

مدل یک بعدی رفتار فوق کشسان آلیاژهای حافظه دار

حسن غیاثوند^۲

دانشکده علوم و مهندسی

دانشگاه امام حسین (ع)

علی اصغر جعفری^۱

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

آلیاژهای حافظه دار در سالهای اخیر به عنوان مواد نوین با قابلیت های برتر در مصارف پزشکی، مانند ایمپلنت ها، استنت های NiTi خود انبساط و کاربردهای غیرپزشکی، مانند عملگرها، میکروعملگرها، تجهیزات جذب و کنترل ارتعاشات به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله خاصیت حافظه داری، سوپرالاستیسیته و قابلیت میرایی بالا، سه ویژگی متمایز این مواد، مورد بررسی قرار گرفته و یک مدل ساختاری یک بعدی برای پیش بینی رفتار سوپرالاستیک تنش- کرنش پیشنهاد شده است. در مدل موردنظر از کرنش به عنوان متغیر کنترلی استفاده شده است. ابتدا، معادلات استحاله حاکم بر تحول فازی آستنیت-مارتنزیت، ناشی از القاء تنش ارائه شده و سپس مدل گسسته زمانی به کمک روش برگشتی اولر بدست آمده است. حل مدل گسسته زمانی از طریق الگوریتم برگشتی اصلاح شده برای حالت تحول فازی صورت گرفته است. در ادامه، مدول تانژانتی برای تأمین همگرایی درجه دو روش نیوتن در وضعیت فعال تحول فازی استفاده شده است. برای پیش بینی رفتار ماده در داخل هیستریزس شبه الاستیک از روش تجربی مولر کمک گرفته شده و الگوریتم حل مدل توسعه یافته ارائه شده است. نتایج آزمون های تجربی مختلف مورد بررسی قرار گرفته و در پایان نتایج مدل پیشنهادی با آزمون های تجربی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است. این مقایسه تطابق خوب نتایج مدل پیشنهادی با آزمون های تجربی را نشان می دهد.

واژه های کلیدی: آلیاژهای حافظه دار، خاصیت سوپرالاستیک، خاصیت حافظه داری، قابلیت میرایی، هیستریزس

A One-dimensional Superelastic Behavior Model for Shape Memory Alloys

A.A. Jafari

Dept. of Mech. Eng., K.N. Toosi Univ.

H. Ghiasvand

School of Science and Eng., Imam Hossein Univ.

ABSTRACT

Shape memory Alloys (SMA) are widely used as new materials with higher potential in implants, self expanding NiTi stents, etc. for medical applications and in actuators, micro actuators, components for isolation of vibrations, etc. for non-medical applications. In this study, shape memory effect, superelasticity, and excellent damping capability, three special characteristics of this material, are discussed and an extended one-dimensional constitutive model for prediction of superelastic behavior is proposed. The model is based on strain as control variable (strain driven). Stress induced austenite-martensite evolutionary equations are first proposed and time-discrete model is then obtained through backward Euler scheme. The solution of the time-discrete model is approached by a modified return map algorithm for phase transition. Then, tangent modulus is used for the quadratic convergence of the Newton method in the phase transition conditions. Muller model helps us to predict material behavior in the pseudo-elastic hysteresis. In the next step, extended solution algorithm is proposed and different experimental test results are discussed. Finally, the proposed model results are compared with the result of some experimental studies, which shows good agreements.

Key Words: Shape Memory Alloys, Superelastic Effect, Shape Memory Effect, Damping Capability, Hysteresis

۱- استادیار: jafari@me.kntu.ac.ir

۲- مربی (دانشجوی دکتری و نویسنده پاسخگو): h_ghsvnd@yahoo.com

فهرست علائم

(سوپرالاستیسیته) گفته می‌شود [۱]. مبنای پدیده حافظه‌داری این آلیاژها تحول مارتنزیتی است یعنی در طی اعمال فرآیندهای حرارتی، مکانیکی و یا حرارتی - مکانیکی دچار تحول فاز از آستنیت به مارتنزیت و یا برعکس می‌شوند، طوری که می‌توانند به ساختار فاز اصلی و یا فاز مادر برگردند. اثر سوپرالاستیک آنها نیز ناشی از همان تحول فاز و تبدیل غیرنفوذی جامد - جامد بین فاز بلوری مرتبه بالای آستنیت و فاز بلوری مرتبه پایین مارتنزیت می‌باشد. به طور کلی، آستنیت در مقادیر تنش کمتر و دماهای بالاتر و مارتنزیت در مقادیر تنش بالاتر و دماهای کمتر پایدار است [۲-۳].

قابلیت استهلاک بالای این آلیاژها ناشی از جابجایی عیوب داخلی و اتم‌ها و اصطکاک داخلی زیاد دوقلوئی‌های موجود در فاز مارتنزیت و یا مخلوط فازهای مارتنزیت و آستنیت می‌باشد که پس از تحول فاز حاصل از القاء تنش و یا حرارت صورت می‌گیرد.

آلیاژهای NiTi، بدلیل ویژگی‌های مکانیکی بی‌نظیر خود نسبت به سایر آلیاژهای حافظه‌دار، توجه اغلب پژوهشگران را به خود جلب کرده‌اند. استحکام کششی نهایی خیلی خوب (تا ۱۰۰۰MPa)، افزایش طول ۵۰٪ تا لحظه از کارافتادگی، بازیابی تنش تا ۸۰۰MPa، بازیابی کرنش تا ۸٪ و قابلیت میرایی عالی، مواردی از این خواص هستند [۴]. اثر حافظه شکلی، سوپرالاستیسیته، قابلیت بالای استهلاک، سازگاری زیستی خوب، مقاومت بالا، مقاومت به خوردگی عالی و انعطاف‌پذیری باعث شده‌اند که آلیاژهای حافظه‌دار کاربردهای فراوانی را در شاخه‌های پزشکی، صنایع و به ویژه هوافضا به خود اختصاص دهند. از کاربردهای پزشکی آنها به ایمپلنت‌های ارتوپدی، فیلترها، سیم‌های ارتودنسی، انبرک بافت برداری و استنت‌ها (میکروسازه‌های خودانبساط) برای رفع انسداد اندام توخالی یا سیستم لنفوی بدن می‌توان اشاره کرد [۵-۶].

کوپلینگ‌ها و محکم‌کننده‌ها، مکانیزم‌های رهاکننده، عملگرهای حرارتی و الکتریکی و میکروعملگرها در ایستگاه‌های فضایی، ماهواره‌ها یا ربات‌ها مانند مسیریاب مریخ و نیز برخی اجزاء تلسکوپ فضایی هابل موارد مختصری از کاربردهای غیرپزشکی آلیاژهای حافظه‌دار هستند [۱ و ۷]. در ۲۰ سال اخیر، بکارگیری SMA در

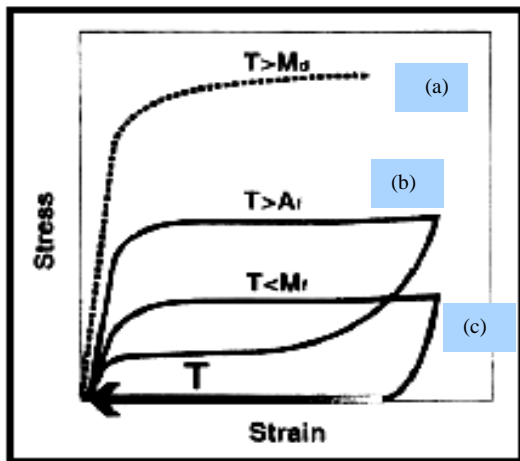
A_S	دمای شروع تحول فاز مارتنزیت به آستنیت
A_f	دمای خاتمه تحول فاز مارتنزیت به آستنیت
E	مدول کشسانی SMA
E_A	مدول کشسانی فاز آستنیت
E_S	مدول کشسانی فاز مارتنزیت
M_d	در درجه حرارت بیش از این دما فاز مارتنزیت ناشی از تنش بدست نمی‌آید.
M_s	دمای شروع تحول فاز آستنیت به مارتنزیت
M_f	دمای خاتمه تحول فاز آستنیت به مارتنزیت
ξ_S	کسر حجمی فاز مارتنزیت
λ_S	نمو کسر حجمی مارتنزیت
$\sigma_T^{AS} (\sigma_s^{AS})$	تنش کششی بحرانی برای آغاز تحول فازی A→S سوپرالاستیک
$\sigma_T^{SA} (\sigma_s^{SA})$	تنش کششی بحرانی برای آغاز تحول فازی معکوس S→A سوپرالاستیک و بازیافت شرایط اولیه کرنش
σ_C^{AS}	تنش فشاری بحرانی برای آغاز تحول فازی A→S سوپرالاستیک
σ_f^{AS}	تنش کششی خاتمه تحول فاز A→S سوپرالاستیک
σ_f^{SA}	تنش کششی خاتمه تحول فاز معکوس S→A سوپرالاستیک و بازیافت شرایط اولیه کرنش
ΔW	انرژی اتلافی
U	انرژی پتانسیل
η	ضریب اتلاف

۱- مقدمه

در سالهای اخیر آلیاژهای حافظه‌دار (SMA) با ویژگی‌های متمایز و برتر طیف وسیعی از تحقیقات و کاربردهای نوین را به خود اختصاص داده‌اند.

