

## بررسی تابع چگالی احتمال بارندگی‌های ماهانه و سالانه ایستگاه‌های قدیمی ایران

### پرویز حقیقت‌جو

گروه آبیاری، دانشکده کشاورزی دانشگاه زابل  
تاریخ دریافت: ۸۰/۳/۶؛ تاریخ پذیرش: ۸۰/۱۱/۲۰

### چکیده

بارندگی‌های ماهانه و سالانه در ایران از توزیع‌های متفاوتی پیروی می‌نمایند. در بسیاری از گزارشها، محققین بارندگی یک ایستگاه معین را تابع توزیع‌های مختلف دانسته‌اند. تغییرات بارندگی در سطح کشور از حدود ۲۵ میلی‌متر در سال در شهداد تا بالغ بر ۲۰۰۰ میلی‌متر در سال در منطقه طولانش گیلان در سواحل خزر متغیر است. در این مقاله، توابع توزیع احتمال که غالباً یکی از هفت توزیع نرمال، لوگ نرمال ۲ پارامتری لوگ، نرمال ۳ پارامتری، پیرسون تیپ ۳، لوگ پیرسون تیپ ۳، گامای ۲ پارامتری و گمبل هستند به بارندگی‌های ماهانه و سالانه ایستگاه‌های قدیمی کشور که آمار طولانی‌تری نسبت به سایر ایستگاه‌ها دارند (ایستگاه‌های بوشهر، اصفهان، تهران، مشهد و جاسک) برآزش داده شده‌اند و با استفاده از آزمون‌های کلموگروف-اسمیرنوف، متوسط انحراف نسبی و متوسط مربع انحراف نسبی توزیع مناسب انتخاب شده است. از بین توزیع‌های فوق، توزیع لوگ پیرسون تیپ ۳ بهترین برازش را به بارندگی‌های ماهانه دارد و بارندگی‌های سالانه از توزیع واحدی تبعیت نمی‌کنند.

۴۱



**واژه‌های کلیدی:** بارندگی‌های ماهانه و سالانه، توابع توزیع احتمال، توزیع بارندگی‌ها، آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، توزیع لوگ پیرسون تیپ ۳.

### مقدمه

برنامه‌ریزی، طراحی، توسعه و مدیریت اغلب سیستم‌های آبیاری و زهکشی و بطور کلی کشاورزی نیازمند دانستن اطلاعاتی در مورد بارندگی است. پدیده بارندگی از نظر زمانی و مکانی متغیر است و میزان آن تابع عرض جغرافیایی، فاصله

محل از سطح دریا، پستی و بلندی و عوامل جوی و محیطی می‌باشد. مقدار متوسط بارندگی سالانه ایران در حدود ۲۳۷ میلی‌متر است که کمتر از یک سوم متوسط باران سالانه کره زمین می‌باشد (۱). با توجه به اینکه در اغلب نقاط ایران بارندگی کم است و سرزمینی نسبتاً خشک و کم‌آب می‌باشد به منظور حداکثر استفاده از همین

حول میانه<sup>۱</sup> و کروسکال والیس<sup>۲</sup> انجام گرفت (۹ و ۵). سپس داده‌های بارندگی‌های ماهانه و سالانه با استفاده از نرم افزار رایانه‌ای HYFA (۶) مورد تحلیل فراوانی قرار گرفتند. لازم به ذکر است که نرم افزار HYFA داده‌ها را به هفت تابع توزیع فراوانی برازش می‌دهد که شامل توزیعهای نرمال، لوگ نرمال<sup>۳</sup> پارامتری، لوگ نرمال<sup>۳</sup> پارامتری، پیرسون تیپ<sup>۳</sup>، لوگ پیرسون تیپ<sup>۳</sup>، گمبل و گامای<sup>۲</sup> پارامتری هستند و پارامترهای توزیعها را با استفاده از روش گشتاورها<sup>۴</sup> و حداکثر درست‌نمایی<sup>۴</sup> برآورد می‌کند. سپس با استفاده از آزمون‌های کی دو، متوسط انحراف نسبی<sup>۵</sup> و متوسط مربع انحراف نسبی<sup>۶</sup> توزیع مناسب را انتخاب می‌نماید. همچنین برای انتخاب بهترین توزیع با استفاده از آماره کلموگروف-اسمیرنوف<sup>۷</sup> یک برنامه رایانه‌ای به زبان بیسیک نوشته شده است. آزمون‌های متوسط انحراف نسبی (M.R.D) و متوسط مربع انحراف نسبی (M.S.R.D) از روابط زیر بدست می‌آیند (۶):

