

بررسی آثار پارامترهای طراحی بر عملکردهای استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های گازی غیر مدور

اصغر دشتی رحمت آبادی^۲

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد
(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۲/۱۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۳/۱۹)

رضا رشیدی میبیدی^۱

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

چکیده

یاتاقان‌های گازی به طور وسیعی در کاربردهای مدرن صنعتی، بخصوص کاربردهایی که یاتاقان‌های معمولی روغنی و بلبرینگ‌ها نمی‌توانند عمل کنند، به کار گرفته می‌شوند. با وجود مزایای بی شمار، یاتاقان‌های گازی دارای محدودیت‌هایی می‌باشند که از مهمترین آنها کمی ویسکوزیته لایه روانکار، یعنی گاز است که باعث می‌شود سیستم یاتاقان آمادگی بیشتری برای ناپایداری داشته باشد. از این نظر بررسی پایداری این نوع یاتاقان‌ها نسبت به یاتاقان‌های روغنی از اهمیت بیشتری برخوردار است. هدف مقاله حاضر بررسی آثار پارامترهای طراحی، از قبیل زاویه نصب و اندازه یاتاقان بر مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی سه نوع یاتاقان گازی غیرمدور با استفاده از روش اجزای محدود است. نتایج نشان می‌دهند که اثر زاویه نصب بر مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های گازی دو-لب، در مقایسه با یاتاقان‌های گازی سه-لب و چهار-لب، بیشتر است. همچنین، اثر پارامتر فوق بر عملکرد یاتاقان‌های مزبور در تراکم‌پذیری پایین بیشتر محسوس می‌باشد. نتایج این بررسی نشانگر آن است که ابعاد یاتاقان‌های گازی غیرمدور نیز تأثیر به سزائی بر عملکرد آنها دارد.

واژه‌های کلیدی: یاتاقان گازی، اندازه یاتاقان، زاویه نصب، مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی

Effect of Design Parameters on Static and Dynamic Performances of Gas Non-circular Bearings

R. Rashidi Maybodi

Mech. Eng. Dep't., Shahrood Univ.

A.D. Rahmatabadi

Mech. Eng. Dep't., Yazd Univ.

ABSTRACT

In spite of numerous attractive features, the gas bearings have some disadvantages, primarily due to its relatively low lubricant viscosity. Gas films provide relatively low damping in comparison to the oil films, which makes the instability more severe in gas bearings. The purpose of the present work is to study the effects of mounting angle, as well as the size of the bearing, on the static and dynamic characteristics of three types of non-circular bearings. It is found that the effect of the mounting angle is more significant in two lobe bearings, in comparison with the three- and four-lobe ones. It is also noted that the size of the bearings has significant effect on their behavior.

Key Words: Gas Bearing, Size of Bearing, Mounting Angle, Static and Dynamic Characteristics

بالانویس‌ها	فهرست علائم
i قسمت موهومی ماتریس	\bar{B}_{mn} ضرایب میرایی فیلم سیال (گاز)
k اشاره به لب	$Ns/m, m, n = x, y, B_{mn} \bar{P}_a \bar{R}^2 / (\bar{C}_m \bar{\omega})$
r قسمت حقیقی ماتریس	\bar{C} لقی شعاعی، m
	\bar{C}_m کوچک‌ترین مقدار لقی شعاعی هنگامی که محور و یاتاقان هم‌مرکز باشند، m
زیرنویس‌ها	
0 نشان‌دهنده وضعیت استاتیکی محور	\bar{F} نیروی فیلم سیال روی محور، $N, F \bar{P}_a \bar{R}^2$
k اشاره به لب	\bar{h} ضخامت فیلم سیال، $m, h \bar{C}_m$
x, y محورهای مختصات	\bar{M}_c پارامتر جرم بحرانی، $kg, M_c \bar{P}_a \bar{R}^2 / (\bar{C}_m \bar{\omega})$
	P فشار گاز نسبت به محیط، \bar{P} / \bar{P}_a
	\bar{P}_a فشار محیط، N/m^2
	\bar{P}_L افت انرژی، $Watt, P_L \bar{\mu} \bar{R}^4 \bar{\omega}^2 / \bar{C}_m$
	\bar{S}_{mn} ضرایب سختی فیلم سیال (گاز)
	$N/m, m, n = x, y, S_{mn} \bar{P}_a \bar{R}^2 / \bar{C}_m$
	\bar{t} زمان، $s, t / \bar{\omega}$
	\bar{U} سرعت محیطی محور، $m/s, \bar{R} \bar{\omega}_0 U$
	x, y محورهای مختصات دکارتی با در نظر گرفتن مبدأ در مرکز یاتاقان

۱- مقدمه

در طول چهار دهه گذشته، یاتاقان‌های روانکاری شده با گاز به صورت عملی و تئوری مورد توجه بسیاری از محققان در شاخه علم روانکاری^۱ قرار گرفته است. رشد سریع فناوری یاتاقان‌های گازی اساساً ناشی از کاربردهای مهندسی وسیع آنها است. یاتاقان‌های گازی هم‌اکنون در توربوماشین‌های سریع، ابزار نوابری و هواپیمایی، ماشین‌های ابزار با دور بالا، صنایع غذایی و داروسازی، قطعات کامپیوترهای دیجیتال و غیره به کار گرفته می‌شوند.

دلیل به کارگیری یاتاقان‌های گازی در موارد ذکر شده را می‌توان به پایداری روانکار در بازه وسیعی از تغییرات دما، فراوانی روانکار نظیر هوا، آلوده نکردن محیط، سازگاری در شرایط کارکرد با دور بالا و کاهش اتلاف انرژی در اثر نیروی اصطکاک اشاره کرد [۱-۲].

ظرفیت پایین تحمل بار و پایداری دینامیکی ضعیف ناشی از چرخش خودالحاقی در سیستم یاتاقان‌های گازی، دو ویژگی است که کارایی یاتاقان‌های گازی را در عمل کاهش می‌دهد. خوشبختانه یاتاقان‌های گازی در کاربردهای عملی تحت تأثیر بارهای سبک قرار می‌گیرند ولی مسأله ناپایداری دینامیکی در سیستم یاتاقان‌های گازی به علت به کارگیری آنها در سیستم‌های با سرعت بالا نسبت به سیستم یاتاقان-های روغنی شدیدتر می‌باشد. به علت نیاز ابزار چرخشی جدید با سرعت بالا و همچنین اطمینان از عملکرد یاتاقان در این محدوده سرعت، داشتن نمودار پایداری ضروری به نظر می‌رسد، تا بتوان ضمن استفاده بهینه از سیستم یاتاقان‌ها، از

فهرست علائم یونانی

γ نسبت فرکانس چرخش در آستانه ناپایداری	
δ پرئود، \bar{C}_m / \bar{C}	
ζ مختصات محور طولی یاتاقان، اندازه‌گیری شده از وسط یاتاقان، $\bar{\zeta} / \bar{R}$	
ϕ زاویه مشخصه	
θ مختصات زاویه‌ای، اندازه‌گیری شده از محور X	
θ_0^k زاویه بین خط مرکزی محور و لب k ام با جهت مثبت محور X	
θ_1^k زاویه شروع لب k ام	
θ_2^k زاویه پایان لب k ام	
θ_r زاویه انحراف	
$\bar{\omega}$ سرعت دورانی محور، $1/s$	
A عدد تراکم‌پذیری یا عدد یاتاقان	
λ نسبت طول به قطر	
$\bar{\mu}$ ویسکوزیته روانکار، Ns/m^2	

این زاویه نسبت به راستای بار اعمالی روی محور سنجیده می‌شود. مقدار مثبت زاویه نصب، هم‌جهت بودن چرخش یاتاقان با چرخش محور را نشان می‌دهد و مقدار منفی آن، به معنی خلاف جهت بودن چرخش محور با چرخش یاتاقان است.