این مواد فلزی بعد از تغییر شکل غیرخطی زیاد با اعمال حرارت به شکل اولیه خود برمی‌گردند و در محدوده دمای معین می‌توانند تا حدود ۱۵-۱۰٪ تحت کرنش قرار گیرند و با حذف بار به شکل اولیه خود برگردند. این خواص غیرمعمول به ترتیب حافظه حرارتی و حافظه الاستیک

منحنی پایینی نشانگر تغییرات تنش - کرنش در شرایط حذف بار هستند. حالت بارگذاری، در وضعیت (c) مانند (b) است، اما مقدار کرنش قابل ملاحظه ای پس از حذف بار باقی می ماند، به طوری که شکل اولیه نمونه با افزایش دما حاصل می گردد [۱].



شکل ۲: نمودارهای تنش - کرنش در دماهای مختلف [۱].

۳- خاصیت سوپرالاستیسیته (فوق کشسانی)

در اثر بارگذاری یک جسم در دمای $M_d > T > A_f$ و نیل به مقدار تنش σ_s^{AS} فاز مارتنزیت ناشی از تنش پدید می آید و در مقدار تنش تقریباً ثابت، طول سیم تا کرنش حدود ۸٪ افزایش می یابد (شکل ۳). این ناحیه رفتار غیرخطی ناشی از تبدیل تمام فاز آستنیت به مارتنزیت (A→S) را نشان می دهد. با حذف بار، فاز مارتنزیت به طور ارتجاعی به سطح تنش σ_s^{SA} می رسد و از این لحظه تحول فازی معکوس (S→A) رخ می دهد که نتیجه ناپایداری فاز مارتنزیت در دمای موجود است. در پایان با تبدیل کامل فاز مارتنزیت به آستنیت، سیم به طور ارتجاعی طول اولیه خود را بدست می آورد [۱۴].

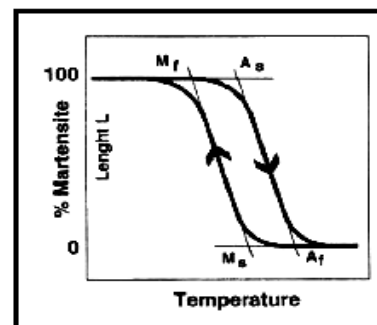
تجهیزات عایق سازی و جذب و کنترل ارتعاشات مختلف از جمله زمین لرزه در کشورهای اروپایی و ژاپن یکی دیگر از کاربردهای گسترده این مواد می باشد [۸-۱۲] قابلیت ایجاد سفتی متغیر و امکان تنظیم سفتی سیم های SMA باعث شده است که جاذب های ارتعاشی قابل تنظیم براساس سیم های SMA مورد مطالعه و بررسی قرار گیرند. امکان کنترل ارتعاشات در پهنای وسیع تری از فرکانس کاری در مقایسه با جاذب های غیرفعال، از مزیت های این کاربرد می باشد [۱۳].

هدف از این مقاله ارائه مدل جدید توسعه یافته برای پیش بینی رفتار سوپرالاستیک آنها می باشد.

۲- خاصیت حافظه دار بودن

تبدیل فاز آستنیت به مارتنزیت در طی سرد کردن آلیاژ حافظه دار (بدون وجود تنش) و عبور از دمای M_s شروع شده و در دمای کمتر از M_f درصد حجمی این فاز به ۱۰۰٪ می رسد. تشکیل فاز آستنیت در طی حرارت دادن به فاز مارتنزیت با عبور از دمای A_s آغاز شده و در دمای بیش از A_f تمام ساختار آلیاژ را در برمی گیرد. شکل ۱ تغییر درصد حجمی فاز مارتنزیت را بر حسب دما نشان می دهد. این تغییرات باعث اثر حافظه داری آلیاژ می شود.

شکل ۲ نمودار تنش - کرنش آلیاژ Ni-Ti را در دماهای مختلف نشان می دهد. منحنی آستنیت (a) مانند رفتار یک ماده معمولی به نظر می رسد و رفتار تنش - کرنش در حالت های بارگذاری و حذف بار در طول یک منحنی اتفاق می افتد. در وضعیت (b) منحنی بالایی معرف حالت بارگذاری و



شکل ۱: نمودار تحول فازی ناشی از تغییر دما [۱].

Cu-Zn-Al چند کریستاله 2 Mpa/K است. در مطالعات تجربی فوق مشاهده گردید که در حالت خمش $|\sigma_C^{AS}| \geq \sigma_T^{AS}$ است و این نتیجه به دلیل حرکت صفحه خنثی به سمت ناحیه فشار می باشد (رابطه ۲).

$$k = \frac{\sigma_C^{AS}}{\sigma_T^{AS}} > 0, \quad k = \begin{cases} 1 & \text{برای Cu-Al-Be} \\ 1.5 & \text{Ni-Ti} \\ 1.33 & \text{Cu-Zn-Al} \end{cases} \quad (2)$$

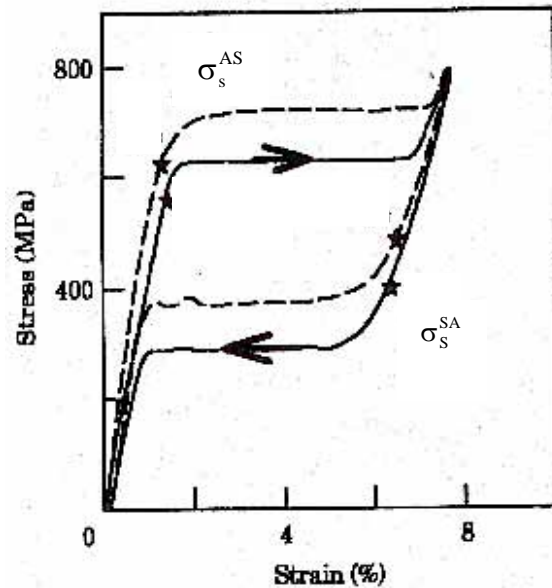
با این وجود، عدم تقارن کشش - فشار تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر شکل کلی حلقه هیستریزس تنش - کرنش ندارد و در تحلیل‌های دینامیکی شرایط تقارن را برای کشش - فشار در نظر می‌گیرند [۱۶]. نتیجه دیگر این بوده است که پارامتر k مستقل از درجه حرارت می‌باشد و از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{d\sigma_C^{AS}}{dT} = -km. \quad (3)$$

۵- قابلیت میرایی

مواد کاملاً ویسکوالاستیک قابلیت میرایی بالایی دارند، اما اغلب از استحکام کافی برخوردار نیستند. آلیاژهای حافظه‌دار موادی هستند که خاصیت میرایی بالا با استحکام نسبتاً زیاد را به همراه دارند. تحول فازی مارتنزیتی SMA باعث اتلاف انرژی بالا در این آلیاژها می‌شود. میرایی فاز آستنیت کم است، اما اگر تحول فاز ناشی از القاء تنش و یا حرارت صورت گیرد، فاز مارتنزیت شکل می‌گیرد و باعث جذب و اتلاف انرژی می‌شود. میرایی فاز مارتنزیت به علت جهت‌گیری مجدد دوقلوهای مارتنزیت تحت تنش کاملاً زیاد است.

خاصیت میرایی آلیاژهای NiTi حداقل ده برابر بیشتر از آلیاژهای معمولی مانند فولاد، آلومینیوم و برنج است. ظرفیت ویژه میرایی این مواد در مقایسه با چدن خاکستری (۱۰ تا ۱۲٪) حدود ۴۰٪ می‌باشد که بسیار نزدیک به پلاستیک سخت است. پس از وقوع تحول فازی $S \rightarrow A$ در طی بارگذاری و تحول معکوس آن یعنی $A \rightarrow S$ در طی باربرداری و حذف کامل تغییر شکل‌های غیرخطی، سطح هیستریزس تنش - کرنش که معادل انرژی اتلافی در واحد حجم مربوط به تحول فاز در یک سیکل است، تشکیل می‌شود. دمای استحاله (A_f) و حلقه هیستریزس با



شکل ۳: نمودار تنش - کرنش سوپرالاستیک آلیاژ حافظه‌دار [۱۴].

به این ترتیب تحول فازی ناشی از القاء تنش در دمای ثابت، باعث شکل‌گیری رفتار سوپرالاستیک و حلقه هیستریزس می‌شود. حلقه هیستریزس ناشی از انرژی فصل مشترک بین فازها، عیوب شبکه‌ای مانند: جابجایی‌ها، عیوب ارتجاعی فازها، اندرکنش ارتجاعی فازهای متفاوت مجاور و ... می‌باشد.

