

مقایسه کنترل رویداد مبنا و زمان مبنا برای یک بازوی موبایل برای هدایت یک ارابه

مصطفی غیور^۱ و علی مستجاب الدعوه^۲
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان
(۸۴۱۵۶-۸۳۱۱۱)

چکیده

در این مقاله برای یک بازوی موبایل که می‌خواهد ارابه مشخصی را روی مسیر معینی به حرکت درآورد، از دو روش کنترل بهینه زمان مبنا و رویداد مبنا طراحی می‌شود. به این منظور، ابتدا سینماتیک ربات و ارابه مورد بررسی قرار می‌گیرد و معادلات قیود سینماتیکی برای ربات و ارابه و سینماتیک مستقیم ربات استخراج می‌شود. سپس، سینماتیک ربات و ارابه بررسی و معادلات مربوطه استخراج می‌گردد و پس از آن بهینه‌سازی برای ربات انجام می‌شود. سپس، طراحی مسیر رویداد مبنا و کنترلر موقعیت و نیرو برای ربات (از روش کنترل هیبرید نیرو-موقعیت) طراحی می‌شود. در انتها، نتایج شبیه‌سازی پاسخ کنترلر زمان مبنا و رویداد مبنا به خطای اولیه مسیر ارائه و با هم مقایسه می‌شود.

واژه های کلیدی: موبایل ربات، بهینه سازی، طراح مسیر، کنترل زمان مبنا، کنترل رویداد مبنا

Comparsion Between Time-Based and Event-Based Control for a Mobile Manipulator to Guide a Cart

M. Ghayour and A. Mostajab Aldaveh
Mech. Eng. Dep't. , Isfahan Univ. of Tech.

ABSTRACT

In this paper, an optimal controller for a mobile manipulator pushing a cart on a specified path by using time-based and event-base control method is designed. Therefore, first the kinematics of the robot and the cart is studied and their kinematic equations on are derived. The kinetic of the robot and the cart is then studied and the related equations are obtained. Next, after optimizing the robot, an event-based path planner and the force/position controller is designed for the robot, using a hybrid control of force/position type. Finally, the results of the event-based and the time-based control methods are presented and compared and the advantages of event-based control method are discussed.

Key Words: Mobile Robot, Optimization, Path Planner, Time Based Control, Event Based Control

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): Ghayour@cc.iut.ac.ir

۲- کارشناس ارشد

۱- مقدمه

بازوی موبایل معمولاً شامل یک بازو و یک پایه متحرک است. قابلیت‌های بازوی موبایل برای کاربردهایی که فضای کاری بزرگ و مهارت بازو نیاز است، اهمیت خود را نشان می‌دهد. تحرک پایه اساساً باعث افزایش کارایی سیستم می‌شود. مثلاً اندازه فضای کاری را افزایش می‌دهد و بازو را قادر می‌سازد تا پنجه را در موقعیت مناسب برای انجام موثر وظایف قرار دهد. یکی از مشخصات منحصر به فرد بازوی موبایل، تعداد زیاد افزونگی درجات آزادی ناشی از حرکت پایه است، که ربات را قادر می‌سازد علاوه بر وظایف اصلی، وظایف ثانوی را نیز انجام دهد. به عنوان مثال بهینه کردن گشتاور موتورها، پرهیز از اشکال منفرد بازو و یا جداسازی کنترل نیرو و موقعیت در یک راستا از این جمله‌اند.

برنشتاین^۱ و همکارانش در سال ۱۹۹۵ کنترل حرکت یک بازوی موبایل را مورد آنالیز قرار دادند [۱]. سراجی^۲ در سال ۱۹۹۸ یک روش زمان اجرا^۳ برای کنترل حرکت موبایل ربات ارائه کرد، که در آن موبایل ربات به عنوان بازو با افزونگی درجات آزادی در نظر گرفته می‌شد و وظایف ثانوی بر اساس مشخصات وظایف اولیه در نظر گرفته می‌شدند [۲].

پاپادوپولوس^۴ و همکارانش در سال ۲۰۰۰ طراحی مسیر و کنترل موقعیت یک موبایل ربات صفحه‌ای چهار درجه آزادی را مورد بررسی قرار دادند [۳].

اکرستد^۵ و همکارانش در سال ۲۰۰۱ یک روش کنترل ترکیبی برای حرکت هماهنگ پایه و بازو ارائه کردند [۴].

بیلی^۶ و همکارانش در سال ۲۰۰۲ روشی ارائه کردند که افزونگی درجات آزادی برای مینیمم کردن نرم اقلیدسی سرعت‌ها و همچنین تنظیم دلخواه حرکت داخلی سیستم در نظر گرفته می‌شد [۵].

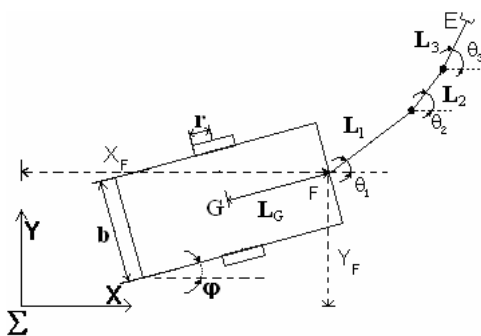
تان^۷ و همکارانش در سال ۲۰۰۳ طراحی مسیر و کنترل یک بازوی موبایل را از روش کنترل توأم نیرو و موقعیت^۸ بررسی کردند که در آن درجات آزادی اضافی

برای جداسازی کنترل نیرو و موقعیت و پرهیز از اشکال منفرد بازو در نظر گرفته می‌شد [۶].

از آنجا که روش‌های کنترلی سنتی^۹ در تعامل با محیط‌های پیچیده ناکارآمد است، در این مقاله ابتدا با بررسی سینماتیک ربات و ارابه، سعی در بررسی معیاری برای بهینه‌سازی خواهد شد. سرانجام با بدست آوردن معادلات دینامیکی ربات و ارابه، روشی برای طراحی مسیر رویداد مینا^{۱۰} و کنترل رویداد مینای ربات برای حرکت دادن ارابه روی مسیر معین ارائه خواهد شد. نتایج شبیه‌سازی برای کنترل زمان مینا^{۱۱} و رویداد مینا برای پاسخ به خطای اولیه مسیر ارائه و مقایسه خواهند شد.

