

# ارائه یک مدل تحلیلی به منظور پیش بینی نیروهای ماشینکاری وارد بر فرز سرکروی

محسن حامدی<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

رضا یوسفی<sup>۱</sup>

دانشگاه صنعتی شریف

## چکیده

در این تحقیق، فرآیند فرزکاری با فرز سرکروی تجزیه و تحلیل شده و بر اساس مکانیک تراش فلزات مدلی برای پیش بینی نیروهای وارد بر فرز سرکروی ارائه شده است. در این مدل، لبه برنده که در عمل برش مایل انجام می دهد، به اجزای بسیارکوچکی تقسیم شده است. فرض می شود که هر یک از این اجزا یک لبه برنده راست تراش باشد. نیروی وارد بر لبه برنده برآیند نیروهای وارد بر این اجزاء است. برای محاسبه زاویه برش و اصطکاک و نیز تنش برشی بر حسب سرعت تراش، سرعت پیشروی و زاویه براده از توابعی تجربی استفاده شده است. مقدار نیروهای حاصل از این مدل با نیروهای به دست آمده از نتایج تجربی دیگران روی فولاد ۱۰۴۵ و آلیاژ  $Ti_6 Al_4 V$  در شرایط مختلف تراش انطباق خوبی با یکدیگر دارند.

واژه های کلیدی: مایل تراشی، فرز سرکروی، نیروهای ماشین کاری

## An Analytical Model for Prediction of Cutting Forces in Ball-end Mill Machining

R. Yousefi

Sharif Univ. of Tech.

M. Hamedi

Dep't of Mech Eng., Univ of Tehran.

### ABSTRACT

In this work, the ball-end mill machining has been analyzed and a model based on mechanics of metal cutting is developed. This model is used for prediction of the cutting forces in ball-end milling from fundamental data. The cutting edge in this model is considered as a series of infinitesimal elements and the oblique cutting process with these elements has been analyzed as orthogonal cutting process. Cutting forces result from the summation of cutting forces on these elements. The results have been compared with the experiments on machining 1045 steel and  $Al_4 Ti_6 V$  and show relatively good agreements.

**Key Words:** Oblique Cutting, Ball-end Mill Machining, Cutting Forces

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): [yousefi@sharif.edu](mailto:yousefi@sharif.edu)

۲- استادیار

#### ۱- مقدمه

امروزه فرآیند ماشینکاری با فرز سرکروی<sup>۱</sup> به صورت گسترده در ماشینکاری سطوح پیچیده<sup>۲</sup> و سه بعدی، مانند سنبله و ماتریس، قطعات هوا فضا و ... مورد استفاده قرار می گیرد. ماشینکاری با فرز سرکروی با روش های دیگر فرزکاری متفاوت است. زیرا سرعت برش<sup>۳</sup> در امتداد لبه<sup>۴</sup> برنده، متغیر و نیروهای ماشینکاری<sup>۵</sup> وابسته به آن نیز متغیر خواهند بود. از طرفی، تجزیه و تحلیل نیرو در فرز سرکروی نسبت به روش های دیگر مشکل تر است [۱-۵]. برای محاسبه نیروهای ماشینکاری در فرآیند فرزکاری با فرز سرکروی مدل های مختلفی ارائه شده است. یانگ و پارک<sup>۶</sup> با استفاده از عامل "اثر اندازه"<sup>۷</sup> در تراش فلزات و تأثیر آن بر نیروهای ماشینکاری در فرز سرکروی مدلی ارائه کرده اند [۳]. لی و آلتینتاس<sup>۸</sup> نیز مدلی برای محاسبه نیروهای ماشینکاری در فرز سرکروی ارائه کرده اند که برای هر نوع ابزار با هندسه و شرایط مختلف تراش به کار می رود [۲]. در مدل ارائه شده به وسیله کرده اند که در آن لبه تراش فرز سرکروی به وسیله تایی و فوه<sup>۹</sup> تقاطع یک صفحه مورب با سطح کروی نمایش داده شده است. این مدل نیروهای ماشینکاری در فرز سرکروی را در محدوده وسیعی از شرایط تراش، هندسه ابزار و قطعه کار، هندسه فرآیند و سایر متغیرها پیش بینی می کند. این مقاله مدلی برای محاسبه نیروهای ماشینکاری در حالت استاتیکی ارائه می کند. [۵].

در این مدل فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

۱- براده جسم صلبی است که تحت اثر نیروهای وارد از صفحه برش و سطح تماس براده با قلم به حالت تعادل رسیده باشد،

۲- براده از نوع پیوسته است،

۳- اثر تغییرات دما در حین ماشینکاری لحاظ نمی شود،

۴- ناحیه اولیه تغییر شکل برای ایجاد براده به عنوان صفحه برش در نظر گرفته می شود. تنش برشی در طول این صفحه یکنواخت و مساوی فرض می شود،

۵- نیرو و سرعت برش در صفحه برش در یک امتداد هستند،

۶- لبه برش به طور کامل تیز فرض می شود و از نیروی شخم صرف نظر می شود،

۷- لبه تراش به اجزای کوچک و مساوی تقسیم می شود و نیروی ماشینکاری از حاصل جمع نیروهای وارد بر این اجزای کوچک به دست می آیند،

۸- گام مارپیچ فرز سرکروی ثابت فرض می شود و

۹- ماشینکاری بصورت شیار زنی در حالت افقی انجام می شود.