۴- اثر دما بر رفتار سوپرالاستیک

در یکی از تحقیقات منتشر شده، نتایج آزمون‌های کشش در دماهای مختلف برای سه ماده متفاوت نشان می‌دهند که وابستگی تنش‌های بحرانی σ_T^{AS} و σ_T^{SA} به دما تقریباً خطی است [۱۵] (مثل رابطه ۱).

$$m = \frac{d\sigma_T^{AS}}{dT} \sim \begin{cases} 2 \text{ Mpa/K} & \text{برای Cu-Al-Be} \\ 5 \text{ Mpa/K} & \text{برای Ni-Ti} \\ 2.4 \text{ Mpa/K} & \text{برای Cu-Zn-Al} \end{cases} \quad (1)$$

وابستگی σ_T^{SA} به دما برای آلیاژهای Cu-Al-Be تک کریستاله و Ni-Ti تقریباً مشابه σ_T^{AS} می‌باشد و برای آلیاژ

مطالعات دیگری نیز به منظور بررسی اثرات دامنه کرنش، فرکانس و اندازه دامنه‌ها بر قابلیت میرایی آلیاژ مارتنزیتی CuZnAlNi صورت گرفته و برخی نتایج بدست آمده به شرح زیر است [۸]:

(۱) رفتار ماده غیرخطی است و مدول کشسانی مؤثر به طور چشمگیری با کرنش کاهش می‌یابد،
 (۲) میرایی تابع دامنه کرنش است و در کرنش‌های بالاتر پایدار می‌شود و مقدار میرایی معادل ۱۲٪ حاصل می‌شود،

(۳) سیکل‌های تنش - کرنش برای کرنش‌های کمتر از ۲٪ پایدار هستند و برای سطح تنش‌های بزرگتر، حلقه‌های تنش - کرنش به فرکانس آزمایش بستگی دارند،

(۴) آلیاژهای CuZnAl قابلیت میرایی بالایی دارند و افزایش حدود ۱ تا ۲٪ نیکل باعث پایداری این قابلیت می‌شود و

(۵) افزایش اندازه دانه‌ها باعث افزایش ظرفیت میرایی و افزایش دماهای استحاله می‌شود.

با نتایج فوق، بکارگیری این ماده برای عایق‌سازی و جذب انرژی حاصل از زمین‌لرزه مناسب تشخیص داده شده است. در همین رابطه با اجرای آزمون پیچش بر روی میله‌های مختلف NiTi و اعمال تغییر شکل‌های متناوب سینوسی نتایج زیر حاصل گردید [۹]:

(۱) رفتار مکانیکی میله‌های SMA تحت اثر پیچش در حالت مارتنزیت مستقل از فرکانس بارگذاری است و در فاز آستنیت اندکی به آن بستگی دارد،

(۲) اتلاف انرژی در واحد وزن، با افزایش دامنه کرنش بیشتر از حالت خطی افزایش می‌یابد و مقدار آن برای فاز مارتنزیت بیشتر از فاز آستنیت است،

(۳) اثر میرایی فاز مارتنزیت در ارتعاش تا میرایی معادل حدود ۱۷٪ است، در حالی که برای فاز آستنیت کم و تا حدود ۵-۶٪ می‌باشد،

(۴) فاز آستنیت در وضعیت تقریباً سوپرالاستیک، پس از ایجاد حداکثر تغییر شکل ۱۰٪، تغییر شکل پس‌ماند ناچیزی بعد از حذف کامل بار از خود نشان می‌دهد و

تغییر فرآیند ترمومکانیکی، ترکیب شیمیایی و فرآوری آلیاژ و نیز کاربرد آن در محدوده وسیعی تغییر می‌کنند.

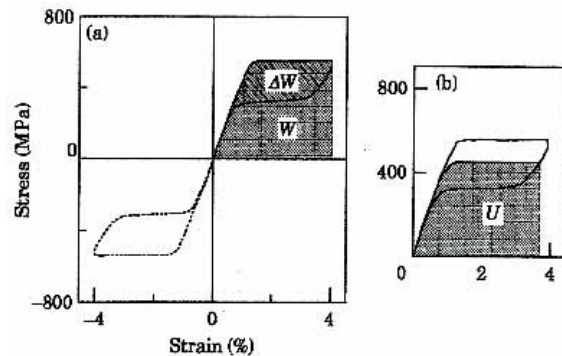
اگر ΔW ، انرژی اتلافی در یک سیکل اعمال تنش بر حسب $J/m^3/cycle$ و W حداکثر انرژی کرنشی به ازاء ϵ_{max} باشد، برای مواد ویسکوالاستیک خطی با میرایی کم، حداکثر انرژی پتانسیل (U) برابر است با $U = \frac{1}{2} \epsilon_{max} \sigma_{max}$ و برای مواد غیرخطی رابطه دقیق‌تر عبارت است از:

$$U = W - \frac{1}{2} \Delta W . \quad (4)$$

به این ترتیب ضریب اتلاف برابر است با:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\Delta W}{U} \right) . \quad (5)$$

ضریب ۲ در صورت کسر بیانگر چرخه کامل کشش-فشار است [۱۴].



شکل ۴: (a) منحنی فوق کشسان تنش - کرنش، W و ΔW (b) حداکثر انرژی پتانسیل [۱۴].

بررسی‌ها نشان داده‌اند که افزایش دما تأثیری بر انرژی اتلافی ندارد، اما ضریب اتلاف با افزایش دما کاهش یافته و انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد، در حالی که افزایش انرژی پتانسیل ضریب اتلاف را اندکی کاهش می‌دهد. ضریب اتلاف و انرژی اتلافی با افزایش دامنه کرنش افزایش می‌یابند. افزایش فرکانس از ۰/۱ تا ۰/۱ HZ باعث افزایش سطح هیستریزس و انرژی اتلافی شده است و در فرکانس‌های بالاتر سطح هیستریزس و انرژی اتلافی کاهش می‌یابد، زیرا تحول فازی بیشتری رخ می‌دهد و با افزایش دامنه انرژی بیشتری ایجاد می‌شود و این اثرات در دامنه‌های بزرگتر آشکارتر هستند [۱۴].

مزیت‌های قابل ملاحظه‌ای به چشم می‌خورد. حداقل اطلاعات مورد نیاز از ماده، سادگی روابط، تطابق خوب آزمون‌های تجربی و شبیه‌سازی موجود و امکان پیش‌بینی رفتار سوپرالاستیک آلیاژهای حافظه‌دار مختلف از مزیت‌های مدل هستند [۱۷].

این مدل بر مبنای روش گسسته زمانی و انتخاب کرنش به عنوان متغیر قابل کنترل ایجاد شده است. در ضمن فرآیند استحاله در دمای ثابت می‌باشد و شرایط تقارن برای کشش و فشار در نظر گرفته می‌شود.

۶-۱- مدل پیوسته زمانی

معادلات استحاله حاکم بر تحول فاز از آستنیت به مارتنزیت (A→S) و برعکس مارتنزیت به آستنیت (S→A) عبارتند از:

$$\sigma_s^{AS} < |\sigma| < \sigma_f^{AS} \quad \text{و} \quad \dot{\sigma} > 0, \quad (6)$$

$$\dot{\xi}_S = -(1 - \xi_S) \frac{|\dot{\sigma}|}{|\sigma| - \sigma_f^{AS}}, \quad (7)$$

$$\sigma_f^{SA} < |\sigma| < \sigma_s^{SA} \quad \text{و} \quad \dot{\sigma} < 0, \quad (8)$$

$$\dot{\xi}_S = \xi_S \frac{|\dot{\sigma}|}{|\sigma| - \sigma_f^{SA}}. \quad (9)$$

کرنش طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon_L \xi_S \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (10)$$

$$\sigma = E \varepsilon^e, \quad (11)$$

که در آن، ε^e کرنش ارتجاعی، ε_L حداکثر کرنش پسماند و $\operatorname{sgn}(\cdot)$ تابع علامت می‌باشند. به عبارت دیگر ε_L حداکثر تغییر شکل ممکن در اثر تجزیه دوقلوهای مارتنزیت و جهت‌گیری مارتنزیت‌های یک متغیره در یک سو می‌باشد.

SMA به عنوان ماده مرکب با کسر حجمی ξ_S برای مارتنزیت و $(1 - \xi_S)$ برای آستنیت در نظر گرفته شده و برای تعیین خواص کشسانی کلی آن از تئوری همگن‌سازی استفاده می‌شود. لذا با استفاده از مدل راس^{۱۲} که حد پائینی را برای محاسبه مدول کشسانی در نظر می‌گیرد، رابطه (۱۲) برای E در حالت تنش یک بعدی بدست می‌آید.

(۵) مقاومت خستگی در اثر کرنش‌های بزرگ برای میله‌های آستنیت، قابل ملاحظه (صدها سیکل) و برای میله‌های مارتنزیت، فوق‌العاده خوب (هزاران سیکل) می‌باشد. در هر دو حالت رفتار سیکلی بسیار پایدار و قابل تکرار است.

مطالعات فوق جهت بررسی بکارگیری این آلیاژ برای حفاظت در مقابل زمین‌لرزه صورت گرفته است.