[۱]

$$M.R.D = \frac{1}{n} \sum \frac{|x_i - x_o|}{x_o}$$

[۲]

$$M.S.R.D = \frac{1}{n} \sum \left( \frac{x_i - x_o}{x_o} \times 100 \right)^2$$

- 1-Runs test
- 2-Kruskal-Wallis
- 3-Method of moments
- 4-Maximum likelihood procedure
- 5- Mean relative deviation
- 6- Mean square relative deviation
- 7- Kolmogorov - Smirnov

بارندگی کم باید به طریقی مقدار آنرا پیش‌بینی کرد. از طرف دیگر اگر بتوان آمار بارندگی را در قالب یک تابع توزیع فراوانی برازش داد قادر خواهیم بود تا حدود زیادی مقدار آن را تخمین بزنیم. در ضمن یک تابع توزیع مناسب این حسن را دارد که می‌توان آن را جایگزین آمار زیاد و طولانی کرد.

در ایران و کشورهای دیگر هواشناسان و متخصصان آمار به تجزیه و تحلیل داده‌های بارش پرداخته‌اند، از جمله مشایخی (۴) بارشهای ایران را از نوع توزیع نرمال یا گوس در نظر گرفته است. خلیلی (۸ و ۷) بارشهای ۹۰ ساله تهران و نیز بارندگی‌های ۱۰ ساله البرز مرکزی را مطالعه کرده و توزیع گامای ناقص را معتبر دانسته است. تاسه (۱۱) آمار بارش ۵۰ ساله ۸۲ ایستگاه هواشناسی زاپن را مورد بررسی قرار داده و توزیع بارندگی‌ها را تابع توزیع نرمال در نظر گرفته است. رایش (۱۰) در آلمان شرقی آمار ۱۵ ساله بارش را تجزیه و تحلیل کرده است و بارندگی‌های ماهانه را تابع توزیع ویبال دانسته است. هدف از این مطالعه شناخت توابع چگالی احتمالی است که بهترین برازش را با بارندگی‌های ماهانه و سالانه ایستگاه‌های قدیمی ایران (بوشهر، اصفهان، مشهد، تهران و جاسک) دارند.



## مواد و روشها

آمار بارندگی‌های ماهانه و سالانه ایستگاه‌های بوشهر، اصفهان، مشهد، تهران و جاسک که در این بررسی مورد استفاده قرار گرفته‌اند از دو منبع مختلف یعنی World Weather Records (۱۲) و سالنامه‌های هواشناسی کل کشور (۲) استخراج شده‌اند. جدول ۱ طول دوره آماری ایستگاه‌های قدیمی ایران را نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه آمار از دو منبع مختلف جمع‌آوری شده است آزمونهای همگنی گردش

جدول ۱- طول مدت آمارحقیقی بارندگی‌های سالانه ایستگاه‌های قدیمی ایران تا سال ۱۹۹۸

ایستگاه	بوشهر	اصفهان	مشهد	تهران	جاسک
تعداد سالهای آماری	۱۰۸	۹۳	۹۲	۸۴	۷۷

در این روابط  $x_i$  مقدار محاسبه شده،  $x_0$  مقدار مشاهده شده و  $n$  تعداد کل مشاهدات می‌باشد. بدیهی است که هر قدر مقادیر حاصل از این روابط در مورد یک توزیع کمتر باشد نشان دهنده این است که توزیع برازش بهتری دارد.