#### ۲- هندسه ابزار فرز سرکروی

با توجه به شکل ۱، هر نقطه روی لبه تراش در قسمت کروی ابزار دارای مختصات زیر است:

$$x = R \cos(\alpha_n) \cos k, \quad (1)$$

$$y = -\frac{1}{2} R \sin(2\alpha_n) [\sin k - 1], \quad (2)$$

$$z = -R [\cos^2(\alpha_n) \sin k + \sin^2(k)]. \quad (3)$$

در روابط بالا R شعاع ابزار،  $\alpha_n$  زاویه عمودی براده<sup>۱۰</sup> و k زاویه نقطه مورد نظر در مختصات کروی است. با توجه به شکل ۱ می توان نوشت:

$$x^2 + y^2 + (R - z)^2 = R^2. \quad (4)$$

شعاع این نقطه در صفحه X-Y از رابطه زیر به دست می آید:

$$R_z^2 = x^2 + y^2. \quad (5)$$

1 - Ball-end Milling  
2 - Sculptured Surface  
3 - Cutting Speed  
4 - Cutting Edge  
5 - Cutting Force  
6 - Yang & Park-  
7 - Size Effect  
8 - Lee & Altintas  
9 - Tai & Fuh

$$ds = \|dr\| \quad (10)$$

با مشتق گیری از رابطه (۹)، طول ( $ds$ ) با استفاده از رابطه زیر تعیین می شود:

$$ds = \|dr\| = \frac{\tan i}{R} \sqrt{\frac{R^2 - R_z^2}{R_z^2} + R_z^2 + \left(\frac{R}{\tan i}\right)^2} dz \quad (11)$$

زاویه شیب لبه برنده در قسمت کروی فرز سرکروی<sup>۳</sup>، با فرض ثابت بودن گام ماریپیچ فرز سرکروی، از رابطه زیر به دست می آید  $\theta_1$  [۹و۲]:

$$i_z = \text{Arctan}\left(\frac{R_z}{R} \tan i\right) \quad (12)$$

زاویه بین خط افق و شعاع نقطه مورد نظر تا مرکز قسمت کروی ( $k$ ) برابر است با:

$$\cos k = \frac{R_z}{R} \quad (13)$$

زاویه مؤثر براده<sup>۴</sup> از معادله زیر به دست می آید [۶]:

$$\sin \alpha_e = \cos i_z \sin \alpha_n \cos \eta_c + \sin \eta_c \sin i_z \quad (14)$$

که در آن،  $i$  زاویه شیب لبه برنده،  $\alpha_n$  زاویه عمودی براده و  $\eta_c$  زاویه جریان براده است. با در نظر گرفتن قانون استبلر<sup>۵</sup> که در آن شیب لبه ابزار برابر با زاویه جریان براده است، معادله فوق به شکل زیر نوشته می شود [۶]:

$$\sin \alpha_e = \cos^2 i_z \sin \alpha_n + \sin^2 i_z \quad (15)$$

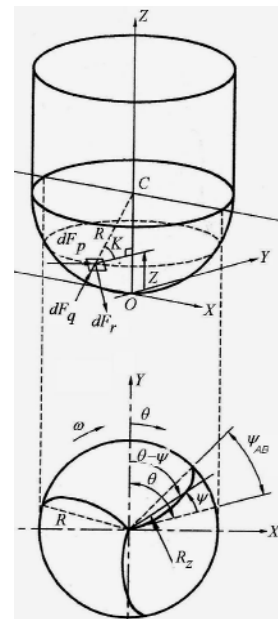
### ۳- محاسبه زاویه درگیری ابزار با قطعه کار

نقاط مختلف روی لبه برنده در حین چرخش، نسبت به هم اختلاف زاویه تأخیر دارند که از معادله (۸) به دست می آید. اگر  $p_1$  پایین ترین نقطه درگیری و  $p_2$  بالاترین نقطه درگیری ابزار و قطعه کار باشد، در این صورت زاویه تأخیر این دو نقطه برابر است با:

$$\psi_{1,2} = \theta_1 - \theta_2 \quad (16)$$

که در رابطه بالا،  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب زاویه چرخش نقاط  $p_1$  و  $p_2$  است و اگر  $\theta_1$  مشخص باشد، در این صورت:

$$\theta_2 = \theta_1 - \psi_{1,2} \quad (17)$$



شکل ۱: هندسه و مختصات ابزار فرز سرکروی.

