

## شبیه‌سازی فرآیند فرزکاری با بار جانبی کم و

### پیش بینی نواحی پایداری

محمد کاظمی نصرآبادی<sup>۱</sup> بهنام معتکف ایمانی<sup>۲</sup> محمد حسین صادقی<sup>۳</sup>

دانشکده فنی مهندسی

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده فنی مهندسی

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده فنی مهندسی

دانشگاه تربیت مدرس

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۱۱/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۴/۲)

#### چکیده

امروزه فرآیند فرزکاری به یکی از پرکاربردترین و متداول‌ترین شیوه‌های تولید تبدیل شده است. یکی از اهداف اصلی در فرآیند فرزکاری افزایش قابلیت تولید است. در فرزکاری سرعت بالا با بار جانبی کم، کسر زمان ماشینکاری به زمان تناوب اسپیندل عدد کوچکی است. در فرزکاری با بار جانبی کم دو نوع ناپایداری تشخیص داده شده که ارتعاشات خود برانگیخته کلاسیک یا انشعاب Hopf و دیگری انشعاب Flip ناشی از آثار ضربه‌ای هنگام ورود و خروج قطعه کار نامیده شده‌اند. یکی از نیازهای اساسی برای فرآیند فرزکاری سرعت بالا پیش‌بینی نواحی برش پایدار می‌باشد. در این تحقیق، هدف اصلی پیاده‌سازی روش تحلیل المان محدود زمانی اصلاح شده که بتواند اثرات تغییر زاویه ماریچ را برای یک سیستم ارتعاشی دو درجه آزادی پیش‌بینی نموده و دالان‌های پایداری فرآیند فرزکاری را با دقت قابل قبول رسم نماید، می‌باشد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی گواه این مطلب است که با افزایش زاویه ماریچ به مقدار  $30^\circ$ ، ناپایداری مربوط به انشعاب Flip کلاً از مرز ناپایداری حذف می‌شود. توسط آزمایش‌های فرزکاری نتایج حاصل از شبیه‌سازی بررسی شده و مورد تأیید قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** فرزکاری سرعت بالا، بار جانبی کم، دالان‌های پایداری

## Low Immersion Milling Simulation and Prediction of Stability

M. Kazemi Nasrabadi  
School of Eng.  
Tarbiat Modares Univ.

B. Moetakef Imani  
School of Eng.  
Ferdowsi Univ. of Mashhad.

M.H. Sadeghi  
School of Eng.  
Tarbiat Modares Univ.

### ABSTRACT

Milling processes are becoming one of the common manufacturing methods in industry. One of the main goals in any manufacturing operation is to increase productivity. In high speed low immersion milling, the ratio of cutting edge engaging time to spindle period is a small value. For this kind of operations, two types of: Instability are proposed: classical Hopf and the Flip bifurcation, which are mainly due to impact effects of entering/exiting of the cutting edge into the cut. In order to increase productivity, it is essential to anticipate stable machining boundaries. In this research, the main goal is to derive and implement the improved TFEA method to include the effects of the helix angle variations for a 2-DOF vibratory system and accurately compute the stability lobe diagram. Results obtained by simulation witnesses that instability due to Flip bifurcation vanish completely from stability lobe diagram with increasing helix angle to  $30^\circ$ . Experimental tests are conducted in order to confirm the result obtained by the improved TFEA method showing good agreements.

**Key Words:** High Speed Milling, Low Immersion, Stability Lobes

۱- دانشجوی دکترا (نویسنده پاسخگو): m\_kazemi@modares.ac.ir

۲- دانشیار

۳- دانشیار

## ۱- مقدمه

ماشینکاری به پرپود اسپیندل (که نسبت درگیری  $(p)$  نامیده می‌شود) کوچک می‌باشد. پیش‌بینی پایداری در این نوع ماشینکاری که به آن ماشینکاری ناپیوسته<sup>۵</sup> با بار جانبی کم اطلاق می‌شود به دو علت زیر پیچیده است [۴]:

۱- معادله حرکت وقتی که ابزار در حال برش است با حالتی که ابزار با قطعه درگیر نیست، متفاوت است و  
۲- همچنین برای حالتی که ابزار با قطعه کار درگیر است، حل تحلیلی کاملی وجود ندارد.

تحلیل پایداری در فرآیند فرزکاری با استفاده از مدل‌های خطی و غیر خطی صورت می‌گیرد. اخیراً توسط الیور<sup>۶</sup> و همکاران محاسبه دیاگرام دالان‌های پایداری با استفاده از مدل‌های خطی و غیر خطی به طور جامع مقایسه شده است [۵]. یکی از بهترین و کارآمدترین روش‌ها برای تعیین پایداری، روش آنالیز المان محدود زمانی<sup>۷</sup> TFEA است. در تحقیقات گذشته برای سیستم‌های یک و دو درجه آزادی این روش در مورد ابزارها با زاویه مارپیچ صفر درجه مورد استفاده قرار گرفته است. نقطه ضعف اصلی تحقیقات قبلی [۴] این است که زاویه مارپیچ صفر برای ابزارهای فرزکاری در نظر گرفته شده است، در حالی که زاویه مارپیچ استاندارد در صنعت  $30^\circ$ ،  $40^\circ$ ،  $45^\circ$  و  $60^\circ$  می‌باشد. از بین زوایای فوق زاویه  $30^\circ$  متداول تر است. همچنین در تحقیقات فوق، نتایج شبیه‌سازی با زاویه مارپیچ  $0^\circ$  با نتایج آزمایش‌های ماشینکاری با استفاده از ابزارها با لبه مارپیچ غیر صفر مقایسه شده است. در برخی از مقالات، تحلیل پایداری برای سیستم‌های یک درجه آزادی با در نظر گرفتن اثر زاویه مارپیچ با استفاده از روش‌های حوزه فرکانس [۶] و سمی دیسکریتی‌زیشن<sup>۸</sup> [۷] انجام گرفته است. با توجه به اینکه مدل نزدیک به واقع حداقل دارای دو درجه آزادی می‌باشد لذا تحقیقات فوق فاقد کاربرد صنعتی در زمینه فرزکاری است. در این تحقیق محدوده پایداری با استفاده از روش TFEA با در نظر گرفتن اثر زاویه مارپیچ برای سیستم‌های دو درجه آزادی تعیین می‌شود و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با آزمایش‌های فرزکاری در شرایط برشی متداول فرآیند مورد تأیید قرار می‌گیرد.

یکی از اهداف راهبردی فرآیندهای ساخت در آینده، طراحی، تحلیل‌های مهندسی و شبیه‌سازی فرآیندهای ساخت قطعه و مجموعه قبل از تولید فیزیکی آنها می‌باشد [۱]. در این راستا متدولوژی شبیه‌سازی فرآیندهای ماشینکاری به صورت مدل‌های جامع ارائه شده‌اند که از آنها به منظور بالا بردن نرخ تولید، کاهش هزینه‌های مصرف ابزار و افزایش کیفیت قطعه کار استفاده می‌شود. استفاده از متدولوژی فوق، از سعی و خطا در تولید که منجر به تحمیل هزینه‌های اضافی می‌شود جلوگیری می‌کند.

