

توجیه انتقال فاز مختلط برای تابع موج واپیچیده پراکندگی کسان پایون از هسته‌های سرب و کربن

رضا صفری*

گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، صندوق پستی: ۵۱۶۶۴، تبریز - ایران

چکیده: در این مقاله، ما پتانسیل موضعی معادل با پتانسیل اپتیکی کیسلینگر را به کار برده‌ایم تا سطح مقطع دیفرانسیلی برای پراکندگی کسان پایون از هسته‌های سرب و کربن را در محدوده انرژی‌های تشدید (۳،۳) حساب کنیم. در این محدوده انرژی دامنه پراکندگی به انتقال فازهای مختلط اندرکنش هسته‌ها وابسته است که با درجات آزادی اسپین و ایزواسپین نیز در ارتباط هستند. برای محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی تقریب بورن را بکار برده‌ایم. برای این منظور لازم بوده است که تابع موج واپیچیده‌ای متفاوت با یک موج تخت فرودی برای پایون‌ها در نظر بگیریم که دارای پارامترهای قابل تنظیم و وابسته به انرژی باشد. از برازش سطح مقطع دیفرانسیلی با نتایج تجربی در هر انرژی می‌توانیم مقادیر این پارامترها و مقادیر پارامترهای پتانسیل اپتیکی را حساب کنیم.

واژه‌های کلیدی: انتقال فاز مختلط، پایون‌ها، پراکندگی هسته‌ای، واکنش‌های هسته‌ای، واکنش‌های مزونی

Complex Phase Shift Interpretation for Distorted Wave of Elastic Pion Scattering from Pb and C Nuclei

R. Safari*

Nuclear Physics Department, Faculty of Physics, University of Tabriz, P.O. Box: 51664, Tabriz - Iran

Abstract: We use the equivalent local form of Kisslinger optical potential to calculate the elastic differential cross section for the scattering of pions from Pb and C nuclei with the energy near to the (3,3) resonance region. For this range of energy the scattering amplitude depends on the complex phase shifts of the pion-nucleon interaction, arising from the spin and isospin degrees of freedom. We calculate the elastic differential cross section by using Born approximation. To get the acceptable results, it is necessary to use a distorted wave function instead of the usual plane wave form for the incident pions. This wave function has adjustable energy dependent parameters. By fitting the experimental and theoretical differential cross section, we have calculated the values of the parameters of our wave function and the optical potential parameters.

Keywords: complex phase shift, pions, nuclear scattering, nuclear reactions, meson reactions

۱- مقدمه

پنجم مقاله به ارائه نتایج محاسبات و مقایسه آنها با نتایج تجربی و بحث‌های مربوط به آنها می‌پردازیم.

نتایج تجربی پراکندگی پایون‌ها از هسته‌ها برای محدوده وسیعی از انرژی پایون‌ها همچنین برای هسته‌های گوناگون وجود دارد. مطالعات نظری برای محاسبه پتانسیل مناسب جهت توصیف این فرایندها به روشهای متفاوت انجام می‌گیرد. در این مقاله از پتانسیل ایتیکی حاصل از نظریه تقریب ضربه‌ای میکروسکوپی به نام پتانسیل کیسلینگر [۱] بهره گرفته‌ایم که دارای دو جمله موضعی و غیرموضعی است و انتظار می‌رود زمانی که امواج p,s در پراکندگی شرکت می‌کنند، به نتایج قابل قبولی منجر شود. البته ما پتانسیل موضعی معادل با پتانسیل کیسلینگر [۲] را مورد استفاده قرار می‌دهیم و نتایج حاصل از آن را با نتایج تجربی مقایسه می‌کنیم. ما قبلاً تقریب بورن را برای محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی در محدوده انرژی‌های کمتر از ۸۰ MeV به کار برده‌ایم که نتایج رضایت‌بخش آن در مرجع [۳] به چاپ رسیده است. در محدوده انرژی‌هایی که امواج p,s در تشدید هستند انتظار می‌رود پراکندگی پایون - هستک در فواصل دورتر از مرکز هسته قوی‌تر باشد و از نفوذ پایون‌ها به قسمت مرکزی هسته جلوگیری شده و فرایند جذب پایون‌ها جدی شود. از اینرو اعمال تقریب بورن که درجات آزادی اسپین و ایزواسپین در آن منظور نشده باشد به نتایج قابل قبولی منجر نمی‌شود و به نظر می‌رسد که دخالت دادن چنین درجات آزادی باعث تقویت پتانسیل و سطح مقطع دیفرانسیلی بشود. بر این اساس دامنه پراکندگی با انتقال فازهای مختلط ارتباط پیدا می‌کند که بخش موهومی این انتقال فازها پراکندگی‌های غیرکشسان را توصیف می‌کند. انتقال فازها از طریق ضریب کاهش، در نتایج محاسبات دخیل هستند و ما انتظار داریم که تأثیر آنها را با اعمال تغییراتی در تابع موج فرودی بر سطح هسته توصیف کنیم. در این راستا از چند نوع توزیع جرمی برای هستک‌ها هم استفاده می‌کنیم و سطح مقطع دیفرانسیلی را از طریق تقریب بورن حساب کرده و با نتایج تجربی مقایسه می‌کنیم. در بخش دوم به طور خیلی مختصر پتانسیل موضعی معادل با پتانسیل کیسلینگر بررسی می‌شود. محاسبات مربوط به نحوه ورود درجات آزادی اسپین و ایزواسپین در فرمولبندی پراکندگی را در بخش سوم شرح می‌دهیم. در بخش چهارم نحوه محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی کشسان با در نظر گرفتن توزیع‌های جرمی متفاوت را عرضه می‌کنیم. در بخش