پیکوس [۶] روش مداری را برای تجزیه و تحلیل عملکرد سیستم یاتاقان‌های گازی به کار گرفته است. رحمت‌آبادی [۷] و مالک [۸] از روش غیر خطی برای دستیابی به نواحی پایدار سیستم یاتاقان‌های گازی استفاده کرده‌اند، چاندرا [۹] عملکرد یاتاقان‌های گازی غیرمدور را در حالت تقارن بدون در نظر گرفتن اثر زاویه نصب مورد بررسی قرار داده و در تحلیل دینامیکی خود از روش لاند [۱۰-۱۱] استفاده کرده است که در مقاله حاضر نیز از همین روش استفاده می‌شود. در مقاله حاضر آثار ابعاد و زاویه نصب بر عملکرد یاتاقان‌های گازی دو-لب^۷، سه-لب^۸ و چهار-لب^۹ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

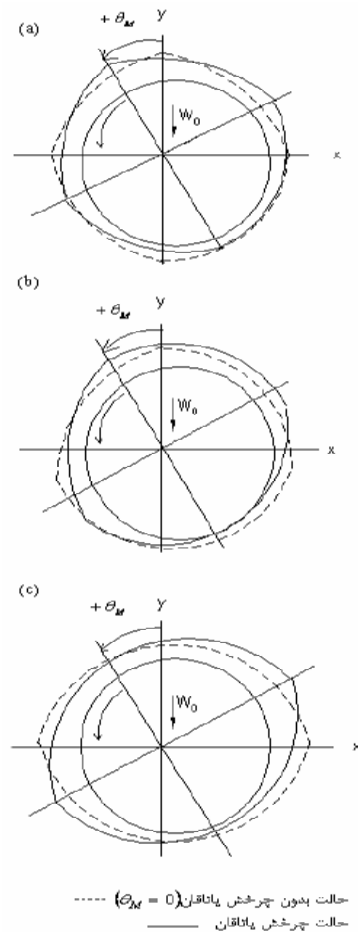
۲- تحلیل

در یک سیستم یاتاقان و محور که محور دارای سرعت یکنواخت می‌باشد و بار وارد بر سیستم نیز ثابت است مرکز محور در یک موقعیت ثابت قرار می‌گیرد و هندسه فضای لقی بین محور و یاتاقان همواره شکل ثابتی خواهد داشت. این وضعیت، حالت پایدار سیستم یاتاقان را تعریف می‌کند. هرگونه اغتشاش در سیستم از قبیل تغییر در سرعت محور و یا تغییر در بار، سبب می‌شود که محور در موقعیت ثابتی قرار نگیرد و سیستم یاتاقان حالت دینامیکی به خود بگیرد.

جزئیات هندسی یاتاقان‌های غیرمدور در شکل ۲ نشان داده شده است. برای تحلیل یاتاقان‌های گازی غیرمدور هر یک از لب‌های آن به صورت یک جزء مستقل در نظر گرفته شده و معادلات حاکم برای آن نوشته می‌شود.

به منظور عمومیت دادن تحلیل برای کل هندسه یاتاقان غیرمدور، هندسه فیلم سیال نسبت به دستگاه مختصات عبوری از مرکز یاتاقان مطابق شکل ۲ در نظر گرفته می‌شود.

هرگونه صدمه احتمالی به سیستم که منجر به از کار افتادن آن شود، جلوگیری کرد و در ضمن با مقایسه نمودار پایداری یاتاقان‌های مختلف، آن را که بیشترین حد پایداری دارد، انتخاب کرد. در مقایسه با یاتاقان مدور، یاتاقان‌های غیرمدور^۲ اساساً از عملکرد دینامیکی بهتری برخوردار می‌باشند. بررسی‌های انجام شده درباره یاتاقان‌های روغنی نشان‌دهنده آن است که پارامترهای هندسی یاتاقان‌های غیرمدور از قبیل نسبت طول به قطر یاتاقان، تعداد لب^۳ مقدار پریلود^۴ مقدار زاویه انحراف^۵ و زاویه نصب^۶ می‌توانند این عملکرد را تحت تأثیر خود قرار دهند [۳-۵]. مطابق با شکل ۱ چرخش یاتاقان را نسبت به حالت بدون چرخش با زاویه‌ای که آن را زاویه نصب ($\theta_M +$) می‌نامند، بیان می‌کنند.



شکل (۱): نمایش یاتاقان در حالت تقارن و چرخش
(a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.

7- Two -lobe
8 - Three -lobe
9- Four -lobe

2- Lobed Bearing
3- Lobe
4- Preload
5- Tilt Angle
6- Mount Angle

این معادله در جهت θ و در راستای محور طولی یاتاقان (ξ) نوشته شده است. P ، U و t به ترتیب اشاره به متغیر فشار، سرعت و زمان دارند. Λ عدد بدون بعدی است که آن را عدد تراکم پذیری یا عدد یاتاقان می خوانند و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{P_a C_m^2}, \quad (4)$$

که در آن، μ لزجت روانکار، ω سرعت زاویه محور، R شعاع محور، P_a فشار محیط، C_m کمترین مقدار فضای لقی بین یاتاقان و محور را موقعی که آنها هم مرکز باشند بیان می کنند.

شرایط مرزی حاکم بر مسأله به صورت زیر است:

$$P(\theta_1^k, \xi, t) = P(\theta_2^k, \xi, t) = P(\theta, \pm \lambda, t) = 0, \quad (5)$$

که در آن، θ_1^k و θ_2^k به ترتیب زوایای شروع و پایان هر یک از لبها هستند و λ نسبت طول یاتاقان به قطر آن است. به منظور بیان حالت دینامیکی در میدان جریان، فرض می شود که حرکت چرخشی محور، تناوبی بوده [۱۰-۱۱] و به صورت زیر بیان می شود:

$$X' = \text{Re}(|X'|e^{j\gamma t}), Y' = \text{Re}(|Y'|e^{j\gamma t}), \quad (6)$$

که در آن، X', Y' مختصات اغتشاش محور است که از موقعیت پایدار آن اندازه گیری می شود. در این رابطه $|X'|, |Y'|$ دامنه حرکت، $j = \sqrt{-1}$ و γ نسبت فرکانس چرخش^۱ محور به سرعت زاویه آن است. فرکانس چرخش، سرعت زاویه ای است که محور در اثر اغتشاش صورت گرفته شده حول محوری که دوران دارد، شروع به چرخش می کند.