امروزه فرآیند فرزکاری به یکی از پرکاربردترین و متداول‌ترین شیوه‌های تولید تبدیل شده است [۲]. از برتری‌های فرآیند فرزکاری می‌توان به دقت بالا، هزینه کم، کاربرد آسان و قابلیت مناسب در تولید قطعاتی با اشکال متنوع و پیچیده اشاره کرد. همچنین بسیاری از قطعات حساس و دقیق صنعتی با استفاده از این روش تولید می‌شوند که از این میان می‌توان به مواردی چون پرده‌های توربوشارژها و کمپرسورهای گریز از مرکز، پروانه‌های موتور جت، توربین‌های مولد برق، قالب‌های فلزی و قطعات پیچیده هوا فضا اشاره کرد.

همواره یک مدل جامع که بتواند با دقت و قابلیت اطمینان بالایی فرآیند ماشینکاری را پیش‌بینی کند، وابسته به مدل‌سازی دقیق نیروهای ماشینکاری است. در حین فرزکاری محیطی<sup>۱</sup> ارتعاشات ناخواسته‌ای پدید می‌آید که کیفیت قطعه تمام شده و عمر ابزار اسپیندل را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین به منظور محدود نمودن این ارتعاشات، کاربر ناگزیر به انتخاب شرایط برشی مناسب است. تئوری دالان‌های پایداری امکان انتخاب شرایط برشی مناسب را ایجاد می‌کند [۳]. این تئوری مرز بین برش پایدار<sup>۲</sup> و برش ناپایدار<sup>۳</sup> را با رسم عمق برش محوری بر حسب سرعت اسپیندل مشخص می‌کند. به نمودار رسم شده، دالان‌های پایداری<sup>۴</sup> (SLD) اطلاق می‌شود. در فرزکاری سرعت بالا با بار جانبی کم نسبت زمان

5 - Interrupted Cutting

6 - Oliver

7 - Time Finite Element Analysis

8 - Semi discretization

1 -Peripheral Milling

2 -Stable Cutting

3 -Unstable Cutting

4 -Stability Lobes Diagram

مودهای ارتعاشی<sup>۱</sup> به یکدیگر در جهتهای  $x$  و  $y$ ، این ماتریس‌ها به صورت قطری بیان می‌شوند.

فرض می‌شود که یک فرز انگشتی با  $N$  دندان مستقیم با گام یکنواخت با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\Omega$  ( $rad/sec$ ) دوران می‌کند. زاویه درگیری شعاعی  $p$  امین دندان به صورت زیر به دست می‌آید:

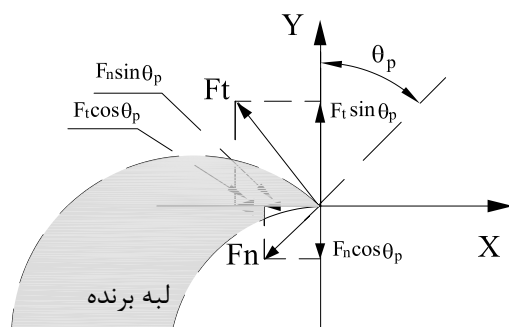
(۲)

$$\theta_p(t) = \Omega t + 2\pi(p-1)/N, \\ p = 1, 2, 3, \dots, N, \Omega = \frac{2\pi m}{60}$$

مؤلفه‌های نیروی برشی در راستای محورهای  $x$  و  $y$  روی  $P$  امین دندان به صورت زیر به دست می‌آید [۸] (شکل ۲):

(۳)

$$F_{xp}(t) = g_p(t)[-F_{tp}(t)\cos\theta_p(t) - F_{np}(t)\sin\theta_p(t)], \\ F_{yp}(t) = g_p(t)[F_{tp}(t)\sin\theta_p(t) - F_{np}(t)\cos\theta_p(t)].$$



شکل (۲): مؤلفه‌های نیروی برشی در فرآیند فرزکاری

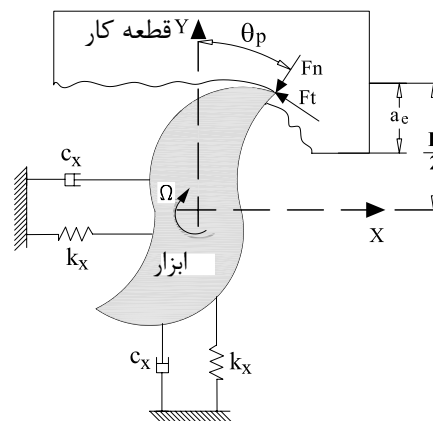
$g_p(t)$  یک تابع پله واحد بوده که در صورتی که  $p$  امین دندان در برش باشد یک و در غیر اینصورت صفر خواهد بود.  $F_t$  مؤلفه مماسی و  $F_n$  مؤلفه شعاعی نیروی برش بوده که متناسب با بار براده ۲ فرض شده‌اند. بار براده به وسیله حاصل ضرب ضخامت نامی براده،  $w_p(t)$  و عمق برش محوری،  $b$  تعریف می‌شود. در نتیجه مؤلفه‌های مماسی و شعاعی نیروی برش به صورت زیر به دست می‌آید [۹]:

$$F_{t,j}(t) = K_t b w_p(t), \\ F_{r,j}(t) = K_n b w_p(t). \quad (4)$$

در بخش ۲ از این تحقیق، فرآیند فرزکاری دو درجه آزادی بیان می‌گردد. در ادامه، آنالیز المان محدود زمانی که یکی از روش‌های توانمند برای پیش‌بینی پایداری در فرآیند فرزکاری است در بخش ۳ ارائه می‌شود. اثر زاویه هلیکس روی پایداری سیستم در بخش بعد با استفاده از روش آنالیز المان محدود زمانی شبیه‌سازی می‌شود. در بخش ۵ از این تحقیق صحت نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط آزمایش‌های ماشینکاری سرعت بالا مورد بررسی قرار می‌گیرد. آخرین بخش این تحقیق به جمع‌بندی و ارائه پیشنهادایی برای ادامه تحقیق می‌پردازد.

## ۲- شبیه‌سازی فرآیند فرزکاری دو درجه آزادی

مکانیک فرآیند فرزکاری دو درجه آزادی با ابزار انعطاف‌پذیر و قطعه کار صلب به صورت نشان داده شده در شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۱): مدل دو درجه آزادی برای حالت

فرزکاری مخالف.

معادله حرکت سیستم دو درجه آزادی فوق که به وسیله نیروهای برشی در نوک ابزار تحریک شده است، توسط معادله زیر بیان می‌شود [۸]:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t), \quad (1)$$

که در آن،  $X = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$ ، جابجایی در راستای محورهای  $x$  و  $y$  و  $F = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix}$  نیرو در راستای محورهای  $x$  و  $y$  هستند.

همچنین،  $M$ ،  $C$  و  $K$  به ترتیب نشان دهنده ماتریس‌های جرم، استهلاک و سختی هستند. در صورت عدم وابستگی

1 -Decouple Mode Shapes

2 -Chip Load

در این رابطه  $K_t$  نشان دهنده ضریب نیروی برش مماسی ویژه و  $K_n$  نشان دهنده ضریب نیروی برش شعاعی است. ضخامت براده شامل یک جمله حاصل از پیشروی، و یک جمله دینامیکی به واسطه جابه‌جایی مرکز ابزار طبق رابطه زیر است:

$$w_p(t) = h_t \sin \theta_p(t) + [x(t) - x(t - \tau)] \sin \theta_p(t) + [y(t) - y(t - \tau)] \cos \theta_p(t) \quad (5)$$

که در آن،  $\tau = 2\pi / Nn$  نشان دهنده پریود عبوری دندانها و  $n$  سرعت چرخشی ابزار برحسب دور بر دقیقه<sup>۱</sup> است.  $x(t) - x(t - \tau)$  و  $y(t) - y(t - \tau)$  اختلاف بین موقعیت‌های لبه برنده در موقعیت جاری و قبلی دندانها را توصیف می‌کنند.

