

تحلیل، شبیه سازی و کنترل ارتعاشات سیستمهای متشکل از آلیاژهای حافظه دار

علی اصغر جعفری^۱، مجید قدیری^۲ و محمدرضا همایی نژاد^۳
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

چکیده

در این مقاله نحوه مدلسازی دینامیک سیستم متشکل از آلیاژهای هوشمند و الگوریتم پیاده سازی آن بوسیله کامپیوتر به تفصیل بیان می شود. در آلیاژهای هوشمند، مدول الاستیسیته به علت وجود فازهای از نوع مارتنزیت و آستنیت در ساختار میکروسکوپی آلیاژ و وقوع استحاله میان آنها به صورت تابعی از زمان انجام می گیرد. در حالیکه، معادلات توصیف کننده دینامیک سیستم فرم پایه خود را (حالتی که مدول الاستیسیته ثابت باشد) حفظ می کند. در محاسبه اثر استحاله در مدول الاستیسیته، کسر حجمی مارتنزیت به آستنیت پارامتر تعیین کننده می باشد. مدول الاستیسیته مذکور، در زمان تغییرات خود رفتاری شبیه یک سیستم جرم-فنر-دمپر با ضرایب متغیر از خود نشان می دهد. در این تحقیق، روش جدیدی در کنترل مود لغزشی ارتعاشات به منظور کاهش پدیده نوسانات شدید سیستم کنترل ارائه شده است. در این روش، یک تابع ریاضی برای تنظیم پارامتر η در ورودی کنترلی مود لغزشی معرفی شده است. این تابع به گونه ای تعریف شده که بر اساس انتخاب ترمهای آن توسط طراح، سیستم کنترلی می تواند با سرعت دلخواه به نزدیکی سطح لغزش برسد، سپس به آهستگی وارد لایه مرزی اطراف سطح لغزش شده و در داخل لایه مرزی رفتار ملایمی داشته باشد. بمنظور بررسی تاثیر اعمال تابع فوق در الگوریتم کنترل مود لغزشی ارتعاشات بر عملکرد سیستم، مدلهای ساده شده یک سیستم یک درجه آزادی تیر با تکیه گاههای ساده، متشکل از آلیاژ حافظه دار، در شبیه سازی سیستم کنترل مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که الگوریتم پیشنهادی دارای تأثیری مساعد بر عملکرد سیستم کنترل بوده و همچنین عدم قطعیت پنج درصدی در مدول الاستیسیته تأثیری بر عملکرد کنترلر ندارد.

واژه های کلیدی: آلیاژهای حافظه دار، مدول الاستیک آستنیتی و مارتنزیتی، مدول الاستیک تانژانسی، کنترل لغزشی، عدم قطعیتهای پارامتری، بهره کلیدزنی

Analysis, Simulation, and Control of Vibration in SMA Consisting Systems

A.A. Jafari, M. Ghadiri, and M.R. Homaenejad

Dept. of Mech. Eng., K.N. Toosi Univ.

ABSTRACT

The procedure of modeling of shape memory alloy (SMA) dynamics and the corresponding computerized algorithm are described extensively in this paper. In shape memory alloys, due to the existence of the Martensite and Austenite phases in the microscopic structure of the alloy and also conversion between the phases, the elasticity modulus of the material shows a time varying behavior, while the structures of the equations describing the dynamics of the system remain similar to the ones with constant elasticity modulus. To evaluate the effect of conversion between phases on the elasticity modulus, the Martensite to Austenite volume fraction is of the main concern. Therefore, the mentioned elasticity modulus can be modeled as an oscillating spring-damper-mass system with variable parameters. Then, a new chattering alleviation algorithm for sliding mode control (SMC) of non-linear systems is presented. In the new method, a mathematical function for regulating η parameter is introduced. Due to the initial choice of this parameter by designer, the state vector of the system approaches the sliding surface with any arbitrary speed and enters the boundary layer surrounding the sliding surface, while the state vector does not include fast behaviors through the boundary layer. To show the abilities and the merits of the aforementioned regulating routine on the vibration control of a SMA system, simulations are carried out within Simulink environment. The results show that our proposed algorithm has positive effects on the control system performance, while the 5% uncertainty in the elasticity module has no effect on it.

Key Words: SMA, Austenite and Martensite Elastic Modulus, Tangential Elastic Modulus, Sliding Mode Control, Parametric Uncertainties, Switching Gain

۱- استادیار: jafari@kntu.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری

۳- دانشجوی دکتری (نویسنده پاسخگو)

فهرست علائم

S	فاصله جبری از صفحه لغزان
\tilde{x}	خطای تعقیب حالت
x_d	مقدار مطلوب حالت
ϕ_B	ضخامت لایه مرزی
K	بهره کلیدزنی
λ	پارامتر سیستم کنترل
η	پارامتر سیستم کنترل (پارامتر شرط لغزش)
σ_s^{SA}	تنش شروع استحاله معکوس
σ_f^{SA}	تنش انتهای استحاله معکوس
ε	کرنش
ε_L	کرنش بیشینه قابل بازیافت
E^T	مدول الاستیک تانژانتی
ν	ضریب پواسون
E_A	مدول الاستیک آستنیت
E_S	مدول الاستیک مارتنزیت
ξ_s	$t + \Delta t$ (کسر حجمی مارتنزیت در زمان
$\xi_{s,n}$	t (کسر حجمی مارتنزیت در زمان
λ_s	نمو کسر مارتنزیتی

مقدمه

در سال ۱۹۶۰ بوهرلر و ویلی در آزمایشگاه نیروی دریایی ایالات متحده با انجام یک سری از آزمایشات آلیاژهای نیکل و تیتانیوم را با به کارگیری ۵۳ تا ۵۷ درصد وزنی از نیکل، با یکدیگر ترکیب کردند و یک ویژگی غیر طبیعی در آن

مشاهده نمودند. این ویژگی عبارت بود از: بازیابی شکل اصلی بعد از یک سیکل حرارتی، برای نمونه ای که با کرنش پسماندی بین ۸-۱۵٪ دچار تغییر شکل شده است. این ویژگی به عنوان اثر حافظه دار بودن و آلیاژهایی که این ویژگی را ارائه می‌دهند به عنوان آلیاژهای حافظه دار شناخته می‌شوند. بعدها معلوم شد در دماهای بالای بخصوصی، چنین موادی خاصیت سوپرالاستیک (شبه الاستیک نیز نامیده می‌شود) از خود نشان می‌دهند که به معنی بازیافت تغییر شکل‌های بزرگ در هنگام چرخه‌های بارگذاری- باربرداری مکانیکی در دمای ثابت می‌باشد [۱]. به طور کلی، آستنیت در دماهای بالا و مارتنزیت در دماهای پایین پایدار می‌باشد. استحاله‌های فازی بین آستنیت و مارتنزیت کلید توصیف سوپرالاستیسیت و اثر حافظه دار بودن است. آلیاژ NiTi بر مبنای ترکیب نیکل و تیتانیوم با در صد اتمی برابر پایه گذاری شده است. علاوه بر توانایی در بازیافت کرنش‌های بزرگ، NiTi پایداری بالایی را در کاربردهای چرخه‌ای، دارا بودن مقاومت عالی در مقابل خوردگی از خود نشان می‌دهد [۲]. آلیاژ پایه مس- روی- آلومینیوم (Cu-Zn-Al) اولین آلیاژهای حافظه دار پایه مسی هستند که به صورت تجاری به کار برده شده‌اند. در مقایسه با سایر آلیاژهای حافظه دار (به جز NiTi)، Cu Zn Al دارای خواص، حافظه داری در حد متوسط با کرنش قابل بازیافت در حدود ۴٪ می‌باشد مشکل اصلی در این آلیاژها عبارتست از اینکه فاز مارتنزیت به زمان زیادی نیاز دارد تا در دمای اتاق پایدار شود [۳]. مزیت مواد حافظه دار در توانایی آنها برای بازیافت شکل مربوط به فاز آستنیت می‌باشد. عملگرهای حرارتی معمولاً برای به کارگیری به عنوان حسگرها (تشخیص تغییر دما) و نیز به عنوان عملگرها به کار برده می‌شوند عملگر الکتریکی برای جایگزینی موتورهای سیم پیچی، خود تنظیم، دستگاه‌های هیدرولیک و نیوماتیک به کار برده می‌شوند. ویژگی آنها نوعاً ساده تر بودن در طراحی، صدای کمتر، جمع و جور بودن و هزینه کمتر می‌باشد [۴-۶]. آلیاژهای حافظه دار دارای کاربرد اساسی در زمینه رباتیک هستند این موضوع از آنجا نشأت گرفته است که همه اعضاء مکانیکی که معمولاً در عملگرها به کار برده می‌شوند (موتورها، گیربکس‌ها، و...) از لحاظ حداقل ابعادی که می‌توانند به کار برده شوند، محدودیت