### نتایج

در اغلب کارهای مهندسی ارزش عملی اندازه‌های حدی بارندگی بیش از اهمیت پارامترهای دیگر است، زیرا همین اندازه‌ها هستند که غالباً ایجاد سیل و طغیان می‌کنند و یا باعث خشکسالی می‌شوند و در محاسبات مربوط به تأسیسات استحفاظی مورد استفاده قرار می‌گیرند (۳). در طول دوره آماری ایستگاه‌های مورد مطالعه، اندازه‌های حدی زیر مشاهده می‌شوند (جدول ۲):

در مناطق دارای آب و هوای معتدل نسبت حداکثر به حداقل کم و در مناطق دارای آب هوای و خشک و کویری نسبت فوق زیاد می‌باشد و بدین ترتیب می‌توان تهران را یک منطقه معتدل و اصفهان و مشهد را دارای آب و هوای معتدل و نسبتاً خشک و بوشهر و جاسک را دارای آب و هوای خشک دانست (۳). میانگین بارندگی‌های ماهانه ایستگاه‌های قدیمی در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

رژیم بارندگی سالانه ایستگاه‌های قدیمی ایران: برای درک بهتر تغییرات بارندگی‌های متوسط ماهانه، رژیم سالانه بارندگی رسم و بررسی

شده است، بطور کلی رژیم بارندگی سالانه بوشهر و جاسک مشابه هستند و تقریباً تمام بارندگی در هفت ماه از سال نازل می‌شود و بقیه ماه‌ها خشک می‌باشند. رژیم بارندگی تهران و اصفهان نیز مشابه هم می‌باشند و قسمت اعظم بارندگی طی هشت ماه از سال نازل می‌شود. رژیم بارندگی مشهد با رژیم ایستگاه‌های دیگر کمی تفاوت دارد و حداکثر بارندگی در ماه مارس (اسفندماه) مشاهده می‌شود. رژیم بارندگی بوشهر و تهران در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شوند.

نتایج حاصل از برازش هفت توزیع نامبرده به بارندگی‌های سالانه ایستگاه‌ها و انتخاب بهترین توزیع براساس آزمونهای متوسط انحراف نسبی، متوسط مربع انحراف نسبی و کلموگروف-اسمیرنوف در جدول ۴ مشاهده می‌شوند.

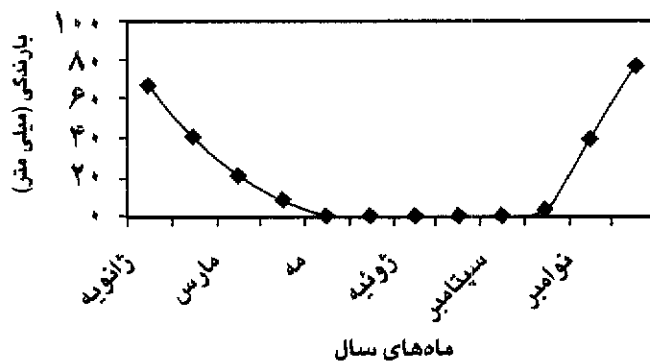
### بحث

با توجه به اینکه آمار مورد استفاده طولانی مدت و از دو منبع مختلف جمع‌آوری شده است همگنی آن مورد بررسی قرار گرفت و برای این منظور آزمونهای همگنی گردش حول میانه و کروسکال-والیس انجام شد که با توجه به آزمون گردش حول میانه آمار ایستگاه‌های بوشهر، مشهد، تهران و جاسک همگن ولی آمار ایستگاه اصفهان در سطح اعتماد ۱۰ درصد همگن نمی‌باشد، نتایج حاصل از آزمون کروسکال-والیس بیانگر همگن بودن آمار تمامی ایستگاه‌ها می‌باشد.