از ترکیب روابط (۴) و (۵) شعاع نقطه مورد نظر حاصل می شود:

$$R_z = \sqrt{2Rz - z^2} \quad (6)$$

که در آن،  $Z$  ارتفاع نقطه مورد نظر از نوک ابزار است و با رابطه زیر می توان مقدار آن را به دست آورد:

$$z = \frac{R \times \psi}{\tan i} \quad (7)$$

که در آن،  $i$  زاویه شیب لبه برنده در قسمت استوانه ای فرز سرکروی و  $\psi$  زاویه تأخیر نقطه مورد نظر روی لبه برنده نسبت به نوک ابزار است. مقدار حداکثر آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$\psi = \frac{z \tan i}{R} \quad (8)$$

از طرفی، بردار مکان هر نقطه روی لبه برش از رابطه زیر محاسبه می شود [۴]:

$$\vec{r} = R_z \sin(\theta - \psi) \vec{i} + R_z \cos(\theta - \psi) \vec{j} + R \times \psi \cot i \vec{k} \quad (9)$$

طول جزء بسیار کوچک از لبه برنده درگیر با قطعه کار ( $ds$ )، برابر اندازه بردار مکان  $\|dr\|$  است، یعنی:

3 -Ball Part  
4 -Effective Rake Angle  
5 -Stabler  
6 -Engagement Angle

1-Inclination Angle  
2 -Lag Angle

شولز<sup>۳</sup>، معادله زیر را برای محاسبه ضخامت میانگین براده بیان کرده است [۱۱]:

$$t_m(\theta) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} t(\theta) d\theta \quad (23)$$

از جایگزینی روابط (۲۰ و ۲۲) در معادله (۲۳)، داریم:

$$t_m(\theta) = \frac{f_t R \left[ \cos\left(\theta_1 - \frac{(z_2 - z_1)}{R} \tan i\right) - \cos\theta_1 \right]}{(z_2 - z_1) \tan i} \quad (24)$$

### ۵- نیروی لبه تراش<sup>۴</sup>

در عمل تراشکاری، لبه برنده به طور کامل تیز نیست و در اثر سائیدگی ابزار شعاع کوچکی پیدا می کند. بنابراین در عمل تراش تماس بین ابزار و قطعه کار در یک سطح انجام می گیرد، نه در یک خط، بنا براین به لبه برنده علاوه بر نیروی تراش، نیروی دیگری به نام نیروی لبه وارد می شود. نیروی لبه از معادلات زیر به دست می آید [۲]:

$$F_{pe} = k_{pe} \times ds, \quad (25)$$

$$F_{qe} = k_{qe} \times ds, \quad (26)$$

$$F_{re} = k_{re} \times ds, \quad (27)$$

که در روابط بالا،  $F_{pe}$ ،  $F_{qe}$ ،  $F_{re}$  و نیروهای مماسی، شعاعی و محوری وارد بر لبه ابزار و  $k_{pe}$ ،  $k_{qe}$  و  $k_{re}$  ضرایب نیروی لبه هستند، که برای هر نوع جنس قطعه کار ثابت خواهند بود.  $ds$  طول لبه برنده درگیر با قطعه کار است. ضرایب نیروی لبه بر حسب  $N/mm$  است. برای آلیاژ  $Ti_6Al_4V$  این مقادیر به وسیله آلئینتاس به شرح زیر به دست آمده است:

$$k_{pe} = 24 N/mm,$$

$$k_{qe} = 43 N/mm,$$

$$k_{re} = 0.$$

### ۶- پیش بینی نیروهای ماشین کاری

نیروی ماشین کاری، حاصل جمع نیروی لبه و نیروی تراش است که با صرف نظر کردن از نیروی لبه، نیروی ماشین کاری برابر با نیروی تراش خواهد بود. نیروهای ماشین کاری مماسی  $dF_p$ ، شعاعی  $dF_q$  و محوری  $dF_r$

توجه شود که،  $\psi_{1,2}$  زاویه تأخیر نقطه  $p_2$  نسبت به  $p_1$  بوده و برابر است با:

$$\psi_{1,2} = \psi_2 - \psi_1. \quad (18)$$

مقدار تأخیر زاویه در نقاط  $p_1$  و  $p_2$  از معادله (۷) به دست می آید، در این صورت:

$$\psi_{1,2} = \frac{\tan i}{R} (z_2 - z_1). \quad (19)$$

بنابراین زاویه درگیری بالاترین نقطه  $p_2$  عبارت است از:

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{\tan i}{R} (z_2 - z_1). \quad (20)$$

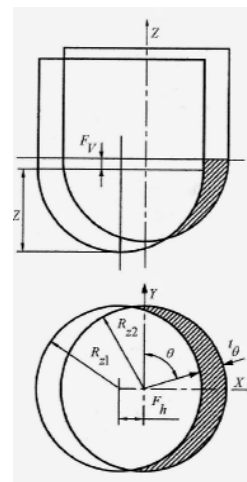
### ۴- ضخامت براده

فنگ<sup>۱</sup> و منک<sup>۲</sup> برای فرز کاری با فرز سرکروی، با در نظر گرفتن اثر مؤلفه عمودی پیشروی بر روی ضخامت براده، معادله زیر را پیشنهاد کرده اند [۹]:

