

## Technical Note

# Offering a New Approach for Determination of Fuzzy Numbers Similarity by Using TOPSIS Method and its Application in Fuzzy Risk Analysis

H. Hale\*, S.M. Hosseini & H. Akbarzade Khorshidi

Hassan Hale, Assistance professor of Industrial and systems engineering, Isfahan University of Technology  
Seyyed Mehran Hoseini, MSc student of Industrial engineering, Isfahan University of Technology  
Hadi Akbarzade Khorshidi, MSc student of Industrial engineering, Isfahan University of Technology

### Keywords

Generalized trapezoidal fuzzy numbers,  
Fuzzy risk analysis,  
Fuzzy numbers similarity,  
TOPSIS method

### ABSTRACT

Caused by fuzzy risk analysis importance and fuzzy numbers' similarity usage in this field, generating an appropriate method for finding the most similar fuzzy number by desired fuzzy number is obtained a significant importance. For receiving this goal, different approaches are made for determination of fuzzy similarity amount. In this paper, first a new similarity method between generalized trapezoidal fuzzy numbers is presented. It can combine some of these different approaches for selection the most similar fuzzy number. After that this new method is utilized for completion a new fuzzy risk analysis algorithm

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۴، جلد ۲۰، ۱۳۸۸

### یادداشت تحقیقاتی

## ارائه روشی جدید برای تعیین شباهت اعداد فازی با استفاده از روش تاپسیس و کاربرد آن در آنالیز ریسک فازی حسن حاله، سید مهران حسینی و هادی اکبرزاده خورشیدی

### چکیده:

به علت اهمیت آنالیز ریسک فازی و کاربرد شباهت اعداد فازی در این زمینه، ایجاد روشی مناسب در یافتن شبیه ترین عدد فازی به عدد فازی مشخص اهمیت قابل توجهی پیدا کرده است. بدین منظور روش های مختلفی برای تعیین میزان شباهت فازی ابداع شد. در این تحقیق، در ابتدا با

### کلمات کلیدی

اعداد فازی ذوزنقه ای عمومی،  
آنالیز ریسک فازی،  
شباهت اعداد فازی،  
روش تاپسیس

تاریخ وصول: ۸۸/۸/۱۰

تاریخ تصویب: ۸۸/۱۱/۶

دکتر حسن حاله، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، [hhale@cc.iut.ac.ir](mailto:hhale@cc.iut.ac.ir)

سید مهران حسینی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، [sm.hosseini@in.iut.ac.ir](mailto:sm.hosseini@in.iut.ac.ir)

هادی اکبرزاده خورشیدی، دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، [h.akbarzadekhorshidi@in.iut.ac.ir](mailto:h.akbarzadekhorshidi@in.iut.ac.ir)

استفاده از روش تاپسیس روش جدیدی برای تعیین شباهت بین اعداد فازی دوزنقه‌ای عمومی ارائه شده است. این روش می‌تواند تعدادی از این روشهای مختلف را برای انتخاب شبیه ترین عدد فازی ترکیب نماید. در حقیقت برتری این روش در توانایی بکارگیری شاخصهای مختلف می‌باشد. سپس روش جدید برای اجرای یک الگوریتم آنالیز ریسک فازی جدید بکار گرفته می‌شود.

## ۱. مقدمه

وظیفه مدیریت کردن مسائل آنالیز ریسک نقش مهمی در مدیریت بازی می‌کند، مشاهده شده است که کارخانه‌ها در یک محیط غیر قطعی اغلب با کمبود اطلاعات ارزشمند برای تعیین ریسک یک جزء مواجه هستند. به منظور حل این مشکل، اعداد فازی برای نشان دادن ابهام مقادیر ارزیابی در مسائل آنالیز ریسک فازی مورد استفاده گرفته‌اند [۲،۳]. یکی از روشهایی که در مبحث آنالیز ریسک فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد، میزان شباهت بین اعداد فازی می‌باشد. بدیهی است که حقایق زیادی از قبیل شبیه اعداد فازی، موقعیت اعداد فازی، سطح اعداد فازی و غیره، می‌توانند روی نتیجه یک اندازه گیری شباهت بین اعداد فازی اثر بگذارند. [۴] روشی برای اندازه گیری شباهت اعداد فازی با ترکیب مفاهیم فاصله هندسی، محیط و ارتفاع اعداد فازی عمومی ارائه دادند. هدف این تحقیق، ارائه روشی برای استفاده همزمان از روشهای مختلف که به منظور اندازه گیری شباهت اعداد فازی تاکنون بکار برده شده اند، می‌باشد. در بخش بعدی به تعریف شاخص‌های مورد استفاده و ارائه الگوریتم روش پیشنهادی برای تعیین شبیه ترین عدد فازی، پرداخته شده است، در بخش سوم نیز به بیان مراحل الگوریتم جدید آنالیز ریسک فازی پرداخته و در بخش نهایی نیز نتیجه گیری آورده شده است.