۲- سینماتیک ربات

در شکل ۱، متغیرهای مفصلی ربات نشان داده شده است.



شکل (۱): متغیرهای مفصلی ربات.

مختصات تعمیم یافته سیستم را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

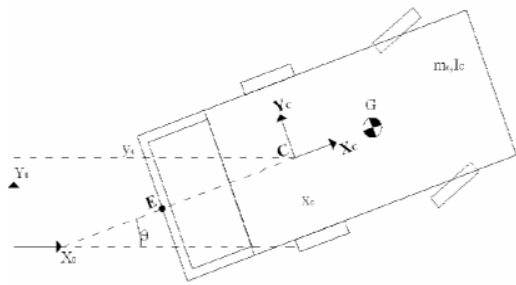
$$\mathbf{q} = [x_F \ y_F \ \phi \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T \quad (1)$$

فرض بر این است که چرخ‌های پایه فاقد لغزش می‌باشند که البته در سرعت‌های کم، فرض قابل قبولی است. با توجه به این فرض، سرعت مرکز چرخ‌ها عمود بر محور گردش چرخ‌ها و در صفحه ربات است، از این رو سرعت تمام نقاط روی خط واصل مرکز دو چرخ از جمله نقطه میانی اکسل (G) همواره عمود بر اکسل است. بنابراین حاصل ضرب داخلی بردار هادی اکسل و سرعت نقطه G برابر صفر است. یعنی:

$$\mathbf{V}_G \cdot \mathbf{n}_{axle} = \dot{y}_f \cos \phi - \dot{x}_f \sin \phi - l_G \dot{\phi} = 0. \quad (2)$$

9-Traditional
10- Event Based
11-Time Based

1-Borenstein
2-Seraji
3-Online
4-Papadopoulos
5-Egerstedt
6-Bayle
7-Tan
8-Hybrid Force/Position Control



شکل (۲): پارامترهای هندسی و مختصات تعمیم یافته ارباه.

C نقطه میانی اکسل عقب و E نقطه تماس بازو با ارباه است. فرض می‌شود که چرخ‌ها غلتش محض دارند. بنابراین سرعت نقطه C همواره بر اکسل عقب عمود می‌ماند. داریم:

$$\dot{\mathbf{V}}_C \cdot \mathbf{n}_{axle} = \dot{x}_C \sin \theta - \dot{y}_C \cos \theta = 0. \quad (9)$$

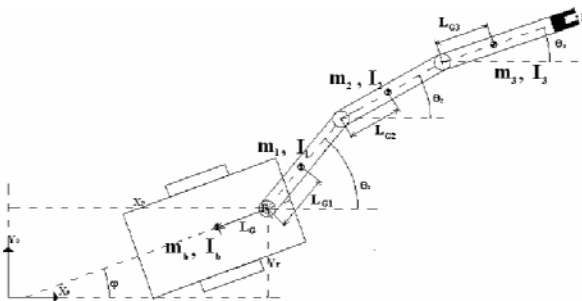
با استفاده از معادله قید بالا و نوشتن موقعیت نقطه E بر حسب سرعت و موقعیت نقطه C داریم:

$$\begin{cases} x_E = x_C \pm \frac{L_C \dot{x}_C}{\sqrt{\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2}}, \\ y_E = y_C \pm \frac{L_C \dot{y}_C}{\sqrt{\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2}}, \end{cases} \quad (10)$$

که علامت مثبت برای حالتی است که ارباه کشیده می‌شود و علامت منفی برای حالتی است که ارباه هل داده می‌شود.

۴- دینامیک ربات

جرم، لختی دورانی و مرکز جرم اعضای ربات در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل (۳): جرم، لختی دورانی و مرکز جرم اعضای ربات.

رابطه اخیر یک قید غیرهولونومیک است که در فرم پافین^۱ به صورت:

$$A(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0, \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & l_G & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

است. برای سینماتیک مستقیم بازو داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E & \dot{y}_E \end{bmatrix}^T = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_1 \sin \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 & -l_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & l_1 \cos \theta_1 & l_2 \cos \theta_2 & l_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

البته، در مختصات انتخاب شده ϕ از x_F, y_F مستقل نیست. بنابراین اگر مختصات تعمیم یافته اصلی را به صورت:

$$\mathbf{q}_m = [x_F \quad y_F \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T, \quad (5)$$

انتخاب کنیم آنگاه ماتریسی مانند **S** وجود دارد بصورتی که

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S} \dot{\mathbf{q}}_m$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sin \phi}{l_G} & \frac{\cos \phi}{l_G} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

بنابراین اگر مشتق مختصات تعمیم یافته اصلی را به عنوان سرعت‌های تعمیم یافته اصلی انتخاب کنیم، ژاکوبین برای سرعت‌های تعمیم یافته اصلی برابر خواهد بود با:

$$\mathbf{J}_m = \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}. \quad (7)$$

توجه به این نکته مفید است که:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{0}, \quad (8)$$

است. در ادامه از این خاصیت **S** برای بدست آوردن معادلات دینامیکی استفاده خواهد شد.

۳- سینماتیک ارباه

شکل ۲ پارامترهای ارباه را نشان می‌دهد:

$$\mathbf{q}_c = [x_c \ \theta]^T, \dot{\mathbf{q}}_c = [\dot{x}_c \ \dot{\theta}]^T, \quad (14)$$

انرژی جنبشی ارابه برابر است با:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c \mathbf{V}_{G cart}^T \mathbf{V}_{G cart} + \frac{1}{2} \bar{I}_{cart} \dot{\theta}^2. \quad (15)$$

با قراردادن انرژی جنبشی در معادله لاگرانژ معادله دینامیک ارابه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\ddot{\mathbf{q}}_c = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{m_c} f_{x'} - 2 \tan(\theta) \dot{\theta} \dot{x}_c \\ -\frac{l_c}{I_c} f_{y'} + \frac{m_c}{I_c} \tan(\theta) \left(\frac{\dot{x}_c}{\cos \theta} \right)^2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

که در آن، $f_{x'}$ ، $f_{y'}$ مولفه‌های نیروی وارد بر ارابه در چارچوب متصل به ارابه است و I_c لختی دورانی ارابه حول نقطه C و m_c جرم ارابه است.