دارند [۷]. بکارگیری آلیاژهای به عنوان مواد هوشمند در صنایع هوایی نیز کاربردهای متنوعی پیدا کرده است استفاده از لوله پیچشی در انتهای بالچه کنترل بر روی پره های هلیکوپتر مثالی از تکنولوژی تیغه های هوشمند است که وظیفه اصلی آن کاهش صدا و ارتعاشات به محیط اطراف است. همچنین استفاده از بال های هوشمند در هواپیما به گونه ای که می تواند با سرعت هواپیما منطبق شود، مورد بررسی قرار گرفته است [۸]. همچنین در سال های اخیر به کارگیری عملگرهای SMA به جای موتورهای الکتریکی به منظور بازکردن یا گسترش سازه ها، به دلیل مزایای کاهش جرم و حجم، اجتناب از شوک در انتهای باز شدن، قابلیت برگشت، کرنشهای بزرگ قابل بازیافت، قابلیت حس کردن، قابلیت اطمینان، انعطاف در طراحی و مقاومت الکتریکی مدنظر قرار گرفته است [۹]. امروزه بعضی از محصولات که در بازار دیده می شوند از خاصیت سوپرالاستیک SMA استفاده کرده اند. مهمترین آنها سیم های راهنما، دستگاه های ارتودنسی و اندام مصنوعی می باشند [۱۰ و ۱۱]. یکی از کاربردهای SMA استفاده از آن برای مقابله با لرزه و ارتعاشات می باشد اهم نتایج تحقیقات انجام شده توسط یک شرکت اروپایی از سال های ۱۹۹۹ - ۱۹۹۵ به منظور ساخت دستگاه های مناسب برای محافظت در مقابل لرزه بر مبنای دستگاه های SMA آورده شده است [۱۲ و ۱۳]. ایده به کارگیری سیستم مهاربند SMA به عنوان دستگاه میراکننده به منظور کنترل ارتعاشات سازه ای یک قاب از جمله کارهای مطالعه شده است [۱۴]. رفتار منحصر به فرد SMA از دیدگاه میکرو (تشکیل دو قلوبی ها در مارتنزیت چند متغیره و دو قلوبی زدایی در مارتنزیت تک متغیره) و ماکرو (رفتار سوپر الاستیک و حافظه داری) موجب شده است که پیش بینی رفتار این مواد و ارائه مدلی ریاضی که بتواند تمامی خصوصیات این ماده را با دقت قابل قبول مدل نماید، مورد بحث و بررسی محققان قرار بگیرد. لذا در سالهای اخیر مدل های متعددی با ۳ گرایش مختلف (مدل های میکرو، مدل های میکرو-ماکرو و مدل های ماکرو) پیشنهاد شده است. کنترل سیستمهای با ساختار متغیر^۱ بوسیله روش مود لغزشی برای نخستین بار در دهه ۱۹۵۰

در شوروی بوسیله امیلیانوف^۲ و محققان همکار وی معرفی شد. پس از آن، روش کنترل سیستمهای با ساختار متغیر به سیستمهایی از قبیل چند ورودی - چند خروجی، غیر خطی، سیستمهای گسسته زمان^۳ و سیستمهای با ورودیهای اتفاقی^۴ گسترش یافت. مهمترین ویژگیهای سیستمهای کنترل VSC خاصیت مقاوم بودنشان نسبت به هرگونه عدم قطعیت های پارامتری و اغتشاشات خارجی می باشد [۱۷-۱۵]. نوسانات شدید (چاترینگ)^۵ ایجاد شده در سیستمهای کنترل مود لغزشی که بعثت فرآیند کلیدزنی^۶ است، می تواند باعث تحریک فرکانسهای بالای از سیستم بشود که در محاسبات اولیه کنار گذاشته شده اند. بدین ترتیب بحث کاهش کیفیت عملکرد سیستم و یا حتی ناپایداری پیش می آید [۱۸]. بمنظور از بین بردن پدیده مذکور روشهای مختلفی ارائه شده است. نکته مهم در از بین بردن پدیده چاترینگ آنست که علاوه بر حفظ پایداری سیستم، کیفیت پاسخ گذرا، عملکرد در حالت ماندگار و توانایی سیستم در حذف نویزها و عدم قطعیت های مدلسازی به ازای دخیل نمودن الگوریتم پیشنهادی آسیب نیند. اما در بسیاری از روشهای پیشنهادی تاکنون، معمولا عملکرد روش برای شرایط خاصی قابل قبول است. الگوریتمهایی که به ازای تمام حالتها دارای عملکرد مطلوبی هستند، معمولا ساختار پیچیده و مشکلی از دیدگاه پیاده سازی دارند [۲۴-۱۹]. عامل اصلی بوجود آورنده پدیده چاترینگ، فرآیند کلید زنی با بهره ای ثابت در نزدیکی صفحه لغزش است در زمان رسیدن بردار حالت سیستم به سطح لغزش، به خاطر مومنتوم بیش از اندازه بوجود آمده و به علت وجود عدم قطعیت های سیستم، مسیر حرکت بر روی سطح لغزش ثابت نمی ماند. برای باز گرداندن مسیر حرکت به سطح لغزش، ترم کلیدزنی به ورودی پیوسته اضافه می شود. بهره کلیدزنی باید به گونه ای باشد که ضمن حفظ پایداری، کیفیت عملکرد سیستم کنترلی مطلوب باشد. برای تأمین پایداری سیستم، یک تابع لیاپانوف به صورتی معرفی می شود که معادله سطح لغزش، نشاندهنده منفی معین بودن تغییرات تابع لیاپانوف نسبت به زمان باشد.

2- Emelyanov
3- Time Systems Discret
4-Stochastic Inputs
5- Chattering
6-Switching

1- Variable Structure Control Systems

ارائه شده بر مبنای تحلیل های ترمودینامیک و مکانیک پیوسته بدست آمده است.

آزمون های تجربی تفاوت های عمده بین خواص الاستیک در آستنیت و مارتنزیت را نشان می دهند. برای مدل کردن این مفهوم، فرض می شود که مدول الاستیک تابعی از کسر مارتنزیت می باشد، $E = E(\xi)$ ، و شرایط زیر برقرار است:

$$E(\xi = 0) = E_A, E(\xi = 1) = E_S. \quad (1)$$

برای پیش بینی درست مقدار $E(\xi)$ چندین روش متفاوت، پیشنهاد شده است که بررسی انجام گرفته نشاندهنده تطابق خوب روش ریوس^۵ با مشاهدات تجربی می باشد که در آن مدول الاستیسیته به صورت زیر تعریف می شود:

$$E = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_s}. \quad (2)$$

فرض می شود که رابطه بین کرنش الاستیک و تنش به صورت زیر خطی می باشد:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (3)$$

کرنش کل با توجه به تغییر شکل های کوچک به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon_L \xi_s \text{Sgn}(\sigma), \quad (4)$$

به طوری که، ε^e مقدار کرنش الاستیک، ε_L کرنش پسماند بیشینه و $\text{Sgn}(\cdot)$ تابع علامت می باشد.