## ۲. پیدا کردن شبیه ترین دو عدد فازی با روش تاپسیس

در این بخش به تبیین روش ارائه شده برای مشخص نمودن شبیه ترین عدد فازی به یک عدد فازی موردنظر در میان چند عدد فازی به روش تاپسیس پرداخته می‌شود. برای این کار از چهار شاخص فاصله هندسی اعداد فازی، گسترش اعداد فازی، محیط و ارتفاع اعداد فازی به صورت زیر استفاده می‌گردد:

### ۲-۱. شاخص فاصله هندسی دو عدد فازی

دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_{\tilde{A}})$  و  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4; w_{\tilde{B}})$  را در نظر بگیرید، فاصله هندسی این دو عدد به صورت زیر محاسبه می‌شود [۴].

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \frac{\sum_{i=1}^4 |a_i - b_i|}{4} \quad (1)$$

که  $a_i$  ها و  $b_i$  ها اعداد حقیقی بین صفر و یک هستند.

### ۲-۲. شاخص اختلاف گسترش دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی

دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_{\tilde{A}})$  و  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4; w_{\tilde{B}})$  را در نظر بگیرید، اختلاف گسترش این دو عدد به صورت زیر است [۲].

$$|STD_{\tilde{A}} - STD_{\tilde{B}}| \quad (2)$$

که  $STD_{\tilde{A}}$  و  $STD_{\tilde{B}}$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$STD_{\tilde{A}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (a_i - \bar{x}_{\tilde{A}})^2}{3}} \quad (3)$$

$$STD_{\tilde{B}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (b_i - \bar{x}_{\tilde{B}})^2}{3}} \quad (4)$$

که  $\bar{x}_{\tilde{A}}$  و  $\bar{x}_{\tilde{B}}$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{x}_{\tilde{A}} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} \quad (5)$$

$$\bar{x}_{\tilde{B}} = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4} \quad (6)$$

که  $a_i$  ها و  $b_i$  ها اعداد حقیقی بین صفر و یک هستند.

### ۲-۳. شاخص نسبت محیطهای دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی

دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_{\tilde{A}})$  و  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4; w_{\tilde{B}})$  را در نظر بگیرید، شاخص نسبت محیطهای این دو عدد فازی به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴]:

$$\frac{\min(p(\tilde{A}), p(\tilde{B}))}{\max(p(\tilde{A}), p(\tilde{B}))} \quad (7)$$

که  $p(\tilde{A})$  و  $p(\tilde{B})$  محیط‌های دو عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی‌اند و به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

## گام دوم:

ماتریس تصمیم با محاسبه شاخص های تعریف شده تشکیل می شود، چون شاخص ها از یک نوع هستند نیاز به بی مقیاس سازی نیست.

## گام سوم:

مشخص نمودن ایده آل مثبت و ایده آل منفی که به ترتیب با  $A^+$  و  $A^-$  نشان داده می شوند.

$$A^+ = \{(\max_i v_{ij} : j \in J), (\min_i v_{ij} : j \in J') \mid i = 1, 2, \dots, m\} = \{v_1^+, v_2^+, v_3^+, v_4^+\} \quad (12)$$

$$A^- = \{(\min_i v_{ij} : j \in J), (\max_i v_{ij} : j \in J') \mid i = 1, 2, \dots, m\} = \{v_1^-, v_2^-, v_3^-, v_4^-\} \quad (13)$$

که  $J$ ،  $J'$ ،  $J$  های مربوط به شاخص مثبت و  $J'$ ،  $J'$  های مربوط به شاخص منفی است.

## گام چهارم:

محاسبه فاصله گزینه ها با ایده آل ها که با استفاده از روش اقلیدسی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$d_i^+ = \left[ \sum_{j=1}^4 (v_{ij} - v_j^+)^2 \right]^{0.5}; i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$d_i^- = \left[ \sum_{j=1}^4 (v_{ij} - v_j^-)^2 \right]^{0.5}; i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