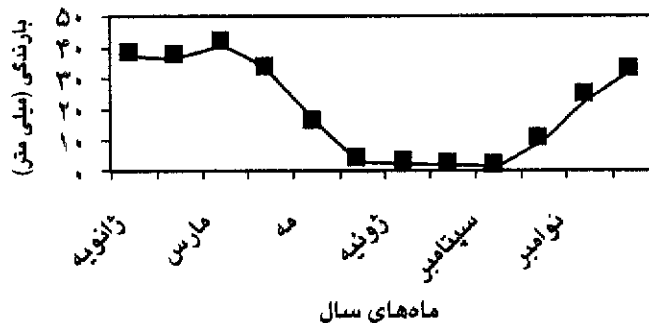


جدول ۲- مقادیر حدی بارندگی‌های سالانه ایستگاه‌های قدیمی ایران بر حسب میلی‌متر.

ایستگاه	میانگین بارندگی	حداکثر بارندگی	حداقل بارندگی	نسبت حداکثر به حداقل
بوشهر	۲۶۰/۰	۶۸۳/۰	۲۷/۰	۲۵/۳
اصفهان	۱۱۴/۶	۲۶۱/۰	۳۱/۰	۸/۴
مشهد	۲۵۳/۸	۴۲۸/۰	۶۵/۵	۶/۵
تهران	۲۳۶/۶	۳۸۶/۰	۱۰۹/۲	۳/۵
جاسک	۱۳۰/۵	۳۵۵/۰	۲/۰	۱۷۷/۵



شکل ۱- رژیم بارندگی سالانه ایستگاه بوشهر (۱۸۷۷-۱۹۹۸).



شکل ۲- رژیم بارندگی سالانه ایستگاه تهران (۱۸۹۳-۱۹۹۸).





جدول ۳- مقادیر بارندگی متوسط ماهانه ایستگاه‌های قدیمی در طول دوره آماری بر حسب میلی‌متر.

ایستگاه	ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوئیه	اوت	سپتامبر	اکتبر	نوامبر	دسامبر
بوشهر	۶۶/۹	۴۰/۷	۲۰/۶	۹/۴	۱/۳	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۴/۸	۳۹/۳	۷۷/۷
اصفهان	۱۸/۰	۱۴/۸	۱۹/۵	۱۶/۲	۷/۶	۱/۸	۱/۸	۰/۳	۰/۶	۳/۷	۱۲/۷	۱۸/۵
مشهد	۳۰/۴	۳۵/۳	۵۶/۱	۴۸/۵	۲۹/۶	۶/۶	۰/۹	۰/۵	۱/۵	۹/۴	۱۴/۸	۲۰/۲
تهران	۳۷/۵	۳۶/۶	۴۱/۰	۳۶/۴	۱۵/۳	۳/۸	۲/۳	۱/۶	۱/۵	۹/۸	۲۳/۵	۳۲/۰
چاسک	۳۲/۸	۳۱/۶	۲۰/۶	۶/۰	۰/۸	۰/۶	۱/۰	۰/۲	۰/۰	۳/۵	۶/۰	۲۸/۸

جدول ۴- انتخاب توزیع های مناسب برای بارندگی های سالانه ایستگاه ها بر اساس آزمونهای متوسط انحراف نسبی، متوسط مربع انحراف نسبی و کلموگروف-اسمیرنوف.