با توجه به نتایج تجربی بدیهی [۲]، شرط فعال بودن برای تبدیل آستنیت به مارتنزیت عبارتست از:

$$\sigma_s^{AS} < |\sigma| < \sigma_f^{AS}, \quad |\dot{\sigma}| > 0, \quad (5)$$

که، σ_s^{AS} و σ_f^{AS} پارامترهای ماده هستند که با توجه به شرایط دمایی و وضعیت کشش یا فشار به دست می آیند با توجه به شرایط عنوان شده رابطه زیر را می توان تعریف نمود:

$$\xi_s = \left(1 - \xi_s \right) \frac{|\dot{\sigma}|}{|\sigma| - \sigma_f^{AS}} \quad (6)$$

از طرف دیگر، شرط فعال شدن برای تبدیل مارتنزیت به آستنیت عبارتست از:

$$\sigma_f^{SA} < |\sigma| < \sigma_s^{SA}, \quad |\dot{\sigma}| < 0, \quad (7)$$

مدل دینامیکی سیستمهای متشکل از آلیاژهای هوشمند

مدل دینامیکی سیستمهای متشکل از آلیاژهای هوشمند به سه دسته میکرو، میکرو-ماکرو-ماکرو تقسیم می شود که ذیلاً به توضیح هر یک پرداخته می شود.

۱- مدل های میکرو: بر مبنای توصیف اثرات پدیده ای به وقوع پیوسته در سطح و مقیاس میکرو، مانند جوانه زنی، حرکت داخلی، رشد دو قلوبی و پایه ریزی می شوند و تنها برای کارهای پایه ای مناسب است.

۲- مدل های میکرو-ماکرو: در این گونه مدل سازی عناصر میکرو- مکانیکی (مانند سطوح جوانه زنی، متغیرهای مارتنزیتی و...) و ترمودینامیک در مقیاس ماکرو با یکدیگر ترکیب می شوند و به بکارگیری دو سطح متفاوت نیازمند تمیز دادن بین کمیت ها در مقیاس میکرو و در مقیاس ماکرو (مانند تنش میکرو، تنش ماکرو، یا کرنش میکرو و کرنش ماکرو) می باشد.

۳- مدل های ماکرو: این گروه از مدل ها بر روی کمیت های ماکرو تمرکز دارند و این موضوع آنها را برای بررسی های مکانیکی و پیش بینی رفتار مواد با کمترین توجه به ساختارهای داخلی ماده، مناسب کرده است لذا مبنای انجام تحقیق حاضر بر روی این گونه مدل سازی پایه ریزی شده است. در زیر چند مدل بنیادین ماکرو مورد بیان می شود:

۱. مدل ازدمیر^۱: مدل معرفی شده به وسیله ازدمیر اجازه مطالعه پاسخ مکانیکی موادی که پسماند^۲ دارند را فراهم کرد. هر چند فرمول منطبق بر این مدل نمی تواند رفتار ارائه شده به وسیله SMA را پیش بینی کند، با این حال برای فهم مدل ارائه شده به وسیله کوزارلی^۳، که در ادامه توصیف خواهد شد، لازم است.

۲. مدل کوزارلی: با فرمول معرفی شده به وسیله کوزارلی، مشخصه های مکانیکی مواد SMA با توسعه مدل مستقل از نرخ ازدمیر، تکمیل شد. در واقع امکان محاسبه رفتار SMA در حالت دو قلوبی یا سوپر الاستیک با اصلاح معادلات ارائه شده توسط ازدمیر فراهم شد.

۳. مدل تاناکا^۴: یکی از معروف ترین مدل های ریاضی توصیف کننده رفتار SMA مدل تاناکا می باشد که مدل

1- Ozdemir

2-Hysteresis

3- Cozzarelli

4-Tanaka

برای تبدیل آستنیت به ماتنزیت ضرایب عنوان شده به شکل زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} A &= C_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{AS} \right) \\ B &= -(1 - \xi_s) \left[C_1 |\sigma_n| - E_A \varepsilon_L \right] + D_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{AS} \right), \quad (16) \\ C &= -(1 - \xi_s) \left[D_1 |\sigma_n| - E_A \left(|\varepsilon| - \varepsilon_L \xi_{S,n} \right) \right] \\ &= (1 - \xi_s) E_A \left(|\varepsilon| - |\varepsilon_n| \right) \end{aligned}$$

و

$$C_1 = \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right), \quad D_1 = 1 + C_1 \xi_{S,n}. \quad (17)$$

با توجه به اینکه:

$$A < 0, \quad B < 0, \quad C > 0, \quad (18)$$

می توان نتیجه گرفت که $X_1 < 0$ و $X_2 > 0$ و چون فرآیند $(A \rightarrow S)$ به معنی $\dot{\xi}_s > 0$ بنابراین تنها X_2 قابل قبول است.

از طرف دیگر برای تبدیل مارتنزیت به آستنیت:

$$\begin{aligned} A &= C_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{SA} \right) \\ B &= \xi_s \left[C_1 |\sigma_n| - E_A \varepsilon_L \right] + D_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{AS} \right), \quad (19) \\ C &= \xi_s \left[D_1 |\sigma_n| - E_A \left(|\varepsilon| - \varepsilon_L \xi_{S,n} \right) \right] \\ &= -\xi_s E_A \left(|\varepsilon| - |\varepsilon_n| \right) \end{aligned}$$

با بررسی معادلات (۱۹) مشاهده می شود که:

$$A > 0, \quad B > 0, \quad C > 0. \quad (20)$$

بنابراین، $X_1 < 0$ و $X_2 < 0$. از آنجایی که برای فرآیند $(S \rightarrow A)$ ، $\dot{\xi}_s < 0$ است ($\lambda_s < 0$)، لذا هر دو حل قابل قبول هستند. ولی با یک جبر ساده مشاهده می شود که $X_1 < X_2$ و می توان نتیجه گرفت که X_2 به دلیل کوچکتر بودن ریشه، صحیح می باشد. از نکات مثبت در این روش آن است که برای هر دو فرآیند زمان گسسته (تبدیل آستنیت به ماتنزیت و بالعکس) در حالت هایی که $\sigma_s^{SA} = \sigma_f^{SA}$ و $\sigma_s^{AS} = \sigma_f^{AS}$ می باشد نیز شرایط همچنان مناسب باقی می ماند.

الگوریتم کاهش شدت نوسانات شدید سیستم کنترل مود

لغزشی (Etta Regulating Procedure-ERP)

در روشهای متداول مود لغزشی، معادله سطح لغزش بصورت زیر تعریف می شود [۲۵]:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2) \leq -\eta |s|, \quad (21)$$

که، σ_s^{AS} و σ_f^{AS} پارامترهای ماده متناسب با شرایط دمایی و وضعیت کشش یا فشار می باشند و $\dot{\xi}_s$ از رابطه زیر به دست می آید:

$$\dot{\xi}_s = \xi_s \frac{|\dot{\sigma}|}{|\sigma| - \sigma_f^{SA}}. \quad (8)$$

با استفاده از روش اولر برگشتی^۱ برای انتگرالی معادلات پیوسته زمانی (۶) و (۸) و مرتب کردن آنها به صورت زیر باقیمانده، معادلات زمان گسسته مشخص می شوند:

$$R^{AS} = \lambda_s \left(|\sigma| - \sigma_f^{AS} \right) + (1 - \xi_s) \left(|\sigma| - |\sigma_n| \right) = 0 \quad (9)$$

$$R^{SA} = \lambda_s \left(|\sigma| - \sigma_f^{SA} \right) + \xi_s \left(|\sigma| - |\sigma_n| \right) = 0 \quad (10)$$

که، نمو کسر مارتنزیتی، λ_s ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\lambda_s = \xi_{S,n} + \lambda_s. \quad (11)$$

کمیت λ_s با بیان کردن تنش σ به عنوان تابعی از λ_s و به گونه ای که نیازمندی های معادلات متناظر با استحاله فازی فعال را برآورده نماید، می تواند محاسبه شود.