۲- فرمول بندی پتانسیل موضعی

پتانسیل کیسلینگر بر حسب واحد‌های مناسب به صورت رابطه:

$$U_k(r) = \frac{(\hbar c)^2}{2\omega} \cdot (q(r) + \nabla \cdot \alpha(r) \nabla) \quad (1)$$

نوشته می‌شود. سچلر و جانسون [۲] پتانسیل معادل این پتانسیل را با به کار بردن تقریب کرل - اریکسون [۴] حساب کرده‌اند:

$$U_t = \frac{(\hbar c)^2}{2\omega} \left[\frac{q}{1-\alpha} - \frac{k^2 \alpha}{1-\alpha} - \left[\frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \alpha}{1-\alpha} + \frac{(\nabla \alpha)^2}{4(1-\alpha)^2} \right] \right] + \frac{\alpha V_c}{1-\alpha} \quad (2)$$

$q(r)$ و $\alpha(r)$ در این رابطه، به ترتیب ضرایب قسمت‌های p و s پتانسیل را نمایش می‌دهند و از روابط زیر بدست می‌آیند.

$$q(r) = -4\pi P_1 (b_0 \rho_{(r)} - b_1 \Delta \rho(r)) + \Delta q(r) \quad (3)$$

$$\alpha(r) = \frac{\alpha_1(r)}{1 + \frac{1}{3} \zeta \alpha_1(r)} + \alpha_2(r) \quad (4)$$

که در آنها:

$$\alpha_1(r) = \frac{4\pi}{P_1} (c_0 \rho_{(r)} - c_1 \Delta \rho(r)) \quad (5)$$

$$\alpha_2(r) = \frac{4\pi}{P_2} (C_0 \rho_{np} - C_1 \rho(r) \Delta \rho(r)) \quad (6)$$

$$\rho(r) = \rho_n(r) + \rho_p(r) \quad (7)$$

$$\Delta \rho(r) = \rho_n(r) - \rho_p(r), \quad \rho_{np} = 4\rho_n(r)\rho_p(r) \quad (8)$$

$\rho_n(r), \rho_p(r)$ بترتیب توابع توزیع پروتون و نوترون در هسته هدف، و P_2, P_1 دو ثابت سینماتیکی هستند. در معادله (۲) از

ایزو اسپین کل برای سیستم مرکب پایون- هستک می باشند. برای زیر نویس های مربوط به η ، علامت مثبت برای $\frac{3}{2}$ (اعم از اسپین و ایزو اسپین) و علامت منفی برای $\frac{1}{2}$ (اعم از اسپین و ایزواسپین) منظور می شود. علامت مثبت برای ایزواسپین و علامت منفی برای اسپین مربوطه است. با توجه به مرجع [5] تشدیدهای S_{31}, P_{33}, S_{11} بارز هستند. بنابراین در ضرایب S و P در معادله کیسلینگر قسمت های مربوط به این تشدیدها نگه داشته می شوند. حال اگر ضریب ناکشسان به صورت زیر نوشته شود:

$$\xi_r = e^{-2I_m(\delta_r)} \quad (12)$$

داریم:

$$\eta_r = e^{i\delta_r} \xi_r^{\frac{1}{2}} \text{Sin}(\delta' - i \ln \xi_r) \quad (13)$$

که δ' قسمت حقیقی δ_r را نشان می دهد. از جایگذاری معادله (12) در معادله (10)، دامنه پراکندگی پایون از هستک ها برای امواج S, P ضرایب جداگانه a_1, a_0 را کسب می کند، که این ضرایب در پتانسیل ایتیکی پایون از هسته (معادله کیسلینگر) نیز ظاهر می شوند و معادله (1) به صورت زیر نوشته می شود.