فشار گاز به صورت مجموع فشار در حالت پایدار (P_0) و

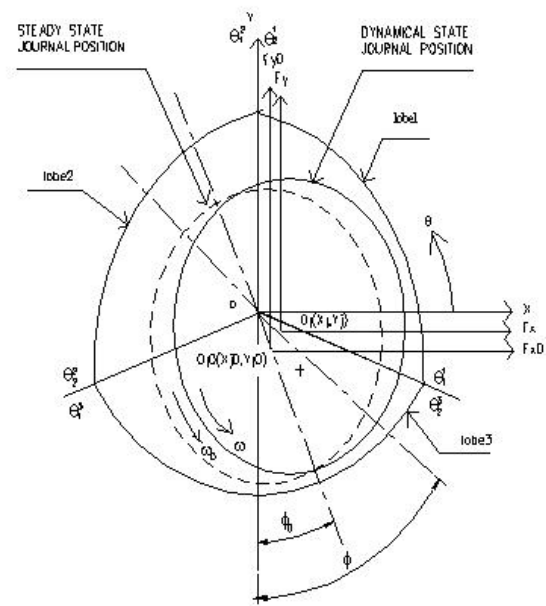
حالت دینامیکی است. بنابراین:

$$P = P_0 + P'_x X' + P'_y Y', \quad (7)$$

که در آن،

$$P'_x = P_x + j\gamma P_{\dot{x}}, P'_y = P_y + j\gamma P_{\dot{y}}, \quad (8)$$

مؤلفه های فشار دینامیکی مختلط هستند. همچنین، P_x و P_y مؤلفه های فشار نسبت به جابه جایی صورت گرفته شده و $P_{\dot{x}}$ و $P_{\dot{y}}$ مؤلفه های فشار نسبت به سرعت در راستای جابه جایی هستند.



شکل (۲): هندسه یاتاقان غیرمدور (سه - لب) و سیستم مختصات.

بنابراین، ضخامت فیلم سیال در فضای لقی هر لب با قرارگیری محور در یک حالت چرخش گذرا به صورت زیر بیان می شود [۹]:

$$h_k = \frac{1}{\delta} - (X_j) \cos \theta - (Y_j) \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta_0^k), \quad (1)$$

و

$$h_{kk} = \frac{1}{\delta} - (X_{j0}) \cos \theta - (Y_{j0}) \sin \theta + \left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \cos(\theta - \theta_0^k), \quad (2)$$

که در آن، h ضخامت فیلم سیال در حالت پایدار است. (X_j, Y_j) و (X_{j0}, Y_{j0}) به ترتیب مختصات مرکز محور در حالت پایدار و دینامیکی می باشند. δ پرلود سیستم به معنی نسبت کوچک ترین فضای لقی یاتاقان بار اولیه به فضای لقی آن، موقعی که محور و یاتاقان هم مرکز باشند، تعریف می شود. همچنین، زاویه ای است که خط مرکزی محور و لب K ام با جهت مثبت محور X می سازد. معادله فشار حاکم در میدان جریان هم دما برای هر یک از لب های یاتاقان به صورت:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h^3 (P+1) \frac{\partial P}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ h^3 (P+1) \frac{\partial P}{\partial \xi} \right\} = \Lambda \left[U \frac{\partial}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial}{\partial t} \right] (P+1) h, \quad (3)$$

بیان می شود [۱۲].

$$\begin{bmatrix} F_z^r \\ F_z^i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_z^r \\ F_z^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_z \\ \gamma P_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_z \\ Q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_z^r \\ H_z^i \end{bmatrix}, \quad (14)$$

که در آن، بالانویس Γ و \dot{i} اشاره به قسمت‌های حقیقی و موهومی ماتریس دارد. اکنون معادله (۱۴) به آسانی برای P_z و γP_z حل می‌شود.

۳- مشخصه‌های استاتیکی

با حل معادله (۹) میدان فشار در حالت پایدار به دست می‌آید و از این طریق می‌توان مشخصه‌های استاتیکی سیستم یاتاقان‌های گازی را محاسبه کرد. مشخصه‌های استاتیکی عبارتند از: ظرفیت تحمل بار یاتاقان (F_0)، زاویه مشخصه سیستم (ϕ_0) و افت انرژی (P_L).

مؤلفه‌های نیروی سیال روی محور با رابطه زیر:

$$\begin{bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^L \begin{bmatrix} F_{x0}^k \\ F_{y0}^k \end{bmatrix} = - \sum_{k=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_k^*}^{\theta_k^*} P_{0k} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} d\theta d\xi, \quad (15)$$

بیان می‌شوند. همچنین، ظرفیت بار و زاویه مشخصه یاتاقان هم به ترتیب به صورت

$$F_0 = (F_{X0}^2 + F_{Y0}^2)^{1/2}, \quad (16)$$

$$\phi_0 = \arctan(X_{j0} / Y_{j0}), \quad (17)$$

و افت انرژی حاصل از اثر نیروی برشی روانکار نیز با رابطه

$$P_L = \sum_{K=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_k^*}^{\theta_k^*} \left(\frac{3h_{ok}}{\Lambda} \frac{\partial P_{ok}}{\partial \theta} + \frac{1}{h_{ok}} \right) d\theta d\xi, \quad (18)$$

برای یاتاقان‌های غیرمدور تعریف می‌شود [۹]. در این روابط L اشاره به تعداد لب دارد.

۴- مشخصه‌های دینامیکی

ضرایب سختی و میرایی فیلم سیال، مشخصه‌های دینامیکی سیستم یاتاقان و محور خطی شده را تشکیل می‌دهند که به آنها ضرایب دینامیکی می‌گویند. با داشتن این ضرایب می‌توان نواحی پایدار و رفتار دینامیکی سیستم خطی شده را تخمین زد.

معادله فشار در حالت پایدار با جای‌گذاری رابطه (۷) در

رابطه (۳) و قرار دادن $X' = Y' = 0$ در آن، به صورت زیر:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h_0^3 (P_0 + 1) \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ h_0^3 (P_0 + 1) \frac{\partial P_0}{\partial \xi} \right\} = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} [(P_0 + 1) h_0], \quad (9)$$

به دست می‌آید. معادلات برای P_x' و P_y' را می‌توان با مشتق‌گیری جزئی از معادله (۳) بر حسب X' و Y' به دست آورد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h_0^3 (P_0 + 1) \frac{\partial P_z'}{\partial \theta} + h_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} P_z' - \Lambda h_0 P_z' \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ h_0^3 (P_0 + 1) \frac{\partial P_z'}{\partial \xi} + h_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \xi} P_z' \right\} \\ & - j2\gamma \Lambda h_0 P_z' = \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ f(\theta)(P_0 + 1)(3h_0^2 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} - \Lambda) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ 3h_0^2 f(\theta)(P_0 + 1) \frac{\partial P_0}{\partial \xi} \right\} \\ & - j2\gamma \Lambda (P_0 + 1) f(\theta). \end{aligned} \quad (10)$$

در این رابطه، P_z' اشاره به P_x' و P_y' دارد، به طوریکه:

$$P_z' = P_z + j\gamma P_z, \quad z = x, y, \quad (11)$$

و

$$f(\theta) = \begin{cases} \cos \theta & \text{for } P_x' \\ \sin \theta & \text{for } P_y' \end{cases}, \quad (12)$$

می‌باشند. رابطه (۹)، رابطه غیرخطی است که در آن به منظور دستیابی به متغیر فشار در حالت پایدار، روش نیوتن با به کارگیری تکنیک اجزای محدود [۱۳] به کار گرفته می‌شود. معادلات به آسانی با روش گالرکین [۱۴] به شکل روابط در اجزای محدود تبدیل می‌شوند.