۶- تحلیل افزونگی سینماتیکی

فرض کنید انتهای ربات (E) روی مسیر معینی به صورت:

$$X_E = X_E(t), Y_E = Y_E(t), \quad (17)$$

حرکت کند. این مسیر باید به فضای مفاصل تصویر شود. اما از آنجا که ربات ما دارای افزونگی درجات آزادی است، برای تصویر کردن فضای کاری به فضای مفاصل جواب یکتایی وجود ندارد. با استفاده از این درجات آزادی اضافی می‌توان علاوه بر وظیفه قرار دادن انتهای ربات در موقعیت مناسب یک کمیت معیار را مینیمم یا ماکزیمم کرد. در این مقاله انرژی جنبشی ربات به عنوان کمیت معیار انتخاب می‌شود، چون این شاخص متناسب با توان مصرفی موتورهاست.

در این شیوه باید در هر لحظه مسیر در فضای مفاصل چنان پیدا شود که روی آن کمیت انرژی جنبشی ربات مینیمم باشد. انرژی جنبشی ربات در هر لحظه به صورت:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_m^T \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{q}}_m, \quad (18)$$

است. \mathbf{M}^* همان ماتریس جرم ظاهر شده در (۱۲) است. با استفاده از (۳) داریم:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_p^T \mathbf{M}_p^* \dot{\mathbf{q}}_p, \quad \mathbf{M}_p^* = \mathbf{S}_p^T \mathbf{M}^* \mathbf{S}_p, \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{S}_p \cdot \dot{\mathbf{q}}_p, \quad (20)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_p = [\dot{x}_E \ \dot{y}_E \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T,$$

در تحلیل دینامیک ربات و ارابه، از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. معادلات لاگرانژ برای یک سیستم مقید بصورت زیر است:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (11)$$

$$L = T - U,$$

که در آن T انرژی جنبشی سیستم، U انرژی پتانسیل سیستم، \mathbf{q} مختصات تعمیم یافته، \mathbf{A} ماتریس ضریب $\dot{\mathbf{q}}$ در فرم پافین معادله قید، $\boldsymbol{\lambda}$ ضرایب لاگرانژ و $\boldsymbol{\xi}$ نیروهای تعمیم یافته می‌باشند. از آنجا که همه مفاصل و اعضا صلب فرض می‌شوند و نیز ربات در صفحه افق قرار دارد، انرژی پتانسیل ربات (U) صفر خواهد بود. با استفاده از رابطه (۱۱) معادله دینامیک ربات به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{E}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T \mathbf{F}_E - \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_l \ \tau_r \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3],$$

که اعضای بردار $\boldsymbol{\tau}$ به ترتیب گشتاور محرک چرخ چپ پایه، گشتاور محرک چرخ راست پایه و گشتاور محرک اعضای ۱، ۲ و ۳ می‌باشد و \mathbf{J} ماتریس ژاکوبین ربات و \mathbf{F}_E نیرویی است که ربات به ارابه وارد می‌کند. برای نوشتن (۱۱) بر حسب مختصات تعمیم یافته اصلی و حذف ضرایب لاگرانژ دو طرف (۱۱) باید در ماتریس \mathbf{S}^T از طرف چپ ضرب شود. باتوجه به (۶) و مشتق آن و (۸)، رابطه (۱۱) به صورت زیر در می‌آید:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{V}^* = \mathbf{E}^* \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}_m^T \mathbf{F}_E,$$

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{S}, \quad \mathbf{V}^* = \mathbf{S}^T (\mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{S}} \cdot \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{V}), \quad (13)$$

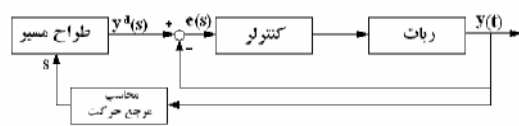
$$\mathbf{E}^* = \mathbf{S}^T \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{J}_m = \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}, \quad \mathbf{F}_E = \begin{bmatrix} f_x & f_y \end{bmatrix}^T.$$

واضح است که ماتریس \mathbf{S} از مرتبه ۵ است و بنابراین معادلات دستگاه (۱۲) از هم مستقل هستند.

۵- دینامیک ارابه

برای به دست آوردن معادلات دینامیک ارابه نیز از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. در اینجا نیز چون ارابه در صفحه افق قرار دارد، انرژی پتانسیل سیستم (U) برابر صفر است. با انتخاب مختصات و سرعت‌های تعمیم یافته برای ارابه بصورت:

کنترل رویداد مبنا این است که به جای زمان، متغیری را معرفی کنیم که مستقیماً به اطلاعات سنسورهای سیستم وابسته باشد. به این متغیر اصطلاحاً مرجع^۳ حرکت می‌گویند. سپس خروجی طراح مسیر بر حسب این مرجع حرکت نوشته می‌شود. مرجع حرکت باید طوری طراحی شود که همه اطلاعات سنسوری لازم را برای تنظیم و اصلاح طرح اولیه را برای طراح مسیر داشته باشد. سیستم با کنترل رویداد محور در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل (۵): کنترل رویداد مبنا.

همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود، محاسب مرجع حرکت را بر حسب اندازه‌گیری خروجی فعلی سیستم محاسبه می‌کند و سپس طراح مسیر مقادیر مطلوب را بر اساس متغیر مرجع حرکت محاسبه شده، حساب می‌کند. بنابراین طراح مسیر به دلیل داشتن بازخورد از خروجی به صورت یک جزء بررسی کننده/تصمیم گیرنده^۴ در می‌آید. کنترل رویداد مبنا می‌تواند با رویدادهای غیر منتظره خود را وفق دهد و از آنجا که مرجع حرکت با همان سرعت بازخورد محاسبه می‌شود مسیر اصلی به سرعت و با توجه به شرایط تنظیم و تصحیح می‌گردد. بنابراین سیستم رویداد مبنا نه تنها با حوادث غیر منتظره و نا-معینی‌های ناپیوسته، بلکه با حوادث غیر منتظره و نا-معینی‌های پیوسته نیز می‌تواند خود را وفق دهد. برای اطلاع بیشتر از روش کنترل رویداد مبنا به مقاله تان^۵ مراجعه شود [۶].