$$V_{op}(r) = \frac{(\hbar c)^2}{2\omega} (a_0 q(r) + a_1 \nabla_r \rho(r) \nabla_r) \quad (14)$$

در این معادله:

$$a_0 = \frac{1}{k} \left\{ e^{i\delta_{++}'} \xi_{++}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{++}' - \frac{i \ln \xi_{++}}{2} \right) + e^{i\delta_{+-}'} \xi_{+-}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{+-}' - \frac{i \ln \xi_{+-}}{2} \right) \right\} \quad (15)$$

$$a_1 = \frac{3}{k} \left\{ e^{i\delta_{++}'} \xi_{++}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{++}' - \frac{i \ln \xi_{++}}{2} \right) \right\} + e^{i\delta_{+-}'} \xi_{+-}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{+-}' - \frac{i \ln \xi_{+-}}{2} \right) + e^{i\delta_{--}'} \xi_{--}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{--}' - \frac{i \ln \xi_{--}}{2} \right) + e^{i\delta_{-+}'} \xi_{-+}^{\frac{1}{2}} \text{sin} \left(\delta_{-+}' - \frac{i \ln \xi_{-+}}{2} \right) \quad (16)$$

بخشهای حقیقی انتقال فازها را می توان از نتایج تجربی

جمله مرتبه دوم مربوط به موج S صرف نظر و ضریب k برابر واحد اختیار شده است. اندرکنش مرتبه دوم کولنی هم از محاسبات ما حذف شده است.

۳- تحلیل اثر انتقال فاز مختلط بر تابع موج پایون

انتقال فازهای پراکندگی پایون از هستک های درون هسته در انرژی تشدید (۳، ۳) مختلط منظور می شوند. قسمت موهومی انتقال فازهای مختلط امواج جزئی میزان شرکت پذیری آنها را در فرایندهای غیرکشان نشان می دهد. این انتقال فازها بوسیله دامنه های امواج جزئی و یا از طریق ضریب کاهش دامنه موج پراکنده شده در فرمول بندی مربوط به سطح مقطع دیفرانسیلی وارد می شود. اگر دامنه پراکندگی پایون از هسته، از بسط زیر پیروی کند،

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) e^{i\delta_{\ell}} \text{Sin} \delta_{\ell} P_{\ell} \text{Cos}(\theta) \quad (9)$$

چون در حالت های تشدید (۳، ۳) امواج جزئی S و P بارز هستند [5]، برای ارزیابی دامنه پراکندگی پایون هستک به ترتیب زیر عمل می کنیم:

$$f_{\pi N}(\theta) = \frac{3}{k} \left[\left[\eta_{++} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_3 + \eta_{-+} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_1 \right] \hat{J}_3 + \left[\eta_{+-} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_3 + \eta_{--} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_1 \right] \hat{J}_1 \right] + \frac{1}{k} \left[\eta_{--} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_3 + \eta_{-+} \bar{k} \cdot \bar{k}' \hat{T}_1 \right] \hat{J}_1 \quad (10)$$

در این معادله:

$$\eta_r = e^{i\delta_r} \text{Sin} \delta_r \quad (11)$$

می باشد. پتانسیل کیسلینگر در فضای تکانه خطی، همچنین در فضای موقعیت، از معادله (10) حساب می شود و $f(\theta)$ بر حسب ماتریس گذار $\langle k' | t | k \rangle$ مربوط به پراکندگی پایون از هستک ها به دست می آید، که حاوی دو مؤلفه S و P می باشد. در معادله (10)، $\hat{T}_3, \hat{T}_1, \hat{J}_3, \hat{J}_1$ به ترتیب عملگرهای تکانه زاویه ای کل و



پیروی می‌کند [۳]. توزیع فرمی دو پارامتری از معادله (۲۰) به ازای $\omega_i = 0.0$ بدست می‌آید. توزیع گوسی عبارت است از:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \eta r^2\right) \exp\left(-\frac{r^2}{a_\rho^2}\right) \quad (21)$$