$$t(\theta) = R_{z2} - R_{z1} + f_h \sin \theta. \quad (21)$$

در شکل ۲،  $f_h$  مؤلفه افقی مقدار پیشروی در امتداد مسیر حرکت ابزار و  $R_{z1}$  و  $R_{z2}$  بترتیب شعاع نقاط درگیری در دو موقعیت متوالی است. از آنجا که براده برداری در سطح افق انجام می شود، پس  $R_{z2} = R_{z1}$  و همچنین مؤلفه افقی مقدار پیشروی در امتداد مسیر ابزار با مقدار پیشروی به ازای هر دندانه ( $f_t$ ) یعنی  $f_h = f_t$  برابر است. بنابراین:

$$t(\theta) = f_t \sin \theta. \quad (22)$$



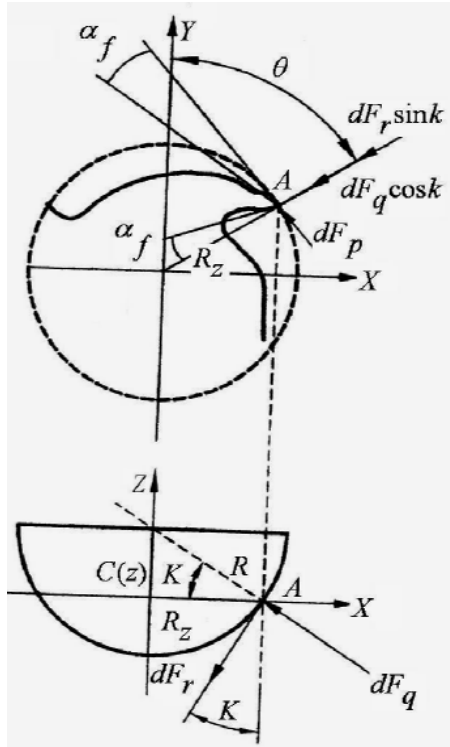
شکل ۲: هندسه ضخامت براده تغییر شکل نیافته برای مسیر ابزار کروی.

که در شکل ۳ نشان داده شده است با استفاده از روابط زیر به دست می آیند:

$$\tan\phi_n = \frac{\frac{t}{t_c} \cos\alpha_n}{1 - \frac{t}{t_c} \sin\alpha_n} \quad (39)$$

$$\tau = \frac{(F_{pc} \cos\phi_n - F_{qc} \sin\phi_n) \sin\phi_n}{b.t} \quad (40)$$

که در آنها،  $t$  ضخامت براده تغییر شکل نیافته،  $t_c$  ضخامت براده و  $b$  پهناى تراش است.



شکل ۳: هندسه لبه برنده و نیروهای تراش.

$F_{pc}$  و  $F_{qc}$  به ترتیب نیروی اصلی و نیروی جانبی تراش هستند و با دینامومتر در آزمایش، اندازه گیری می شوند. تنش برشی، زاویه اصطکاک و زاویه برش به وسیله ناکایاما<sup>۴</sup> برحسب سرعت تراش، سرعت پیشروی و زاویه براده برای فولاد ۱۰۴۵ به صورت معادلات زیر بیان شده است [۳]:

$$\phi_n = 106.7(V.f)^{0.5} + 0.375\alpha_e + 13.64, \quad (41)$$

$$\beta_n = 48.4(V.f)^{0.125} + 28.586 - \phi_n + \alpha_e, \quad (42)$$

$$\tau = 1.586(V.f)^{-0.25} + 67.703 \quad (43)$$

$$dF_p = k_{tp} t_m(\theta) ds, \quad (28)$$

$$dF_r = k_{tr} t_m(\theta) ds, \quad (29)$$

$$dF_q = k_{tq} t_m(\theta) ds, \quad (30)$$

که در آنها،  $k_{tp}$ ،  $k_{tr}$  و  $k_{tq}$  ضرایب نیروی تراش هستند و از معادلات زیر به دست می آیند:

$$k_{tp} = \frac{\tau \cos(\beta_n - \alpha_n) + \tan\eta_c \sin\beta_n \tan i}{\sin\phi_n \times C}, \quad (31)$$

$$k_{tq} = \frac{\tau \sin(\beta_n - \alpha_n)}{\sin\phi_n \cos i \times C}, \quad (32)$$

$$k_{tr} = \frac{\tau \cos(\beta_n - \alpha_n) \tan i - \tan\eta_c \sin\beta_n}{\sin\phi_n \times C}, \quad (33)$$

$$C = \sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2\eta_c \sin^2\beta_n}. \quad (34)$$

از قرار دادن رابطه (۱۱) و روابط (۳۱-۳۴) در معادلات (۲۸-۳۰)، مقادیر  $dF_p$ ،  $dF_q$  و  $dF_r$  به شرح زیر حاصل می شوند:

می شوند:

$$(35)$$

$$dF_p = \frac{\tau t_m (\cos(\beta_n - \alpha_n) + \tan\eta_c \sin\beta_n \tan i) ds}{\sin\phi_n \sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2\eta_c \sin^2\beta_n}} \quad (36)$$

$$dF_q = \frac{\tau t_m (\sin(\beta_n - \alpha_n)) ds}{\sin\phi_n \cos i \sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2\eta_c \sin^2\beta_n}} \quad (37)$$

$$dF_r = \frac{\tau t_m (\cos(\beta_n - \alpha_n) \tan i - \tan\eta_c \sin\beta_n) ds}{\sin\phi_n \sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \alpha_n) + \tan^2\eta_c \sin^2\beta_n}}$$