## گام پنجم:

## جدول ۱. مجموعه ۹ عضوی مقادیر بیانی

| مقادیر بیانی | عدد فازی دوزنقه ای عمومی |
|--------------|--------------------------|
| کاملاً پائین | (0,0,0,0;1)              |
| خیلی پائین   | (0,0,0,0.02,0.07;1)      |
| پائین        | (0.04,0.1,0.18,0.23;1)   |
| نسبتاً پائین | (0.17,0.22,0.36,0.42;1)  |
| متوسط        | (0.32,0.41,0.58,0.65;1)  |
| نسبتاً بالا  | (0.58,0.63,0.8,0.86;1)   |
| بالا         | (0.72,0.78,0.92,0.97;1)  |
| خیلی بالا    | (0.93,0.98,1,1;1)        |
| کاملاً بالا  | (1,1,1,1;1)              |

$$p(\tilde{A}) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + w_A^2} + \sqrt{(a_3 - a_4)^2 + w_A^2} + (a_3 - a_2) + (a_4 - a_1) \quad (8)$$

$$p(\tilde{B}) = \sqrt{(b_1 - b_2)^2 + w_B^2} + \sqrt{(b_3 - b_4)^2 + w_B^2} + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_1) \quad (9)$$

که  $a_i$  ها و  $b_i$  ها و  $w_{\tilde{A}}$  و  $w_{\tilde{B}}$  اعداد حقیقی بین صفر و یک هستند.

## ۴. شاخص نسبت ارتفاع دو عدد فازی دوزنقه ای

## عمومی

دو عدد فازی دوزنقه ای عمومی  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_{\tilde{A}})$  و  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4; w_{\tilde{B}})$  را در نظر بگیرید، شاخص نسبت ارتفاع این دو عدد به صورت زیر است [۴]:

$$\frac{\min(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}})}{\max(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}})} \quad (10)$$

که  $w_{\tilde{A}}$  و  $w_{\tilde{B}}$  مقادیر بین صفر و یک هستند. شاخص های اول و دوم هر چه کمتر باشد بهتر است (شاخص منفی) و شاخص های سوم و چهارم هر چه بیشتر باشند بهترند (شاخص مثبت).

حال با استفاده از روش تاپسیس شبیه ترین عدد فازی به عدد فازی مورد نظر از بین چند عدد فازی دوزنقه ای مشخص می گردد [۱]. در ضمن وزن شاخص ها یکسان در نظر گرفته شده است. الگوریتم پیدا کردن شبیه ترین عدد فازی به عدد فازی مورد نظر از بین چند عدد فازی دیگر به صورت زیر است:

## گام اول:

اعداد فازی دوزنقه ای عمومی را مطابق روش زیر به اعداد فازی دوزنقه ای استاندارد تبدیل می شود:

با فرض اینکه  $\tilde{A} = (a, b, c, d)$  یک عدد فازی دوزنقه ای عمومی در مجموعه مرجع  $U = [-m, m]$  باشد و  $m \geq \max\{|a|, |b|, |c|, |d|\}$  باشد. اگر  $0 \leq m \leq 1$  پس عدد فازی دوزنقه ای  $\tilde{A}$  استاندارد نامیده می شود و با  $\tilde{A}$  نشان داده می شود. اگر  $m > 1$  باشد عدد فازی را باید مطابق زیر به عدد فازی دوزنقه ای  $\tilde{A}$  تبدیل کرد [۲]:

$$\tilde{A} = \left( \frac{a}{m}, \frac{b}{m}, \frac{c}{m}, \frac{d}{m} \right) \quad (11)$$

محاسبه نزدیکی نسبی  $\tilde{A}_i$  به راه حل ایده آل (عدد فازی دوزنقه‌ای موردنظر)، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$cl_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}; 0 \leq cl_i \leq 1; i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

#### گام ششم:

رتبه بندی گزینه‌ها بر اساس ترتیب نزولی  $cl_i$  ها. برای هر کدام از اعداد فازی که این مقدار بزرگتر باشد به عدد فازی موردنظر شبیه‌تر است.

### ۳. آنالیز ریسک فازی بر اساس شباهت دو عدد فازی به

#### روش تاپسیس

در این بخش از روش تاپسیس برای پیدا کردن شبیه‌ترین دو عدد فازی برای ارائه یک الگوریتم آنالیز ریسک فازی جدید مرتبط با مسائل آنالیز ریسک فازی استفاده می‌شود. ابتدا ساختار آنالیز ریسک فازی ارائه شده توسط [۷] بررسی خواهد شد.

با توجه به [۷] هر جزء  $A$  به  $\pi$  زیرجزء تقسیم شده است و هر زیرجزء  $A_i$  بوسیله دو مورد ارزیابی می‌شود، احتمال شکست و "شدت ضرر" که واژه بیانی  $\tilde{R}_i$ ، احتمال شکست زیرجزء  $A_i$  و واژه بیانی  $\tilde{W}_i$ ، شدت ضرر زیرجزء  $A_i$  را نشان می‌دهند، و  $1 \leq i \leq n$ . [۶] از اعداد فازی دوزنقه‌ای برای نشان دادن واژه‌های بیانی استفاده کرد.