برآیند نیروهای برشی روی ابزار به وسیله مجموع نیروی برشی روی هر دندانها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \sum_{p=1}^N g_p(t) b_p \left( h_t \begin{bmatrix} -K_t s c - K_n s^2 \\ K_t s^2 - K_n s c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_t s c - K_n s^2 & -K_t c^2 - K_n s c \\ K_t s^2 - K_n s c & K_t s c - K_n c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right)$$

در این رابطه،  $c = \cos \theta_p(t)$ ،  $s = \sin \theta_p(t)$ ،  $\Delta x = x(t) - x(t - \tau)$  و  $\Delta y = y(t) - y(t - \tau)$  در نظر گرفته شده‌اند. با جایگذاری روابط زیر، معادله (۶) به صورت رابطه ساده شده<sup>۲</sup> (۸) بیان می‌شود:

$$f_o(t) = \sum_{p=1}^N g_p(t) h_t \begin{bmatrix} -K_t s c - K_n s^2 \\ K_t s^2 - K_n s c \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$K_c(t) = \sum_{p=1}^N g_p(t) \begin{bmatrix} -K_t s c - K_n s^2 & -K_t c^2 - K_n s c \\ K_t s^2 - K_n s c & K_t s c - K_n c^2 \end{bmatrix}$$

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = K_c(t)b[X(t) - X(t - \tau)] + f_o(t)b \quad (8)$$

با توجه به این معادله، مدل فرزکاری وابسته به پارامترهای مودال ابزار و ضرایب نیروی برشی است. توابع  $K_c(t)$  و

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = K_c(t)b[X(t) - X(t - \tau)] \quad (9)$$

**۳- تحلیل اجزای محدود زمانی (TFEA) برای پیش‌بینی حدود پایداری فرزکاری با لبه برنده مستقیم**  
در این تحقیق حدود پایداری در فرآیند فرزکاری توسط روش توانمند تحلیل اجزای محدود زمانی تعیین می‌شود. در این روش، زمانی که ابزار در تماس با قطعه کار نباشد، سیستم ارتعاشات آزاد را تجربه می‌کند و می‌توان حل کاملی داشت. در حین درگیری لبه برنده با قطعه کار، زمان برش به تعداد معینی جزء تقسیم می‌شود که یک حل تقریبی را ارائه می‌دهد. از انطباق این دو حل، یک سیستم خطی مجزا<sup>۳</sup> به دست می‌آید که پایداری فرآیند را می‌توان به کمک مشخصه‌های این سیستم خطی مجزا، بررسی کرد. این روش اولین بار توسط بایلی<sup>۴</sup> و همکاران [۴] برای یک فرآیند برشی ناپیوسته به کار گرفته شد. در تحقیقات جدیدتر روش TFEA در فرآیند فرزکاری با بار جانبی کم مورد استفاده قرار گرفت، اما، به استفاده از ابزارها با زاویه مارپیچ صفر محدود شده بود [۱۱].

در حالتی که لبه برنده با قطعه تماس ندارد، حرکت سیستم به صورت ارتعاشات آزاد بیان می‌شود:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = 0 \quad (10)$$

به منظور ارتباط حالت ابزار در شروع ارتعاشات آزاد به حالت آن در انتهای ارتعاشات آزاد، ماتریس انتقال حالت به صورت زیر محاسبه شده است [۴ و ۹]:

برای سرعت اسپیندل ( $\Omega$ ) و عمق برش (b) داده شده این است که اندازه کلیه مضارب مشخصه کوچکتر از ۱ باشد [۱۲].

#### ۴- تحلیل اجزای محدود زمانی (TFEA) برای پیش‌بینی حدود پایداری فرزکاری با لبه برنده ماریچ

دینامیک و پایداری فرآیند فرزکاری با ابزار فرز انگشتی ماریچ را نیز می‌توان توسط روش اجزاء محدود زمانی (TFEA) بررسی نمود. در این تحقیق هدف اصلی گنجاندن اثر زاویه ماریچ لبه برنده در روش TFEA می‌باشد که برای یک سیستم دو درجه آزادی مطابق با بخش ۳ پیاده سازی شده است.

#### ۴-۱- محاسبه نیروی برش برای لبه برنده ماریچ

برای کاهش تغییرات شدید مؤلفه‌های نوسانی نیروهای برشی از فرز انگشتی با لبه برنده ماریچی استفاده می‌شود. این ابزارها عموماً در شرایط عمق برش زیاد و عرض برش کم مورد استفاده قرار می‌گیرند. ماریچ روی لبه برنده سبب افزایش تدریجی بار براده در طول لبه می‌شود. اگر زاویه هلیکس ابزار  $\beta$  باشد، یک نقطه روی لبه ابزار دارای یک تاخیر زاویه‌ای نسبت به پایین ترین نقطه همان لبه خواهد بود. مقدار تأخیر زاویه‌ای ( $\psi$ ) در عمق محوری ( $z$ ) لبه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tan \beta = \frac{D\psi}{2z} \Rightarrow \psi = \frac{2z \tan \beta}{D} \quad (14)$$

به این ترتیب اگر موقعیت زاویه‌ای پایین ترین نقطه یک لبه از ابزار ( $\theta$ )، به عنوان مرجع زاویه انتخاب شود، نقطه‌ای در ارتفاع  $z$  روی همان لبه دارای موقعیت زاویه‌ای ( $\theta - \psi$ ) خواهد بود. در نتیجه ضخامت براده برداشته شده توسط نقاط مختلف یک لبه متغیر خواهد بود [۱۵].

برای یک فرز انگشتی با زاویه ماریچ  $\beta$ ، مؤلفه نیروی برش در راستای  $x$  و  $y$  به صورت زیر بیان می‌شود [۱۵]:

$$F_x(t) = \int_{z_1(t)}^{z_2(t)} dF_x(z, t), \quad (15)$$

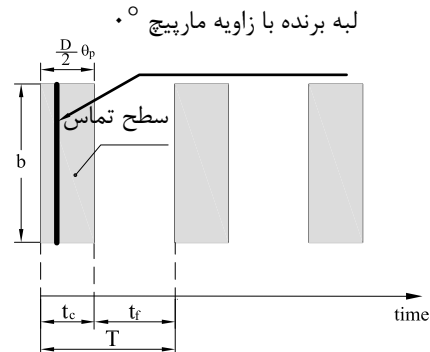
$$F_y(t) = \int_{z_1(t)}^{z_2(t)} dF_y(z, t), \quad (16)$$

که در آنها،  $dF_x(z, t)$  و  $dF_y(z, t)$  نیروهای دیفرانسیلی روی المان لبه برشی در ارتفاع  $z$  و همچنین  $z_1(t)$  و  $z_2(t)$  مختصات  $z$  در نقاط شروع و انتهای درگیری لبه می‌باشند.

$$\Phi = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \begin{bmatrix} -\lambda_1 e^{\lambda_2 t_f} + \lambda_2 e^{\lambda_1 t_f} & -e^{\lambda_1 t_f} + e^{\lambda_2 t_f} \\ -\lambda_1 \lambda_2 e^{\lambda_2 t_f} + \lambda_1 \lambda_2 e^{\lambda_1 t_f} & -\lambda_1 e^{\lambda_1 t_f} + \lambda_2 e^{\lambda_2 t_f} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} x(t_c + t_f) \\ \dot{x}(t_c + t_f) \end{Bmatrix} = \Phi \begin{Bmatrix} x(t_c) \\ \dot{x}(t_c) \end{Bmatrix}$$

در شکل ۳، به طور شماتیک فرآیند برش ناپیوسته و عوامل مربوط به آن نمایش داده شده‌اند.