تنش برش  $\tau^1$ ، زاویه اصطکاک  $\beta_n^2$  و زاویه برش  $\phi_n^3$  با استفاده از معادلات زیر تعیین می شوند:

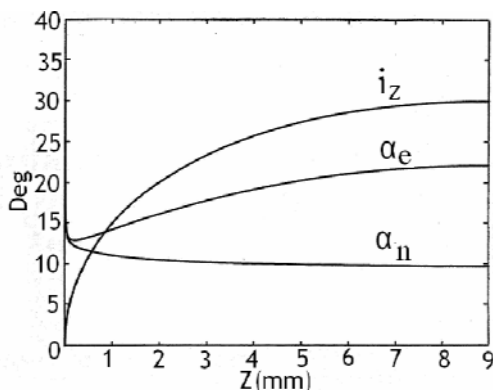
$$\tan\beta_n = \frac{F_{qc} + F_{pc} \tan\alpha_n}{F_{pc} - F_{qc} \tan\alpha_n}, \quad (38)$$

سرعت پیشروی  $f_t = 0.1mm$   
 عمق محوری تراش  $Z = 1mm$

در این آزمایشات از فرز سر کرووی از جنس HSS با مشخصات  $\alpha_n = 15^\circ, i = 30^\circ, R = 9mm$  استفاده شده است. نتایج حاصل از این آزمایشات و نتایج به دست آمده از حل معادلات نیروهای ارائه شده در مدل، در شکل ۵ مقایسه شده اند. فرض این است که براده برداری در سطح افق در راستای محور X انجام می شود و از نیروی لبه صرف نظر شده است.

آزمایشات دیگری بر روی آلیاژ Ti6Al4V به شرح زیر انجام شده است:

سرعت دورانی  $n = 269c / min$   
 پیشروی به ازای هر دندان  $f_t = 0.0508mm$   
 عمق محوری تراش  $Z = 1.27mm$   
 مشخصات فرز سر کرووی به کار رفته در این آزمایش،  $\alpha_n = 0^\circ, i = 30^\circ, R = 9.525mm$  است. تغییرات نیروهای تجربی و مقادیر حاصل از مدل پیشنهادی در جهت محورهای X، Y و Z در شکل ۶ مقایسه شده اند.



شکل ۴: تغییرات زوایای  $\alpha_e$  و  $i_z$  در امتداد محور Z برای ابزار  $\alpha_n = 15^\circ, i = 30^\circ, R = 9mm$

تغییرات نیروهای پیشگویی شده  $F_x, F_y$  و  $F_z$  در این منحنی ها به ترتیب از روابط (۵۲ - ۵۳) به دست می آیند. از طرف دیگر، در این آزمایش ها نیروهای  $dF_p$  که از معادلات (۳۵ و ۳۶) به دست می آیند همواره مثبت و نیروهای اصلی براده برداری محسوب می شوند، در حالی که نیروی  $dF_r$  که از معادله (۳۷) به دست می آید، همواره منفی و مقدار ناچیزی از نیروی تراش را تشکیل می دهد.

تغییرات زاویه چرخش ابزار ( $\theta$ ) عامل تعیین کننده ای در تغییرات دیاگرام نیروها محسوب می شود. زاویه  $k$  در  $\theta = 0$  برابر با  $90^\circ$  است. با ادامه چرخش

در این رابطه، سرعت تراش برحسب  $m/min$  مقدار پیشروی برحسب میلی متر در هر دندانه و تنش برشی برحسب  $kgf/mm$  و زوایا بر حسب درجه هستند.

لی و آلتینتاس به استفاده از عبارات زیر تنش برشی، زاویه برش و زاویه اصطکاک برای آلیاژ Ti6Al4V را بیان کردند [۲]:

$$\tau = 613MPa, \quad (44)$$

$$\beta = 19.7 + 0.29\alpha_n, \quad (45)$$

$$\tan\beta_n = \tan\beta \times \cos\eta_c, \quad (46)$$

$$r_0 = 1.755 - 0.028\alpha_n, \quad (47)$$

$$a = 0.331 - 0.0082\alpha_n, \quad (48)$$

$$r_c = r_0(t_m)^a, \quad (49)$$

$$r_t = r_c \frac{\cos\eta_c}{\cos i}, \quad (50)$$

$$\tan\phi_n = \frac{r_t \cos\alpha_n}{1 - r_t \sin\alpha_n}. \quad (51)$$

در این روابط،  $t_m$  ضخامت متوسط براده و  $r_t$  نسبت تراش در مایل تراشی است. مؤلفه های نیروهای جزئی وارد بر ابزار در امتداد محورهای X، Y و Z نشان داده شده در شکل ۳ به صورت زیر نوشته می شوند:

$$(52)$$

$$dF_x = -dF_p \cos\theta - dF_q \cos k \sin\theta - dF_r \sin k \sin\theta \quad (53)$$

$$dF_y = dF_p \sin\theta - dF_q \cos k \cos\theta - dF_r \sin k \cos\theta$$

$$dF_z = dF_q \sin k - dF_r \cos k \quad (54)$$

برآیند این سه نیرو، نیروی کلی وارد بر ابزار است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}. \quad (55)$$