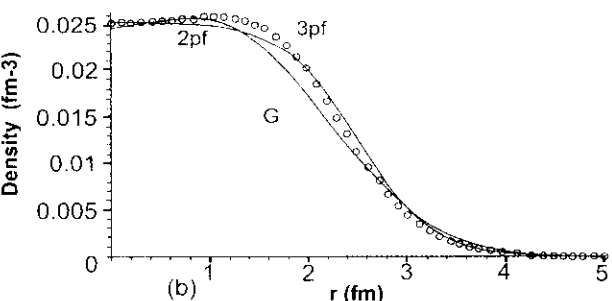
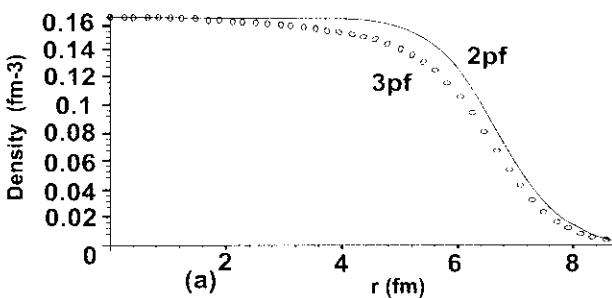
که در آن $\rho_0 = \frac{4}{A(\sqrt{\pi}a_\rho)^3}$ ، $\eta = (A-4)6a_\rho^2$ است.

ما این توزیع را فقط درباره کرن اعمال کرده‌ایم و مقدار $\alpha_\rho = 1/18 \text{ fm}$ منظور شده است.

۵- بحث و نتایج

در شکل ۱ توزیع‌های جرمی حاصل از توزیع جرمی فرمی سه پارامتری (3PF)، فرمی دو پارامتری (2PF)، و توزیع گوسی (G) به ترتیب برای هسته‌های سرب و کربن ترسیم شده‌اند. مقادیر جذر متوسط مربع شعاع، rms، پارامترهای سه نوع توزیع متفاوت از معادلات (۲۰) و (۲۱) حساب و در جدول ۱ درج شده‌اند. مقادیر توزیع فرمی دو پارامتری 2PF در نواحی مرکزی، به ویژه در نواحی سطحی اندکی بزرگترند و این شاید دلیلی برای سازگاری بهتر نتایج توزیع فرمی دو پارامتری با نتایج تجربی برای توزیع زاویه‌ای است.

سطح مقطع دیفرانسیلی حاصل از معادلات (۱۷) و (۱۹) با نتایج تجربی مراجع [۶، ۷ و ۸] برای هسته سرب و نتایج تجربی



شکل ۱- توزیع‌های جرمی، a: برای هسته $^{208}_{82}Pb$ ، b: برای هسته $^{12}_6C$.

استخراج کرد [۵]؛ از اینرو پتانسیل کیسلینگر پتانسیلی پارامتری است که برحسب ξ نوشته می‌شود. از برازش سطح مقطع دیفرانسیلی نظری و تجربی در یک انرژی معین، مقدار مطلوب ξ در آن انرژی حساب می‌شود. با تکرار عمل برازش در انرژی‌های متفاوت می‌توان تابع برازش برای ξ را برحسب متغیرهای دینامیکی به دست آورد. ما برای محاسبه سطح مقطع دیفرانسیلی، از تقریب بورن استفاده کرده‌ایم و به جای ایجاد تغییرات در پتانسیل، که از فرایندهای فوق پیروی می‌کند، تابع موج فرودی بر سطح هسته را وایپجیده فرض کرده‌ایم. این تابع به شکل یک موج، با بردار عدد موج مؤثر $\vec{k}' = (i\alpha(\xi) + i\beta(\xi))\vec{k} \cdot \vec{r}$ نوشته می‌شود:

$$\psi_{k_i}^d = N(r) \exp(i\vec{k}' \cdot \vec{r}) \quad (17)$$

در این معادله N تابعی از r و زاویه پراکندگی بوده و به انرژی وابسته است:

$$N = (A_1 \vec{r}^{B_1} + iA_2 \vec{r}^{B_2}) \sin \theta \quad (18)$$

۴- سطح مقطع دیفرانسیلی

دامنه پراکندگی کشسان پایون از یک هسته با تابع موج وایپجیده (۱۷) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f(\theta_{sc}) = -\left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\right) \int \exp(-i\vec{k}' \cdot \vec{r}) U_1 \psi_{k_i}^d d^3\vec{r} \quad (19)$$

که U_1 از معادله (۲) جایگذاری می‌شود. ما سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی پایون از هسته‌های $^{208}_{82}Pb$ و $^{12}_6C$ را برای توزیع فرمی دو پارامتری، فرمی سه پارامتری، و نوسانگر ساده حساب کرده‌ایم: تابع توزیع فرمی سه پارامتری برای پروتون ($i=p$) و نوترون ($i=n$) از رابطه:

$$\rho_i(r) = \rho_{oi} \left(1 + \frac{\omega_i r^2}{c_i}\right) / \left(1 + \exp\left(r - \frac{c_i}{a_i}\right)\right) \quad (20)$$



۱۶۲ MeV می‌باشد. قسمت‌های موهومی پتانسیل در هر فاصله‌ای جاذب هستند. هر دو قسمت حقیقی و موهومی تا حدودی وابستگی به انرژی را نشان می‌دهند.