شکل (۳): فرآیند برش ناپیوسته با زاویه ماریچ  $\theta_p$ .

وقتی لبه برنده در حال برش است، معادله حرکت آن به صورت معادله دیفرانسیل تأخیری زمانی (معادله ۸) بیان می‌شود. از آنجا که این معادله حل تحلیلی بسته ندارد، یک حل تقریبی در نظر گرفته می‌شود [۱۲]:

روش آنالیز المان محدود زمانی، زمان برش را به تعدادی المان تقسیم می‌کند و بردار جابه‌جایی روی هر المان را به وسیله ترکیب خطی از چند جمله‌ای‌های هرمیت درجه سه تقریب می‌زند. روش آنالیز المان محدود زمانی به طور کامل در مراجع [۱۴-۱۰] توصیف شده است. رابطه حاصله برای نگاشت خطی گسسته به صورت زیر است:

$$\mathbf{A} \mathbf{a}_n = \mathbf{B} \mathbf{a}_{n-1} + \mathbf{C}, \quad (12)$$

یا:

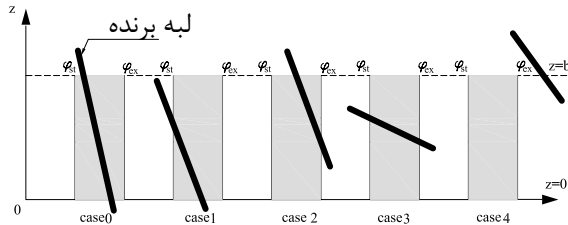
$$\mathbf{a}_n = \mathbf{Q} \mathbf{a}_{n-1} + \mathbf{D}. \quad (13)$$

مقادیر ویژه و مؤثر ماتریس انتقال  $\mathbf{Q} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ ، مضارب مشخصه (CMs) نامیده می‌شوند و با توان مشخص که پایداری سیستم‌های پیوسته را نشان می‌دهند، قابل مقایسه می‌باشند. شرط پایداری سیستم دینامیکی گسسته فوق

1 - Closed Form

2 - Characteristic Multi-pliers

محدوده‌های انتگرال گیری  $z_1(t)$  و  $z_2(t)$  یا همان مختصات نقاط شروع و انتهای درگیری لبه، به پارامترهای قطر ابزار، زاویه مارپیچ، عمق برش شعاعی و محوری بستگی دارد. در این ارتباط می‌توان پنج حالت تشخیص داد (شکل ۵).



شکل (۵): مناطق انتگرال گیری سطح قطعه و شیار مارپیچی.

روابط زیر مرزهای انتگرال گیری مربوط به هر حالت را بیان می‌کند [۱۵]:

$$(۲۵)$$

$$\text{Case 0} \begin{cases} \text{at } z = 0, \text{ if } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \text{ then } z_{j,1} = 0, \\ \text{at } z = b, \text{ if } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \text{ then } z_{j,2} = b, \end{cases} \quad (۲۶)$$

$$\text{Case 1} \begin{cases} \text{at } z = 0, \text{ if } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \text{ then } z_{j,1} = 0, \\ \text{at } z = b, \text{ if } \phi_j < \phi_{st} \text{ then } , \\ z_{j,2} = \frac{1}{k_\beta}(\phi - \phi_{st}), \quad k_\beta = \frac{2 \tan \beta}{D}, \end{cases} \quad (۲۷)$$

$$\text{Case 2} \begin{cases} \text{at } z = 0, \text{ if } \phi_j > \phi_{ex} \text{ and at } z = b, \\ \text{if } \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \text{ Then } , \\ z_{j,1} = \frac{1}{k_\beta}(\phi - \phi_{ex}), \quad z_{j,2} = b, \end{cases} \quad (۲۸)$$

$$\text{Case 3} \begin{cases} \text{at } z = 0, \text{ if } \phi_j > \phi_{ex} \text{ and at } z = b, \\ \text{if } \phi_j < \phi_{ex}, \phi_j < \phi_{st}, \text{ then } , \\ z_{j,1} = \frac{1}{k_\beta}(\phi - \phi_{ex}), \quad z_{j,2} = \frac{1}{k_\beta}(\phi - \phi_{st}), \end{cases}$$

نیروی برشی دیفرانسیلی  $dF_x$  و  $dF_y$  توسط روابط زیر بیان می‌شوند:

$$(۱۷)$$

$$dF_x(z,t) = -dF_t \cos \theta_p(z,t) - dF_n \sin \theta_p(z,t) ,$$

$$dF_y(z,t) = dF_t \sin \theta_p(z,t) - dF_n \cos \theta_p(z,t) , \quad (۱۸)$$

که در آن،  $\theta_p(z,t) = \Omega t - (\frac{2 \tan \beta}{D})z$  و

$$dF_t = g(z,t).K_t.w(\theta(z,t)).dz , \quad (۱۹)$$

$$dF_n = g(z,t).K_n.w(\theta(z,t)).dz . \quad (۲۰)$$

همچنین، ضخامت براده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$w(z,t) = h \sin \theta_p(z,t) + [x(t) - x(t-\tau)] \sin \theta_p(z,t) + [y(t) - y(t-\tau)] \cos \theta_p(z,t), \quad (۲۱)$$

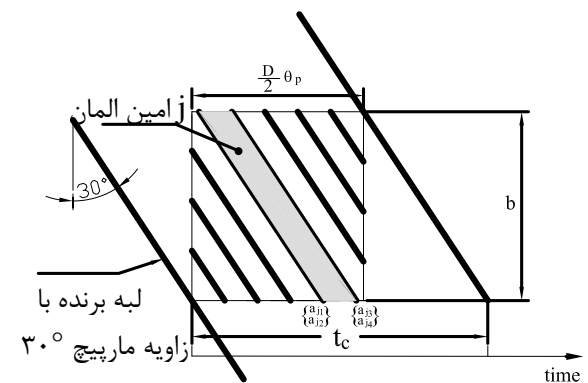
و نهایتاً  $K_c(t)$  و  $f_o(t)$  اصلاح شده با گنجاندن اثر زاویه مارپیچ به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵]:

$$K_c(t) = \sum_{p=1}^N g_p(t) \int_{z_1(t)}^{z_2(t)} [K_t \sin \theta_p(t) \cos \theta_p(t) + K_n \sin \theta_p(t) \sin \theta_p(t)] dz , \quad (۲۲)$$

$$f_o(t) = \sum_{p=1}^N h.g_p(t) \int_{z_1(t)}^{z_2(t)} [K_t \sin \theta_p(t) \cos \theta_p(t) + K_n \sin \theta_p(t) \sin \theta_p(t)] dz . \quad (۲۳)$$

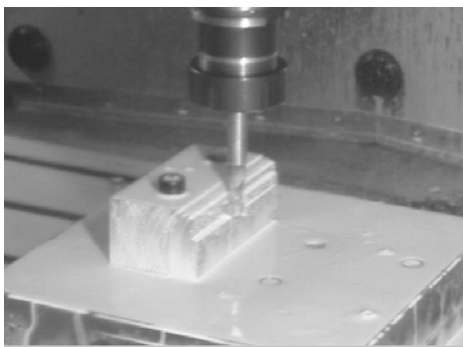
۴-۲- زمان برش لبه برنده مارپیچ و حالات مختلف درگیری زمان برش لبه برنده مارپیچ ( $t_c$ ) به علت وجود زاویه مارپیچ افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۴، زمان برش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$t_c = (\theta_p + \frac{2 \tan \beta}{D}.b) / \Omega . \quad (۲۴)$$



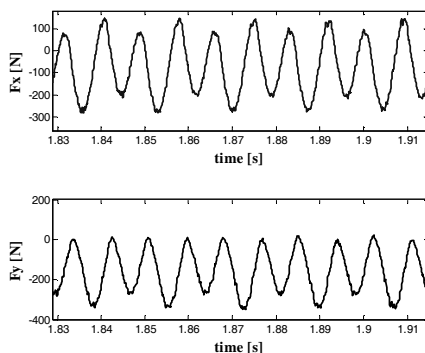
شکل (۴): زمان برش برای ابزار فرز انگشتی مارپیچی.