در این تحقیق از مجموعه‌ای از واژه‌های بیانی ۹ عضوی برای نشان دادن واژه‌های بیانی استفاده شد. هر واژه بیانی در این مجموعه ۹ عضوی با یک عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی نشان داده شده است، که در جدول ۱ نشان داده شده است.

آنگاه الگوریتم پیشنهادی برای آنالیز ریسک فازی مطابق زیر ارائه می‌گردد:

#### گام اول:

بر اساس عملیات ریاضی اعداد فازی عمومی [۵] و روش میانگین موزون فازی، مقادیر بیانی  $\tilde{R}_i$  و  $\tilde{W}_i$  هر زیرجزء  $A_i$  یکی می‌شود، تا ریسک کلی  $\tilde{R}$  برای هر جزء  $A$  بدست آید:

$$\tilde{R} = \frac{\sum_{i=1}^n \tilde{W}_i \otimes \tilde{R}_i}{\sum_{i=1}^n \tilde{W}_i} = (r_1, r_1, r_1, r_1; w_{\tilde{R}}) \quad (17)$$

#### گام دوم:

از روش تاپسیس استفاده کرده تا شبیه‌ترین عدد فازی به عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی  $\tilde{R}$  را در بین ۹ واژه بیانی نشان داده شده در جدول ۱ پیدا گردد. احتمال شکست جزء  $A$  برابر واژه بیانی است که شبیه‌ترین به  $\tilde{R}$  می‌باشد.

#### ۴. خلاصه و نتیجه گیری

در این تحقیق یک روش برای پیدا کردن شبیه‌ترین عدد فازی دوزنقه‌ای به یک عدد فازی دوزنقه‌ای مورد نظر بر اساس روش تاپسیس ارائه گردید. برای این کار از چهار شاخص موقعیت اعداد فازی، گسترش اعداد فازی، محیط و ارتفاع اعداد فازی دوزنقه‌ای عمومی استفاده شد. سپس از این روش برای ارائه یک الگوریتم جدید آنالیز ریسک فازی مرتبط با مسائل آنالیز ریسک فازی بهره برده شد، که در آن مقادیر با استفاده از واژه‌های بیانی ارزشیابی گردیدند و هر کدام از واژه‌های بیانی توسط یک عدد فازی دوزنقه‌ای عمومی نشان داده شدند. همچنین در مقایسه‌ای که با روشهای پیشین صورت گرفت، لازم به ذکر است که مزیت این روش به علت انعطاف آن در افزایش تعداد شاخصها می‌باشد، که می‌تواند اعتبار تصمیم‌نهایی را افزایش دهد. با اجرای این روش از شاخص‌های متفاوتی برای تعیین شباهت نسبی بین یک عدد فازی خاص و اعداد فازی موجود استفاده کرد. همچنین می‌توان با توجه به مسئله موردنظر به هریک از شاخصها وزنی اختصاص داد تا فرایند تصمیم‌گیری متناسب با مسئله موردنظر دارای قابلیت بیشتر باشد. این امکان در روش مورد نظر وجود دارد و می‌تواند به عنوان توسعه‌ای بر اینکار محسوب شود.

#### منابع

[۱] اصغریور، محمدجواد، "تصمیم‌گیری‌های چند معیاره"، انتشارات دانشگاه تهران، چاپ پنجم، ۱۳۸۷.

[2] Lee, L.W., Chen, S.M., "Fuzzy Risk Analysis Based on Fuzzy Numbers with Different Shapes and Different Deviations", Expert Systems with Applications, Vol. 34, 2008, pp. 2763-2771.

[3] Chen, S.M., Chen, J.H., "Fuzzy Risk Analysis Based on Ranking Generalized Fuzzy Numbers with Different Heights and different Spreads", Expert Systems with Applications, Vol. 36, 2009, pp. 6833-6842.

[4] Wei, S.H., Chen, S.M., "A New Approach for Fuzzy Risk Analysis Based on Similarity Measures of Generalized Fuzzy Numbers", Expert Systems with Applications, 36, 2009, pp. 589-598.

[5] Chen, S.H., "Operations on Fuzzy Numbers with Function Principal", Tamkang Journal of Management Sciences, Vol. 6, No. 1, 1985, pp. 13-25.

- [6] Zhang, W.R., "*Knowledge Representation Using Linguistic Fuzzy Relations*", Ph.D. Dissertation, University of South Carolina, USA 1986.
- [7] Schmucker, K.J. "*Fuzzy Sets, Natural Language Computations, and Risk Analysis*", MD: Computer Science Press, 1984