۶- مدل رفتار سوپرالاستیک آلیاژهای حافظه‌دار

با کاربرد روزافزون آلیاژهای حافظه‌دار، مدل‌های ساختاری متعددی برای نمایش رفتار مکانیکی، ترمومکانیکی آنها ارائه شده‌اند. برخی از این مدل‌ها توسط آریکیو^۱ [۲، ۳ و ۱۷]، آبیارانت^۲ و نولز^۳ [۱۸]، برینسون^۴ [۱۹]، فالک^۵ و کونوپکا^۶ [۲۰]، مولر^۷ و زو^۸ [۲۱]، لکسلنت^۹ و رانیکی^{۱۰} [۲۲] و تاناکا^{۱۱} [۲۳ و ۲۴] پیشنهاد گردیده‌اند که در اغلب آنها مشخصه‌های ترمودینامیکی ماده در روابط حضور دارند.

مدل‌های میکرو به بررسی و توصیف پدیده‌های درون ماده در مقیاس میکرو مانند حرکت مرزها، رشد دوقلوها، عیوب شبکه‌ای، اندرکنش ارتجاعی فازهای مجاور و تأثیر آنها در کسر حجمی مارتنزیت و سایر متغیرهای داخلی می‌پردازند. مدل‌های میکرو-ماکروالمان‌های میکرومکانیکی مانند متغیرهای مارتنزیت را با مشخصه‌های ترمودینامیکی ماکرو ترکیب می‌کنند. مدل‌های ماکرو قادر هستند برخی از مشخصه‌های ماکروسکوپی اصلی SMA را تعیین کنند و از آنها اغلب برای مطالعات مکانیکی و پیش‌بینی رفتار مواد، بدون توجه موشکافانه به ریزساختار آن استفاده می‌شود و به جای ترمودینامیک آماری، پارامترهای ترمودینامیک کلاسیک را بکار می‌برند.

آریکیو و همکارانش از سال ۱۹۹۵ تحقیقات متعدد و پیوسته‌ای را در زمینه مدل‌سازی رفتار مکانیکی آلیاژهای حافظه‌دار انجام داده‌اند. در یکی از مدل‌های ایشان

1 - Auricchio
2 - Abeyarante
3 - Knowels
4 - Brinson
5 - Falk
6 - Konopka
7 - Muller
8 - Xu
9 - LExcellent
10 - Raniecki
11 - Tanaka et al-

در فرآیند $A \rightarrow S$ ، $\lambda_S > 0$ است و از دو ریشه معادله درجه دو، X_2 جواب قابل قبول است.

برای تحول فازی $S \rightarrow A$ (باربرداری)، ضرایب به شکل زیر هستند و از آنجا که در این فرآیند $\lambda_S < 0$ است، X_2 (کوچکترین ریشه معادله) جواب صحیح می‌باشد:

$$\begin{aligned} A &= C_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{SA} \right) \\ B &= \xi_S \left[C_1 |\sigma_n| + E_A \varepsilon_L \right] + D_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{SA} \right) \\ C &= \xi_S \left[D_1 |\sigma_n| - E_A \left(|\varepsilon| - \varepsilon_L \xi_{S,n} \right) \right] \\ &= -\xi_S E_A \left(|\varepsilon| - |\varepsilon_n| \right) \end{aligned} \quad (23)$$

۶-۳- الگوریتم حل

برای حل مدل گسسته زمانی از یک الگوریتم برگشتی استفاده شده که بر اساس روش پیش‌بینی الاستیک و تصحیح غیرالاستیک عمل می‌کند، یعنی در ابتدا یک حالت کاملاً الاستیک محاسبه می‌شود و سپس اگر آن حالت مدل ساختار را نقض کند، براساس حالت مبنای اولیه، تصحیح غیرالاستیک صورت می‌گیرد [۱۷].

برای موضوع مورد بحث که شامل تحول فاز می‌باشد، دو حالت مبنای محاسبه می‌شوند. حالت اول مربوط به شرایط بدون تحول فاز و حالت دوم برای تحول فاز کامل است. اگر تنش محاسبه شده شرایط حالت اول و یا دوم را تأمین کند، E از مدل راس بدست می‌آید. اما اگر مقدار تنش از شرایط حالت اول عبور کرده و وارد شرایط حالت دوم نشده است، ماده در حال تحول فاز است و از مدل تانژانتی برای محاسبه پارامترهای مدل استفاده شده و با تعیین ξ_S ، مقدار E از مدل راس بدست می‌آید. در این مدل کمیت‌هایی که با زیرنویس n هستند، مربوط به گام زمانی t_n و کمیت‌های بدون زیرنویس، متعلق به گام زمانی بعد (t_{n+1}) می‌باشند.

اینک الگوریتم حل به اختصار ارائه می‌گردد:

(۱) تعیین اطلاعات اولیه ماده یعنی تنش‌های آغاز و

پایان استحاله و E_A و E_S

(۲) تشخیص بارگذاری یا باربرداری:

If $(\varepsilon - \varepsilon_n) > 0 \Rightarrow \text{Loading}$

If $(\varepsilon - \varepsilon_n) < 0 \Rightarrow \text{Unloading}$

(۳) تشخیص تحول فاز

$$E = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_S} \quad (12)$$

۶-۲- مدل گسسته زمانی

معادلات استحاله (۷) و (۹) به کمک روش برگشتی اولر^۱، برای انتگرال‌گیری در مدل گسسته زمانی به معادلات زیر تبدیل می‌شوند:

$$\Re^{AS} = \lambda_S \left(|\sigma| - \sigma_f^{AS} \right) + (1 - \xi_S) \left(|\sigma| - |\sigma_n| \right) = 0, \quad (13)$$

$$\Re^{SA} = \lambda_S \left(|\sigma| - \sigma_f^{SA} \right) - \xi_S \left(|\sigma| - |\sigma_n| \right) = 0, \quad (14)$$

به طوری که، λ_S نمو کسر حجمی مارتنزیت در طول یک گام زمانی می‌باشد. همچنین داریم:

$$\xi_S = \xi_{S,n} + \lambda_S, \quad (15)$$

$$\lambda_S = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\xi}_S dt. \quad (16)$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) در معادلات (۱۳) و (۱۴) دو معادله یکسان، با ضرایب متفاوت، برای تحول‌های فازی $A \rightarrow S$ و $S \rightarrow A$ بدست می‌آیند:

$$\frac{A\lambda_S^2 + B\lambda_S + C}{D\lambda_S + E} = 0. \quad (17)$$

لذا، پاسخ معادله‌های استحاله گسسته زمانی از رابطه (۱۸) نتیجه می‌شود:

$$A\lambda_S^2 + B\lambda_S + C = 0, \quad (18)$$

که جواب‌های آن عبارتند از:

$$X_1 = \frac{Q}{A'}, \quad X_2 = \frac{C}{Q}, \quad (19)$$

$$Q = -\frac{1}{2} \left[B + \text{sgn}(B) \sqrt{B^2 - 4AC} \right]. \quad (20)$$

در روابط فوق، برای تحول فازی $A \rightarrow S$ (بارگذاری)، ضرایب به شکل زیر هستند:

$$\begin{aligned} A &= C_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{AS} \right) \\ B &= -(1 - \xi_S) \left[C_1 |\sigma_n| + E_A \varepsilon_L \right] + D_1 \left(|\sigma_n| - \sigma_f^{AS} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C &= -(1 - \xi_S) \left[D_1 |\sigma_n| - E_A \left(|\varepsilon| - \varepsilon_L \xi_{S,n} \right) \right] \\ &= (1 - \xi_S) E_A \left(|\varepsilon| - |\varepsilon_n| \right) \end{aligned}$$

$$C_1 = \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right), \quad D_1 = 1 + C_1 \xi_{S,n}. \quad (22)$$

If $|\sigma^{TR.1}| > \sigma_s^{SA}$ then

$$\xi_s = \xi_{S,n}$$

solution found

else if $|\sigma^{TR.2}| < \sigma_f^{AS}$ and $\varepsilon\sigma^{TR.2} > 0$ then

$$\xi_s = 0$$

solution found

else

solve discrete $S \rightarrow A$ evolutionary equation

to find admissible solution

end if

(۴) محاسبه مدول تانژانتی برای وضعیت فعال تحول فاز در روابط فوق بالانویس های TR.2, TR.1 در پارامترهای مختلف، نشانگر مقادیر آنها برای دو حالت فرضی اول و دوم هستند.

۴-۶-۴-۴ مدول تانژانتی

مدول تانژانتی برای محاسبه مقدار نمو تنش در طی تحول فاز برای یک گام زمانی بکار می رود. نمو تنش در یک گام زمانی را از رابطه الاستیک (۱۱) می توان نتیجه گرفت:

$$d\sigma = dE[\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \operatorname{sgn}(\varepsilon)] + E d\varepsilon - E \varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon) d\lambda_s \quad (۲۴)$$

که در آن، ε مقدار کرنش در لحظه آغاز گام بعدی می باشد.