۸- کنترل توام موقعیت و نیرو

از آنجا که ربات دارای افزونگی درجات آزادی است، از این افزونگی استفاده می‌شود و نیرو و موقعیت انتهایی ربات را در جهات کاری یکسان کنترل می‌گردد [۷]. برای این منظور با استفاده از (۲۰) معادلات دینامیک ربات را بر حسب موقعیت انتهایی ربات و زاویه لینکها با محور

$$S_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_1 \sin \theta_1 & l_2 \sin \theta_2 & l_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & -l_1 \cos \theta_1 & -l_2 \cos \theta_2 & -l_3 \cos \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

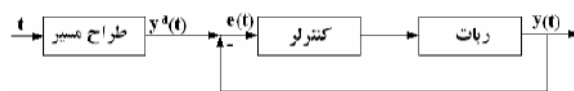
از آنجا که باید T نسبت به $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ مینیمم باشد، $\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i}$ را مساوی صفر قرار می‌گیرد و لذا داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T = M_{PP}^{-1} M_{PF} [\dot{x}_E \quad \dot{y}_E]^T, \quad (21)$$

$$M_P^* = \begin{bmatrix} (M_{FF})_{2 \times 2} & (M_{FP})_{2 \times 3} \\ (M_{PF})_{3 \times 2} & (M_{PP})_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

۷- کنترل زمان مبنا و رویداد مبنا

منظور از کنترل زمان مبنا این است که مسیر جسم پیش از اجرا معلوم است. بر این اساس با استفاده از سینماتیک جسم، مسیر مطلوب انتهایی ربات و از دینامیک جسم، نیروهای مطلوب را که از طرف ربات بر جسم وارد می‌شود، محاسبه می‌گردد. سپس با دانستن مدل دینامیکی و سینماتیکی ربات مسیر مطلوب مورد نظر برای متغیرهای مفصلی به صورت پیش از اجرا^۱ محاسبه می‌شود و به شکل تابعی از زمان ذخیره می‌گردد. در زمان اجرا کنترلر بر حسب زمان مقادیر مطلوب را از طراح مسیر دریافت می‌نماید و سعی می‌کند که متغیرهای واقعی را به مقادیر مطلوب نزدیک کند. در این شیوه، کنترل طراحی مسیر قبل از زمان اجرا بوده و هیچ گونه ارتباطی با کنترلر ندارد. سیستم با کنترل زمان مبنا در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل (۴): کنترل زمان مبنا.

اگر سیستم در یک محیط پیچیده کار کند کنترلر به تنهایی نمی‌تواند کارایی سیستم را تضمین کند، در این صورت برای تضمین کارایی سیستم باید کنترلر و طراح مسیر به صورت یکپارچه^۲ درآیند. در حقیقت ایده اصلی

3-Motion Reference

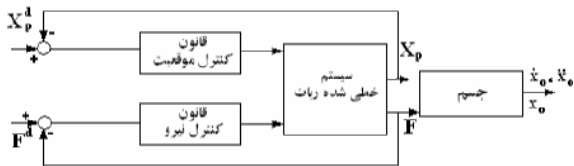
4-Invetigation / Decision Component

5-Tan

1-Off-line

2-Integrated Task Planner

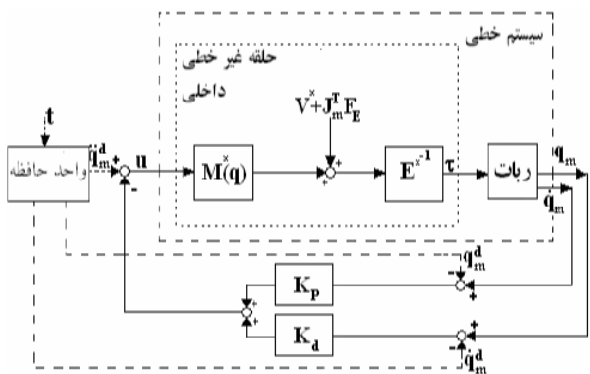
محیط‌های فعال مثل همکاری با ربات‌های دیگر و یا انسان می‌توان طراحی نیرو و مسیر را به‌طور مجزا انجام داد. شکل ۶ کنترل توأم نیرو و موقعیت را برای ربات با افزونگی درجات آزادی به‌طور تصویری نشان می‌دهد.



شکل (۶): کنترل توأم موقعیت-نیرو برراط ربات با افزونگی درجات آزادی.

۹- طراحی کنترلر زمان مبنا

کنترلر زمان مبنا به این معنی است که مسیر تعیین شده برای ارباب معلوم است. با استفاده از رابطه (۱۰) و مسیر انتهایی ربات برای حالتی که ارباب را هل می‌دهد محاسبه می‌شود. سپس این مسیر با استفاده از رابطه (۲۱) و رابطه (۴) به فضای مفاصل تصویر می‌شود. پس از انجام این محاسبات به‌صورت پیش از اجرا نتایج در واحد حافظه به‌عنوان مقادیر مطلوب ذخیره می‌گردد. حال با استفاده از روش گشتاورهای محاسبه شده سعی در نزدیک کردن متغیرهای مفصلی به مقادیر مطلوب می‌شود. روش زمان مبنای به‌کار گرفته شده برای کنترل این ربات به کمک گشتاورهای محاسبه شده در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل (۷): کنترل زمان مبنا به روش گشتاورهای محاسبه شده.