با استفاده از روش ریوس و جایگزینی رابطه (۲) در معادلات (۹) و (۱۰) دو معادله به شکل زیر استخراج می شود:

$$\frac{A \lambda_s^2 + B \lambda_s + C}{D \lambda_s + E} = 0. \quad (12)$$

با توجه به رابطه فوق مخرج تنها در محدوده های غیر قابل قبول λ_s صفر می شود و لذا حل های مربوط به معادلات گسسته زمانی با دو معادله درجه دوم برای $(A \rightarrow S)$ و $(S \rightarrow A)$ به دست می آیند که به شکل زیر است:

$$A \lambda_s^2 + B \lambda_s + C = 0. \quad (13)$$

حل های زیر برای معادله فوق پذیرفته می شوند:

$$X_1 = \frac{Q}{A}, \quad X_2 = \frac{C}{Q}, \quad (14)$$

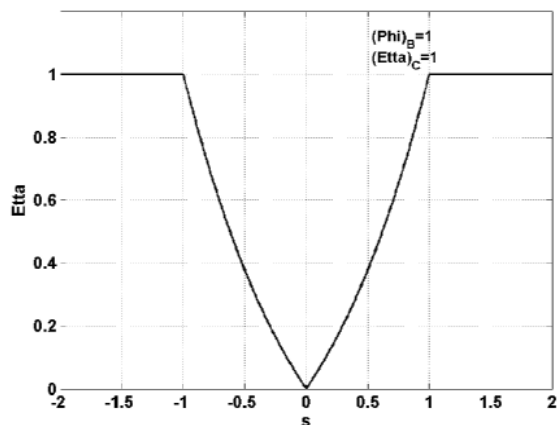
به طوریکه،

$$Q = -\frac{1}{2} \left[B + \text{Sgn}(B) \sqrt{B^2 - 4AC} \right]. \quad (15)$$

بنابراین در خارج از لایه مرزی مقدار η مساوی همان مقداری است که از روش معمول مود لغزشی استفاده کنیم. اگر در شروع حرکت $|s(t=0)| < \phi_B$ یا وقتی مسیر حرکت بردار حالت سیستم به داخل لایه مرزی می‌رسد، جمله دوم داخل پرانتز در معادله (۲۲) مساوی صفر شده و خواهیم داشت:

$$\eta = \eta_C \frac{|1 - e^{|s|}|}{1 - e^{\phi_B}} \quad (25)$$

مقدار η در این حالت، با توجه به فاصله از صفحه لغزان تنظیم می‌گردد. این مقدار تنظیم شده به ازای مقادیر مختلف s در شکل ۱ ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود η همواره از η_C کوچکتر است و وقتی s روی سطح لغزش قرار می‌گیرد یعنی برای $s = 0$ مقدار $\eta = 0$ می‌شود. با انتخاب η به صورت رابطه (۲۲)، در خارج از لایه مرزی سرعت عکس العمل همانند حالتی است که از این تابع ریاضی استفاده نکنیم و η_C را بکار ببریم. از طرفی در داخل لایه مرزی، نوسانات شدید کاهش می‌یابد.



شکل ۱: نحوه تنظیم پارامتر η بر اساس فاصله از صفحه لغزش.

که، در معادله (۲۱)، s فاصله جبری از سطح لغزش و پارامتر η یک مقدار ثابت و همواره مثبت است. در سطح لغزش ($s=0$)، با اضافه شدن ترم کلیدزنی به ورودی پیوسته پدیده چاترینگ پیش می‌آید. بهره کلیدزنی در روشهای معمول، مقداری مثبت و بزرگتر از η می‌باشد. هر چه عدم قطعیت‌های سیستم بیشتر باشد، به طور اصولی بهره کلیدزنی نیز از η بزرگتر است. بزرگ بودن بهره کلیدزنی، پدیده چاترینگ را تشدید می‌کند. از طرفی نمی‌توان η را کوچک انتخاب کرد زیرا زمان رسیدن مسیر حرکت بردار حالت از وضعیت اولیه به سطح لغزش با مقدار η رابطه معکوس دارد. کوچک شدن η این زمان را افزایش می‌دهد. فرض می‌کنیم پارامتر η را در معادله سطح لغزش با روشهای معمول مود لغزشی، η_C بنامیم. حالا بر اساس تعریف جدیدی که از η خواهیم داشت، پارامتر η را به صورت یک تابع ریاضی زیر معرفی می‌کنیم:

$$\eta = \frac{1}{2} \eta_C \times [(1 - \sigma) \frac{|1 - e^{|s|}|}{1 - e^{\phi_B}} + (1 + \sigma)] \quad (22)$$

$$\sigma = \text{sgn}(\frac{|s|}{\phi_B} - 1);$$

در معادله (۲۲)، ϕ_B ضخامت لایه مرزی و مقداری همواره مثبت است. کمیت s نیز فاصله از سطح لغزش است. چون سیستم کنترلی پایدار بوده و فاصله از سطح لغزش مرتباً کم می‌شود، لذا می‌توان گفت که η و s خود توابعی از زمان هستند. اگر در شروع حرکت، $|s(t=0)| > \phi_B$ باشد، یعنی شروع حرکت خارج از لایه مرزی آغاز شود، در اینصورت در معادله (۲۲) خواهیم داشت:

$$\sigma = \text{sgn}(\frac{|s|}{\phi_B} - 1) = 1 \quad (23)$$

لذا جمله اول داخل پرانتز مساوی صفر و ترم دوم داخل پرانتز مساوی ۲ می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$\eta = \eta_C \quad (24)$$

نتایج و بحث

نتایج بدست آمده در دو بخش: (۱) شبیه‌سازی سیستم کنترل مدار باز و (۲) شبیه‌سازی سیستم کنترل مدار بسته

شبیه‌سازی کامپیوتری سیستم کنترل ارتعاشات

در این بخش، شبیه‌سازی کامپیوتری مربوط به دینامیک سیستم‌های متشکل از آلیاژهای حافظه دار هم برای مدار باز (سیستم بدون کنترلر) و هم برای سیستم مدار بسته (سیستم مجهز به منطق کنترلی) انجام می‌شود. در این بخش، منطق کنترلی مود لغزشی بر روی معادلات دینامیکی سیستم یک درجه آزادی، تیر با تکیه گاههای ساده پیاده سازی می‌گردد. شرایط ورودی در نظر گرفته شده برای سیستم یعنی ورودیهای نیرویی برای سیستم مدار باز و موقعیت مطلوب، پارامترهای سیستم کنترل و مدل فرضی عدم قطعیت‌های پارامتری برای سیستم مدار بسته به منظور ایجاد قابلیت مقایسه یکسان فرض می‌گردد. همانطور که در بخشهای قبلی توضیح داده شده است، معادله دیفرانسیل سیستم دینامیکی مدار باز از نوع خطی با پارامترهای متغیر می‌باشد. اگرچه ویژگی خطی بودن معادلات دیفرانسیل کمک بزرگی در انتخاب منطق کنترلی ساده از دیدگاه پیچیدگیهای ریاضیاتی و محاسبات کامپیوتری می‌کند، ولی به هر حال به علت متغیر بودن پارامترهای سیستم دینامیکی بر حسب زمان، از فضای جبری لاپلاس نمی‌توان بهره جست. از سوی دیگر منطق کنترلی بایستی توانایی دخیل نمودن عدم قطعیت‌های مدلسازی را داشته باشد چرا که بهر حال بین محاسبات ریاضی (مدلسازی) و سیستم واقعی علی‌الخصوص در بررسی ارتعاشات تفاوت‌هایی وجود خواهد داشت. در کلیه موارد شبیه سازی، مقادیر اولیه بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$v(0) = +20 \text{ cm}, \quad \dot{v}(0) = 0. \quad (26)$$

۱- شبیه‌سازی سیستم کنترل مدار باز

مطابق آنچه که در قسمت مدلسازی سیستم بیان شد، سه سیستم دینامیکی متشکل از آلیاژ حافظه دار در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد که خلاصه معادلات در جدول ۱ می‌آید.