### ۷- مقایسه نتایج پیش بینی شده و نتایج تجربی

شکل ۴ تغییرات زوایای عمودی و مؤثر براده و همچنین زاویه تمایل لبه برنده یعنی  $\alpha_n, \alpha_e, i_z$  برای ابزاری با شعاع ۹ میلی متر در امتداد Z برای زاویه چرخش ابزار  $\theta = 180^\circ$  را نشان می دهد که با نتایج تجربی به دست آمده به وسیله یانگ و پارک انطباق خوبی دارد [۴].

آزمایشات دیگری با شرایط زیر بر روی فولاد ۱۰۴۵ انجام شده است:

سرعت تراش  $V = 30m / min$

بنابراین مقدار  $F_x$  در جهت مثبت افزایش می یابد. در  $\theta = 150^\circ$  به حداکثر خود می رسد. پس از آن با کاهش نیروهای  $dF_p$  و  $dF_q$  مقدار  $F_x$  کاهش یافته تا اینکه در  $\theta = 180^\circ$  مقدار آن صفر می شود.

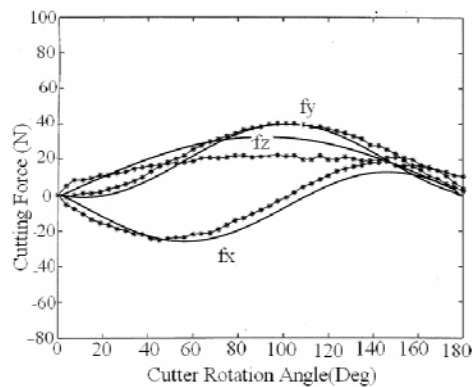
منحنی تغییرات  $F_y$  نیز از رابطه (۵۳) پیروی می کند. در این رابطه ضریب  $dF_p$  که  $\sin\theta$  است، با افزایش  $\theta$  به عنوان ضریب افزایشده عمل می کند. در مقابل، عبارت  $\cos k \cos\theta$  به عنوان ضریب کاهشده  $dF_q$  خواهد بود. بنابراین با چرخش ابزار  $F_y$  در جهت مثبت، سیر صعودی دارد تا در حدود  $\theta = 100^\circ$  مقدار  $F_y$  به حداکثر خود می رسد. در  $\theta = 90^\circ$  مقدار  $\cos\theta$  منفی می شود و در مقابل  $\sin\theta$  به عنوان ضریب کاهشده عمل می کند. بنابراین منحنی پس از سیر صعودی، سیر نزولی داشته، تا در  $\theta = 180^\circ$  نیروی  $F_y$  برابر با صفر می شود.

منحنی تغییرات  $F_z$  نیز از رابطه (۵۴) به دست می آید. در این منحنی،  $dF_q$  نقش اصلی را دارد و چون همواره مثبت است، بنا براین با چرخش ابزار تا  $\theta = 90^\circ$  حالت صعودی دارد و پس از آن حالت نزولی پیدا می کند تا در  $\theta = 180^\circ$  برابر با صفر می شود. نیروی  $dF_r$  مقدار کمی از کل نیروی تراش را تشکیل می دهد، بنابراین در مقابل نیروهای  $dF_p$ ،  $dF_q$  اثر کمتری در تغییرات نیروهای  $F_x$ ،  $F_y$ ،  $F_z$  دارد. تغییرات نیروهای  $F_x$ ،  $F_y$ ،  $F_z$  و در بقیه حالات به همین روال است.

مقایسه مؤلفه های نیروهای تجربی و پیش بینی شده، به وسیله مدل در شکل ۵ تفاوت هایی را نشان می دهد. در ابتدای شروع درگیری ابزار و قطعه کار مشاهده می شود که مؤلفه های تجربی از مقادیر پیش بینی شده به وسیله مدل بزرگ تر هستند. این اختلاف به علت نوع ماشین کاری خاصی است که در این نقطه وجود دارد. در شروع درگیری ابزار و قطعه کار، سرعت تراش در نوک ابزار صفر است. بنابراین شروع درگیری همراه با فشار خواهد بود که در نتیجه نیروی تجربی بیشتر از مقدار پیش بینی شده را نشان می دهد. در انتهای درگیری یعنی در محدوده هایی که  $\theta$  کمتر از  $180^\circ$  است، مؤلفه های نیروهای تجربی از مقادیر پیش بینی شده نیز بزرگ تر هستند. این افزایش نیرو، به دلیل دو لبه برنده ابزار مورد استفاده در آزمایش است و می دانیم که نقاط متفاوت روی لبه برنده به اندازه زاویه  $\psi_{AB}$  تأخیر در چرخش

ابزار، مقدار آن کاهش یافته تا در  $\theta = \psi_{AB}$  به مقدار ثابتی می رسد. مقدار زاویه  $k$  تا  $\theta = 180 - \psi_{AB}$  ثابت است و پس از آن کاهش می یابد تا در  $\theta = 180^\circ$  به صفر می رسد. بنابراین زاویه  $k$  را می توان به عنوان یک ضریب ثابت در نظر گرفت. در منحنی های رسم شده در شکل ۵ تغییرات نیروی  $F_x$  از رابطه (۵۲) به دست می آید.