توزیع‌های زاویه‌ای حاصل از برازش برای پراکندگی π^- از هسته‌های سنگین و سبک سرب و کربن در انرژی‌های ذکر شده به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ رسم و با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. نتایج نسبتاً خوب و در سطح قابل قبول هستند، به ویژه توزیع فرمی دو پارامتری به نتیجه بهتری منجر می‌شود. محاسبه پتانسیل اپتیکی، با استفاده از دامنه پراکندگی اندرکنش ساده $\pi N \rightarrow \pi N$ و بکار بردن تقریب ضربه‌ای صورت گرفته است.

مرجع [۹] برای هسته کربن مقایسه شده‌اند. از نتیجه برازش توزیع‌های زاویه‌ای نظری و تجربی پارامترهای وابسته به انرژی پتانسیل اپتیکی ($C_1, C_0, b_1, b_0, c_1, c_0$)، ضرایب عدد موج (β, α) ، پارامترهای ضریب N مربوط به تابع موج واپیچیده حساب و در جدول‌های ۲ و ۳ درج شده‌اند، همچنین پتانسیل محلی U_l در انرژی‌های ۱۶۲ MeV، ۱۸۰ MeV و ۲۹۱ MeV برای هسته سرب در شکل ۲ و برای هسته کربن در دو انرژی ۱۵۰ MeV و ۲۸۰ MeV در شکل ۳ رسم شده‌اند. در مورد انرژی‌های مشخص شده، قسمت‌های حقیقی پتانسیل برای هر دو هسته معمولاً دافعه هستند و قسمت حقیقی فقط در ناحیه تشدید (۳ و ۳) برای هسته سرب در قسمت سطحی دارای دنباله جاذب ضعیفی است و دنباله جاذب ۱۸۰ MeV اندکی ضعیف‌تر از دنباله

جدول ۱- پارامترهای چگالی جرمی فرمی.

هسته	مدل	$c_p (fm)$	ω_p	$a_p (fm)$	$c_n (fm)$	$a_n (fm)$	ω_n	$(F^2)^{-1/2}$
12 C	3PF	۲/۰۰۲	۰/۵۴	۰/۳۸۳	۲/۰۰۲	۰/۳۸۳	۰/۵۴	۲/۳۷
	2PF	۲/۰	۰	۰/۳۷	۲/۰	۰/۳۷	۰	۲/۳۵
208 Pb	3PF	۶/۵۸	-/۱۷۶	۰/۵۴۵	۶/۸	۰/۵۴۵	-/۱۷۶	۵/۵۴۵
	2PF	۶/۸	۰	۰/۵۴۵	۶/۸	۰/۵۴۵	۰	۵/۴۳۴