تقسیم می‌شود. سپس مقدار اندازه‌گیری شده نیروی متوسط از روش تجربی با رابطه تئوری برابر قرار داده شده و ثابت‌های نیروی برش به دست می‌آیند. در روش ساختارگرا آزمایش شیار زنی<sup>۴</sup> متداول است. آزمایش‌های برشی توسط ابزار فوق با مقدار اورهنگ<sup>۵</sup> ۴۰ میلی‌متر برای محدوده پیشروی ۰/۱، ۰/۱۵۰۸ و ۰/۲۰۱۷ میلی‌متر بر دندان و سرعت اسپیندل ۳،۵۰۰ rpm و ۷،۰۰۰ rpm انجام شده است. شکل ۶ تجهیزات آزمایش برای اندازه‌گیری مؤلفه‌های نیروی برشی را نشان می‌دهد.



شکل (۶): آزمایش اندازه‌گیری نیروی برش با دینامومتر Kistler 9255B.

شکل ۷ نیروهای اندازه‌گیری شده در راستای X و Y برای سرعت اسپیندل ۳،۵۰۰ rpm و بار براده ۰/۱ mm/tooth نشان می‌دهد. نیروی برش متوسط برای کل ناحیه پایدار اندازه‌گیری محاسبه شده است.



شکل (۷): نیروهای اندازه‌گیری شده در راستای X و Y برای سرعت اسپیندل ۳،۵۰۰ rpm و بار براده ۰/۱ mm/tooth.

(۲۹)

$$\text{Case 4} \begin{cases} \text{at } z = 0, \text{ if } \phi_j > \phi_{ex} \text{ and at } z = b, \\ \text{if } \phi_j > \phi_{ex} \text{ then The flute is out of cut.} \end{cases}$$

۵- نتایج حاصل از شبه‌سازی و آزمایش‌های صورت گرفته در این بخش، تجهیزات آزمایش، نحوه محاسبه ضرایب نیروی برشی، نتایج شبه‌سازی همراه با نتایج آزمایش‌های فرزکاری ارائه می‌شود.

### ۵-۱- تجهیزات و وسایل آزمایش

در آزمایش‌های به عمل آمده از ماشین فرز CNC سه محوره (DECKEL-MAHO) DMC 104 V Linear استفاده شده است. این دستگاه فرز CNC دارای حداکثر سرعت اسپیندل ۱۸۰۰۰ rpm می‌باشد. ابزار مورد استفاده فرز انگشتی دو لبه از جنس HSS، به قطر ۱۲ میلی‌متر با زاویه ماریچ ۳۰ درجه بوده که مقدار overhang ابزار ۷۸ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. با توجه به کاربرد گسترده آلیاژ Al-6061-T6 در صنعت هوافضا برای اجرای آزمایش‌هایی از این جنس استفاده شده است. اندازه‌گیری نیروی برش توسط دینامومتر Kistler 9255B سه محوره با دامنه اندازه‌گیری نیرو در راستای محورهای X و Y از ۲۰- تا ۲۰+ کیلو نیوتن و در راستای محور Z از ۱۰- تا ۴۰+ کیلو نیوتن و پهنای باند 3KHz همراه با تقویت کننده بار الکتریکی<sup>۱</sup> نوع 5070A انجام شده است.

### ۵-۲- محاسبه ضرایب نیروی برش

یک روش سریع برای تعیین ثابت‌های نیروی برش، انجام آزمایش و تعیین ضرایب برشی می‌باشد. در این روش که به روش ساختارگرا<sup>۲</sup> معروف است، مجموعه‌ای از آزمایش‌ها تحت پیشروی‌های مختلف اما میزان درگیری و عمق برش ثابت صورت می‌گیرد. سپس مقدار متوسط نیرو در هر پرپود ابزار اندازه‌گیری شده و به منظور جلوگیری از اثر خطای خروج از مرکز ابزار<sup>۳</sup> روی اندازه‌گیری‌ها، کل نیرو در هر دور اسپیندل جمع و بر تعداد دندانه‌های اسپیندل

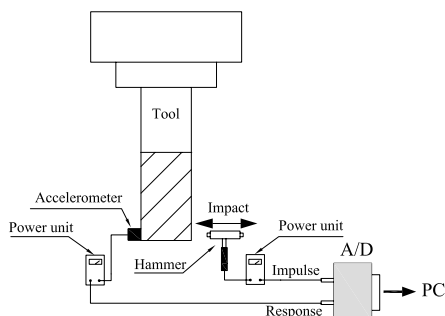
4 -Full Immersion  
5- Overhang

1 -Charge Amplifier  
2 -Mechanistic  
3 -Runout

با توجه به مقادیر ارائه شده در جدول ۱، با افزایش سرعت اسپیندل ضرایب برشی کاهش می‌یابند.

### ۵-۳- پارامترهای مودال ابزار

مطالعه مشخصات دینامیکی ابزار با استفاده از آزمایش مودال صورت می‌گیرد. مجموعه آزمایش مودال عمدتاً شامل یک وسیله تحریک، یک میدل و یک تحلیلگر است. وسیله تحریک یا چکش مودال از نوع اندوکو<sup>۱</sup> بوده و به منظور تحریک سازه به کار می‌رود که مقدار نیروی اعمال شده به ابزار را از طریق یک لودسل<sup>۲</sup> داخلی اندازه‌گیری می‌کند. میدل به منظور اندازه‌گیری پاسخ سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد و شتاب‌سنج پیزوالکتریک مدل A/123/E952 ساخت D.J. BIRCHALL است. همچنین، از تحلیلگر B&K Pulse Model 3560D استفاده شده است و نحوه اجرای آزمایش مودال ابزار در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

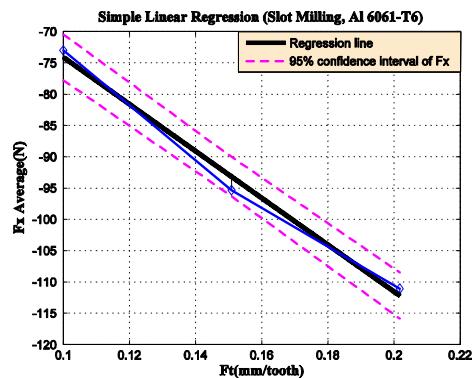


شکل (۱۰): نحوه انجام آزمایش مودال ابزار.