در شروع درگیری که  $\theta = 0$  است، چون نیروهای  $dF_r$ ،  $dF_q$  و  $dF_p$  برابر با صفر هستند، بنا براین مقدار نیروی  $F_x$  برابر با صفر است. با افزایش  $\theta$ ، ضریب  $\cos\theta$  برای  $dF_p$  به عنوان یک ضریب کاهشده عمل می کند و عبارت  $\sin\theta$  برای  $dF_q$  به عنوان یک ضریب افزایشده عمل می کند. چون علامت هر سه نیروی  $dF_r$ ،  $dF_q$  و  $dF_p$  در رابطه (۵۲) منفی است بنابراین، حاصل جمع این مقادیر یک مقدار منفی است. با ادامه چرخش ابزار در حدود  $\theta = 60^\circ$  مقدار  $F_x$  به حداکثر خود می رسد. با زیاد شدن  $\theta$  اثر  $dF_p$  به مرور در منحنی  $F_x$  کاهش می یابد، زیرا  $\cos\theta$  به سمت صفر میل می کند. از طرفی ضریب  $\cos k$  نیز باعث کاهش  $dF_q$  می شود و به این ترتیب  $F_x$  به سمت صفر میل می کند. به طوری که در  $\theta = 90^\circ$  ضریب  $dF_p$  صفر می شود. و مقدار نیروی  $F_x$  در این حالت فقط مربوط به  $dF_q$  و  $dF_r$  می شود. برای زاویه چرخش  $\theta > 90^\circ$ ، مقدار  $\cos\theta$  منفی می شود. بنابراین ضریب  $dF_p$  مثبت شده و  $\sin\theta$  هم به عنوان ضریب کاهشده عمل می کند. به این ترتیب نیروی  $F_x$  کاهش می یابد تا در حدود  $\theta = 110^\circ$  مقدار آن صفر می شود. با ادامه چرخش ابزار، این روند ادامه دارد و به مرور ضریب  $dF_p$  افزایش و  $dF_q$  کاهش می یابد.



شکل ۵: منحنی تغییرات نیروهای پیش بینی شده

و تجربی در فولاد ۱۰۴۵ با شرایط آزمایشی.

$$V = 30 \text{ m/min}, f = 0.1 \text{ mm}, i = 30^\circ, R = 9 \text{ mm}, z = 1 \text{ mm}$$

### ۸- نتیجه گیری

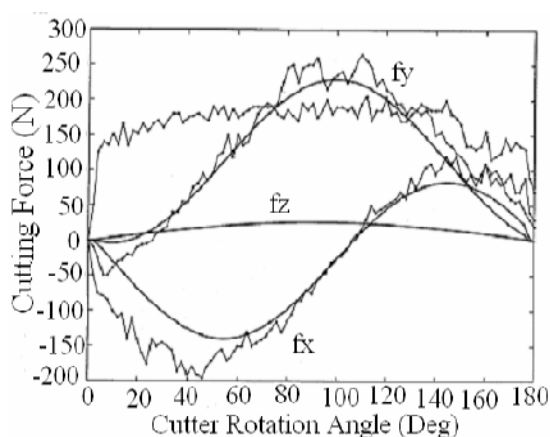
در این مقاله فرآیند فرزکاری با فرزسرکروی تجزیه و تحلیل شده است. بر اساس مکانیک تراش فلزات، مدلی برای پیش بینی نیروهای وارد بر فرز سرکروی ارائه شده است. در این مدل، لبه برنده که در عمل تراش مایل انجام می دهد به اجزای بسیارکوچکی تقسیم شده است. فرض می شود که هریک از این اجزا یک لبه برنده راست تراش باشد. نیروی وارد بر لبه برنده برآیند نیروهای وارد بر این اجزا است. برای محاسبه زاویه های تراش، اصطکاک و تنش برشی بر حسب سرعت تراش، سرعت پیشروی و زاویه براده، از روابط تجربی استفاده شده است. مقدار نیروهای ماشین کاری حاصل از مدل با نیروهای به دست آمده از نتایج تجربی دیگران مقایسه شده اند.

در بخش اول تغییر زاویه مؤثر براده و زاویه تمایل بر حسب Z بررسی شده که نتایج حاصله، در مقایسه با نتایج به دست آمده بوسیله یانگ و پارک همخوانی خوبی دارد. در قسمت دیگر، نتایج حاصل از آزمایشات انجام شده بر روی فولاد ۱۰۴۵ و نتایج حاصل از مدل مقایسه انجام شده است. این مقایسه نشان می دهد که نیروهای تجربی پیش بینی شده به وسیله مدل در مؤلفه های  $F_x$ ،  $F_y$  و  $F_z$  به ترتیب در حدود ۱۰، ۲۵ و ۵۰ درصد خطا دارند که درمقایسه با نتایج کارهای یانگ و پارک نتایج قابل قبولی است. در ابتدای منحنی مشاهده می شود که نیروهای تجربی به مقدار قابل ملاحظه ای از نیروهای پیش بینی شده بیشتر است. این افزایش ناشی از طبیعت عملیات فرزکاری است که در شروع براده برداری ضربه و فشار حاصله از برخورد ابزار و قطعه کار باعث افزایش ابتدایی و ناگهانی در نیروها می شود.