با فرض:

$$dE = E^* d\lambda_s, \quad (۲۵)$$

$$d\lambda_s = H d\varepsilon, \quad (۲۶)$$

رابطه (۲۴) به شکل زیر خواهد بود:

$$d\sigma = E^T d\varepsilon, \quad (۲۷)$$

که در آن، E^T ، مدول کشسانی تانژانتی، از رابطه زیر بدست می آید:

$$E^T = E + H \{ E^* [\varepsilon - \varepsilon_L \xi_s \operatorname{sgn}(\varepsilon)] - E \varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon) \} \quad (۲۸)$$

و E^* از مدول راس تعیین شده است:

$$E^* = E_A \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \left[1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_s \right]^{-2}. \quad (۲۹)$$

(۱-۳) وضعیت بارگذاری (تحول فازی $A \rightarrow S$)

(۱-۱-۳) محاسبات برای دو حالت مبنا

حالت مبنای اول: عدم تغییر فاز

$$\xi_s^{TR.1} = \xi_{S,n}$$

$$E^{TR.1} = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_{S,n}}$$

$$\sigma^{TR.1} = E^{TR.1} [\varepsilon - \xi_{S,n} \varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon)]$$

حالت مبنای دوم: تغییر فاز کامل

$$\xi_s^{TR.2} = 1$$

$$E^{TR.2} = E_S$$

$$\sigma^{TR.2} = E^{TR.2} [\varepsilon - \varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon)]$$

(۲-۱-۳) بررسی حالت های مبنا

If $|\sigma^{TR.1}| < \sigma_s^{AS}$ then

$$\xi_s = \xi_{S,n}$$

else if $|\sigma^{TR.2}| < \sigma_f^{AS}$ and $\varepsilon\sigma^{TR.2} > 0$ then

$$\xi_s = 1$$

solution found

else

solve discrete $A \rightarrow S$ evolutionary equation

to find admissible solution

end if

(۲-۳) وضعیت باربرداری (تحول فازی معکوس $S \rightarrow A$)

(۱-۲-۳) محاسبات برای دو حالت مبنا

حالت مبنای اول: عدم تغییر فاز

$$\xi_s^{TR.1} = \xi_{S,n}$$

$$E^{TR.1} = \frac{E_A}{1 + \left(\frac{E_A}{E_S} - 1 \right) \xi_{S,n}}$$

$$\sigma^{TR.1} = E^{TR.1} [\varepsilon - \xi_{S,n} \varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon)]$$

حالت مبنای دوم: تغییر فاز کامل

$$\xi_s^{TR.2} = 0$$

$$E^{TR.2} = E_A$$

$$\sigma^{TR.2} = E^{TR.2} \varepsilon$$

(۲-۲-۳) بررسی حالت های مبنا

۷- بارگذاری و باربرداری نسبی

چنانچه شرایط بارگذاری و یا باربرداری منجر به تغییرات تنش - کرنش در داخل حلقه هیستریزس شود، رفتار مکانیکی ماده چگونه خواهد بود؟

مولر با استفاده از یک مدل ساختاری میکرومکانیکی نحوه شکل‌گیری حلقه‌های داخلی را نشان داده‌اند [۲۱].
 آزمون‌های تجربی برای ایجاد مدل، بر روی آلیاژ تک کریستاله CuZnAl بوده است. حلقه‌های هیستریزس شامل حالت‌های نیمه پایدار هستند که پایداری خود را در روی یک خط تعادل فاز از دست می‌دهند. در مدل مزبور حلقه‌های هیستریزس دو خطی هستند و قطر واصل نقطه سمت چپ بالایی حلقه به نقطه سمت راست پایینی، خط تعادل ناپایدار فازهای آستنیت و مارتنزیت است و به خط تحریک معروف است [۲۵]. وقتی که متغیرهای حالت خط تحریک را در موقعیت پایین خود قطع کنند، وضعیت باربرداری برقرار است و تبدیل فاز معکوس (S→A) صورت می‌پذیرد (شکل ۶). این شکل رفتار بار - تغییر مکان را برای شروع حذف بار در سه نقطه مختلف نشان می‌دهد.

مقدار H از خطی سازی معادله استحاله گسسته نظیر تحول فاز فعال یعنی جایگذاری معادلات (۱۰) و (۱۱) در روابط (۱۳) و (۱۴) نتیجه می‌شود:

$$A \rightarrow S: H = H^{AS} = \tag{30}$$

$$= \frac{(1 - \xi_{S,n})E}{(1 - \xi_{S,n})\{E^*[\varepsilon - \varepsilon_L \xi_S \operatorname{sgn}(\varepsilon)] - E\varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon)\} + |\sigma_n| - \sigma_f^{AS}}$$

$$S \rightarrow A: H = H^{SA} = \tag{31}$$

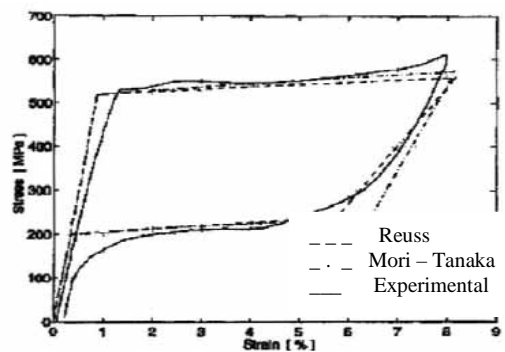
$$= \frac{\xi_{S,n}E}{-\xi_{S,n}\{E^*[\varepsilon - \varepsilon_L \xi_S \operatorname{sgn}(\varepsilon)] - E\varepsilon_L \operatorname{sgn}(\varepsilon)\} + |\sigma_n| - \sigma_f^{SA}}$$

نمودار تنش - کرنش حاصل از اجرای این مدل برای آلیاژ Ni-Ti با مشخصات زیر (ماده نمونه (۱)) در شکل ۵ نشان داده شده است:

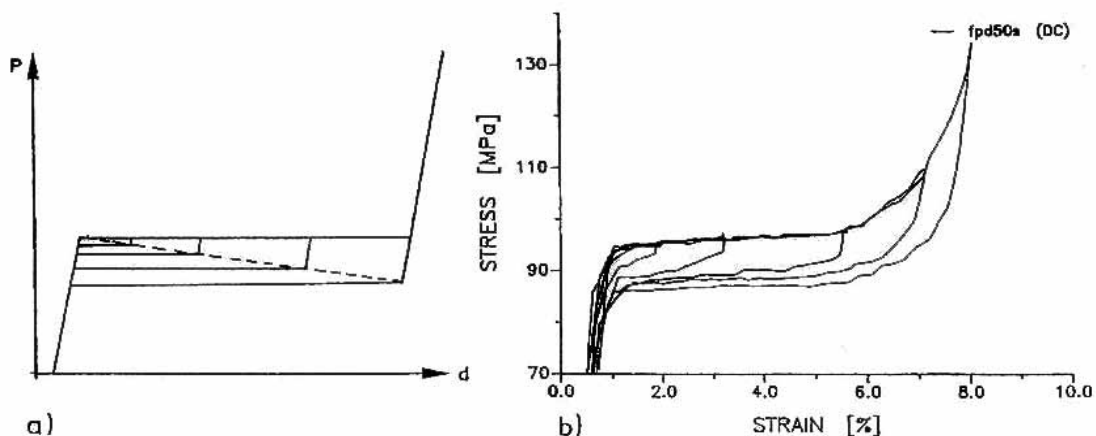
$$E_A = 60,000 \text{ MPa}, \quad E_S = 7500 \text{ MPa}, \quad \varepsilon_L = 8\%$$

$$\sigma_s^{AS} = 520 \text{ MPa}, \quad \sigma_f^{AS} = 600 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s^{SA} = 240 \text{ MPa}, \quad \sigma_f^{SA} = 200 \text{ MPa}$$



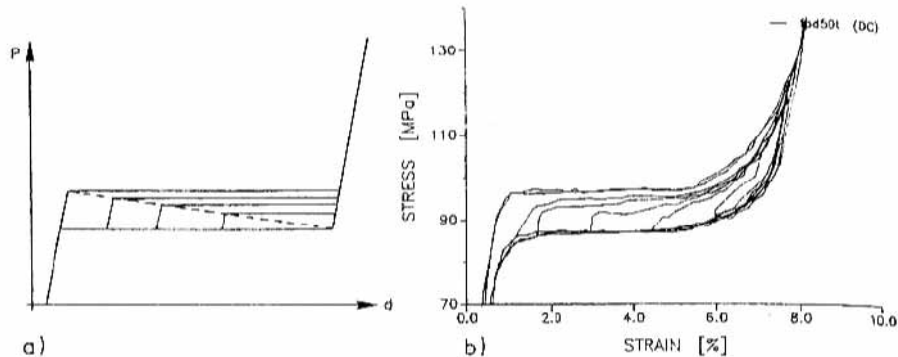
شکل ۵: نمودار تنش کششی - کرنش تئوری و تجربی آلیاژ NiTi [۱۷].



شکل ۶: باربرداری پس از تسلیم جزئی (a) تئوری (b) تجربی [۲۱].