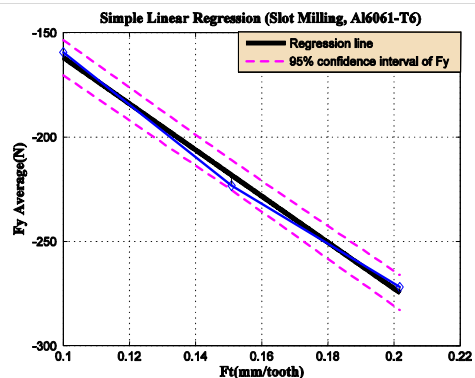
در این تحقیق به منظور اندازه‌گیری تابع پاسخ فرکانسی ابزار، ابتدا شتاب‌سنج در نوک ابزار و در جهت X قرار می‌گیرد سپس ابزار توسط چکش در جهت X تحریک می‌شود. همین عمل برای جهت Y نیز تکرار شده است. با استفاده از نمودار تابع پاسخ فرکانسی برای قسمت‌های حقیقی و موهومی مطابق شکل‌های ۱۱ و ۱۲ پارامترهای مودال ابزار به صورت جدول ۲ محاسبه شده است.

1- Endeveco  
2- Loadcell

شکل‌های ۸ و ۹ نتایج تحلیل رگرسیون ضرایب نیروی برشی در راستای X و Y را به صورت تابعی از پیشروی نشان می‌دهند. با استفاده از رگرسیون خطی ضرایب نیروی برشی و لبه‌ای در جهات شعاعی و مماسی محاسبه شده و در جدول ۱ ارائه شده‌اند.



شکل (۸): تحلیل رگرسیون خطی برای نیروی Fx میانگین.



شکل (۹): تحلیل رگرسیون خطی برای نیروی Fy میانگین.

جدول (۱): ضرایب برشی به دست آمده از آزمایش شیار زنی.

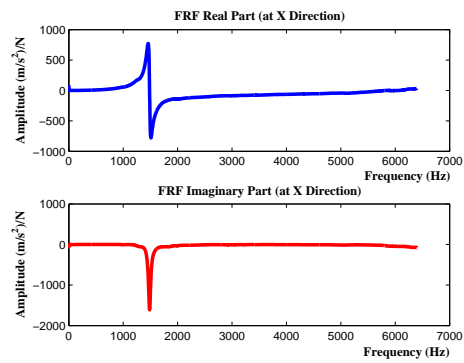
<i>n</i> (rpm)	۳۵۰۰	۷۰۰۰
$K_{te}$ (N/mm <sup>2</sup> )	۵۵۲/۵۷۷	۴۹۹/۹۵۹
$K_{re}$ (N/mm <sup>2</sup> )	۱۸۶/۶۴	۱۱۴/۶۴
$K_{te}$ (N/mm)	۱۹/۶۳	۱۳/۷۴
$K_{re}$ (N/mm)	۱۵/۷۶۷	۱۱/۷۸



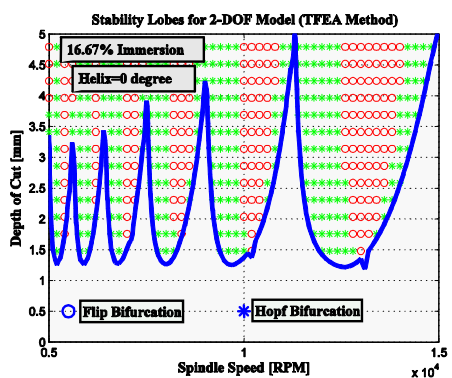
محدوده عمق برش ۵-۰ mm برای زاویه مارپیچ ۰° در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

جدول (۳): شرایط برشی.

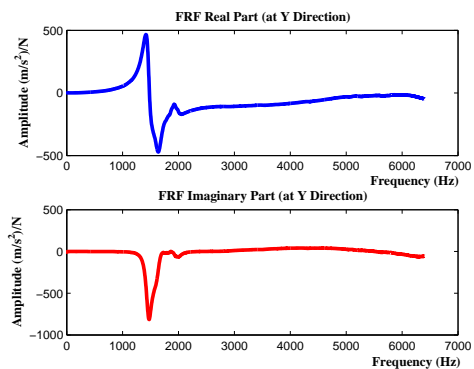
تعداد دندانه های برشی	N=۲
قطر ابزار	D=۱۲mm
پیشروی بر دندانه	Ft=۰/۱ mm/tooth
نسبت عمق برش شعاعی به قطر ابزار	aD=۲/۱۲ (۱۶/۶۷% immersion)



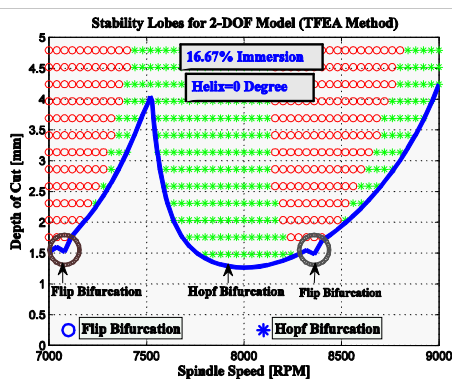
شکل (۱۱): نمودار تابع پاسخ فرکانسی در جهت X.



الف - سرعت اسپیندل ۱۵,۰۰۰-۵,۰۰۰ rpm



شکل (۱۲): نمودار تابع پاسخ فرکانسی در جهت Y.



ب - سرعت اسپیندل ۹,۰۰۰-۷,۰۰۰ rpm

شکل (۱۳): نمودار دالان‌های پایداری شبیه سازی شده توسط روش TFEA با زاویه مارپیچ ۰°.

در نمودار بالا ناپایداری مربوط به انشعاب Flip وقتی اتفاق می‌افتد که اندازه قسمت حقیقی یکی از مضارب مشخص شده کمتر از ۱- باشد. همچنین ناپایداری انشعاب Hopf

جدول (۲): پارامترهای مودال ابزار.

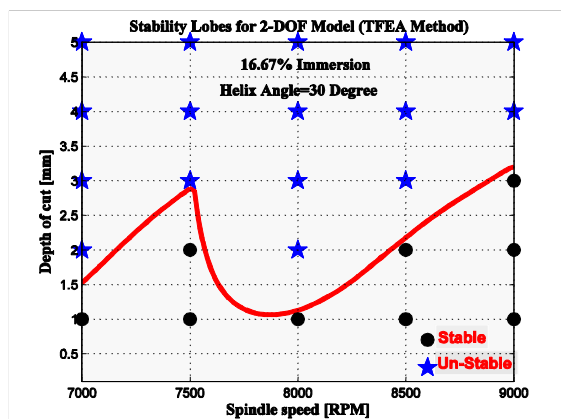
	X	Y
Frequency (Hz)	۱۴۸۵	۱۴۷۵
Damping ratio (%)	۰/۰۱۷۸۴	۰/۰۷۴۲۴
Stiffness (N/m)	$۱/۵۱۶ \times ۱۰^۶$	$۷/۱۰۴ \times ۱۰^۵$

#### ۵-۴- نتایج شبیه سازی پایداری

فرآیند فرزکاری با استفاده از پارامترهای مودال مطابق جدول ۲ و شرایط ماشینکاری داده شده در جدول ۳ برای فرآیند فرزکاری با بار جانبی کم در حالت فرزکاری مخالف<sup>۱</sup> با استفاده از روش تحلیل المان محدود زمانی شبیه‌سازی شده است. دیاگرام دالان‌های پایداری در محدوده سرعت اسپیندل ۱۵,۰۰۰-۵,۰۰۰ rpm و در

