه است، هزینه مربوط به هر یک از فعالیت‌های

مجدد، تقاطعی و جهشی ایجاد می‌شود. تمام انتخاب‌هایی که برای تولید مجدد و تقاطع از جمعیت فعلی انجام می‌شود با جایگزینی هستند. از جمعیت فعلی به تعداد  $100 P_e \times PS$  کروموزوم از مناسب‌ترین کروموزوم‌های هر جمعیت به نسل بعدی انتقال می‌یابند که  $P_e$  نرخ نخبه‌پروری و  $PS$  اندازه جمعیت جاری می‌باشند. عملگر تقاطعی با احتمال  $P_c$  در نظر گرفته می‌شود. اگر عملگر تقاطعی برای تولید نسل انتخاب شود آنگاه دو کروموزوم بعنوان والدین از جمعیت فعلی و براساس حد قابل قبول برازندگی، برگزیده می‌شوند و دو فرزند را بوجود می‌آورند. عملگر جهش با احتمال  $P_m$  بر روی جمعیت جاری عمل می‌کند. در هر تکرار نیز به تعداد  $100 P_r \times PS$  کروموزوم جدید تولید می‌شود که  $P_r$  نرخ تولید مجدد است. الگوریتم ژنتیک زمانی که به تعداد از پیش تعیین شده‌ای تولید نسل نمود، متوقف می‌شود.

#### ۲-۳-۴. ساختار کروموزوم

ساختار کروموزوم ارائه شده به این صورت است که هر کروموزوم  $2n$  ژن دارد که  $n$  تعداد فعالیت‌هاست.  $n$  ژن نخست با یک فعالیت اختصاص خواهد یافت و  $n$  ژن انتهایی کروموزوم نشان دهنده مدهای اجرایی فعالیت‌ها هستند به گونه‌ای که مد اجرایی فعالیتی که در  $z$  امین ژن کروموزوم قرار گرفته است در ژن  $n+z$  نام مشخص شده است. بنابراین کروموزوم  $I$  با بردار  $I = (A'_1, \dots, A'_n, M'_1, \dots, M'_n)$  قابل نمایش است.

#### ۴-۳-۴. عملگر تقاطعی

در الگوریتم پیشنهادی از یک عملگر تقاطعی استفاده شده است که برای مساله در حالت تک مد توسط هارتمن  $[A]$  و شادرخ و کیان‌فر  $[9]$  بکار گرفته شده است. جهت تطابق با شرایط مدل، این عملگر برای حالت چند مد توسعه داده شده است. اگر زوج  $Pq = (A_1^1, \dots, A_n^1, M_1^1, \dots, M_n^1)$  و  $Pa = (A_1^2, \dots, A_n^2, M_1^2, \dots, M_n^2)$  واحد انتخاب شده برای عملگر تقاطعی باشند. دو عدد تصادفی و صحیح  $r_1$  و  $r_2$  با این شرط که  $r_1 < r_2$  باشد، در بازه  $[1, n-1]$  تولید می‌شوند که مشخص کننده نقاط تقاطع هستند. دو فرزند

$$CH1 = (A_1^{C1}, \dots, A_{r_1}^{C1}, A_{r_1+1}^{C1}, \dots, A_{r_2}^{C1}, A_{r_2+1}^{C1}, \dots, A_n^{C1}, M_1^{C1}, \dots, M_n^{C1}, \\ CH2 = (A_1^{C2}, \dots, A_{r_1}^{C2}, A_{r_1+1}^{C2}, \dots, M_{r_1+1}^{C2}, \dots, M_{r_2}^{C2}, M_{r_2+1}^{C2}, \dots, M_n^{C2}))$$

در فرزند اول  $(A_1^{C1}, \dots, A_n^{C1}) = (A_1^1, \dots, A_n^1)$  و  $(M_1^{C1}, \dots, M_n^{C1}) = (M_1^2, \dots, M_n^2)$  و همچنین  $A_a^{C1} = A_b^2$  و  $M_a^{C1} = M_b^2$  است که  $a = r_1 + 1, \dots, r_2$  است که  $b$  کوچکترین اندیسی است که  $A_b^2 \notin \{A_1^{C1}, \dots, A_{a-1}^{C1}\}$  باشد. همچنین  $A_a^{C1} = A_b^1$  و  $M_a^{C1} = M_b^1$  است که  $a = r_2 + 1, \dots, n$  است که  $b$  کوچکترین اندیسی است که  $A_b^1 \notin \{A_1^{C1}, \dots, A_{a-1}^{C1}\}$  باشد. به طریقی مشابه می‌توان  $CH2 = (A_1^{C2}, \dots, A_{r_1}^{C2}, A_{r_1+1}^{C2}, \dots, A_{r_2}^{C2}, A_{r_2+1}^{C2}, \dots, M_1^{C2}, \dots, M_n^{C2}, \\ M_{r_1+1}^{C2}, \dots, M_{r_2}^{C2}, M_{r_2+1}^{C2}, \dots, M_n^{C2}))$  را نیز تعریف نمود.