در آزمایش انجام شده بر روی آلیاژ  $Ti_6Al_4V$  توافق خوبی بین نیروهای پیش بینی شده و تجربی در راستای X و Y نشان داده شد. ولی در راستای محور Z نیروی پیش بینی شده بوسیله مدل از نیروی تجربی بطرز قابل ملاحظه ای کمتر بود. علت این اختلاف به دلیل وجود نیروی لبه است که در حین می باشد، در حالی که در مدل پیشنهادی از این نیرو صرف نظر شده است.

دارند. بنابراین قبل از اینکه لبه برنده اول به طور کامل از درگیری با قطعه کار خارج شود، لبه برنده دوم با قطعه کار درگیر می شود و این درگیری توامان هر دو لبه برنده باعث می شود که مقدار مؤلفه های نیروی تجربی از نیروی پیش بینی شده بیشتر شود. زیرا که نیروی پیش بینی شده فقط به ازای یک لبه برنده محاسبه شده است. از طرفی در محدود  $\theta \geq \psi_{AB} - (180 - \psi_{AB})$  باز هم مؤلفه های نیروی تجربی بزرگتر از نیروهای پیش بینی شده هستند. این اختلاف ناشی از آن است که در محاسبه نیروهای پیش بینی شده از اثر نیروهای لبه صرف نظر شده است. در حالی که این اثر در هنگام آزمایش وجود دارد.

آزمایشات دیگری بر روی آلیاژ  $Ti_6Al_4V$  انجام شده است. شکل ۶ منحنی تغییرات نیروهای تجربی و پیش بینی شده را نشان می دهد.



شکل ۶: منحنی تغییرات نیروهای پیش بینی شده و

تجربی در آلیاژ  $Ti_6Al_4V$  با شرایط آزمایشی:

$$V = 269 \text{ m/min}, f = 0.05 \text{ mm}$$

$$i = 30^\circ, R = 9.525 \text{ mm}, z = 1.27 \text{ mm}$$

در مقایسه این نیروها دیده می شود که در راستای X و Y نیروهای تجربی و پیش بینی شده توافق نسبتاً خوبی دارند ولی در راستای محور Z نیروی پیش بینی شده بوسیله مدل از نیروی تجربی بطرز قابل ملاحظه ای کمتر می باشد. این اختلاف با در نظر گرفتن این موضوع که در مدل ارائه شده از نیروی لبه صرف نظر شده قابل توجیه است.



### تشکر و قدردانی

از آقای مهندس رحمان جمشیدی دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک دانشکده مکانیک دانشگاه تهران بخاطر زحماتی که در راستای تهیه این مقاله متحمل شده‌اند سپاسگذاری می‌شود.

### مراجع

1. Chiang, S.T., Tsai, C.M., and Lee, A.C. "Analysis of Cutting Forces in Ball-end Milling", J. Materials Processing Technology, Vol. 47, pp. 231-249, 1995.
2. Lee, P. and Altintas, Y. "Prediction of Ball-end Milling Forces From Orthogonal Cutting Data", Int. J. Mach-Tools Manufacture, Vol. 36, No. 9, pp. 1059-1072, 1996.
3. Yang, M. and Park, H. "The Prediction of Cutting Force in Ball-end Milling", Int. J. Mach. Tools Manufacture, Vol. 31, No. 1, pp. 45-54, 1991.
4. Feng, H.Y. and Meng, C.H. "The Prediction of Cutting Forces in the Ball-end Milling Process", Int. J. Mach. Tools Manufacture, Vol. 34, No. 5, pp. 697-710, 1994.
5. Tai, C.C. and Fuh, K.H. "The Prediction of Cutting Force in the Ball-end Milling Process", J. Material Processing Technology, Vol. 54, pp. 286-301, 1995.
6. Shaw, M.C. "Metal Cutting Principles", Oxford Univ. Press, New York, 1991.
7. Fryderyk, E. and Gorczyca, P.E. "Application of Metal Cutting Theory", Southeastern Massachusetts University, 1987.
8. Oxley, P.L.B. "An Analytical Approach to Assessing Mach. Inability", The Mechanics of Machining 1989.
9. Imani, B.M.M., Sadeghi, H., and Elbestawi, M.A. "An Improved Process Simulation System for Ball-end Milling of Sculptured Surfaces", Int. J. Mach. Tools Manufacture, Vol. 38, pp. 1089-1107, 1998.
10. Abrari, F., Elbestawi, M.A., and Spece, A.D. "On the Dynamics of Ball-end Milling: Modeling of Cutting Forces and Stability Analysis", Int. J. Mach. Manufacture, Vol. 38, No. 3, pp.215-238, 1998.