1 -Up-milling

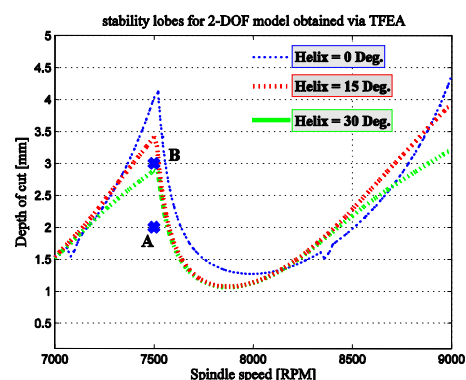
۵-۵- نتایج آزمایش و مقایسه با شبیه سازی  
 به منظور تأیید روش ارائه شده در این تحقیق، آزمایش های فرزکاری در محدوده سرعت اسپیندل ۱۵,۰۰۰ rpm - ۵,۰۰۰ rpm با نمو ۵۰۰ rpm و در محدوده عمق برش ۵ mm - ۱ mm با نمو ۱ mm صورت گرفته است. کلیه آزمایش ها در شرایط بار براده ثابت ۰/۱ mm/tooth و بار جانبی ثابت ۲ mm اجرا شده است. نتایج آزمایش ها فرزکاری برای محدوده سرعت اسپیندل ۷,۰۰۰-۹,۰۰۰ rpm در شکل ۱۶ نشان داده شده است.



شکل (۱۶): مقایسه نتایج آزمایش های فرزکاری با دالان های پایداری شبیه سازی شده در محدوده سرعت اسپیندل ۷,۰۰۰-۹,۰۰۰ rpm.

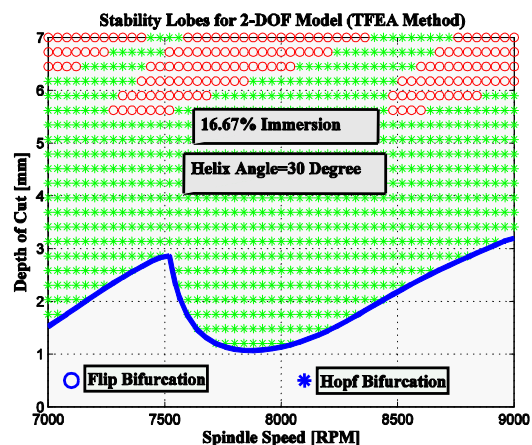
نمودار نیروهای ماشینکاری در شرایط عمق برش ۲ و ۳ میلی متر و سرعت اسپیندل ۷,۰۰۰-۹,۰۰۰ rpm با نمو ۵۰۰ rpm برای چهار دور چرخش ابزار در شکل های ۱۷ تا ۲۱ نشان داده شده است. با توجه به این شکل ها مشخص است در شرایط برش پایدار (علامت \* در شکل ۱۶) توزیع نیرو روی هر لبه هنگام درگیری یکنواخت است و بعد از درگیری هر لبه، نیروها تا قبل از درگیری لبه بعدی کاملاً مستهلک شده اند. اما در شرایط برش ناپایدار (علامت \* در شکل ۱۶) توزیع نیروها یکنواخت نبوده و نیروها قبل از شروع دندان بعدی مستهلک نشده اند. همچنین در این حالت دامنه نیرو نیز نسبت به حالت پایدار افزایش یافته است.

مربوط به حالتی است که اندازه یکی از مضارب مشخص شده مختلط بیشتر از ۱ باشد. این نوع ناپایداری ها به صورت مجزا در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. مرز آنها نشان دهنده دالان های پایداری مربوط به پارامترهای مودال ابزار و شرایط برشی داده شده در جداول ۲ و ۳ است. در ادامه، شبیه سازی برای زوایای ماریج ۱۵° و ۳۰° با در نظر گرفتن محدوده سرعت اسپیندل ۷,۰۰۰-۹,۰۰۰ rpm و محدوده عمق برش ۵-۰ mm انجام شده و نتایج همراه با نتایج زاویه ماریج ۰° در شکل ۱۴ ارائه شده است.

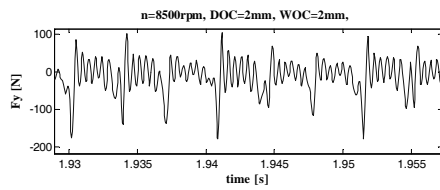


شکل (۱۴): دالان های پایداری برای زوایای ماریج ۰°، ۱۵° و ۳۰°.

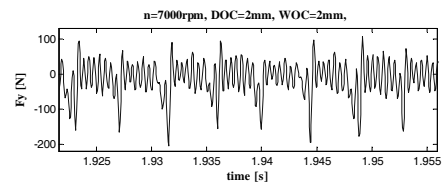
همان طور که در شکل ۱۴ و ۱۵ مشخص شده، با افزایش زاویه ماریج، مرز ناپایداری انشعاب Flip حذف می شود.



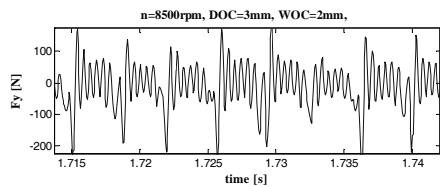
شکل (۱۵): نمودار دالان های پایداری شبیه سازی شده توسط روش TFEA با زاویه ماریج ۳۰°.



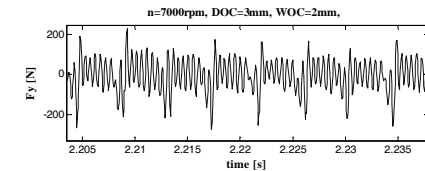
(الف)



(الف)



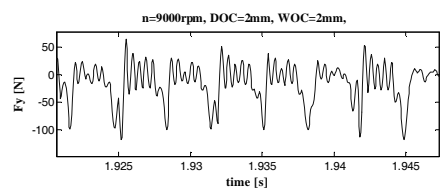
(ب)



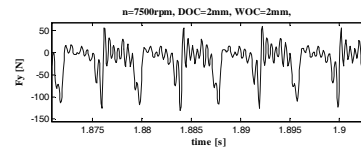
(ب)

شکل (۱۷): نیروی ماشینکاری در جهت  $Y$  در شرایط عمق برش ۲ و ۳ mm و سرعت اسپیندل ۸۵۰۰ rpm ، (الف) شرایط آستانه ناپایداری و (ب) شرایط ناپایداری.

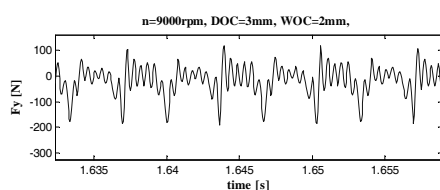
شکل (۱۷): نیروی ماشینکاری در جهت  $Y$  در شرایط عمق برش ۲ mm و ۳ mm و سرعت اسپیندل ۷۰۰۰ rpm ، (الف) شرایط ناپایدار و (ب) شرایط ناپایداری.