معادلات اجزاء محدود (۱۰) به شکل ماتریسی زیر:

$$[F_z] \{P_z'\} + \{Q_z\} = \{H_z\} \quad (z = x, y), \quad (13)$$

نوشته می‌شوند. این معادلات اشاره به مجموعه روابط خطی مختلط برای به دست آوردن متغیرهای فشار $\{P_z'\}$ و جریان $\{Q_z\}$ در گره‌ها با اعمال شرایط مرزی دارد. با در نظر گرفتن اینکه P_z' بر روی گره‌های خارجی و همچنین Q_z روی گره‌های داخلی صفر است؛ می‌توان بقیه متغیرهای مجهول در گره‌ها را بر حسب اینکه یکی از این دو کمیت معلوم است، به دست آورد. بنابراین، با به کارگیری شرایط گره‌ای، تمام آرایه‌های ستونی از ماتریس $[F]$ بجز آرایه قطری مطابق با گره مرزی برابر صفر است. معادله (۱۳) به شکل زیر خلاصه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix}^{-T} = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} [\cos\theta \quad \sin\theta] d\theta d\xi \quad (25)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۸) ضرایب دینامیکی مختلط نیز به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix}^{-T} = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} [\cos\theta \quad \sin\theta] d\theta d\xi \quad (26)$$

معادله (۱۰) به طور واضح نشان می‌دهد که مؤلفه‌های P'_x, P'_y وابسته به نسبت فرکانس چرخشی γ هستند. در نتیجه ضرایب دینامیکی نیز به نسبت فرکانس چرخش γ وابسته می‌باشند. بنابراین مشخص کردن محدوده پایداری سیستم از طریق نسبت فرکانس چرخشی γ و ضرایب دینامیکی مستلزم به کارگیری روش تکرار می‌باشد.

۴-۲- مرز پایداری

با فرض تقارن برای سیستم یاتاقان و محور و در نظر گرفتن نیمی از سیستم، معادله حرکت محور با توجه به قانون دوم نیوتن و معادله (۲۱) به صورت معادله زیر نوشته می‌شود:

$$M_j \begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

که در آن، M_j نصف جرم محور می‌باشد، نوشته می‌شود. با جایگذاری معادله (۶) در معادلات (۲۷) به آسانی معادله مشخصه سیستم بصورت زیر به دست می‌آید:

$$(-M_j \gamma^2 + S_{xx} + j\gamma B_{xx})(-M_j \gamma^2 + S_{yy} + j\gamma B_{yy}) - (S_{xy} + j\gamma B_{xy})(S_{yx} + j\gamma B_{yx}) = 0 \quad (28)$$

با جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله مشخصه به صورت:

$$M_j \gamma^2 = \frac{(S_{xx} B_{yy} + S_{yy} B_{xx} - S_{xy} B_{yx} - S_{yx} S_{xy})}{(B_{xx} + B_{yy})} \quad (29)$$

$$\gamma^2 = \frac{[(S_{xx} - M_j \gamma^2)(S_{yy} - M_j \gamma^2) - S_{xy} S_{yx}]}{(B_{xx} B_{yy} - B_{xy} B_{yx})} \quad (30)$$

می‌توان معیارهایی برای تعیین نسبت فرکانس چرخشی γ و مرز پایداری سیستم یاتاقان‌های گازی تعیین کرد. واضح است که باید یک ترکیب یکتایی بین نسبت فرکانس چرخش γ و ضرایب دینامیکی وجود داشته باشد تا به طور

۴-۱- ضرایب دینامیکی

به منظور دستیابی عبارتی برای ضرایب دینامیکی، مؤلفه‌های نیروی فیلم سیال (گاز) روی محور در حالت دینامیکی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = - \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} P_i \begin{Bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{Bmatrix} d\theta d\xi \quad (19)$$

در حالت دینامیکی، بردار نیروی فیلم سیال به صورت مجموع بردارهای نیروی حالت پایدار و حالت غیرتعادلی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} \quad (20)$$

که در آن، $(\Delta F_x, \Delta F_y)$ مؤلفه‌های نیروی نامتعادل کننده فیلم سیال روی محور می‌باشند.

برای سیستم خطی شده مؤلفه‌های نامتعادل کننده فیلم سیال به صورت توابع خطی از مختصات اغتشاش (X', Y') و سرعت‌های اغتشاش یافته (\dot{X}', \dot{Y}') در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین داریم:

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} \\ B_{yx} & B_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}' \\ \dot{Y}' \end{bmatrix} \quad (21)$$

که در آن، B_{mn}, S_{mn} ($m, n = x, y$) به ترتیب ضرایب سختی و میرایی فیلم سیال می‌باشند. زیرنویس‌های ضرایب به ترتیب برای اعمال نیرو و جابه‌جایی یا سرعت در راستای جابه‌جایی را نشان می‌دهند.

با به کارگیری رابطه (۶)، رابطه (۲۱) را می‌توان به صورت:

$$\begin{Bmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} \quad (22)$$

که در آن،

$$Z_{mn} = S_{mn} + j\gamma B_{mn} \quad , \quad (m, n = x, y) \quad (23)$$

ضرایب دینامیکی مختلط می‌باشد، نشان داد. همچنین، می‌توان به راحتی ضرایب سختی و میرایی را با فراخوانی روابط (۱۵)، (۱۹)، (۲۱) و جداسازی متغیرها از یکدیگر به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix}^{-T} = \sum_{i=1}^L \int_{-\lambda}^{\lambda} \int_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} [\cos\theta \quad \sin\theta] d\theta d\xi \quad (24)$$

$F_0 = 1$ ، و زاویه انحراف سیستم یاتاقان صفر در نظر گرفته شده است [۹].

به منظور بررسی اثر زاویه نصب، $\frac{L}{D} = 1$ انتخاب شده و محدوده تغییرات زاویه نصب برای هر سه نوع یاتاقان (شکل ۱) نصف طول کمان هر لب منظور می‌شود [۹]. بنابراین دامنه تغییرات زاویه نصب، $\pm 90^\circ$ درجه برای دو-لب، $\pm 60^\circ$ درجه برای سه-لب و $\pm 45^\circ$ درجه برای یاتاقان چهار-لب خواهد بود تا چرخش یاتاقان به طور کامل مورد بررسی قرار گیرد. جدول ۱ نتایج به دست آمده در این مقاله را در حالتی که اثر زوایای انحراف و نصب در نظر گرفته نشده با نتایج به دست آمده در مرجع [۹] مقایسه می‌کند. بررسی نتایج حاکی از عملکرد صحیح برنامه کامپیوتری تهیه شده برای دستیابی به پارامترهای مورد نظر در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی است.

همزمان معادلات (۱۰) و (۳۰) برقرار باشند. به همین دلیل برای تعیین این ترکیب یکتا نیاز به روش تکرار است.