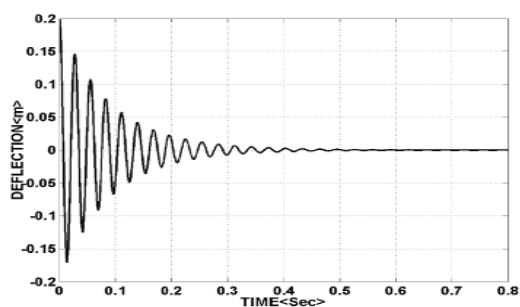
در جدول ۱، $P(t)$ معرف نیروی ورودی، $E(t)$ مدول الاستیسیته جسم حافظه دار و v نمایشگر متغیر فاصله محل اندازه‌گیری از حالت تعادل می‌باشد. آنچه که در جدول ۱ آمده است مبنای طراحی سیستم کنترل که در آینده مورد بحث قرار می‌گیرد خواهد بود. در شکل ۲ مدار شبیه ساز سیستم مدار باز نمایش داده شده است. در این شکل نشان داده می‌شود که تابع مدول الاستیسیته بر حسب زمان، از اجرای یک کد که به مدار شبیه‌سازی متصل شده است، بدست می‌آید. شرایط اولیه مشخص شده بوسیله معادله شماره (۱) در انتگرال گیرهای شماره‌های ۱ و ۲ قرار داده می‌شود. در شکل ۳ نمودارهای مربوط به ورودیهای نیرویی مختلف نشان داده می‌شود. لازم به ذکر است که موقعیت هر کدام از این ورودیها در شکل ۲، جعبه مشخص شده با کلمه Input می‌باشد. در شکل ۴ پاسخ بر حسب زمان برای سیستم به نمایش در می‌آید. در شکل ۵ نمودارهای مربوط به پاسخ سیستم مدار باز به ازای شرایط اولیه در غیاب نیروهای خارجی در صفحه فاز *Phase-Plane* نشان داده می‌شود. در واقع تفاوت اصلی نمایش پاسخ سیستم بر حسب زمان و یا در صفحه فاز در اینست که در نمایش نوع دوم ملاحظات پایداری سیستم در فضای حالت آسان تر صورت می‌گیرد که نشان می‌دهد سیستم به ازای ورودی شرایط اولیه پایدار است.

جدول ۱: معادلات دیفرانسیل دینامیک سیستمهای مدار باز.

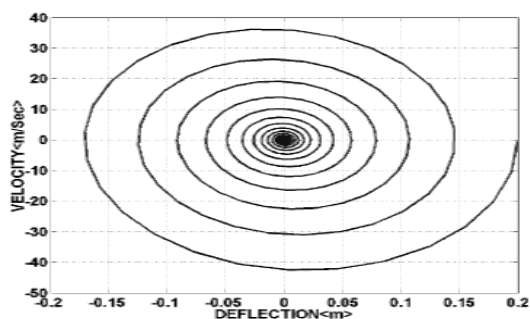
عنوان سیستم	معادله دیفرانسیل سیستم مدار باز
یک درجه آزادی	$0.150\ddot{v} + 0.1\sqrt{E(t)} \times 3.012 \times 10^{-9} \dot{v} + E(t) \times 6.668 \times 10^{-8} v = P(t)$
تیر با تکیه گاههای ساده	$0.1613\ddot{v} + 0.1\sqrt{E(t)} \times 5.2357 \times 10^{-8} \dot{v} + E(t) \times 3.240 \times 10^{-7} v = P(t)$
تیر یک سر آزاد یک سر درگیر	$0.074\ddot{v} + 0.1\sqrt{E(t)} \times 1.550 \times 10^{-9} \dot{v} + E(t) \times 2.10 \times 10^{-8} v = P(t)$

نتایج و بحث

نتایج به دست آمده در دو بخش: (۱) شبیه‌سازی سیستم کنترل مدار باز و (۲) شبیه‌سازی سیستم کنترل مدار بسته مورد بحث قرار می‌گیرند.

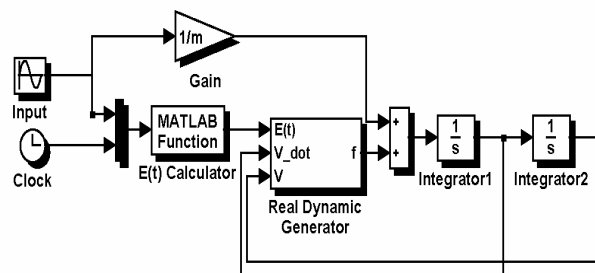


شکل ۴: پاسخ بر حسب زمان سیستم مدار باز به ازای شرایط اولیه در غیاب ورودی نیرویی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.

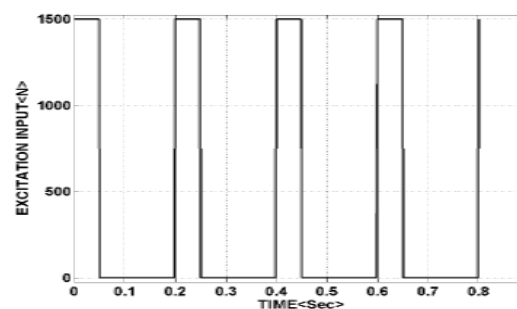
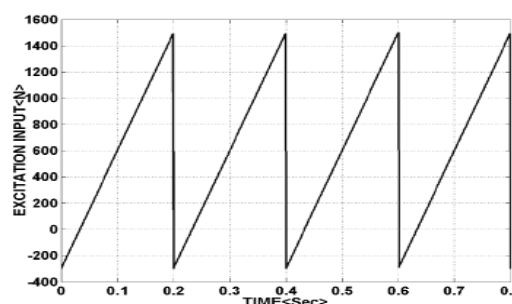
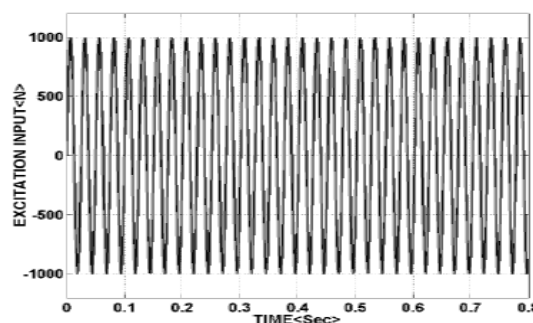


شکل ۵: نمایش صفحه فازی پاسخ سیستم مدار باز به ازای شرایط اولیه در غیاب ورودی نیرویی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.