یک جهت قابل زمانبندی نباشد. در این حالت تنها فعالیت‌های زمانبندی نشده، فعالیت‌های مجموعه سوم می‌باشند. از میان این فعالیت‌ها بصورت تصادفی یک فعالیت انتخاب می‌شود و پس از تخصیص یک مد تصادفی، آن را بصورت تصادفی در یکی از جهات رو به جلو و یا رو به عقب زمانبندی می‌کنیم و سپس فعالیت انتخاب شده را از مجموعه ۳ حذف می‌کنیم. این کار را تا زمان تهی شدن مجموعه ۳ تکرار می‌شود. در پایان این فرآیند دو لیست فعالیت حاصل شده است که یکی در جهت رو به جلو (FS) و دیگری در جهت رو به عقب (BS) می‌باشد. پس از بدست آوردن زمانبندی رو به جلو و رو به عقب، می‌بایست این دو برنامه زمانبندی جزئی را با یکدیگر ادغام کرد و یک برنامه زمانبندی واحد ایجاد کرد. برای این منظور فعالیت‌های مجموعه ۲ را برخلاف ترتیب انتخاب آنها به مجموعه فعالیت‌های مجموعه اول اضافه می‌کنیم. به بیان دیگر کوچکترین زمان ممکن را که در آن محدودیت‌های منابع و پیشینازی برآورده می‌شوند به فعالیت تخصیص داده و این کار تا زمانی که کلیه فعالیت‌ها زمانبندی نشده‌اند، ادامه می‌یابد.

#### ۲-۴. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

##### ۱-۲-۴. شیوه نمایش جواب

برای نمایش هر جواب شدنی از یک لیست که هر یک دارای  $n$  عضوند استفاده می‌شود. قسمت اول لیست، یک توالی شدنی از لحاظ روابط پیشینازی است که در آن هر فعالیت پس از فعالیت‌های پیشیناز و پیش از فعالیت‌های پسینازش انجام می‌شود. این قسمت "لیست فعالیت‌ها" نامیده می‌شود. قسمت دوم که "لیست مدها" نام دارد، از  $n$  عضو تشکیل شده است که نشان دهنده مد انجام فعالیت‌های قسمت اول لیست است به طوری که  $n+z$  امین عضو این لیست نشان دهنده مد انجام  $z$  امین فعالیت لیست است.

##### ۲-۲-۴. روش ایجاد همسایگی

در الگوریتم مورد استفاده حرکت از یک نقطه فضای جواب به نقطه دیگر بصورت تصادفی صورت می‌گیرد. به بیان دیگر ممکن است آخرین برنامه زمانبندی که توسط الگوریتم تولید شده است هیچگونه شباهتی با برنامه زمانبندی جاری الگوریتم نداشته باشد.

#### ۳-۴. الگوریتم ژنتیک

##### ۱-۳-۴. ساختار الگوریتم

در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، کروموزوم‌های جمعیت اولیه بطور تصادفی و با استفاده از روش تولید برنامه زمانبندی دوسویه سری بوجود می‌آیند. فرآیند تولید کروموزوم آنقدر ادامه می‌یابد تا به اندازه جمعیت اولیه که دلخواه نیز می‌باشد، کروموزوم شدنی ایجاد شود. در ادامه جمعیت اولیه به عنوان نسل فعلی الگوریتم در نظر گرفته می‌شود و نسل جدیدی از آن با استفاده از عملگرهای تولید