آزمون نیکویی برازش

ایستگاه	کلموگروف-اسمیرنوف	متوسط مربع انحراف نسبی	متوسط انحراف نسبی
بوشهر	گامای ۲ پارامتری	لوگ نرمال ۲ پارامتری	لوگ نرمال ۳ پارامتری
اصفهان	لوگ نرمال ۳ پارامتری	لوگ پیرسون تیپ ۲	لوگ پیرسون تیپ ۳
مشهد	گامای ۲ پارامتری	نرمال	گامای ۲ پارامتری
تهران	گامای ۲ پارامتری	گامای ۲ پارامتری	لوگ پیرسون تیپ ۳
چاسک	لوگ نرمال ۳ پارامتری و گمیل تیپ ۱	لوگ پیرسون تیپ ۳	پیرسون تیپ ۳



در این بررسی با توجه به تغییرات شکل توزیع داده‌ها با فاصله دسته‌بندی از دسته‌بندی داده‌ها خودداری شده است و داده‌ها بصورت تراکمی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند و در واقع هر داده نماینده یک دسته است. این روش حداقل این حسن را دارد که تعداد دسته‌ها را به تعداد دیده‌بانی‌ها افزایش می‌دهد. همچنین با توجه به مطلب فوق می‌توان به این نتیجه‌گیری کلی رسید که دقت آزمون کی دو نتایج حاصل از آن وابستگی خیلی زیادی به تعداد دسته‌های انتخابی دارد و از این لحاظ آزمون مناسبی بشمار نمی‌رود و در این بررسی برای انتخاب بهترین توزیع از این آزمون استفاده نشده است و از آزمونهای دیگر نظیر متوسط انحراف نسبی، متوسط مربع انحراف نسبی و کلموگروف-اسمیرنوف استفاده شده‌اند.

با بارندگی‌های ماهانه که صفر نبوده‌اند، مانند بارندگی‌های سالانه عمل شده است، اما آن دسته از بارندگی‌های ماهانه که برابر صفر بوده‌اند (غالباً بارندگی‌های تابستانی) در تجزیه و تحلیل صفر آنها در نظر گرفته نشده است و پس از انتخاب توزیع مناسب جهت این گونه بارندگی‌ها برای بدست آوردن احتمال وقوع باید تعداد صفرها را به تعداد کل داده‌ها تقسیم کنیم و حاصل را از یک کم کرده و در احتمال بدست آمده ضرب کنیم.

همانطور که در مواد و روشها ذکر شد آمار بارندگی‌های ماهانه و سالانه پنج ایستگاه قدیمی ایران جمع‌آوری شده است. توابع چگالی احتمال نرمال، لوگ نرمال دو و سه پارامتری، گامای دو پارامتری، پیرسون و لوگ پیرسون تیپ ۳ و گمبل به آمار فوق برآزش داده شده‌اند. در مورد بارندگی‌های ماهانه با استفاده از آزمونهای نیکویی برآزش متوسط انحراف نسبی، متوسط مربع انحراف نسبی و کلموگروف-اسمیرنوف توزیع لوگ پیرسون تیپ ۳ انتخاب می‌شود.

در مورد بارندگی‌های سالانه مطابق جدول ۴ بهترین توزیع برای هر ایستگاه انتخاب شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود بارندگی‌های سالانه ایستگاه‌های مختلف از توزیع آماری واحدی تبعیت نمی‌کنند. همچنین مشاهده می‌شود که توزیع نرمال را همانگونه که در مقدمه ذکر شد نمی‌توان به داده‌های بارندگی سالانه برآزش داد (۱۱ و ۱۴).

از جدول ۴ می‌توان نتیجه گرفت که براساس آزمونهای نیکویی برآزش مختلف نمی‌توان توزیع واحدی را برای آمار بارندگی‌های سالانه یک ایستگاه معین انتخاب کرد. برای مثال، در مورد ایستگاه بوشهر با استفاده از آزمونهای متوسط انحراف نسبی، متوسط مربع انحراف نسبی و کلموگروف-اسمیرنوف به ترتیب توزیعهای لوگ نرمال ۳ پارامتری، لوگ نرمال ۲ پارامتری و گامای ۲ پارامتری برای برآزش به بارندگی‌های سالانه انتخاب می‌شوند.