در شکل ۶ پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی هارمونیک (سینوسی) نشان داده می شود. همچنین در شکل ۷ نمودارهای متناظر با این ورودی در صفحه فاز نمایش داده می شود. در شکل ۸ پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی پالس مثلثی نشان داده می شود. همچنین در شکل ۹ نمودار متناظر با این ورودی در صفحه فاز نمایش داده می شود. از شکل ۹ مشخص است که سیستم دارای مقداری افسست می باشد در عین حال که پایدار است. در شکل ۱۰ پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی پالس مستطیلی نشان داده می شود. همچنین در شکل ۱۱ نمودار متناظر با این ورودی در صفحه فاز نمایش داده می شود. توجه داریم که بررسی رفتار سیستم با توجه به ورودیهای اعمال شده، از روی نمودار فاز، که در آن زمان حذف شده است نسبت به بررسی نمودارهای مکان و سرعت بر حسب زمان بهتر صورت می پذیرد. پس از بررسی پاسخ

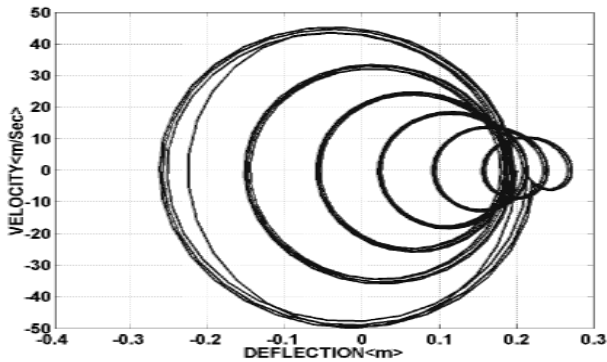


شکل ۲: مدار شبیه ساز سیستم مدار باز.

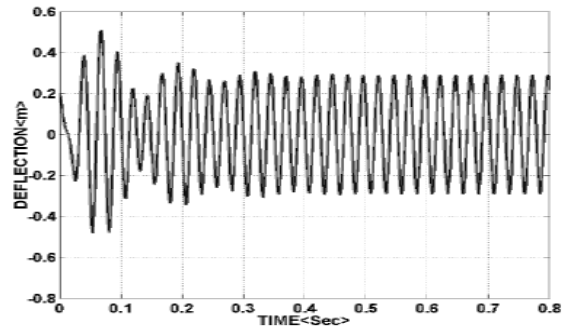


شکل ۳: ورودیهای نیرویی در نظر گرفته شده بمنظور بررسی پاسخ سیستم دینامیکی مدار باز متشکل از آلیاژ حافظه دار. (بترتیب از بالا سمت چپ: ورودی سینوسی، تابع مثلثی و پالس مستطیلی).

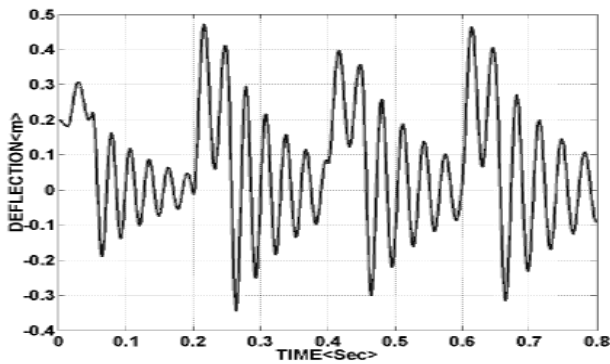
سیستمهای مدار باز به ورودیهای مختلف نوبت به آن می رسد که مبحث کنترل ارتعاشات سیستم متشکل از آلیاژ حافظه دار مورد بررسی قرار گیرد.



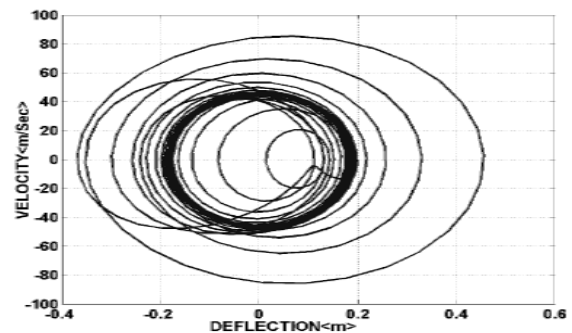
شکل ۹: نمایش صفحه فازی پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی تابع مثلثی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



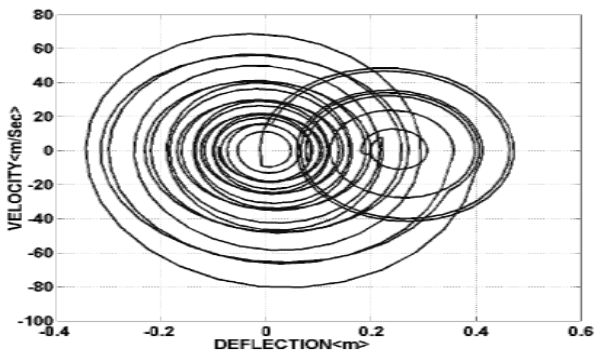
شکل ۶: پاسخ بر حسب زمان سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی سینوسی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



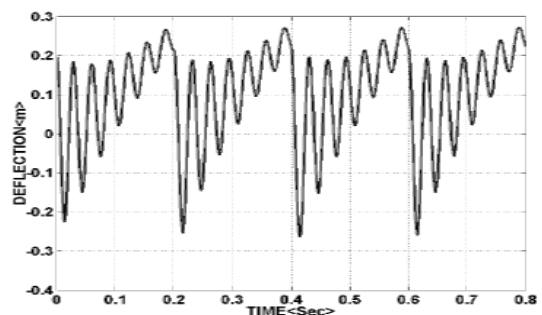
شکل ۱۰: پاسخ بر حسب زمان سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی پالس مستطیلی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



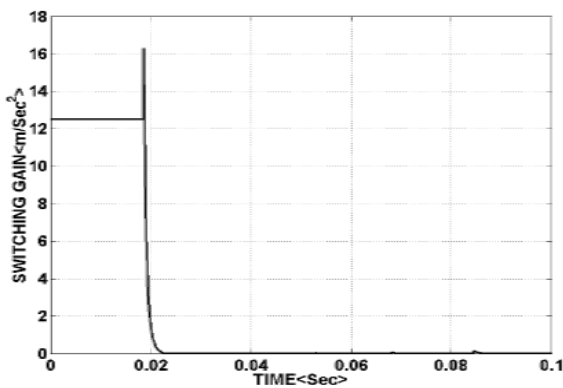
شکل ۷: نمایش صفحه فازی پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی سینوسی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



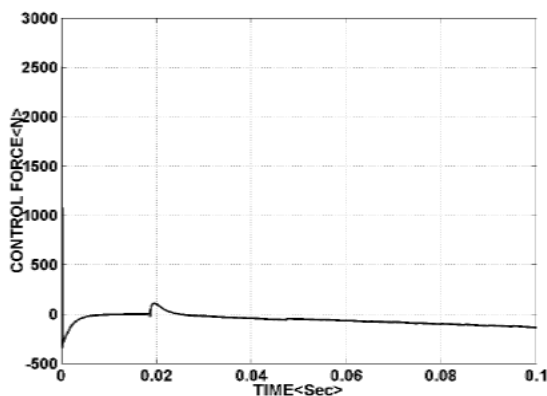
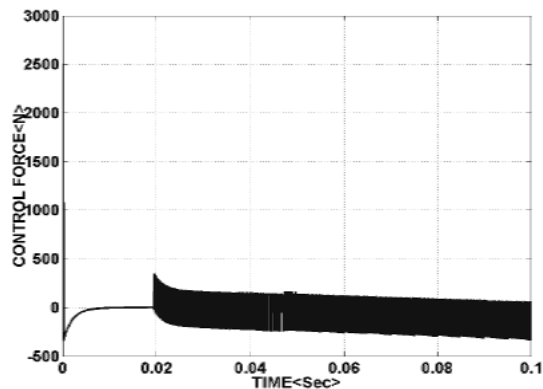
شکل ۱۱: نمایش صفحه فازی پاسخ سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی پالس مستطیلی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



شکل ۸: پاسخ بر حسب زمان سیستم مدار باز به ازای ورودی نیروی تابع مثلثی برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.



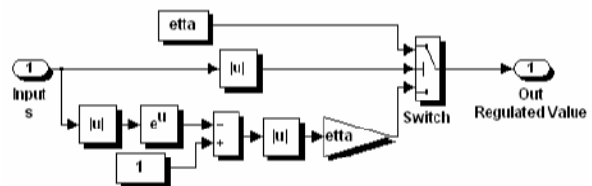
شکل ۱۳- نمایش فرآیند تنظیم بهره عملیات کلیدزنی توسط رگولاتور پارامتر.