### ۵-۳-۴. عملگر جهشی

یک عملگر جهشی در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی بکار گرفته شده است. این عملگر جهشی برگرفته از شادرخ و کیانفر [۱۰] است و در اینجا تنها آن را برای حالت چند مد توسعه داده‌ایم. اگر  $I = (A'_1, \dots, A'_n, M'_1, \dots, M'_n)$  کروموزومی باشد که برای جهش انتخاب شده است. عدد تصادفی  $a$  با توزیع یکنواخت در بازه  $[1, n-1]$  تولید می‌شود. همچنین فرض کنید که  $A'_b$  آخرین پیشیناز فعالیت  $A'_a$  و فعالیت  $A'_c$  اولین پسیناز فعالیت  $A'_a$  در لیست فعالیت  $I$  باشد. عدد تصادفی دیگری بنام  $d$  در بازه  $[b+1, c-1]$  تولید می‌شود. اگر  $d < a$  باشد آنگاه  $I$  با  $(A'_1, \dots, A'_{d-1}, A'_a, A'_d, \dots, A'_{d-1}, A'_{d+1}, \dots, A'_n, M'_1, \dots, M'_{d-1}, M'_a, M'_d, \dots, M'_{d-1}, M'_{d+1}, \dots, M'_n)$  جایگزین می‌شود و اگر  $d > a$  باشد لیست فعالیت  $I$  با  $(A'_1, \dots, A'_{a-1}, A'_a, A'_{a+1}, \dots, A'_{d-1}, A'_d, A'_{d+1}, \dots, A'_n, M'_1, \dots, M'_{a-1}, M'_a, M'_{a+1}, \dots, M'_{d-1}, M'_d, M'_{d+1}, \dots, M'_n)$  تعویض می‌شود.

### ۵. نتایج محاسباتی

آنگونه که در بین محققین مسائل زمانبندی پروژه با محدودیت منابع متداول است، مسائل نمونه از کتابخانه مسائل زمانبندی پروژه (PSPLIB) انتخاب شده است. مسائل مجموعه n0 از این کتابخانه منطبق با مدل زمانبندی پروژه با محدودیت منابع تجدیدپذیر در حالت چند مد است. شش گروه مساله با اندازه ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ و ۲۰ فعالیت غیرمجازی به صورت تصادفی از PSPLIB انتخاب شده‌اند که به ترتیب عبارتند از n02، n010، n019، n030، n039، n044. هر یک از این گروه مسائل شامل ۱۰ مساله هستند و بنابراین ۶۰ مساله توسط هر الگوریتم حل شده است. جریان‌های نقدی بصورت تصادفی در بازه  $[0, 1000]$  تولید شده‌اند و سپس نتیجه حاصل با توجه به زمان اجرای هر فعالیت مرتب شده است

بطوریکه برای یک فعالیت، به مد اجرایی که کوچکترین زمان اجرا را دارد بزرگترین جریان نقدی و مدی که طولانی‌ترین زمان اجرا را داشته باشد، کوچکترین جریان نقدی تولید شده برای آن فعالیت تخصیص می‌یابد. جریان نقدی مثبت هر فعالیت نیز از متوسط جریان‌های نقدی مدهای همان فعالیت ضربدر مقداری که ضریب درآمد (RR) نامیده می‌شود، بدست می‌آید. جدول شماره ۱ نحوه کدگذاری و ترکیب پارامترها در هر حالت مشخص شده است.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مدل به تفکیک شیوه پرداخت

Data Set	LSP & PEO	
	RR	$\alpha$
1	1.25	0.01
2	1.25	0.05
3	1.50	0.01
4	1.50	0.05

هر یک از حالت‌های تعریف شده برای مسائل، توسط هر الگوریتم ۱۰ بار حل شده‌اند و لذا در مجموع  $4 \times 2 \times 10 \times 60 = 4800$  بار ذخیره سازی داده در هر الگوریتم صورت پذیرفته است. جداول شماره ۲ و ۳ نتایج مقایسه دو الگوریتم در شیوه‌های پرداخت مختلف را نشان می‌دهد. ستون اول تعداد فعالیت‌های غیرمجازی هر مساله را نشان می‌دهد. ستون دوم، کد تخصیص یافته به حالت پارامترهای مدل را نشان می‌دهد که مطابق با جدول شماره ۱ می‌باشد. ستون سوم تعداد دفعاتی که هر الگوریتم در مقایسه با الگوریتم دیگر موفق به پیدا کردن جواب بهتری شده است، نشان می‌دهد. ستون چهارم متوسط مقدار بهترین تابع هدف حاصل از حل ۱۰ مساله را نشان می‌دهد. ستون پنجم متوسط انحراف نسبی هر الگوریتم نسبت به بهترین جواب حاصل شده توسط همان الگوریتم را نمایش می‌دهد و ستون آخر نیز نشان دهنده متوسط انحراف مطلق نسبت به بهترین جواب حاصل در بین دو الگوریتم می‌باشد.