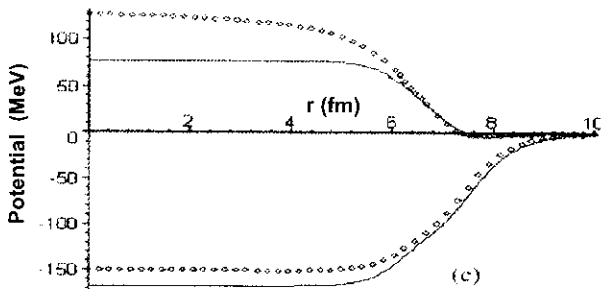
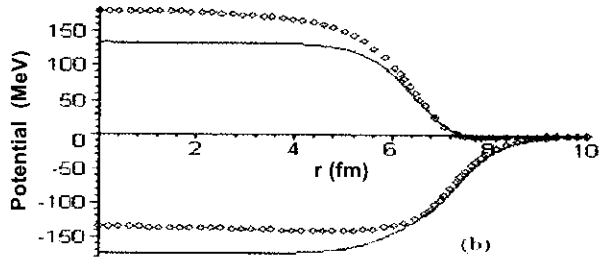
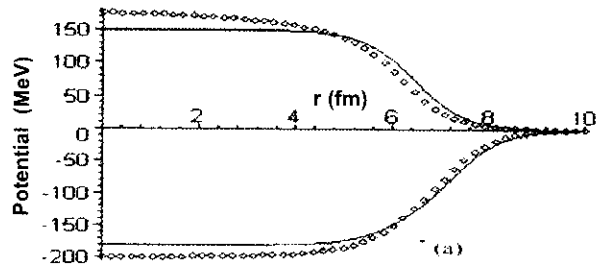
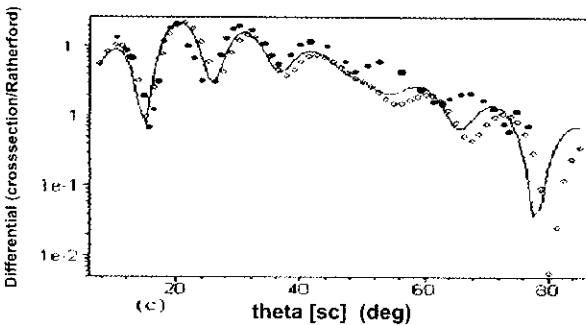
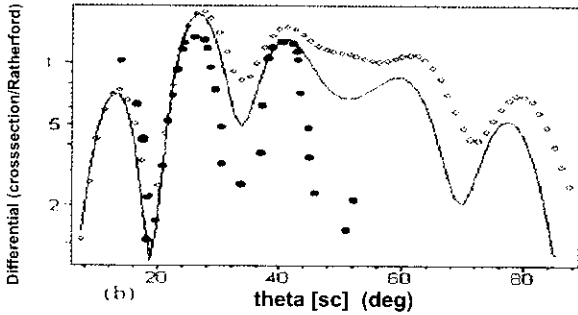
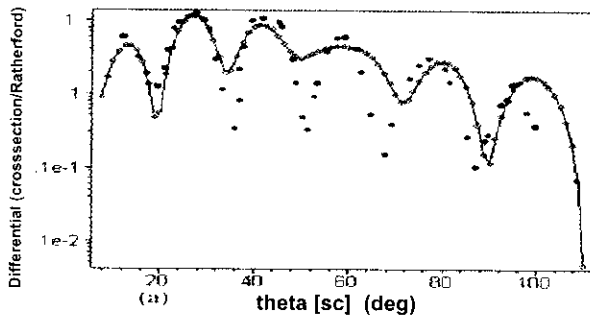
جدول ۲- مقادیر حساب شده برای پارامترهای پتانسیل موضعی با $\xi_0=1$.

هسته	$T_\pi (MeV)$	$b_0 (fm)$	$b_1 (fm)$	$c_0 (fm^3)$	$c_1 (fm^3)$	$C_0 (fm^6)$	$C_1 (fm^6)$
208 Pb	۱۶۲	-/۱۷۹۶	-/۱۳۶	۰/۳۹۶۲	۰/۲۷۶۴	۰/۴۳۳۳	۲/۲۲۷۴
	۱۸۰	-/۰۸۵۳	-/۱۲۴۵	۰/۱۴۶۸	۰/۰۸۲	۳/۰۵۸۳	۴/۷۷۷۸
	۲۹۱	-/۴۳۵۲	-/۱۱۸۹	-/۱۵۱۳	-/۰۵۶۱	۰/۷۲۸۴	-/۵۹۹۸
	۱۵۰	۵/۰۴۱۷	۰/۰۴۸	۰/۵۵۴۴	۰/۲۷۶۳	۲/۱۲۰۰	۴/۵۷۷۸
12 C	۲۸۰	-۴/۷۲۶۰	-/۱۳۶	۱/۳۸۵۳	۰/۲۵۶۱	۰/۳۵۲۲	۱/۲۲۷۴
	۱۶۲	۴/۲۵۰	۲/۰۱۴۸	۰/۵۳۴۱	۰/۳۷۶۱	۲/۲۲۷۵	۴/۴۵۲۶

توجه شود که عدد اول هر ضریب در هر انرژی بخش حقیقی و عدد دوم بخش موهومی آن را نشان می‌دهد.