طول‌های دستگاه متصل به زمین می‌نویسیم. از رابطه (۲۰) داریم:

$$\ddot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{S}_p \ddot{\mathbf{q}}_p + \dot{\mathbf{S}}_p \dot{\mathbf{q}}_p \quad (22)$$

و با جاگذاری در رابطه (۱۳) داریم:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}_p + \mathbf{V}^* + \dot{\mathbf{S}}_p \dot{\mathbf{q}}_p + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{F}_E = \mathbf{E}^* \boldsymbol{\tau} \quad (23)$$

با اجرای این کار، نیروی وارد بر ارباب فقط در دو معادله اول ظاهر می‌شود. از این رو $\mathbf{X}_f = \{x_E, y_E\}$ زیر فضای کنترل نیرو و $\mathbf{X}_p = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ به‌عنوان زیر فضای کنترل موقعیت انتخاب می‌شود.

با استفاده از بازخورد غیرخطی زیر که در روش گشتاورهای محاسبه شده^۱ به کار می‌رود:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{E}^{*-1} (\mathbf{M}^* \mathbf{u} + \mathbf{V}^* + \dot{\mathbf{S}}_p \dot{\mathbf{q}}_p + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{F}_E) \quad (24)$$

و با جاگذاری رابطه (۲۴) در رابطه (۲۳) سیستم به‌صورت زیر خطی می‌شود:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{X}}_p = \mathbf{u}_p \\ \ddot{\mathbf{X}}_f = \mathbf{u}_f \end{cases} \quad (25)$$

که زیرسیستم مشخص شده با اندیس f زیرسیستم کنترل نیرو و زیرسیستم مشخص شده با اندیس p زیرسیستم کنترل موقعیت است. برای هر یک از دو زیرسیستم می‌توان یک بازخورد خطی به‌صورت زیر طراحی کرد:

$$\mathbf{u}_p = \ddot{\mathbf{X}}_p^d + \mathbf{K}_{pp} (\mathbf{X}_p^d - \mathbf{X}_p) + \mathbf{K}_{pd} (\dot{\mathbf{X}}_p^d - \dot{\mathbf{X}}_p) \quad (26)$$

$$\mathbf{u}_f = \ddot{\mathbf{X}}_f + \mathbf{K}_{fp} (\mathbf{F}^d - \mathbf{F}) + \mathbf{K}_{fi} \int_0^t (\mathbf{F}^d - \mathbf{F}) dt \quad (27)$$

توجه به این نکته بسیار مهم است که \mathbf{X}_p^d و \mathbf{F}^d باید طوری طراحی شود که قیود محیط را ارضا کند. در محیط غیرفعال طراحی مسیر و نیرو به وسیله دینامیک محیط به هم مربوط می‌شوند و طراحی مسیر و نیرو در یک جهت کاری باید براساس دینامیک محیط صورت گیرد، اما در

۱۰- طراحی کنترلر رویداد مبنا

در این قسمت یک طراح رویداد مبنا برای محاسبه لحظه‌ای نیروی مطلوب وارد بر ارابه به منظور هدایت ارابه روی مسیر تعیین شده طراحی می‌شود. از رابطه (۱۶) و مشتق رابطه (۹) داریم:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} f_{x'} \\ v_c \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -2 \sin \theta \\ \frac{m_c}{\sin \theta} & \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta} \end{bmatrix}, v_c = \frac{\dot{x}_c}{\cos \theta}$$

برای ماتریس \mathbf{G} داریم:

$$\det(\mathbf{G}) = \frac{1}{m_c} \quad (29)$$

بنابراین ماتریس \mathbf{G} همواره معکوس پذیر است. مسیر دلخواه نقطه C از ارابه به صورت x_c^d, y_c^d در نظر گرفته می‌شود. کنترلر برای سیستم خطی رابطه (۲۸) می‌تواند به صورت زیر طراحی گردد:

$$\begin{cases} w_1 = \ddot{x}_c^d + k_{px}(x_c^d - x_c) + k_{dx}(\dot{x}_c^d - \dot{x}_c) \\ w_2 = \ddot{y}_c^d + k_{py}(y_c^d - y_c) + k_{dy}(\dot{y}_c^d - \dot{y}_c) \end{cases} \quad (30)$$

در $f_{x'}, v_c \dot{\theta}$ در رابطه (۲۸) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} f_{x'} \\ v_c \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

مفهوم فیزیکی رابطه (۳۱) این است که $f_{x'}$ سرعت خطی و $\dot{\theta}$ سرعت زاویه ارابه را به گونه‌ای کنترل می‌کند که مسیر مورد نظر (x_c^d, y_c^d) دنبال شود، اما از طرفی $\dot{\theta}$ یک متغیر حالت داخلی است که طبق رابطه (۱۶) به وسیله $f_{y'}$ کنترل می‌شود. از رابطه (۱۶) داریم:

$$\ddot{\theta} = -\frac{L_c}{I_c} f_{y'} + \frac{m_c}{I_c} v_c^2 \tan \theta \quad (32)$$

$\dot{\theta}$ که از رابطه (۳۱) به دست می‌آید به صورت $\dot{\theta}^d = \psi(x_c, y_c, \theta)$ در نظر گرفته می‌شود. برای اینکه θ حقیقی به ψ نزدیک شود، سیگنال ورودی $f_{y'}$ به صورت زیر طراحی می‌گردد:

$$f_{y'} = -\frac{I_c}{L_c} (\dot{\psi} + k_\theta(\psi - \dot{\theta})) + \frac{m_c}{L_c} v_c^2 \tan \theta \quad (33)$$

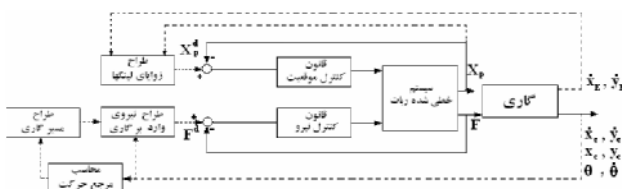
$f_{x'}, f_{y'}$ نیروی اعمالی از طرف ربات به ارابه در دستگاه متصل به ارابه است. نیروی مطلوب وارد بر ارابه در دستگاه متصل به زمین به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\mathbf{F}^d = \begin{bmatrix} f_{x'}^d \\ f_{y'}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x'} \cos \theta - f_{y'} \sin \theta \\ f_{x'} \sin \theta + f_{y'} \cos \theta \end{bmatrix} \quad (34)$$

با توجه به رابطه (۳۱) اگر $v_c = 0$ باشد مقدار ψ به بینهایت میل خواهد کرد، بنابراین هر کجا در بین مسیر $v_c = 0$ شد مقدار $f_{x'}^d$ و $f_{y'}^d$ برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در آغاز مسیر حرکت نیز اگر $v_c = 0$ باشد از مقدار $f_{x'}^d$ و $f_{y'}^d$ برای حالت ایده‌آل که در نقشه اولیه برای مسیر محاسبه شده استفاده می‌شود. به این صورت مقدار مطلوب برای نیروی وارد بر ارابه به صورت زمان اجرا محاسبه می‌شود.