مطابق با مقدار نسبت فرکانس چرخشی γ ناشی از چرخش خود الحاقی فیلم سیال، مرز پایداری با معادله (۲۹) بیان می‌شود، بنابراین داریم:

$$M_c = \frac{(S_{xx}B_{yy} + S_{yy}B_{xx} - S_{xy}B_{yx} - S_{yx}B_{xy})}{[(B_{xx} + B_{yy})\gamma^2]} \quad (31)$$

که در آن، M_c کمیت جرم بحرانی سیستم را تعریف می‌کند. برای $M_j < M_c$ پاسخ دینامیکی سیستم خطی شده پایدار است، در حالی که برای $M_j > M_c$ ، پاسخ دینامیکی سیستم خطی شده به هر اغتشاشی، ناپایدار است. بنابراین، $M_j = M_c$ ، آستانه ناپایداری سیستم تعریف می‌شود [۱۲].

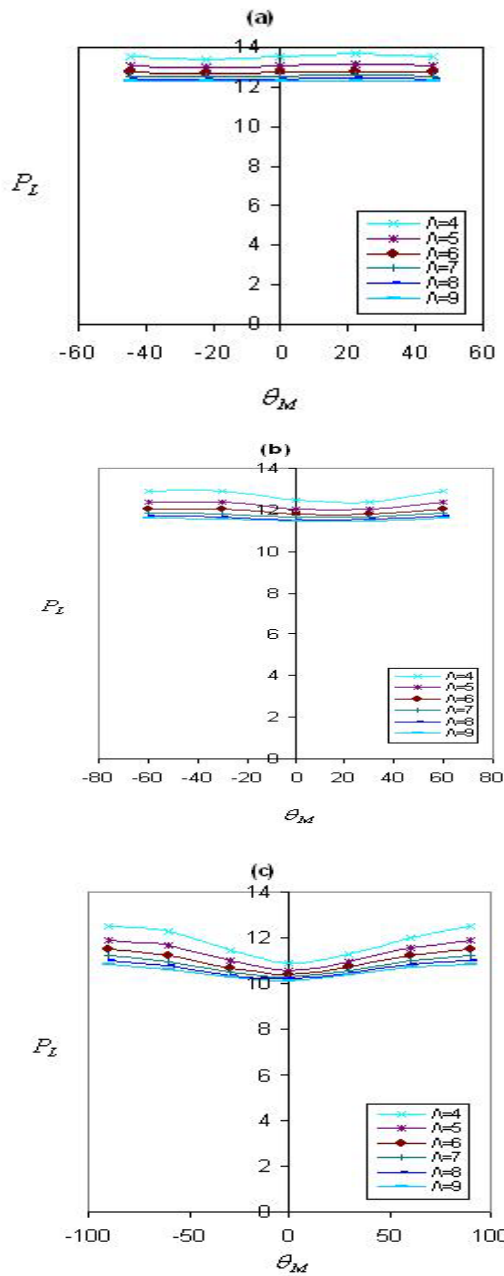
۵- تحلیل نتایج

در این مقاله آثاری که زاویه نصب و ابعاد بر مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی سیستم یاتاقان‌های گازی دو-لب، سه-لب و چهار-لب می‌توانند داشته باشند، مورد بررسی قرار گرفته است. برای هر سه نوع یاتاقان مقادیر $\delta = 0.5$ ،

جدول (۱): مقایسه نتایج به دست آمده با مرجع [۹].

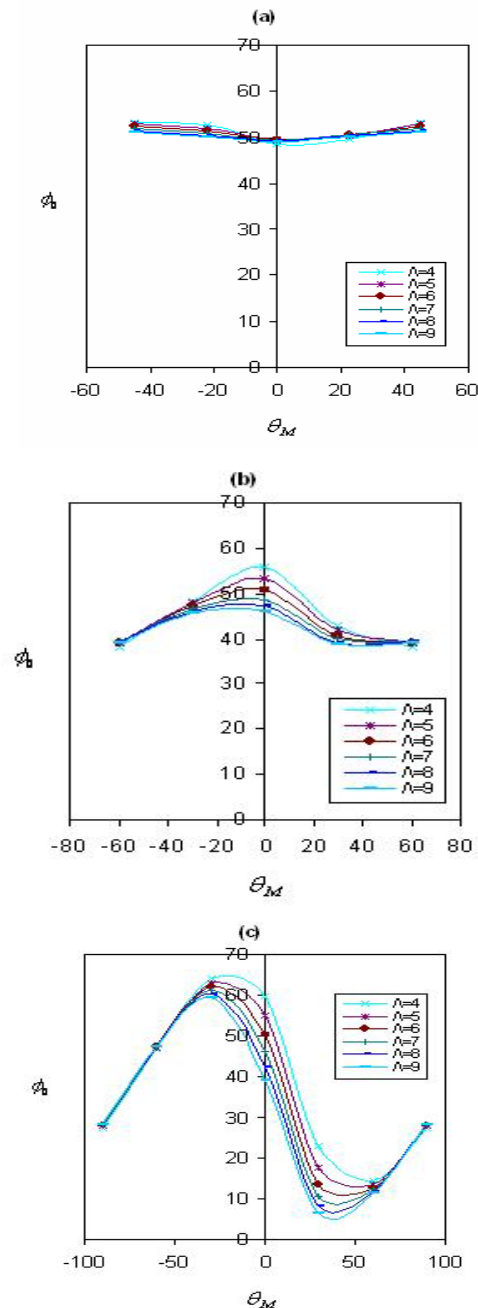
* نتایج بدست آمده در این مقاله										
** نتایج بدست آمده در مقاله [۹]										
$\delta = 0.5, L/D = 1$										
\wedge	F_0	نوع یاتاقان	ϕ_0		P_L		γ		M_c	
			*	**	*	**	*	**	*	**
2	0.2	دو - لب	76.1	76.5	10.22	10.29	0.480	0.488	0.04	0.03
		سه - لب	68.2	68.6	11.26	11.34	0.418	0.422	0.74	0.72
		چهار - لب	69.1	69.5	11.96	12.00	0.419	0.426	0.63	0.57
5	0.5	دو - لب	55.8	56.1	10.11	10.16	0.472	0.478	0.29	0.26
		سه - لب	52.3	52.7	11.22	11.28	0.435	0.437	0.95	0.94
		چهار - لب	54.8	55.4	12.01	12.04	0.508	0.512	1.01	0.98
10	1.00	دو - لب	34.3	34.9	10.03	10.07	0.460	0.467	0.30	0.29
		سه - لب	44.2	44.6	11.29	11.31	0.428	0.432	0.76	0.75
		چهار - لب	48.3	48.7	12.26	12.30	0.437	0.441	0.63	0.59

نتایج اثر زاویه نصب را روی افت انرژی مطابق شکل ۴ است. مشاهده می‌شود که کاهش در عدد تراکم‌پذیری باعث افزایش مقدار افت انرژی می‌شود و این اثر در اعداد تراکم‌پذیری پایین بیشتر مشهود است. نتایج نشان می‌دهد که زاویه نصب اثر محسوس‌تری روی مصرف انرژی در یاتاقان دو-لب نسبت به یاتاقان های سه-لب و چهار-لب دارد.