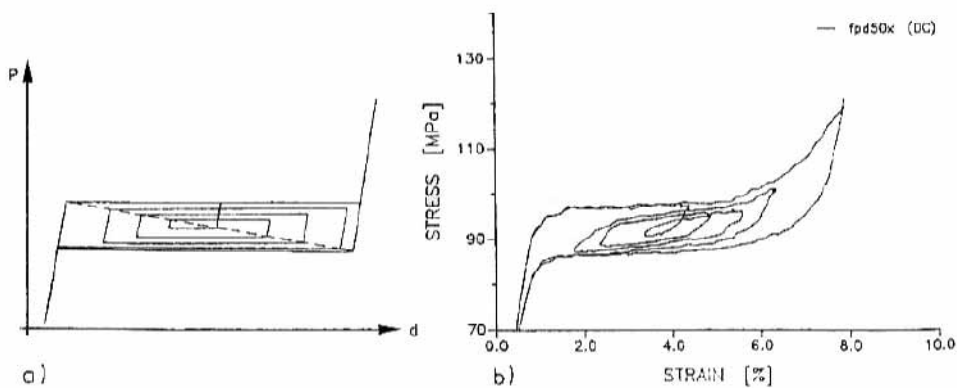
در این شکل رفتار بار - تغییر مکان پس از حذف نسبی بار و بارگذاری مجدد در سه نقطه مختلف مشاهده می‌شود.

هنگامی که متغیرهای حالت خط تحریک را در موقعیت بالای خود قطع کنند، وضعیت بارگذاری برقرار است و تبدیل فاز مارتنزیتی (A→S) صورت می‌گیرد شکل ۷.



شکل ۷: بارگذاری مجدد پس از بازیافت نسبی (a) تئوری (b) تجربی [۲۱]

شکل ۸ تسلیم و بازیافت نسبی در اثر ادامه بارگذاری و حذف نسبی بار در اطراف خط تحریک را نشان می‌دهد.



شکل ۸: حلقه‌های داخلی هیستریزس (a) تئوری (b) تجربی [۲۱].

می‌گیرد (ناحیه FG). به طور مشابه، اگر در نقطه G بارگذاری مجدد آغاز شود، ماده در طول ناحیه GH پاسخ کشسانی با مدول ثابت از خود نشان می‌دهد تا اینکه خط تحریک را قطع کند و در صورت ادامه بارگذاری، رفتار غیرخطی مبنی بر تحول فازی A→S و افزایش درصد حجمی فاز مارتنزیت مشاهده می‌شود (ناحیه HI). با حذف بار مجدد و ادامه آن تا نقطه K، درصد حجمی فاز مارتنزیت به صفر می‌رسد و آلیاژ حافظه‌دار با فاز آستنیت ۱۰۰٪ شکل اولیه خود را می‌یابد.

۸- مدل توسعه یافته آریکیو-مولر^۱

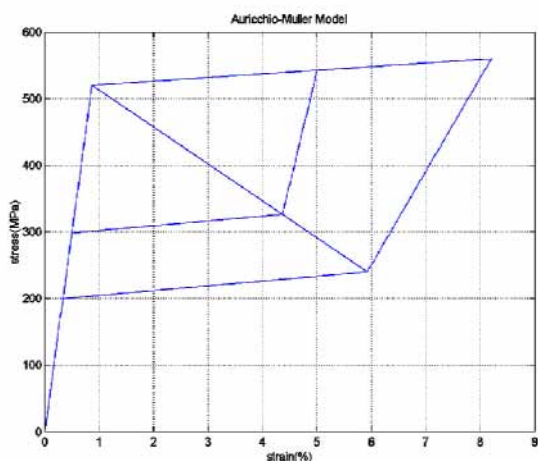
در این تحقیق مدلی برای پیش‌بینی رفتار تنش - کرنش سوپرالاستیک مبنی بر مدل‌های آریکیو و مولر تهیه شده است. شکل ۹ حلقه هیستریزس کامل و حلقه‌های هیستریزس داخلی حاصل از اجرای این مدل برای آلیاژ NiTi (ماده نمونه (۱)) را نشان می‌دهد. در این شکل، حلقه‌های داخلی از نقطه E با مقدار کرنش ۵٪ و حذف بار آغاز می‌شوند. در طول ناحیه EF ماده رفتار کشسانی با مدول ثابت از خود نشان می‌دهد. پس از برخورد با خط تحریک و ادامه باربرداری، پاسخ غیرخطی مبنی بر تحول فازی S→A و کاهش درصد حجمی فاز مارتنزیت صورت

¹ - Auricchio-Muller

اجرای مرحله تحول فاز $S \rightarrow A$ از مدل A
 ۲-۲-۴) کرنش در ناحیه مثلث بالا مانند IJ و عدم
 تغییر فاز (ξ_S و E ثابت)
 ۲-۲-۵) کرنش در ناحیه مثلث پایین مانند JK (تحول
 فاز $S \rightarrow A$)
 اجرای مرحله تحول فاز $S \rightarrow A$ از مدل A
 ۳) محاسبه انرژی اتلافی، انرژی پتانسیل و ضریب
 اتلاف

۹- بررسی نتایج

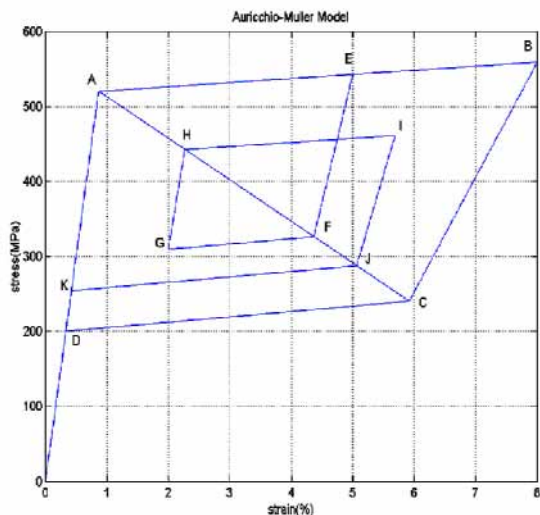
اکنون مدل توسعه یافته آریکیو-مولر (نتیجه تحقیق حاضر)
 را در شرایط مختلف اجرا نموده و نتایج آن با مطالعات
 تئوری و تجربی مذکور مورد مقایسه قرار می‌گیرد.
 برای نمایش بهتر مدل، دو حلقه هیستریزس کامل در
 شکل ۱۰ نشان داده شده است. حلقه داخلی نظیر
 $\varepsilon_{max} = 0.5$ می‌باشد.



شکل ۱۰: دو حلقه هیستریزس کامل مدل (A-M).

نتایج به دست آمده عبارتند از:

- ۱- با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که مدل تهیه شده انتظارات و ویژگی‌های موجود در مدل‌های A و M را تأمین می‌کند.
- ۲- چگونگی تغییرات E نسبت به ξ_S و ε در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ ارائه شده است. شکل ۱۱ تغییر مدول کشسانی مطابق مدل راس را نشان می‌دهد.



شکل ۹: حلقه‌های هیستریزس داخلی مدل آریکیو-مولر.

الگوریتم حل مدل مزبور شامل مراحل زیر است
 ۱) اطلاعات اولیه ماده یعنی تنش‌های آغاز و پایان

استحاله و E_A و E_S

۲) تشخیص وضعیت بارگذاری یا باربرداری برای گام
 کرنش

۱-۲) حالت بارگذاری

۲-۱-۱) کرنش در ناحیه خطی OA (شکل ۹)

$$\xi_S = 0 \quad \text{و} \quad E = E_A$$

۲-۱-۲) کرنش در ناحیه AB (تحول فاز $A \rightarrow S$)

اجرای مرحله تحول فاز $A \rightarrow S$ از مدل (A) (آریکیو)

۲-۱-۳) کرنش در ناحیه BL

$$\xi_S = 1 \quad \text{و} \quad E = E_S$$

۲-۱-۴) کرنش در ناحیه مثلث پایین مانند GH و

عدم تغییر فاز (ξ_S و E ثابت)

۲-۱-۵) کرنش در ناحیه مثلث بالا مانند HI (تحول

فاز $A \rightarrow S$)

اجرای مرحله تحول فاز $A \rightarrow S$ از مدل A

۲-۲) حالت باربرداری

۲-۲-۱) کرنش در ناحیه LC

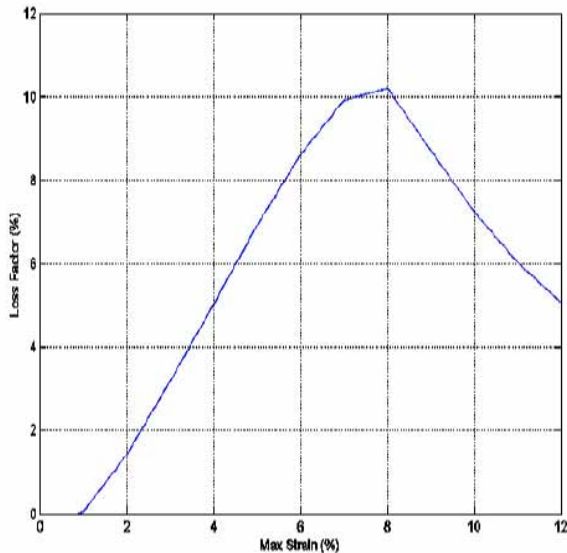
$$\xi_S = 1 \quad \text{و} \quad E = E_S$$

۲-۲-۲) کرنش در ناحیه DO

$$\xi_S = 0 \quad \text{و} \quad E = E_A$$

۲-۲-۳) کرنش در ناحیه CD (تحول فاز $S \rightarrow A$)

۳- نمودار تغییر η بر حسب ε_{\max} در شکل ۱۳ آمده است. کاهش ضریب اتلاف پس از نیل به مقدار معینی برای ε_{\max} ، بدلیل افزایش کامل و توقف ΔW در اثر وقوع استحاله کامل مارتنزیتی و پس از آن ادامه افزایش انرژی پتانسیل می‌باشد.