مقدار مطلوب برای $\mathbf{X}_p = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ با فرض حفظ تماس انتهای ربات با ارابه و بازخورد گرفتن از سرعت انتهای ربات و استفاده از رابطه (۲۱) به صورت زمان اجرا محاسبه می‌شود.

پس از محاسبه مقادیر مطلوب با استفاده از روش کنترل توأم موقعیت و نیرو که در بخش ۸ همین مقاله ذکر شد، ربات کنترل می‌شود. روش رویداد مبنای به کار گرفته شده برای کنترل این ربات در شکل ۸ نشان داده شده است.



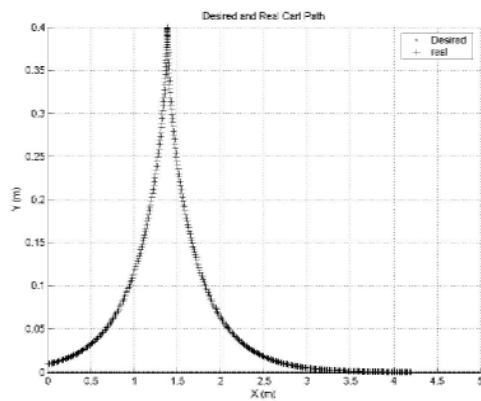
شکل (۸): کنترل رویداد مبنا به روش کنترل توأم

موقعیت-نیرو.

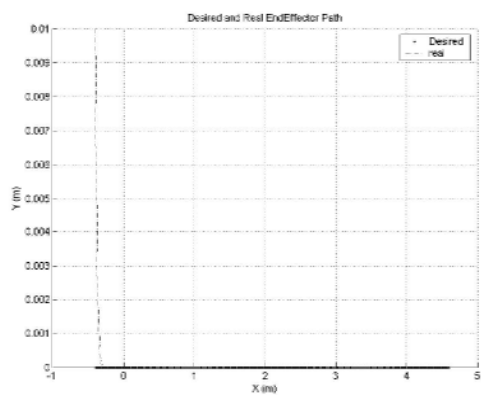
۱۱- مقایسه کنترلر زمان مبنا و رویداد مبنا

برای مقایسه این دو روش کنترل، فرض می‌شود که ارابه باید روی مسیر زیر جابجا شود:

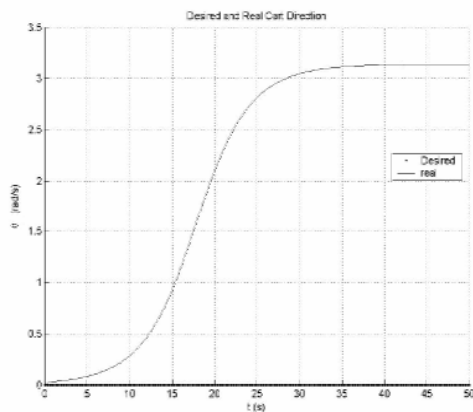
$$x_c = 0.1t, y_c = 0 \quad 0 \leq t \leq 50 (s) \quad (35)$$



شکل (۹): مسیر مطلوب و حقیقی نقطه C از ارابه.



شکل (۱۰): مسیر مطلوب و حقیقی نقطه E انتهای بازو.



شکل (۱۱): جهت مطلوب و حقیقی ارابه.

مشخصات ربات به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} L_1 &= 0.30 \text{ (m)}, & L_{G1} &= 0.15 \text{ (m)}, \\ L_2 &= 0.30 \text{ (m)}, & L_{G2} &= 0.15 \text{ (m)}, \\ L_3 &= 0.35 \text{ (m)}, & L_{G3} &= 0.12 \text{ (m)}, \\ b &= 0.30 \text{ (m)}, & r &= 0.10 \text{ (m)}, \\ L_G &= 0.30 \text{ (m)}, \\ m_1 &= 4.0 \text{ (Kg)}, & m_2 &= 4.0 \text{ (Kg)}, \\ m_3 &= 3.5 \text{ (Kg)}, & m_b &= 50.0 \text{ (Kg)}, \\ I_1 &= 0.030 \text{ (Kg.m}^2\text{)}, & I_2 &= 0.030 \text{ (Kg.m}^2\text{)}, \\ I_3 &= 0.036 \text{ (Kg.m}^2\text{)}, & I_b &= 1.420 \text{ (Kg.m}^2\text{)}. \end{aligned}$$

لازم به یادآوری است که m_1, m_2, m_3 و m_b به ترتیب جرم عضوهای ۱، ۲، ۳ و جرم پایه ربات هستند. مشخصات ارابه به صورت زیر است:

$$L_E=0.45(m), \quad L_C=0.4(m), \quad m_C=50(Kg), \quad I_C=19(Kg.m^2).$$

شکل اولیه ربات به صورت زیر است:

$$\theta_1 = -\pi/3, \quad \theta_2 = -\pi/4, \quad \theta_3 = \pi/3, \quad \varphi = 0.$$

برای دستیابی به شبیه‌سازی مناسب و عدم اشباع عملگرها و نداشتن نویز، بهره‌های کنترلر زمان مبنا به صورت زیر انتخاب می‌شوند [۸].

$$K_p = \text{diag}\{64,64,64,64,64\},$$

$$K_d = \text{diag}\{16,16,16,16,16\},$$

و فرض می‌شود که ربات و ارابه در لحظه اول حرکت سرعت اولیه $0.1m/s$ دارند.