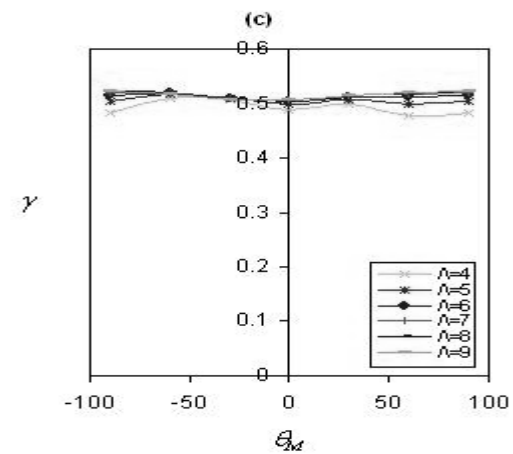
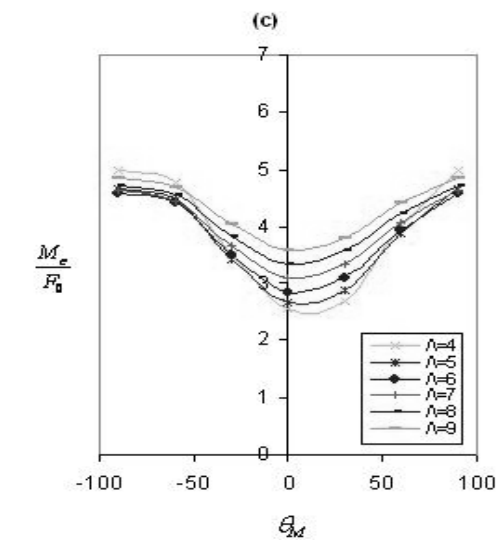
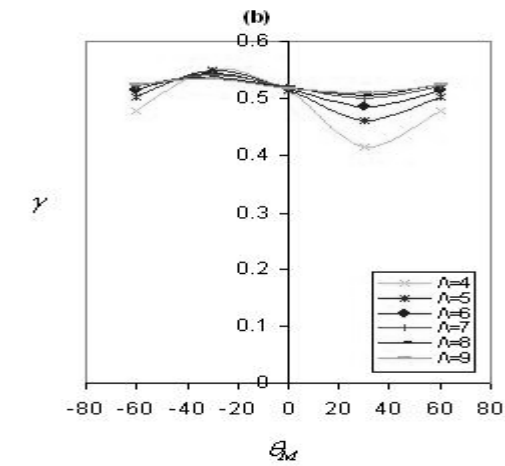
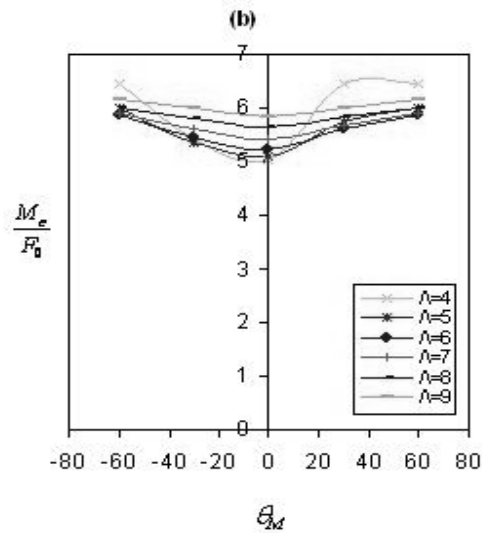
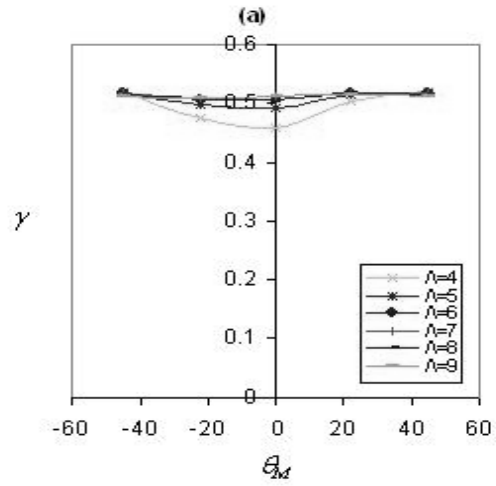
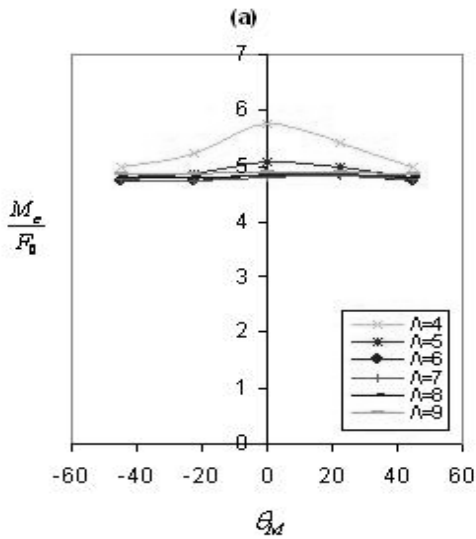
شکل (۴): اثر زاویه نصب روی افت انرژی سیستم (a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.

شکل ۳ اثر زاویه نصب را روی زاویه مشخصه سه نوع یاتاقان نشان می‌دهد. با مقایسه نمودارها مشاهده می‌شود که دامنه تغییرات زاویه مشخصه در اثر چرخش یاتاقان به ترتیب از چهار-لب تا دو-لب افزایش می‌یابد، که می‌توان به ترتیب عامل نزدیک بودن شکل هندسی یاتاقان‌های چهار-لب، سه-لب و دو-لب به یاتاقان مدور را دلیل این امر دانست.



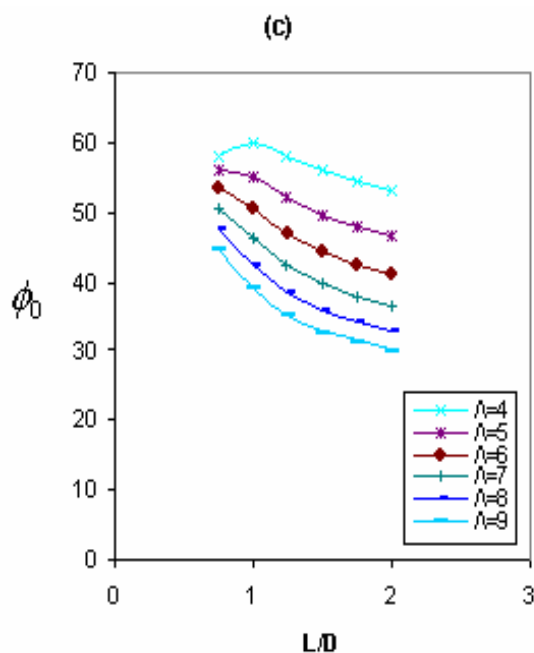
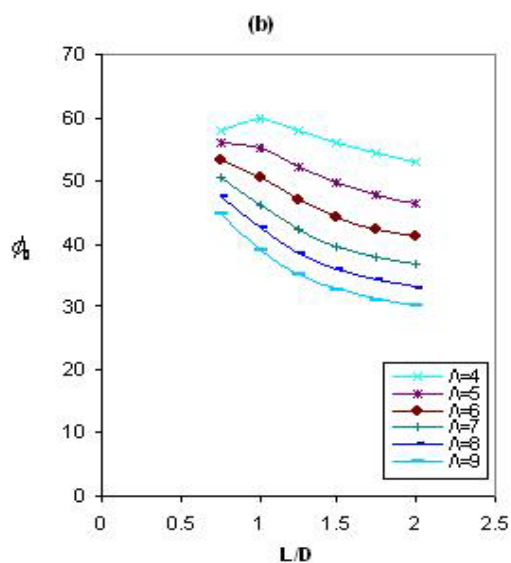
شکل (۳): اثر زاویه نصب روی زاویه مشخصه سیستم (a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.