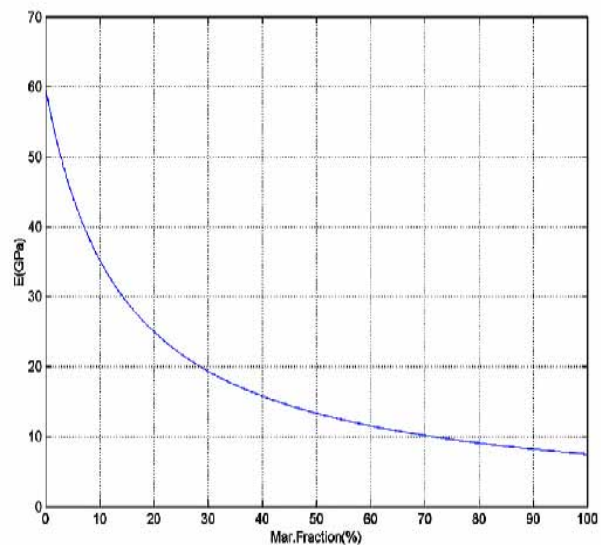
شکل ۱۳: نمودار η بر حسب ε_{\max} .

در ادامه، نمودار تنش - کرنش ماده نمونه (۱) در دمای T_0 (دمای مینا) و $T_0+10^\circ\text{C}$ در نظر گرفته می‌شود. تنش‌های استحاله طبق رابطه (۱) به ترتیب زیر می‌باشند.

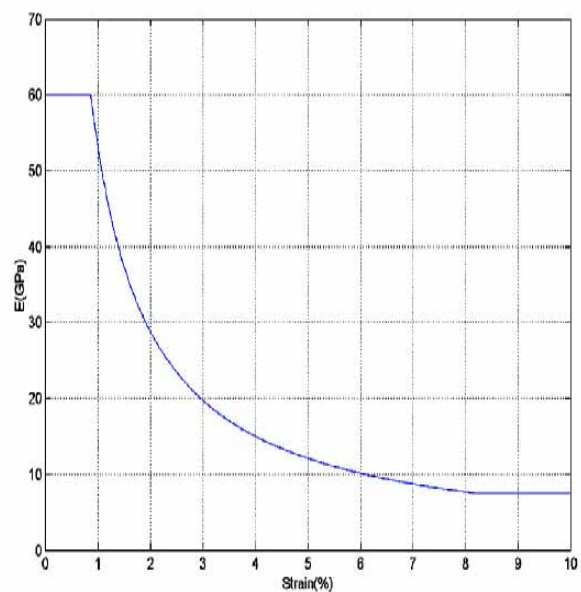
$$\begin{aligned}\sigma_s^{AS} &= 570 \text{ MPa} & \sigma_f^{AS} &= 610 \text{ MPa} \\ \sigma_s^{SA} &= 290 \text{ MPa} & \sigma_f^{SA} &= 250 \text{ MPa}\end{aligned}$$

۴- نمودار تغییر ΔW بر حسب ε برای دماهای T_0 و $T_0+10^\circ\text{C}$ در شکل ۱۴ ارائه شده است. کاهش مقدار ΔW به ازای کرنش یکسان برای دمای بالاتر نسبت به دمای T_0 ، بدلیل جابجایی نمودار تنش - کرنش به سمت بالا است. تقاطع دو منحنی در $\varepsilon = 0.8\%$ ناشی از به حداکثر رسیدن ΔW مربوط به دمای T_0 به ازای حداکثر کرنش متناظر با استحاله کامل مارتنزیتی می‌باشد.

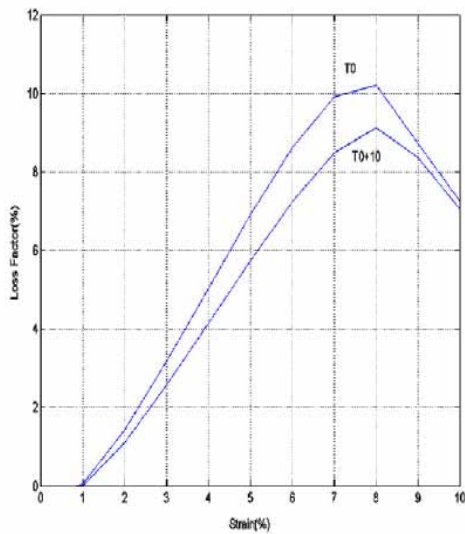
در شکل ۱۲ نمودار مدول کشسانی ماده نمونه (۱) در تغییرات پیوسته کرنش از ۰ تا ۱۰٪ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار E تا انتهای ناحیه کشسانی مربوط به فاز آستنیت ($\xi_S = 0$)، برابر E_A است و با تغییر غیرخطی آن در اثر پیشرفت رو به جلو تحول فازی $A \rightarrow S$ ، در شرایط استحاله کامل مارتنزیتی ($\xi_S = 1$)، مدول کشسانی به مقدار E_S می‌رسد.



شکل ۱۱: نمودار E بر حسب ξ_S .



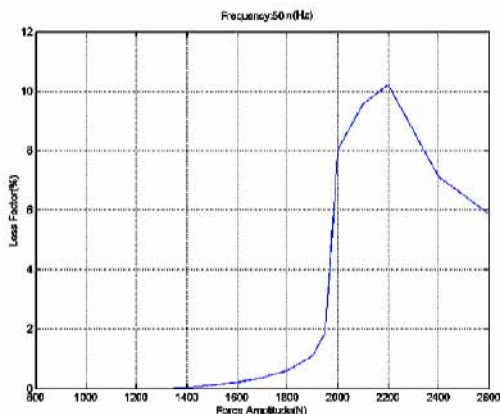
شکل ۱۲: نمودار E بر حسب ε .



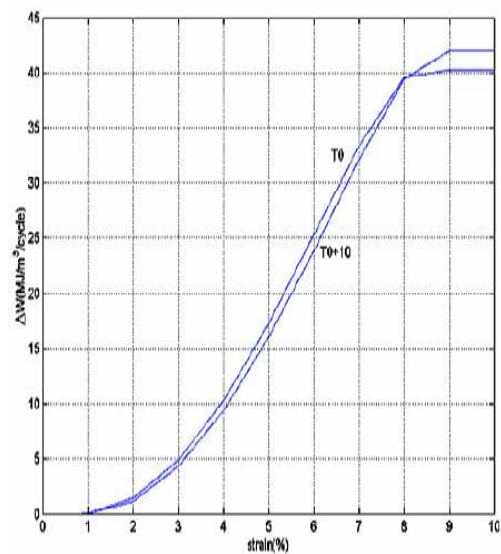
شکل ۱۶: نمودار η بر حسب ϵ .

نتایج ردیف‌های ۵ و ۶ تطابق خوبی با مشاهدات تجربی دارند [۸، ۱۴ و ۱۶]. در سه شکل اخیر دیده می‌شود که ضریب اتلاف، انرژی اتلافی و انرژی پتانسیل با افزایش دامنه کرنش افزایش یافته‌اند. هر سه مورد با نتایج آزمون‌های تجربی موافقت دارند [۸ و ۱۴]. با اعمال بار هارمونیک به ماده نمونه (۱) موارد زیر حاصل گردید.

۷- نمودار η بر حسب دامنه تحریک (F_0) در فرکانس معین نشان می‌دهد که ضریب اتلاف با افزایش دامنه تحریک (F_0) تا نقطه مشخصی، افزایش می‌یابد. این مقدار F_0 باعث ایجاد فرکانس تشدید در نمونه می‌شود. پس از آن افزایش F_0 سبب کاهش η می‌شود (شکل ۱۷).

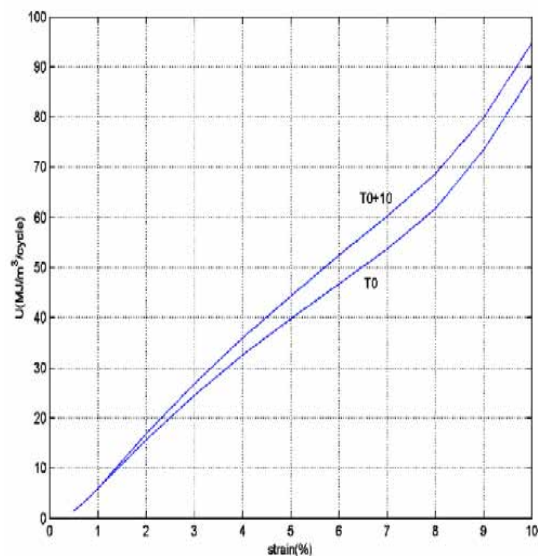


شکل ۱۷: نمودار η بر حسب F_0 .



شکل ۱۴: نمودار ΔW بر حسب ϵ .