ابتدا ربات با شیوه کنترلر زمان مبنا، کنترل می‌شود. در این حالت خطای اولیه‌ای برای سیستم به این صورت در نظر گرفته می‌شود که ربات و ارابه هر دو در لحظه اول به اندازه $1cm$ در جهت محور عرض‌های دستگاه متصل به زمین خارج از مسیر قرار دارند. نتایج شبیه‌سازی بصورت زیر به دست می‌آیند:

$$k_{px} = k_{py} = 1, k_{dx} = k_{dy} = 2,$$

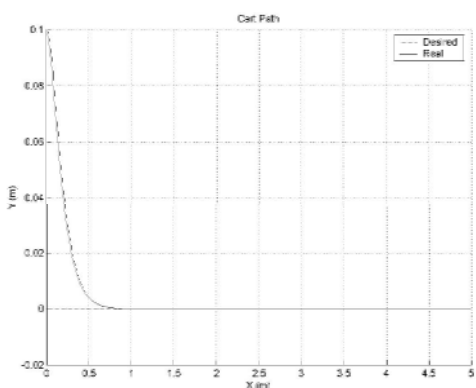
$$K_{pp} = \text{diag}\{100\}, K_{pd} = \text{diag}\{20\},$$

$$K_{fp} = \text{diag}\{10\}, K_{fi} = \text{diag}\{10\}.$$

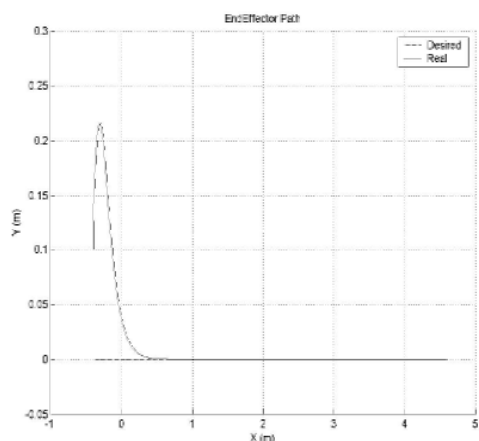
با انتخاب موقعیت نقطه C از ارابه روی محور طولهای دستگاه متصل به زمین به عنوان مرجع حرکت ($s = x_c$) به صورت زیر در می آید:

$$\begin{cases} x_c = s, \dot{x}_c = .1 \\ y_c = 0, \dot{y}_c = 0 \end{cases} \quad 0 \leq s \leq 5 (m). \quad (36)$$

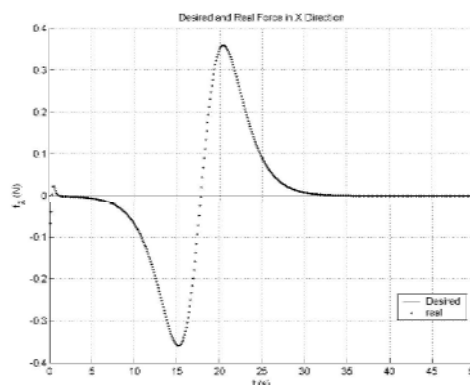
در این حالت خطای اولیه‌ای برای سیستم به این صورت در نظر گرفته می‌شود که ربات و ارابه هر دو در لحظه اول به اندازه 10 cm در جهت محور عرض‌های دستگاه متصل به زمین خارج از مسیر قرار دارند. نتایج شبیه‌سازی به صورت زیر به دست می‌آیند:



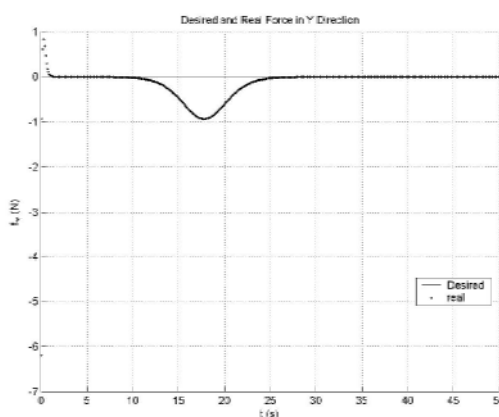
شکل (۱۴): مسیر مطلوب و حقیقی نقطه C از ارابه.



شکل (۱۵): مسیر مطلوب و حقیقی نقطه E انتهای بازو.



شکل (۱۲): نیروی افقی مطلوب و حقیقی وارد بر ارابه.



شکل (۱۳): نیروی عمودی مطلوب و حقیقی وارد بر ارابه.

بطوری که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، انتهای ربات به مسیر مطلوب باز می‌گردد، اما همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود کنترلر زمان مبنا از رساندن ارابه به مسیر مطلوب عاجز است. به این مفهوم که هر چند انتهای ربات به مسیر مطلوب خود باز می‌گردد و روی آن حرکت می‌کند، اما با توجه به شکل ۱۱، ارابه حول نقطه E چرخیده و از حالت هل داده شدن به حالت کشیده شده تغییر حالت می‌دهد. این تغییر وضعیت از حالت هل داده شدن به کشیده شدن، در فاصله حدود ثانیه ۵ تا حدود ثانیه ۳۰ حرکت، (شکل‌های ۱۲ و ۱۳).

در حالت دوم، ربات با شیوه کنترل رویداد مبنا کنترل می‌شود. بهره‌های کنترلر با توجه به اینکه در سیستم رویداد مبنا بسته به نوع سنسورها، عملگرها، نحوه پردازش داده‌ها در طراح مسیر، محل نصب سنسورها و دستیابی به شبیه‌سازی مناسب به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

تصحیح می‌کند و با این کار همان‌طور که در شکل ۱۶ دیده می‌شود از چرخش ارابه جلوگیری می‌کند. به وضوح دیده می‌شود که شیوه کنترل زمان مبنا از جبران خطای اولیه ناچیز در مسیر عاجز است ولی شیوه کنترل رویداد مبنا با تصحیح طرح اولیه خطای بزرگ اولیه را به سرعت جبران می‌کند.