شکل ۱۴: نمودارهای ورودی کنترلی به سیستمهای دینامیکی مداربسته برای دو حالت بالا: سیستم کنترل با طراحی متداول، پائین: سیستم کنترل به همراه رگولاتور برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.

۲- شبیه سازی سیستم کنترل مدار بسته (کنترل ارتعاشات)

در این بخش شبیه سازی سیستم کنترل لغزشی مورد بحث قرار می گیرد. در مورد کیفیت شبیه سازی تفاوتی میان این بخش و بخش گذشته وجود ندارد. معادلات دیفرانسیل سیستم مدار باز مانند گذشته از جدول ۱ استخراج می گردد. در شکل ۱۲ مدار داخلی رگولاتور تنظیم پارامتر بهره فرآیند کلید زنی نشان داده می شود. در شکل های آتی اثر عملکرد این عضو تنظیم کننده تطبیقی نشان داده خواهد شد.



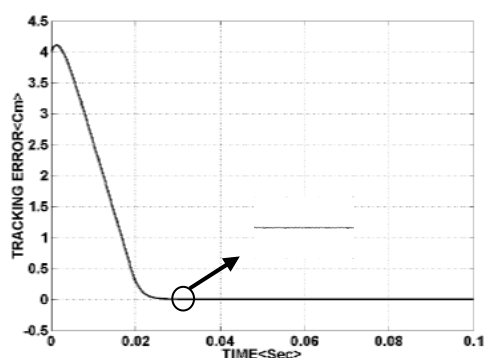
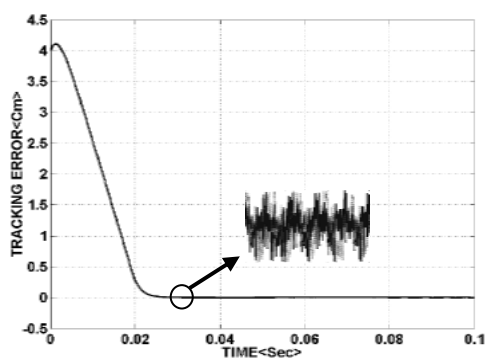
شکل ۱۲ - مدار سیستم رگولاتور پارامتر به کار گرفته شده برای بهبود عملکرد کنترلر.

در شکل ۱۳ نمودارهای مربوط به نحوه تنظیم بهره کلید زنی توسط رگولاتور طراحی شده نشان داده می شود. این فرآیند به گونه ای صورت می گیرد که پدیده نوسانات شدید چاترینگ حتی الامکان کاهش یابد. در شکل ۱۴ اثر این تنظیم بر روی ورودی نشان داده می شود. شکل ۱۴ در واقع مقادیری از ورودی کنترلی را نشان می دهد که برای تأمین هدف کنترلی لازم است. عملکرد یک سیستم کنترل مدرن را می توان با بررسی خطای تعقیب بردار حالت سیستم ارزیابی نمود. شکل ۱۵ نشان می دهد اگرچه پدیده نوسانات شدید چاترینگ تا حدود زیادی از بین رفته است ولی عملکرد سیستم کنترل بدون تغییر باقی مانده است. این بدین معنی است که با مصرف انرژی کمتر و همچنین با استفاده مؤثرتر از عملگرها می توان به همان نتایج قبلی رسید. مجدداً خاطر نشان می نمائیم از آنجا که از دیدگاه کیفی هر سه سیستم در نظر گرفته شده عکس العمل مشابهی را از خود نشان می دهند، به ذکر نتایج بدست آمده از مدل تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها بسنده می شود.

در قسمت بعدی، پاسخ سیستم مدار باز به ازای وجود شرایط اولیه را بدست آورده شد. پس از طراحیهای اولیه سیستم کنترل، برای از بین بردن پدیده نوسانات شدید چاترینگ ایده جدیدی بنام "فرآیند تنظیم پارامتر" معرفی شد. نتایج شبیه سازی در انتها نشان داد که الگوریتم پیشنهادی دارای تأثیر مساعد بر عملکرد سیستم کنترل بوده و همچنین عدم قطعیت پنج درصدی در مدول الاستیسیته تأثیری بر عملکرد کنترلر نخواهد داشت.

مراجع:

1. Mihalcz, I. "Fundamental Characteristic And Design Method for Nickel-Titanium Shape Memory Alloy", Periodica Polytechnica Ser. Mech. Eng., Vol. 45, No.1, pp.75-86, 2001.
2. "Nitinol Devices and Components", <http://www.nitinol.com>.
3. Barns, C., "Shape Memory and Superelastic Alloys", <http://www.copper.com>.
4. Auricchio, F. "Shape Memory Alloys: Micromechanic, Macromodeling and Numerical Simulations", PhD Dissertation, Department of Civil Engineering, University of California at Berkley, 1995.
5. Humbeeck, J.V. "General Aspects of Shape Memory Alloys", Part II, ANSIDE Project, Memory Alloys for Seismic Isolation and Energy Dissipation Devices, pp. 9-44, 1999.
6. Johnson Matthey, <http://WWW.Jmmedical.com>
7. Hosoda, Y. and Fujie, M., First Meeting of Japan Robot Society, pp. 213, 1982.
8. "Science and Technology of Shape Memory Alloys", <http://www.mrs.com>.
9. Hirose, S., Ikuta, K., and Umetani, Y. "Development of a Shape Memory Alloys Actuator: Performance Assessment and Introduction of a New Composing Approach", Advanced Robotics, Vol.3, No.1, pp. 3-16, 1985.
10. Sachdeva, R.C. and Miyazaki, S. "Superelastic NiTi Alloys in Orthodontics", Engineering Aspects of Shape Memory Alloys, pp. 432-469, 1990.
11. Peirs, J. and Reynaerts, D. "Shape Memory Alloys Micro-Actuators for Medical Application", Proceeding of The 4th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, pp. 386-392, 1998.
12. Dolce, M. and Cardone, D. "Mechanical Behavior of Shape Memory Alloys for Seismic Application 1. Martensite and Austenite Bars Subjected to Torsion", International Journal of



شکل ۱۵: نمودارهای خطای تعقیب سیستم های کنترل برای دو حالت بالا: سیستم کنترل با طراحی متداول، پائین: سیستم کنترل به همراه رگولاتر پارامتر برای تیر با تکیه گاههای ساده در دو انتها.

نتیجه گیری

در این مقاله، بطور مختصر تاریخچه و روشهای مختلف مدلسازی آلیاژهای هوشمند معرفی شدند. سپس الگوریتم مدلسازی یکنوع آلیاژ خاص با توجه به استحاله های فازی در ساختار میکروسکوپی بیان شد و شبیه سازی کامپیوتری مربوط به دینامیک سیستم های متشکل از آلیاژهای حافظه دار هم برای مدار باز (سیستم بدون کنترلر) و هم برای سیستم مدار بسته (سیستم مجهز به منطق کنترلی) انجام شد. منطق مورد استفاده، کنترل مود لغزشی در نظر گرفته شد که بر روی معادلات دینامیکی سیستم یک درجه آزادی پیاده سازی شد. شرایط ورودی در نظر گرفته شده برای سیستم یعنی ورودیهای نیرویی برای سیستم مدار باز و موقعیت مطلوب، پارامترهای سیستم کنترل و مدل فرضی عدم قطعیتهای پارامتری برای سیستم مدار بسته به منظور ایجاد قابلیت مقایسه یکسان فرض شد. شرایط اولیه حرکت نیز در کلیه مراحل برای هر دو حالت ثابت نگه داشته شد.