جدول ۲. مقایسه دو الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و ژنتیک در شیوه پرداخت مجموع

Problem Size	Data Set	Number of the best solution		Best Objective		Relative Gap Ave. (%)		Absolute Gap Ave. (%)		CPU Ave. (Sec.)	
		GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA
j10	1	7*	3	2907.3*	2863.2	7.40*	8.33	9.65*	12.03	2.68*	4.07
	2	7*	3	1084.5*	915.1	2.90*	6.96	4.31*	17.98	2.69*	4.06
	3	7*	3	3978.1*	3933.0	5.57*	7.62	6.67*	9.74	2.68*	4.08
	4	6*	5	1621.39*	1599.69	5.14	1.33*	1.10*	5.39	2.69*	4.09
j12	1	9*	1	3156.1*	2967.8	7.31*	7.92	7.54*	13.56	3.59*	5.73
	2	5*	5	705.6	725.8*	7.70	7.07*	11.88*	12.77	3.61*	5.72
	3	8*	2	4471.5*	4203.8	6.60*	6.70	7.54*	12.96	3.58*	5.72
	4	2	8*	1270.5	1309.7*	2.58*	6.41	10.24*	10.89	3.59*	5.72

ادامه جدول ۲. مقایسه دو الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و ژنتیک در شیوه پرداخت مجموع

Problem Size	Data Set	Number of the best solution		Best Objective		Relative Gap Ave. (%)		Absolute Gap Ave. (%)		CPU Ave. (Sec.)	
		GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA
j14	1	4	6*	3646.0*	3645.8	1.33*	6.71	4.18*	8.33	4.81*	8.21
	2	5*	5*	1023.2*	962.1	4.04*	14.89	8.63*	22.18	4.80*	8.20
	3	10*	0	5183.2*	4883.1	6.74	6.14*	6.74*	11.68	4.82*	8.21
	4	9*	1	1764.7*	1504.7	6.38*	7.10	7.31*	20.58	4.82*	8.21
j16	1	5*	5*	3379.6*	3347.1	5.61*	9.12	8.32*	12.29	7.86*	12.54
	2	9*	1	194.3*	-31.0	7.89	5.80*	14.07	9.07*	7.87*	12.54
	3	7*	4	4831.0*	4715.1	5.10*	5.94	5.85*	8.92	7.87*	12.58
	4	7*	3	604.9*	508.6	5.83*	10.56	8.48*	16.66	7.89*	12.54
j18	1	8*	2	3800.2*	3601.6	8.32*	8.62	9.08*	14.32	11.07*	18.20
	2	9*	1	196.8*	-6.6	15.21	5.45*	21.72	8.18*	11.08*	18.16
	3	6*	4	5590.6*	5407.0	6.36*	7.32	7.11*	10.66	11.06*	18.15
	4	4	6*	782.6*	701.3	19.87	15.83*	30.32	25.56*	11.08*	18.17
j20	1	9*	1	4268.1*	4056.3	9.14*	9.33	9.79*	14.63	14.30*	23.66
	2	9*	1	473.7*	87.0	6.77	4.95*	9.15*	12.85	14.32*	23.73
	3	7*	3	6106.7*	5975.3	6.22*	7.32	6.76*	9.97	14.30*	23.70
	4	5*	5*	958.6	964.1*	10.15	10.35	8.92*	16.71	14.31*	23.72

جدول ۳. مقایسه دو الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و ژنتیک با شیوه پرداخت در لحظه وقوع رویدادها

Problem Size	Data Set	Number of the best solution		Best Objective		Relative Gap Ave. (%)		Absolute Gap Ave. (%)		CPU Ave. (Sec.)	
		GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA	GA	SA
j10	1	6*	4	3425.0*	3376.9	5.18*	6.64	6.05*	8.49	2.68*	4.07
	2	8*	2	2548.5*	2440.7	7.60	6.55*	7.92*	10.28	2.69*	4.06
	3	5*	5*	4547.5*	4575.4	3.84*	4.90	4.86*	5.45	2.68*	4.08
	4	8*	2	3357.1*	3239.2	5.05	4.87*	5.22*	8.05	2.69*	4.09
j12	1	9*	1	3903.3*	3765.0	6.18	5.09*	6.49*	8.79	3.59*	5.73
	2	8*	2	2724.0*	2652.6	6.05*	7.12	7.08*	10.38	3.61*	5.72
	3	8*	2	5293.1*	5116.1	4.80	4.34*	5.58*	8.08	3.58*	5.72
	4	5*	5*	3731.0*	3712.7	5.46*	7.46	6.79*	9.25	3.59*	5.72
j14	1	7*	3	4577.6*	4458.0	5.98*	7.76	6.90*	11.08	4.81*	8.21
	2	10*	0	3304.9*	3145.6	6.35*	7.73	6.43*	12.46	4.80*	8.20
	3	9*	1	6184.1*	5973.2	4.79*	5.34	5.24*	8.93	4.82*	8.21
	4	6*	4	4430.6*	4249.2	5.07	4.93*	6.33*	9.77	4.82*	8.21
j16	1	7*	3	4741.4*	4620.9	4.83	4.35*	5.21*	6.97	7.86*	12.54
	2	5*	5*	2738.6*	2696.8	5.37	5.19*	6.18*	7.44	7.87*	12.54
	3	6*	4	6433.7*	6360.9	3.64*	4.27	3.97*	5.61	7.87*	12.58
	4	9*	1	3785.8*	3697.8	4.75	3.60*	4.96*	5.82	7.89*	12.54
j18	1	5*	5*	5284.0*	5153.6	6.05*	6.52	6.76*	9.55	11.07*	18.20
	2	6*	4	3284.3*	3269.2	4.95*	7.53	7.64*	9.80	11.08*	18.16
	3	6*	4	7225.0*	7161.6	3.77*	4.54	4.54*	6.06	11.06*	18.15
	4	6*	4	4509.1*	4493.0	4.57	5.40*	6.04*	7.15	11.08*	18.17
j20	1	7*	3	5691.8*	5584.5	5.82	5.61*	6.43*	7.87	14.30*	23.66
	2	6*	4	3809.8*	3716.3	6.75*	5.81	8.42*	10.04	14.32*	23.73
	3	7*	3	7865.0*	7814.4	3.95*	5.72	4.93*	7.24	14.30*	23.70
	4	8*	2	5285.4*	5024.4	5.77	4.65*	6.36*	9.61	14.31*	23.72