۵- نمودار تغییر U بر حسب ϵ در دو دمای فوق در شکل ۱۵ آمده است. افزایش مقدار U در دمای بالاتر نسبت به دمای T_0 ، با توجه به جابجایی نمودار تنش - کرنش به سمت بالا دور از انتظار نیست.



شکل ۱۵: نمودار U بر حسب ϵ .

۶- نمودار ضریب اتلاف (η) بر حسب ϵ در دو دمای فوق در شکل ۱۶ نشان داده شده است. مقدار η کمتر در دمای $T_0+10^\circ\text{C}$ ، به دلیل افزایش مقدار U (مخرج کسر در رابطه (۵)) نسبت به دمای T_0 است.

۹- جدول نتایج آزمون‌های تجربی مبنی بر قابلیت بالای میرایی آلیاژهای CuZnAl رانیز نشان می‌دهد [۸]. مشاهده می‌شود که نتایج تحقیق حاضر با آزمون‌های تجربی در مورد قابلیت بالای میرایی SMAs سازگاری خوبی دارند.

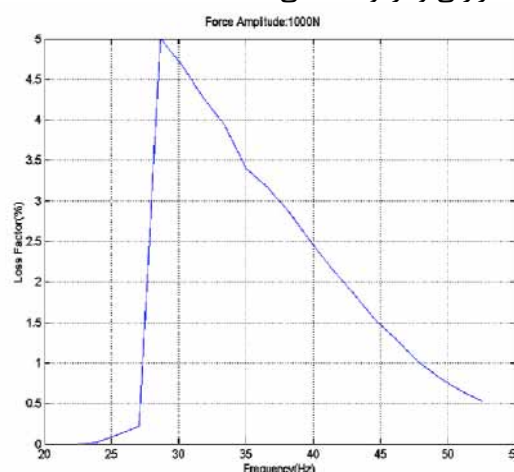
تحقیقات بعدی در جهت بهبود مدل برای تطابق بهتر با آزمون‌های تجربی، ارتقاء آن با پیش‌بینی کامل‌تر نحوه وابستگی به دما و نیز بررسی پاسخ ارتعاشی SMA خواهد بود.

مراجع

1. Stoeckel, D. "The Shape Memory Effect Phenomenon, Alloys and Applications", Nitinol Devices & Components Inc., 1995.
2. Auricchio, F. "A Robust Integration Algorithm for a Finite-strain Shape Memory Alloy Superelastic Model", Int. J. Plasticity, Vol. 17, No. 7, pp. 971-990, 2001.
3. Auricchio, F., Marfia, S., and Sacco, E. "Modeling of SMA Materials Training and Two Way Memory Effects", Computers and Structures", Vol. 81, No. 24, pp. 2301-2317, 2003.
4. Zak, A.J., Cartmell, M.P., Ostachowicz, W.M., and Wiercigroch, M. "One-dimensional Shape Memory Alloy Models for Use with Reinforced Composite Structures", Smart Mater. Struct., Vol. 12, No. 3, pp. 338-346, 2003
5. Stoeckel, D. "Nitinol Medical Devices and Implants", Nitinol Devices & Components Inc., 2000.
6. Duerig, T., Stoeckel, D., and Johnson, D. "SMA-Smart Materials for Medical Applications", Nitinol Devices & Components Inc., 2002.
7. Humbeeck, J.V. "Non-medical Application of Shape Memory Alloys", Material Science and Engineering, pp. 137-148, 1999.
8. Moroni, M.O. and Saldivia, R. "Damping Characteristic of a CuZnAlNi Shape Memory Alloy", Material Science and Engineering, Vol. 335, No's. 1-2, pp. 313-319, 2002.
9. Dolce, M. and Cardone, D. "Mechanical Behavior of Shape Memory Alloys for Seismic Application 1. Martensite and Austenite NiTi Bars Subjected to Torsion", Int. J. Mechanical Science, Vol. 43, No. 11, pp. 2631-2656, 2001.
10. Dolce, M., Cardone, D. "Mechanical Behavior of Shape Memory Alloys International for Seismic Application 2. Martensite and Austenite Bars

۸- نمودار η بر حسب فرکانس تحریک در دامنه تحریک (F_0) معین، در شکل ۱۸ نشان داده شده است. این نمودار نیز طبق آزمون‌های تجربی [۸] و [۱۴]، افزایش ضریب اتلاف در اثر افزایش فرکانس، تا مقدار معینی برای فرکانس را تأیید می‌کند. پس از آن ضریب اتلاف کاهش می‌یابد.

می‌توان نتیجه گرفت که اثرات فرکانس و اندرکنش فرکانس - دامنه کرنش عمدتاً ناشی از پارامترهای حرارتی و ترمودینامیکی هستند.



شکل ۱۸: نمودار η بر حسب فرکانس.

با اجرای مدل A-M برای آلیاژ CuZnAl به عنوان ماده نمونه (۲) با مشخصات زیر مشاهده گردید که به ازای حداکثر کرنش نظیر استحاله کامل مارتنزیتی برای این ماده، مقادیر انرژی اتلافی و ضریب اتلاف، مطابق جدول ۱ هستند. مقادیر متناظر برای ماده نمونه (۱) نیز در این جدول ارائه شده است.

$$\begin{aligned}\sigma_s^{AS} &= 71 \text{ MPa} & \sigma_f^{AS} &= 94 \text{ MPa} \\ \sigma_s^{SA} &= 28 \text{ MPa} & \sigma_f^{SA} &= 12 \text{ MPa}\end{aligned}$$

جدول ۱: قابلیت میرایی ماده نمونه (۱) و (۲) و مقایسه با [۸].

	ε_{\max} (%)	ΔW (MJ/m ³ /cycle)	η (%)
1	8.2	19.78	10.21
2	11.2	6.034	17.25
[8]	4.0	----	12.0

- Material Systems Structures , Vol. 4, No. 2, pp. 229-242, 1993.
20. Falk, F., and Konopka, P. " Three-dimensional Landau Theory Describing the Martensitic Phase Transformation of Shape Memory Alloys", J. Phys. Condensed Matter, Vol. 2, No. 1, pp. 61-77, 1990.
 21. Muller, I. and Xu, H. " On the Pseudo-elastic Hysteresis," Acta Met. Mater., Vol. 39, No. 3, pp. 263-271, 1991.
 22. Raniecki, B. and LExcellent, C. " R_L -models of Pseudoelasticity and Their Specifications for Some Shape Memory Solids", Europ. J. Mech. A/Solids, Vol. 13, No. 11, pp. 21-50, 1994.
 23. Tanaka, K. "Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-dimensional Tensile Behavior", Res. Mech., Vol. 18, No. 3, pp. 251-263, 1986.
 24. Tanaka, K., Hayashi, T., Itoh, Y., and Tobushi, H. "Analysis of Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys", Mech. Mater. , Vol. 13, No. 3, pp. 207-215, 1992.
 25. Thomson, P., Balas, G.J., and Leo, P.H., "Analysis of Trigger Line Models for Shape Memory Hysteresis Based on Dynamic Testing", J. Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 8, pp. 193-201, 1997.
 11. Grasser. E.J. and Cozarelli, F.A. " Shape Memory Alloys as New Materials for Seismic Isolation", J. Eng. Mech. ASCE, Vol. 117, No. 11, pp. 2590-2608, 1991.
 12. Wiled, K., Gardoni, P., and Fujino, Y. "Base Isolation System with Shape Memory Device for Elevated Highway Bridges", Eng. Struct., Vol. 22, No. 11, pp. 222-229, 2000.
 13. Williams, E., Elahinia, M.H., and Koo, J.H. "Control of a Tuned Vibration Absorber Based on SMA Wires", ASME IMECE, 81546, pp. 1-8, 2005.
 14. Piedboeuf, M.C. and Gauvin, R. "Damping Behaviour of Shape Memory Alloys: Strain Amplitude, Frequency and Temperature Effects", Journal of Sound and Vibration, Vol. 214, No. 5, pp. 885-901, 1998.
 15. Rejzner, J., LExcellent, C. and Raniecki, B. "Pseudoelastic Behavior of Shape Memory Alloy Beams under Pure Bending: Experiments and Modeling", Int. J. Mechanical Sciences, Vol. 44, No. 4, pp. 665-685, 2002.
 16. Collett, M., Foltete, E., and LExcellent, C. "Analysis of the Behavior of a Shape Memory Alloy Beam under Dynamical Loading ", Eur. J. Mech. A/Solids, Vol. 20, No. 4, pp. 615-630, 2001.
 17. Auricchio, F. and Sacco, E. "A One-dimensional Model for Superelastic Shape Memory Alloys with Different Elastic Properties between Martensite and Austenite", Int. J. of Non-Linear Mechanics, Vol. 32, No. 6, pp. 1101-1114, 1997.
 18. Abeyaratne, R. and Knowles, J.K. " A Continuum Model of Thermoelastic Solid Capable of Undergoing Phase Transitions", J. Mech. Phys. Solids , Vol. 41, No. 3, pp. 541-571, 1993.
 19. Brinson, L.C. " One-dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variables", J. Intell. Subjected to Tension", Int. J. Mechanical Science, Vol. 43, No. 11, pp. 2657-2677, 2001.