۲۶. قدیری، م.، همایی نژاد، م.ر. و جعفری، ع.ا. "تحلیل و شبیه سازی ارتعاشات سیستم متشکل از آلیاژهای حافظه دار"، کنفرانس انجمن مهندسان مکانیک ایران، اصفهان، ۱۳۸۵.

پیوست الف:

الگوریتم استخراج مدول الاستیسیته آلیاژ حافظه دار

۱- تعیین تنشهای ابتدا و انتهای استتاله با توجه به شرایط دمایی

۲- تشخیص بارگذاری یا باربرداری

IF $\text{abs}(\varepsilon) - \text{abs}(\varepsilon_n) > 0 \Rightarrow$ بارگذاری

IF $\varepsilon > 0 \Rightarrow$ کشش

IF $\varepsilon < 0 \Rightarrow$ فشار

IF $\text{abs}(\varepsilon) - \text{abs}(\varepsilon_n) < 0 \Rightarrow$ باربرداری

IF $\varepsilon > 0 \Rightarrow$ کشش

IF $\varepsilon < 0 \Rightarrow$ فشار

۳- بررسی استتاله های فازی

IF loading then

A \rightarrow S بررسی استتاله فازی

Else IF unloading then

S \rightarrow A بررسی استتاله فازی

End IF

۴- الگوریتم مدول تانژانتی

IF محاسبه الگوریتم مدول تانژانتی \Rightarrow فعال بودن استتاله

A \rightarrow S الگوریتم مربوط به بررسی استتاله فازی

۱- محاسبه دو حالت آزمون

آزمون اول: فرض عدم استتاله

$$\xi_s^{TRA} = \xi_{s,n}$$

$$E^{TRA} = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1\right)\xi_{s,n}}$$

$$\sigma^{TRA} = E^{TRA} [\varepsilon - \xi_{s,n} \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon)]$$

آزمون دوم: فرض استتاله کامل

$$\xi_n^{TRA} = 1$$

$$E^{TRA} = E_S$$

$$\sigma^{TRA} = E^{TRA} [\varepsilon - \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon)]$$

۲- بررسی آزمونها

IF $|\sigma^{TRA}| < \sigma_s^{AS}$ then

$$\xi_s = \xi_{s,n}$$

$$E_{total} = E^{TRA}$$

اتمام حل

Mechanical Science, Vol. 43, No. 10, pp. 2631-2656, 2001.

13. Dolce, M., and Cardone, D. "Mechanical Behavior of Shape Memory Alloys for Seismic Application 1. Martensite and Austenite Bars Subjected to Torsion", International Journal of Mech. Science, Vol. 43, No. 10, pp. 2657-2677, 2001.
14. Hang, Y. and LI, Q.S. "Structural Vibration Control by Shape Memory Alloys Damper", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, No. 2, pp. 483-491, 2003.
15. Hung, J.Y., Weibing G.J., Hung, C. "Variable Structure Control: A Survey," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, 1993.
16. Itkis, Y. "Control Systems of Variable Structure", John Wiley & Sons, New York, 1976
17. Slotine, J.J.E. "Sliding Controller Design for Non-linear Systems" International Journal of Control, Vol. 40, pp. 421-34, 1984.
18. Slotine, J.J.E. and Weiping, L. "Applied Non-linear Control," Prentice Hall. Inc., Englewood Cliffs, New jersey, 1991.
19. Moosavian, S.A.A. and Homaeinejad, M.R. "Regulated Sliding Mode Control of a Satellite Rotation," The IFAC Workshop on Generalized Solutions in Control Problems, (GSCP-2004) Pereslavl-Zalesski, Russia, 2004.
20. Wong, L.K., Leung, F.H.F., and Tam, P.K.S. "A Chattering Elimination Algorithm for Sliding Mode Control of Uncertain Non-linear Systems," Elsevier- Mechatronics Vol. 8, 765-75; 1998.
21. Chang, F.J., Twu, S.H. and Chang, S. "Adaptive Chattering Alleviation of Variable Structure Systems Control", IEE Proc., Vol. 137, No. 1, pp. 31-9, 1990.
22. Wong, L.K., Leung, F.H.F., and Tam, P.K.S. "Algorithm for Eliminating Chattering in Sliding Mode Control", Electronics Letters, Vol. 32, No. 3, pp. 599-601, 1996.
23. Moosavian, S.A.A. and Homaeinejad, M.R. "Satellite Attitude Maneuver Control in Space, Using Chattering Eliminated Sliding Mode Control", ISME Conference, Isfahan, 2005.
24. Najafi, F. and Homaeinejad, M.R. "A New Mathematical Modeling of Servo- Pneumatic Actuators for Sliding Mode Position-Force Control", ISME Conference, Isfahan, 2005.
25. Moosavian, S.A.A., Sadati, S.H., and Homaeinejad, M.R. "Regulated Sliding Mode Control of a Satellite Rotation: A Trade-off Between Energy Consumption and Tracking Precision", Journal of Mechanics and Aerospace, Imam Hossein Univ. Vol.1, No.1, pp. 89-100, 2005.

$$E^* = E_A \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \left[1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_s \right]$$

$$\sigma_n = E \left[\varepsilon - \varepsilon_L \xi_{s,n} \text{Sgn}(\varepsilon) \right]$$

$$H = H^{AS} = \frac{(1 - \xi_{s,n}) E}{Z^{AS} + |\sigma_n| - \sigma_f^{AS}}$$

$$Z^{AS} = (1 - \xi_{s,n})$$

$$\times \{ E^* [\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \text{Sgn}(\varepsilon)] - E \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon) \}$$

$$H = H^{SA} = \frac{(\xi_{s,n}) E}{Z^{SA} + |\sigma_n| - \sigma_f^{SA}}$$

$$Z^{SA} = (-\xi_{s,n})$$

$$\times \{ E^* [\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \text{Sgn}(\varepsilon)] - E \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon) \}$$

$$E^T = E + H^{AS} \{ E^* [\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \text{Sgn}(\varepsilon)] - E \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon) \}$$

A → S برای فرآیند

$$E^T = E + H^{SA} \{ E^* [\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \text{Sgn}(\varepsilon)] - E \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon) \}$$

S → A برای فرآیند

$$E_total = E^T$$

Else IF $|\sigma^{TRA}| > \sigma_f^{AS}$ and $\varepsilon \sigma^{TRA} > 0$ then

$$\xi_s = 1$$

$$E_total = E^{TRA}$$

اتمام حل

Else

حل معادلات گسسته زمانی

A → S برای فرآیند

$$E_total = E^T$$

End IF

S → A الگوریتم مربوط به بررسی استحاله فازی

۱- محاسبه دو حالت آزمون

آزمون اول: فرض عدم استحاله

$$\xi_n^{TRA} = \xi_{s,n}$$

$$E^{TRA} = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_{s,n}}$$

$$\sigma^{TRA} = E^{TRA} [\varepsilon - \xi_{s,n} \varepsilon_L \text{Sgn}(\varepsilon)]$$

آزمون دوم: فرض استحاله کامل

$$\xi_s^{TRA} = 0$$

$$E^{TRA} = E_A$$

$$\sigma^{TRA} = E^{TRA} \varepsilon$$

۲- بررسی آزمونها

IF $|\sigma^{TRA}| > \sigma_s^{SA}$ then

$$\xi_s = \xi_{s,n}$$

$$E_total = E^{TRA}$$

اتمام حل

Else IF $|\sigma^{TRA}| < \sigma_f^{SA}$ and $\varepsilon \sigma^{TRA} > 0$ then

$$\xi_s = 0$$

$$E_total = E^{TRA}$$

اتمام حل

Else

حل معادلات گسسته زمانی

S → A برای فرآیند

$$E_total = E^T$$

End IF

حل معادلات گسسته زمانی

$$\lambda_s = \xi_{s,n} + \xi_{s,n} \Delta t$$

$$\xi_s = \xi_{s,n} + \lambda_s$$

$$E = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_s}$$