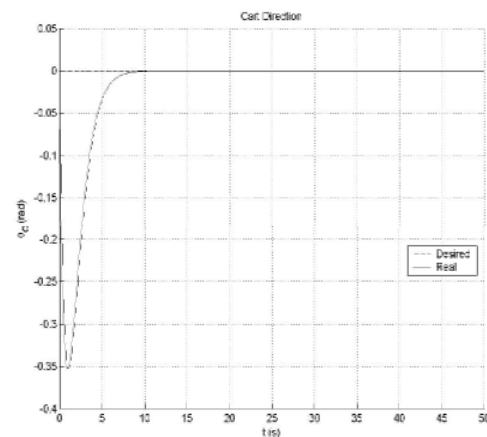
۱۲- نتیجه گیری و پیشنهاد

در ابتدا سینماتیک و سینتیک ربات و ارابه بررسی شد. سپس دو شیوه کنترلی زمان مبنا و رویداد مبنا مطرح شد. بعد یک کنترلر زمان مبنا و یک کنترلر و طراح رویداد مبنا برای ربات طراحی گردید. سرانجام با شبیه سازی این دو شیوه کنترل دیده شد که کنترل زمان مبنا به علت عدم انعطاف طراح مسیر و بی‌اطلاعی آن از شرایط محیط در برهم کنش با محیط‌های پیچیده ناتوان است (گفتنی است که نحوه برهم کنش بازو و ارابه همانند یک اتصال گردشی بوده و بازو ربات فقط نیرو اعمال می‌کند) و برخلاف آن شیوه کنترل رویداد مبنا با تصحیح پی در پی نقشه اولیه با توجه به شرایط جدید محیط می‌توان در برهم‌کنش با محیط‌های پیچیده کاملاً موفق عمل کند. کنترلرهای رویداد مبنا و زمان مبنا طراحی شده در این مقاله تنها کنترلرهای قابل طراحی برای این مساله نیستند. اما در همه کنترلرهای زمان مبنا دیگری نیز که طراحی شود بی‌اطلاعی طراح مسیر از شرایط محیط و در نظر گرفتن متغیر توقف‌ناپذیر زمان به‌عنوان پایه کنترل باعث خواهد شد که ربات در هدایت ارابه روی مسیر، مطمئن و بعضاً موفق عمل نکند. در ادامه این مقاله پیشنهاد می‌شود که:

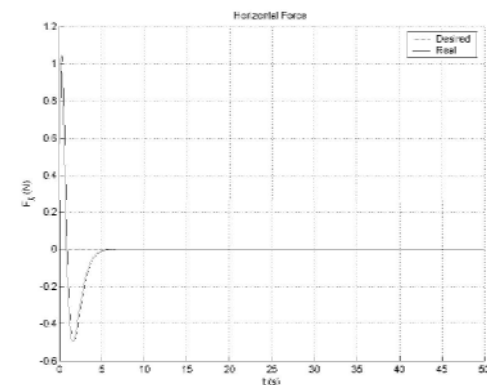
- ۱- این مساله به‌صورت سه بعدی بررسی شود،
- ۲- کنترلرهای رویداد مبنا دیگری برای ربات طراحی شود
- ۳- شیوه رویداد مبنا با شیوه زمان مبنا با طراح یک پارچه مقایسه شود.

مراجع

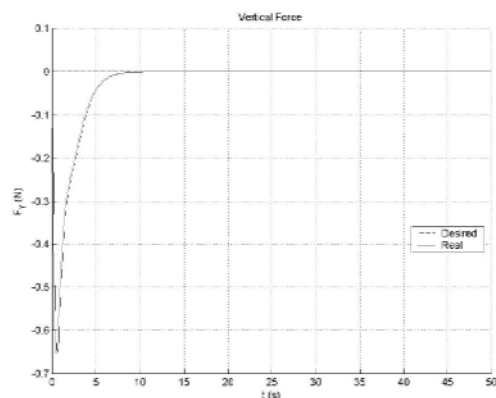
1. Borenstein, J. and Koren, Y., "Motion Control Analysis of a Mobile Robot", ASME J. Dynamic Measurement and Control, Vol. 109, No. 2, pp.73-79, 1995.
2. Seraji, H., "A Unified Approach to Motion



شکل (۱۶): جهت مطلوب و حقیقی ارابه.



شکل (۱۷): نیروی افقی مطلوب و حقیقی وارد بر ارابه.



شکل (۱۸): نیروی عمودی مطلوب و حقیقی وارد بر ارابه.

از شکل ۱۴ پیداست که ربات در بازگرداندن ارابه به مسیر موفق است. در شکل ۱۵، شکل ۱۷ و شکل ۱۸ دیده می‌شود که طراح مسیر به طور مرتب با توجه به شرایط طرح اولیه برای موقعیت انتهای ربات، نیروی مطلوب وارد بر ارابه را

- Control of Mobile Manipulators", *Int. J. Robotic Research* Vol. 17, No. 2, pp. 107-118, 1998.
3. Papadopoulos, E., Poulakakis, J., "Trajectory Planning and Control for Mobile Manipulator System", *The 8th IEEE Mediterranean Conf. on Control & Automation*, 2000.
 4. Egerstedt, M. and Hu, X., "A Hybrid Control Approach to Action Coordination for Mobile Robots", Elsevier Science Ltd, 2001.
 5. Bayle, B. and Renaud, M., "Non-holonomic Mobile Manipulators: Kinematics, Velocities and Redundancies", *J. Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 36, No. 2, pp. 45-63, 2003.
 6. Tan, J., Xi, N., Wang, Y., "Integrated Task Planning and Control for Mobile Manipulators", *J. Robotic Research*, Vol. 22, No. 5, pp. 337-354, 2003.
 7. Yamamoto, Y. and Yun, X., "Coordinating Locomotion and Manipulation of a Mobile Manipulator", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 39, No. 6, pp. 1326-1332, 1994.
 8. Kolmanovsky, I., and McClamroch, H., "Developments in Non-holonomic Control Problems", *IEEE Control Systems*, pp. 20-35, 1995.