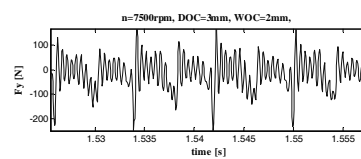
(الف)



(الف)



(ب)

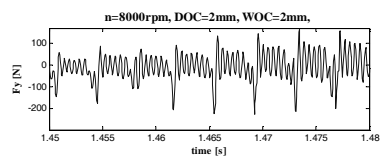


(ب)

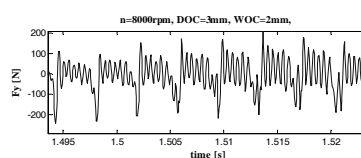
شکل (۲۱): نیروی ماشینکاری در جهت  $Y$  در شرایط عمق برش ۲ و ۳ mm و سرعت اسپیندل ۹۰۰۰ rpm ، (الف) شرایط پایدار ، (ب) شرایط ناپایدار.

شکل (۱۸): نیروی ماشینکاری در جهت  $Y$  در شرایط عمق برش ۲ mm و ۳ mm و سرعت اسپیندل ۷۵۰۰ rpm ، (الف) شرایط پایدار و (ب) شرایط ناپایدار.

شکل ۱۶ مؤید هم خوانی بسیار مناسب بین نتایج حاصل از آزمایش و نتایج حاصل از شبه‌سازی است به عنوان مثال می‌توان به نقاط A و B در شکل ۱۴ اشاره کرد. نقطه B حالت ناپایداری فرزکاری را مشخص می‌کند در حالی که در نقطه A فرزکاری به صورت کاملاً پایدار انجام می‌شود (شکل ۱۸). همچنین با گنجاندن زاویه ماریج در شبه‌سازی (شکل‌های ۱۳ و ۱۵) مشاهده می‌گردد که با افزایش زاویه ماریج به  $30^\circ$  ناپایداری مربوط به انشعاب فلیپ<sup>۱</sup> کلاً از مرز



(الف)



(ب)

شکل (۱۹): نیروی ماشینکاری در جهت  $Y$  در شرایط عمق برش ۲ و ۳ mm و سرعت اسپیندل ۸۰۰۰ rpm ، (الف) شرایط ناپایدار و (ب) شرایط ناپایدار.

- Behaviour Variations in the Stability Lobes Method, 3-D Lobes Constructions and Application to Thin-walled Structure Milling", *Int. J. Adv. Manuf. Tech.* Vol. 27, No. 1, pp. 638-644, 2006.
4. Bayly, P.V., Halley, J.E., Mann, B.P., and Davies, M.A., "Stability of Interrupted Cutting by Temporal Finite Element Analysis", *Transactions of the ASME J. Manufacturing Science and Eng.*, Vol. 125, No. 1, pp. 220-225, 2003.
  5. Oliver, R., Dietmar H., and Carsten M. "A Comparison of Analytical Cutting Force Models", Berlin, 2006.
  6. Zatarain, M., Munoa, J., and Peigne, G. "Insperger, and T., Analysis of the Influence of Mill Helix Angle on Chatter Stability", *Annals CIRP*, Vol. 55, No. 1, pp. 365-368, 2006.
  7. Insperger, T., Muñoa, J., Zatarain, M., and Peigné, G. "Unstable Islands in the Stability Chart of Milling Processes Due to the Helix Angle", *CIRP 2<sup>nd</sup> Int. Conf. High Performance Cutting*, Vancouver, BC, Canada, 2006.
  8. Ganguli, A., "Chatter Reduction Through Active Vibration Damping", PhD Dissertation, Faculty of Applied Science", *Universite Libre de Bruxelles (ULB)*, Gormany, 2005.
  9. Insperger, T., Mann, B.P., Stepan, G., and Bayly, P.V. "Stability of Up-milling and Down-milling, Part1, Alternative Analytical Methods", *Int. J. Machine Tools and Manufacture*, Vol. 43, No. 3, pp. 25-34, 2003.
  10. Bayly, P.V., Mann, B.P., Schmitz, T.L., Peters, D.A., Stepan, G., and Insperger, T. "Effects of Radial Immersion and Cutting Direction on Chatter Instability in End-milling", *ASME Eng. Congress and Exposition*, New Orleans, LA, IMECE- 34116, 2002.
  11. Davies, M.A., Pratt, J.R., Dutterer, B., and Burns, T.J. "Stability Prediction for Low Radial Immersion Milling", *J. Manufacturing Science and Eng.*, Vol. 124, No. 2, pp. 217-225, 2002.
  12. Mann, B.P., Bayly, P.V., Davies, M.A., Halley, J.E. "Limit Cycles, Bifurcations, and Accuracy the Milling Process", *J. Sound and Vibration*, Vol. 277, No. 2, pp. 31-48, 2004.
  13. Altintas, Y. and Budak, E. "Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling", *Annals CIRP*, Vol. 44, No. 2, pp. 357-362, 1995.
  14. Gradisek, J., Govekar, E., Grabec, I., Kalveram, M., Weinert, K., Insperger, T., and Stepan, G. "On Stability Prediction for Low Radial Immersion Milling", *J. Machine Science and Tech.* Vol. 9, No. 1, pp. 117-130, 2005.
  15. Altintas, Y., "Manufacturing Automation, Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibration, and CNC Design", *Cambridge Univ. Press*, U.K. 2000.

پایداری حذف می‌شود. نتایج حاصل از آزمایش‌های فرزکاری (شکل ۱۶) این مطلب را تأیید می‌کند.

#### ۶- نتیجه گیری

در این تحقیق، روش تحلیل المان محدود زمانی<sup>۱</sup> اصلاح شده برای پیش‌بینی پایداری عملیات فرزکاری با در نظر گرفتن اثر زاویه مارپیچ، روی سیستم دو درجه آزادی پیاده‌سازی شده است. مدل ارتعاشی واقعی برای عملیات فرزکاری، سیستمی متشکل از حداقل یک درجه آزادی به ازای هر راستا (X و Y) است. روش‌هایی که تا کنون برای شبیه‌سازی عملیات فرزکاری با بار جانبی کم با در نظر گرفتن زاویه مارپیچ استفاده شده‌اند، محدود به شبیه‌سازی ارتعاشات سیستم یک درجه آزادی هستند که فاقد کاربرد عملی برای شبیه‌سازی فرزکاری سریع-پرداختکاری است. طی سری اول آزمایش‌های فرزکاری انجام شده ضرایب برشی Al6061-T6 تعیین شده و با انجام آزمایش‌های مودال روی فرز انگشتی دو لبه از جنس HSS پارامترهای مودال تعیین شده‌اند. طی سری دوم آزمایش‌ها عملیات فرزکاری گسترده‌ای جهت تعیین پیش‌بینی دالان‌های پایداری شبیه‌سازی شده انجام شده است. گفتنی است که نتایج حاصل از آزمایش‌های فرزکاری با نتایج شبیه‌سازی از سازگاری خوبی برخوردار است. با افزایش زاویه مارپیچ انشعاب فلیپ از مرز دالان‌های پایداری حذف شده و مرز جداکننده حالت ارتعاشات پایدار از ارتعاشات ناپایدار از نوع Hopf می‌باشد. در تحقیقات آتی استفاده از ابزارهای نوک کروی و ابزارهای کاربردی و CBN و همچنین برای عملیات پرداختکاری، استفاده از بار جانبی کمتر توصیه می‌شود.

#### مراجع

1. Caulfield, F.D. "Electromechanical Actuator Development for Integrated Chatter Prediction on High Speed Machining Centers" Thesis for the Degree of Master of Science, College of Eng., North Carolina State Univ., 2002.
2. Sandvick, C. "Technical Editorial Dep't., Modern Metal Cutting a Practical Handbook", Sweden, 1994.
3. Thevenot, V., Arnaud, L., Dessein, G., and Cazenave-larroche. G. "Integration of Dynamic