مقایسه مقادیر تخمین زده شده توسط توزیعهای مختلف با دوره‌های برگشت (احتمال) متفاوت نشان می‌دهد که برای احتمالات ۲۰ تا ۹۰ درصد، تمام توزیعها تقریباً تخمین یکسانی از مقادیر ایجاد می‌کنند و نیز با مقادیر مشاهده شده مطابقت خوبی دارند، ولی برای احتمالات کمتر از ۲۰ درصد و بیش از ۹۰ درصد، مقادیر تخمین زده شده با هم اختلاف دارند. بنابراین باید توزیعی انتخاب شود که مقادیر انتهایی (حداکثرها و حداقلها) را بخوبی تخمین بزنند.

### سپاسگزاری

بدینوسیله از همکاری صمیمانه مسئولین و دست اندرکاران کتابخانه سازمان هواشناسی کشور در تهیه آمار ایستگاه‌های قدیمی ایران تشکر و قدردانی می‌شود.

## منابع

۱. افشار، ع. ۱۳۶۴. هیدرولوژی مهندسی. انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، ۴۵۹ صفحه.
۲. سالنامه‌های هواشناسی مربوط به سالهای ۱۹۶۱ تا ۱۹۹۸. سازمان هواشناسی کشور.
۳. صدقی، ح. ۱۳۵۷. اصول مهندسی هیدرولوژی. جداول، چاپ دوم انتشارات دانشگاه اهواز، ۳۸۴ صفحه.
۴. مشایخی، ت. ۱۳۵۱، تجزیه و تحلیل آمار بارندگی سالانه ایستگاه‌های هواشناسی نیوار، نشریه هواشناسی کل کشور، ص ۱۹-۱۳.
5. Abramowitz, M., and I.A. Stegun. 1972. Handbook of mathematical functions, Dover Publication, NY, 1046p.
6. HYFA. 1980. Hydrological frequency analysis, IBM Package.
7. Khalili, A. 1973. Precipitation pattern of central Alburz. Arch. Meteo. Geophys. Bioclimatology Series B 21(2-3): 215-232.
8. Khalili, A. 1976. Precipitation climatology of the Tehran area. Meteo. magazine. vol. 105:293-306
9. Kite, G.W. 1978. Frequency and risk analysis in hydrology. Water Resource Publ. Colorado. U.S.A., 245p.
10. Reich, T. 1983. Frequency distribution of precipitation amounts. Gerlands Beitrage Zur Geophysik, Leipzig. 92 (5):377-390.
11. Tase, N. 1982. Regional occurrences of wet and dry years in Japan. Tsukuba Univ, Instit. of Geoscience, Annual Rep. no.8: 37-40.
12. World Weather Records, Smithsonian miscellaneous collections, vol. I-IV



## **Probability distribution functions as applied to monthly and annual precipitation of old stations in Iran**

**P. Haghighatjou**

Faculty of Agriculture, Zabol University, Zabol, Iran.

---

### **Abstract**

Monthly and annual precipitation data in Iran were explained by a variety of statistical distributions. For a certain station precipitation distribution had been reported differently by different researchers. Range of annual precipitation in Iran was from 25 mm for Shahdad to 2000 mm for Tawalesh-e Gilan in coast of Caspian sea. In this paper, normal, two parameter lognormal, three-parameter lognormal, two parameter gamma, Pearson type III, log Pearson type III and type I extremal (Gumbel) distributions were fitted to the monthly and annual precipitation data of the oldest stations in Iran including Bushehr, Isfahan, Mashhad, Tehran and Jask. To test the goodness of fit of distributions Kolmogrov-Smirnov test, mean relative deviation, and mean square relative deviation were used and among which the log-Pearson type III was the best for fitting to monthly precipitations and we couldn't choose a unique distribution for fitting to annual precipitations.

**Keywords:** Monthly and annual precipitation; Probability distribution functions; Precipitation distributions; Kolmogrov-Smirnov test; Log-Pearson type III distribution.