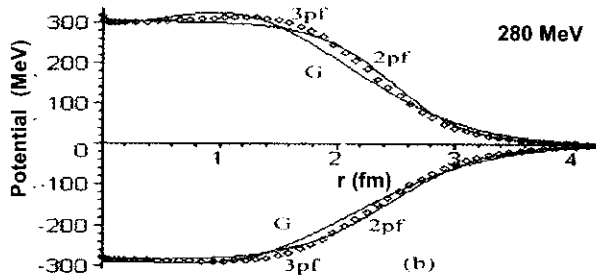
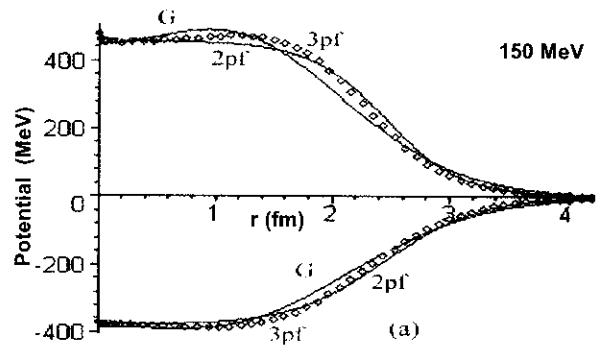
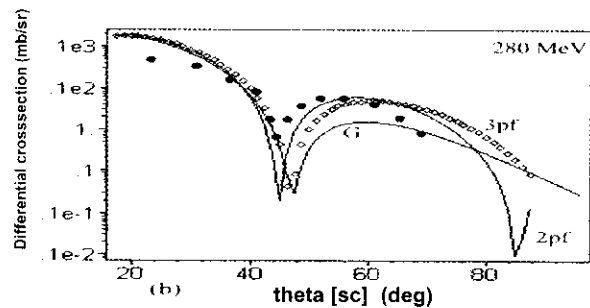
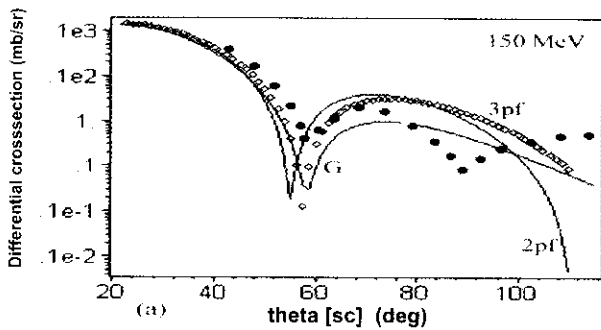
جدول ۳- پارامترهای عدد موج موثر k و ضریب N در تابع موج واپیچیده.

هسته	انرژی (MeV)	$k (fm)^{-1}$	α	β	$k' (fm)^{-1}$	A_1	B_1	A_2	B_2
12 C	۱۵۰	۱/۲۵۶	۱/۴۷	۵/۰۶	۱/۸۴۸	۴/۵	۰/۰۸	-/۰۷	۰/۶
	۲۸۰	۱/۹۲۸	۱/۱۵	۰/۰۶	۲/۲۲۹	۸/۸	۰/۰۸	-/۰۷	۰/۶
208 Pb	۱۶۲	۱/۳۵۳	۱/۳۵	۰/۰۲	۱/۸۲۶	۴	۰/۰۸	-/۰۷	۰/۶
	۱۸۰	۱/۴۵۴	۱/۴۷	۰/۰۶	۱/۹۳۵	۴/۵	۰/۰۸	-/۰۷	۰/۶
	۲۹۱	۲/۰۶	۱/۲	۰/۱۸۵	۲/۵۰۱	۶/۲	۰/۰۸	-/۰۷	۰/۶



شکل ۲- قسمتهای حقیقی و موهومی پتانسیل ایتیکی موضعی برای $^{208}_{82}Pb$ در انرژیهای a: 162 MeV, b: 180 MeV, c: 291 MeV.

شکل ۴- سطح مقطع های پراکندگی کشان π^- از $^{208}_{82}Pb$ در انرژیهای a: 162 MeV, b: 180 MeV, c: 291 MeV.



شکل ۵- سطح مقطع های پراکندگی کشان π^- از $^{12}_6C$ در انرژیهای a: 150 MeV, b: 280 MeV.

شکل ۳- قسمتهای حقیقی و موهومی پتانسیل ایتیکی موضعی برای $^{208}_{82}Pb$ در انرژیهای a: 150 MeV, b: 280 MeV.



تصحیحاتی به پتانسیل محاسبات، آنالیز امواج جزئی را به مراتب دشوارتر می‌کند. در انرژی‌های متوسط و بالا، تقریب بورن با به کار بردن یک تابع موج تخت ساده برای ذره فرودی صرفاً با استفاده از پتانسیل اپتیکی حاصل از تقریب ضربه‌ای به نتیجه مثبت منجر نمی‌شود. بجای اعمال این تصحیحات در پتانسیل، نشان داده‌ایم که با به کار بردن یک تابع موج واپیچیده که عدد موج و دامنه آن دارای پارامترهای قابل تنظیم بوده و به انرژی، فاصله از مرکز هسته، زاویه پراکندگی در سیستم مرکز جرم وابسته باشند و با به کار بردن تقریب از مرتبه اول بورن، نتیجه ارزشمندی برای سطح مقطع دیفرانسیلی در پراکندگی کشسان پایون از هسته حاصل می‌شود. از نتایج برآزش منحنی‌های نظری و تجربی پارامترهای پتانسیل اپتیکی ضربه‌ای و پارامترهای تابع موج واپیچیده را حساب کرده‌ایم. محاسبه نسبت به روش‌های دیگر آسانتر است و انتظار می‌رود به این ترتیب توضیحات قابل قبولی برای پتانسیل اپتیکی پراکندگی کشسان و غیر کشسان ذرات از هسته‌ها فراهم شود.