### ۶. نتیجه‌گیری

این مزیت را داشته است و در ۲۱٪ موارد دو الگوریتم جواب یکسانی را ارائه داده‌اند. در ۹۳٪ حالت‌های مورد بررسی الگوریتم ژنتیک متوسط بهتری را برای تابع هدف ارائه نموده است و این مقدار برای انحراف نسبی و مطلق به ترتیب ۶۲٪/۵ و ۹۱٪/۶۷

مقایسه دو الگوریتم در ۴۸۰ مساله حل شده نشان می‌دهد که ۶۸٪/۹۶ موارد الگوریتم ژنتیک موفق به یافتن بهترین مقدار برای تابع هدف شده است و در ۳۱٪/۴۶ موارد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

می‌باشد. اگر متوسط انحراف نسبی را معیاری برای همگرایی الگوریتم فرض نمائیم، از این دو مقدار می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نسبت به الگوریتم ژنتیک همگرا تر است ولی بیشتر در دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌شود و در نتیجه کمتر موفق به ارائه جواب‌های بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک می‌شود. مقایسه زمان حل دو الگوریتم نیز نشان می‌دهد که بطور متوسط الگوریتم ژنتیک تنها ۶۱/۴٪ الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسائل وقت صرف کرده است.

### مراجع

- [1] Sprecher, A., Kolisch, R., Drexl, A., "Semi-Active, Active, and Non-Delay Schedules for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 80, 1995, PP. 94-102.
- [2] Icmeli, O., Erenguc, S.S., Zappa, C.J., "Project Scheduling Problems: A Survey", International Journal of Operations and Production Management, Vol. 13, 1993, PP. 80-91.
- [3] Herroelen, W.S., Van Dommelen, P., Demeulemeester, E.L., "Resource-Constrained Project Scheduling: A Survey on Recent Developments", Computers and Operations Research, Vol. 25, 1998, PP. 279-302.
- [4] Kolisch, R., Padman, R., "An Integrated Survey of Deterministic Project Scheduling", OMEGA, The International Journal of Management Science, Vol. 29, 2001, PP. 249-272.
- [5] Bey, R.B., Doersch, R.H., Patterson, J.H., "The Net Present Value Criterion: Its Impact on Project Scheduling", Project Management Quarterly, Vol. 12, No. 2, 1981, PP. 35-45.
- [6] Sung, C.S., Lim, S.K., "A Project Activity Scheduling Problem with Net Present Value Measure", International Journal of Production Economics, Vol. 37, 1994, PP. 177-187.
- [7] Ulusoy, G., Sivrikaya-Serifoglu, F., Sahin, S., "Four Payment Models for the Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows", Annals of Operations Research, Vol. 102, 2001, PP. 237-261.
- [8] Hartmann, S., "A Competitive Genetic Algorithm for Resource-Constrained Project Scheduling", Naval Research Logistics, Vol. 45, 1998, PP. 733-750.
- [9] Shadrokh, S., Kianfar, F., "A Genetic Algorithm for Resource Investment Project Scheduling Problem, Tardiness Permitted with Penalty", European Journal of Operational Research, Vol. 181, 2007, PP. 86-101.