شکل ۵ اثر زاویه نصب را روی نسبت فرکانس چرخشی نشان می‌دهد که به تبع آن می‌توان مرز پایداری را در شکل ۶ تعیین نمود.



شکل (۶): اثر زاویه نصب روی پایداری سیستم (a): چهار لب، (b): سه لب و (c): دو لب.

شکل (۵): اثر زاویه نصب روی نسبت فرکانس چرخشی (a): چهار لب، (b): سه لب و (c): دو لب.

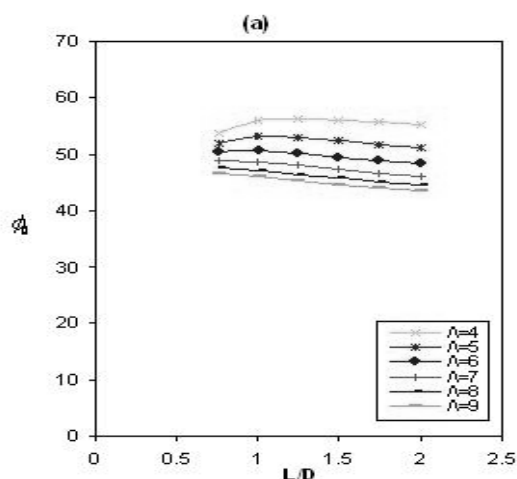


شکل (۷): اثر ابعاد روی زاویه مشخصه سیستم
(a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.

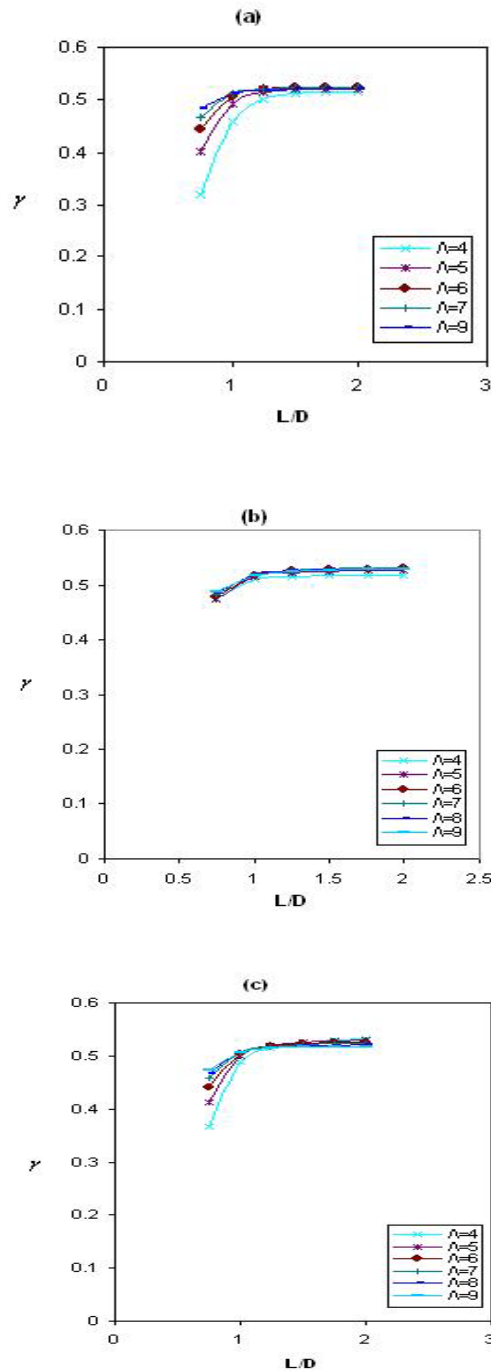
شکل ۸، اثر ابعاد را روی افت انرژی نشان می‌دهد. واضح است که افزایش در مقدار آن، افزایش در مقدار افت انرژی را به همراه دارد.

نتایج تغییرات پارامتر جرم بحرانی بر حسب زاویه نصب در شکل ۶ نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که چرخش یاتاقان دو-لب در تمام اعداد تراکم‌پذیری، مرز پایداری سیستم را افزایش می‌دهد و اثر آن در اعداد تراکم‌پذیری پایین بیشتر است. مضاف بر آن چرخش در یاتاقان‌های چهار-لب و سه-لب بدلیل نزدیک بودن هندسه یاتاقان‌ها به یاتاقان مدور آنچنان تاثیری روی مرز پایداری سیستم ندارد.

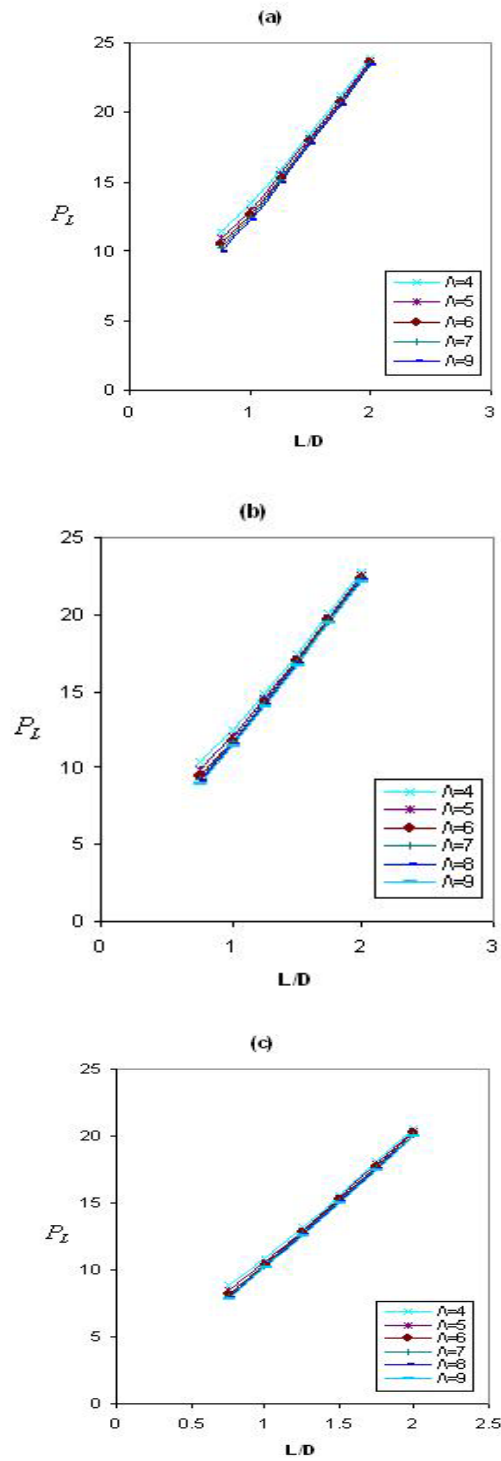
برای بررسی اثر ابعاد بر عملکرد سیستم یاتاقان‌های گازی غیرمدور، حالت تقارن که زوایای نصب و انحراف مقادیر صفر به خود می‌گیرند، منظور شده است. شکل ۷ اثر ابعاد روی زاویه مشخصه سیستم یاتاقان‌های گازی معرفی شده در بخش قبل را نشان می‌دهد. از نتایج به دست آمده می‌توان موقعیت قرار محور را در حالت استاتیکی تعیین نمود. در یک نسبت طول به قطر مشخص افزایش در عدد تراکم‌پذیری باعث کاهش در مقدار زاویه مشخصه سیستم می‌شود.