محاسبه پارامترهای پتانسیل اپتیکی از این طریق معمولاً با استفاده از تجزیه و تحلیل امواج جزئی صورت می‌گیرد و روش‌های متفاوتی در این مورد ارائه شده‌اند [۱۰، ۱۱ و ۱۲]، اما محاسبات اولیه این گونه پتانسیل‌های اپتیکی نیاز به تصحیحات سینماتیکی و فیزیکی دارد. تصحیحات سینماتیکی ناشی از تبدیل دامنه پراکندگی سیستم مرکز جرم π -N از این سیستم به سیستم مرکز جرم پایون- هسته است. عوامل فیزیکی به صورت تقریب ضربه‌ای هستند، که برخی از آنها در اندرکنش چند جسمی ویژه کانال پایون - هسته ظاهر می‌شوند. این اثرها شامل اندرکنش‌های چندتایی، جذب پایون، تصحیحات کولنی و تصحیحاتی مربوط به اسپین و ایزواسپین و غیره می‌شوند که از مرتبه دوم و بالاتر نسبت به جمله مرتبه اول حاصل از تقریب ضربه‌ای هستند، ولی ممکن است اثرهای قابل ملاحظه‌ای در شکل‌دهی پتانسیلی و اندازه سطح مقطع دیفرانسیلی داشته باشند. وابسته بودن دامنه پراکندگی به انتقال فازهای مختلط در محاسبات ما را می‌توان در این راستا توجیه کرد. اما افزودن چنین

References:

1. I.S. Kisslinger, "Pion-nucleus coordinate- space potential," *Phys.Rev.C* **9**, 188-199 (1974).
2. M.B. Johanson and G.R. Sathler, "Characteristics of local pion-nucleus potentials that are equivalent to Kisslinger-type potentials," *Ann.Phys.*, **248**, 134-169 (1996).
3. R. Safari, "Effect of density distribution on pion-nucleus low energy equivalent local potential," *Int. J. Compu and Numeric. Analysis and Appl.* **4**, No.1, 71-90 (2003).
4. M. Krell and T.E.O. Ericson, "Equivalent local potential for non local Kisslinger potential," *Nucl. phys.B* **11**, 521-527 (1969).
5. R.A. Arndt, I.I. Stokovsky, R.L. Workman, "Updated analysis of pion-nucleon elastic scattering data to 2.1 GeV: The baryon spectrum," *Phys. Rev. C* **22**, 2120-2130 (1995).
6. C. Olmer, D.F. Geesaman, B. Zeidman, S. Chhakravarti, T.S.H. Lee, R.I. Boudarie, R.H. Siemssen, J.F. Amann, C.L. Morris, H.A. Thiessen, G.R. Burlison, M.J. Devereux, R.E. Segel, L.W. Sewenson, "Elastic and inelastic scattering of 162MeV pions by Si, Ni, and Pb," *Phys. Rev.C* **21**, 254-271 (1980).
7. N.M. Hintz, X.H. Yang, M. Gazzaly, S.J. Seestrom-Morris, D.C. Cook, "Determination of Neutron and proton multipole matrix elements in Pb from pions scattering at 180 MeV," *Phys.Rev. C* **45**, 601- 612 (1992).
8. D.F. Geesaman, C. Olmer, Zeidman, S. Chakravarti, T.S.H. Lee, R.I. Boudarie, R.H. Siemssen, J.F. Amann, C.L. Morris, H.A. Thiessen, G.R. Burlison, M.J. Devereux, R.E. Segel, L.W. Sewenson, "Elastic and inelastic scattering of 291MeV pions by Be, Si, and Pb," *Phys. Rev. C* **23**, 2635-2647 (1981).



9. M.M. Stenheim, E.H. Auerbach, "Pi-Carbon elastic scattering near the 33 resonance," Phys. Rev Lett. **25**, 1500-1503 (1970).
10. J.A. Carr, H. Mamanus, k. Stricker, "Nuclear absorption of low energy pions and the pion-nucleus optical potential," Phys. Rev. C **25**, 952-961 (1982).
11. K. Stricker, J.A. Carr, H. McManus, "Pionic atoms and low energy elastic scattering." Phys. Rev. C **22**, 2043-2050 (1980).
12. G. Rowe, M. Salmon, R.H. Landau, "Energy dependent phase shift analysis of pion - nucleon scattering below 400 MeV," Phys. Rev. C **18**, 584-589 (1978).