یاتاقان در محدوده $\frac{L}{D} = 1$ پایین‌ترین محدوده پایداری را به خود اختصاص می‌دهند، به گونه‌ای که با کاهش یا افزایش این مقدار، ناحیه پایداری سیستم افزایش پیدا می‌کند.



شکل (۹): اثر ابعاد روی نسبت فرکانس چرخشی (a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.



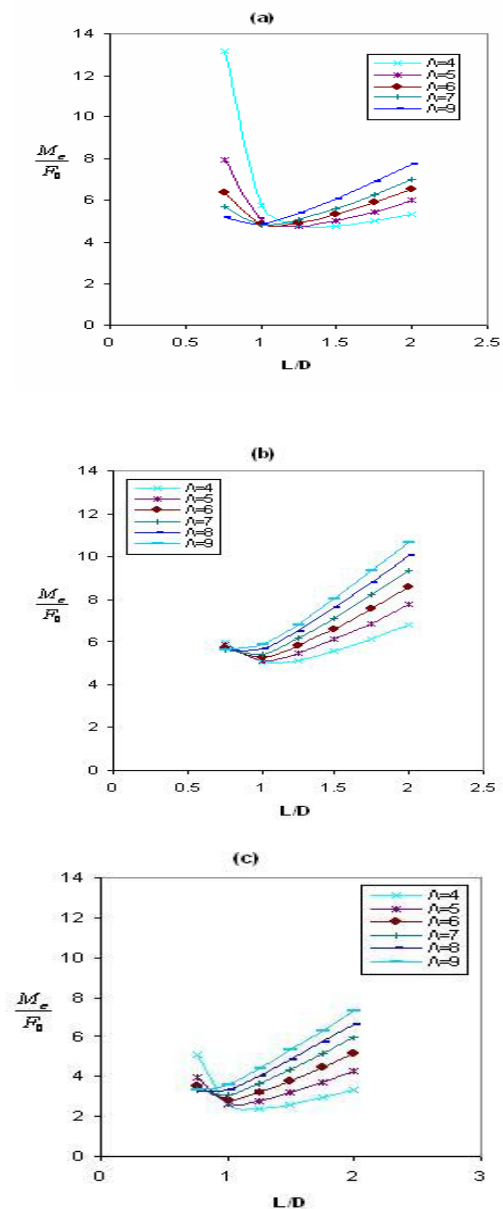
شکل (۸): اثر ابعاد روی افت انرژی سیستم (a): چهار-لب، (b): سه-لب و (c): دو-لب.

نمودار تغییرات نسبت فرکانس چرخشی و ابعاد یاتاقان‌ها مطابق شکل ۹ می‌باشد که به تبع آن می‌توان نواحی پایدار سیستم یاتاقان‌های گازی را در شکل ۱۰ تعیین نمود. مطابق با شکل ۱۰ هر سه نوع

اثر ابعاد در نظر گرفته شده حاکی از آن است که می‌توان با انتخاب مناسب نسبت طول به قطر، به عملکرد استاتیکی و دینامیکی بهینه‌ای برای هر سه نوع یاتاقان دست یافت.

مراجع

۱. رشیدی، ر. و دشتی رحمت‌آبادی، ا. "ترایبولوژی و نقش آن در صرفه جوئی انرژی"، اولین کنفرانس اکو انرژی ایران، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران، شهریور ۱۳۸۳.
۲. Rahmatabadi, A.D. and Rashidi, R. "Effect of Geometric Parameters on Power Loss of Gas-lubricated Non-circular Journal Bearings", The 14th Mech., Eng. Conf., Isfahan Univ. of Tech., Isfahan, Iran, 2006.
۳. Flack, R.D. and Lanes, R.F. "Effect of Three-lobe Bearing Geometris on Rigid Rotor Stability", Trans. ASLE, Vol. 23, No. 1, pp. 431-441, 1980.
۴. Malik, M., Chandra, M., and Sinhasan, R. "Performance Characteristics of Tilted Three-lobe Journal Bearing Configuration", Tribology Int., Vol. 14, No. 2, pp. 345-349, 1981.
۵. Malik, M., "A Comprative Study of Some Two-lobed Journal Bearing Configuration", Trans ASLE, Vol. 26, No. 1, pp. 118-124, 1983.
۶. Stanley P.E. "Numerical Simulation of Gas-lubricated Journal Bearings for Microfabricated Machines", Ph.D. Dissertation, Aeronatics and Astronautics Dep't., M.I.T, U.S.A, 2000.
۷. Rahmatabadi, A.D., "Dynamic Response of Gas-lubricated Journal Bearing Systems", Ph.D. Dissertation, Mechanical and Industrial Eng. Dep't., Univ. of Roorkee, Roorkee, India, 1992.
۸. Malik, M., Rahmatabadi, A.D., and Jain, S.C. "An Assessment of the Stability Chart of Linearized Gas-lubricated Plane Journal Bearing System", STLE Tribology Transaction, Vol. 32, No. 1, pp. 56-60, 1989.
۹. Chandra, M., Malik, M., and Sinhasan, R. "Comparative Study of Four Gas-lubricated Non-circular Journal Bearing Configurations", Tribology Int., Vol. 16, No. 2, pp. 103-108, 1983.
۱۰. Lund, J.W. "A Theoretical Analysis of Whirl Instability and Pneumatic Hammer for a Rigid Rotor in Pressurized Gas Journal Bearing", J. Lubr. Tech., Trans ASME, Vol. 89, No. 1, pp. 154-166, 1967.
۱۱. Lund, J.W. "Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearing", J.



شکل (۱۰): اثر ابعاد روی پایداری سیستم (a): چهار لب، (b): سه لب و (c): دو لب.

۶- نتیجه گیری

در مقاله حاضر، عملکرد استاتیکی و دینامیکی سیستم یاتاقان‌های گازی غیر مدور دو - لب، سه - لب و چهار - لب تحت تأثیر عوامل هندسی نظیر ابعاد و زاویه نصب با استفاده از سیستم خطی شده و روش اجزاء محدود مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده در اعداد تراکم‌پذیری مختلف نشان دهنده آن است که در بین این سه نوع یاتاقان، زاویه نصب می‌تواند تاثیر به سزایی بر عملکرد سیستم یاتاقان گازی دو - لب داشته باشد. همچنین

- Lubr. Tech., Trans ASME, Vol. 90, No. 1, pp. 793-803, 1968.
12. Frene, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., and Gode, M. "Hydrodynamic Lubrication: Bearing and Thrust Bearing", V.N. Costantinescu, Elsevier, Amwsterda, 1997.
 13. Rohde, S.M. and Oh, K.P. "Higher Order Finite Element Methods for the Solution of Compressible Porous Bearing Problems", J. Lubr. Tech., Trans ASME, pp. 793-803, 1968.
 14. Reddy, J. "An Introduction to the Finite Element Method", McGraw-Hill, New York, U.S.A, 1984.

