

ارائه یک مدل ریاضی جدید برای برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک

رضا توکلی مقدم (دانشیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی، دانشگاه تهران

شیدا اسلامی (کارشناس ارشد)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران

در این نوشتار روشی برای برنامه‌ریزی عدد صحیح به منظور برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی، با فرض در نظر گرفتن تجربه، تخصص و مطلوبیت افراد ارائه شده است. مسئله‌ی برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی که زیرشاخه‌ی برنامه‌ریزی تولید است، به دلیل تخصیص منابع به عناصر در یک پهنه‌ی زمانی یا مکانی با توجه به محدودیت‌ها، خواسته‌ها و نیازهای سیستم، و با هدف کمینه‌کردن هزینه‌ها و استفاده‌ی بیشینه از منابع از اهمیت خاصی برخوردار است. یکی از مزایای مدل پیشنهادی در نظر گرفتن امکان جایگشت پرسنلی است، بدین معنی که در صورت مواجهه با کمبود نیروی انسانی با تجربه‌ی خاص، افراد با تجربه‌ی بالاتر می‌توانند با تحمیل جریمه به سیستم جایگزین شوند. مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن توان جنبه‌های هزینه‌ی و مطلوبیت سعی می‌کند بین این دو معیار اساسی در مسئله‌ی برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی تعادل برقرار کند. از مزایای دیگر مدل پیشنهادی این است که مطابق دنیای واقعی، رفتار مطلوبیت افراد به صورت غیرخطی یا فزاینده فرض شده است. با توجه به پیچیدگی مدل ارائه شده، یک الگوریتم ژنتیک (GA) کارا برای حل مدل در ابعاد بزرگ توسعه داده شده است. به منظور بررسی صحت عملکرد مدل پیشنهادی و نیز الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده، تعدادی مسئله‌ی نمونه در ابعاد متنوع حل و نتایج محاسباتی ارائه شده است.

۱. مقدمه

۱. برنامه‌ریزی پرستاران که تحقیقات انجام شده بر طبق برنامه‌ریزی برای کار پرستاران و خدمات ارائه شده توسط آنها در شیفت‌های کاری و روزهای هفته است.
۲. برنامه‌ریزی خدمه که براساس خدمات ارائه شده توسط گروه‌های کاری در ایستگاه‌های مترو، قطار، سرویس‌های هوایی و حمل و نقل شهری مورد بررسی قرار گرفتند.
۳. برنامه‌ریزی کارکنان بر روی نوع شیفت کاری هر شخص بررسی و مطالعه می‌کند.

آنتونی رن در یکی از مقالات خود به تفصیل به میحث برنامه‌ریزی، جدول زمان‌بندی^۱ و نوبت‌بندی انجام کار^۲ و ارتباط بین آنها پرداخته است.^[۱] وی برنامه‌ریزی را ترتیب‌دهی عناصر در یک الگوی زمانی یا مکانی به منظور رسیدن یا نزدیک شدن به اهداف می‌داند به طوری که محدودیت‌های مرتبط با این عناصر کاملاً یا تقریباً برآورده شوند. یکی از قدیمی‌ترین مسائل در مدل‌سازی برنامه‌ریزی پرستاران در یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی و فرمول‌سازی مشابه آن به دست آمده است.^{[۲] و [۳]} اما به جای جریمه‌کردن الگوها، با قرار دادن محدودیت‌ها تعداد الگوی شیفتی در دسترس برای هر پرستار محدود شده است. می‌توان این

به‌طور کلی طیف وسیعی از مسائل مربوط به برنامه‌ریزی کارمندان و کارگران کارخانجات و شرکت‌های خدماتی به برنامه‌ریزی نیروی انسانی^۲ اختصاص دارد. حل این مسئله برای سازمان‌های خدماتی از اهمیت بالایی برخوردار است. به همین دلیل محققان با توجه به نوع شرکت‌ها و نیازشان برای به‌کارگیری پرسنل، مسائل را برحسب این خواسته‌ها و نیازها تهیه و با انواع ابزارهای رایج حل کرده‌اند. هدف از این کار استفاده از حداقل نیروی کاری مورد نیاز در هر شیفت به منظور کامل کردن اهداف تولیدی از پیش تعیین شده است. عواملی همچون «ایام تعطیل»، «نوع تخصص»، «درجه مهارت»، «سطح تجربه‌ی کارکنان» یا تمایل آن‌ها برای خدمت در یک شیفت خاص نقش موثری در زمان‌بندی^۳ نیروی انسانی ایفا می‌کنند. برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی، عرضه و تقاضای آتی سازمان برای کارکنان را به طور منظم پیش‌بینی می‌کند. با تخمین تعداد و نوع کارکنان مورد نیاز، واحد منابع انسانی می‌تواند برای جذب، گزینش، آموزش و برنامه‌ریزی شغلی و سایر فعالیت‌ها بهتر برنامه‌ریزی کند، و در نتیجه واحد منابع انسانی را قادر می‌سازد تا سازمان را در زمان مطلوب به افراد مناسب مجهز کند. طبقه‌بندی کلی شرح کارهای انجام شده در این زمینه در سه گونه‌ی خاص تعریف شده است:

ساده‌ی رشته‌های باینری برای کدگذاری سیستم‌های پیچیده، و قدرت تغییر شکل ساده برای اصلاح و بهبود چنین ساختارهایی. او نشان داد که با کنترل مناسب ساختار، اصلاحات سریع رشته‌های باینری بر اثر تغییر شکل‌های معینی رخ می‌دهد، به طوری که جمعیت رشته‌های باینری همانند جمعیت موجودات زنده تکامل پیدا می‌کنند.^[۱۹]

مسئله‌ی در نظر گرفته شده در این نوشتار از دو نقطه‌ی قوت برخوردار است: یکی در نظر گرفتن مطلوبیت و دیگری در نظر گرفتن تجربه و تخصص افراد. هدف نیز عبارت است از کمینه‌سازی مجموع جریمه‌های ناشی از جایگشت پرسنلی، تخصیص مازاد افراد با تجربه و متخصص، و نیز بیکاری پرسنل. ترتیب سایر بخش‌های نوشتار عبارت است از: تشریح مسئله‌ی مورد نظر و ارائه‌ی مدل ریاضی در بخش ۲، توسعه‌ی یک الگوریتم ژنتیک (GA) برای حل مدل در ابعاد بزرگ در بخش ۳، و ارائه‌ی نتایج محاسباتی در بخش ۴، و نهایتاً نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادها در بخش ۵.

۲. مدل‌سازی مسئله

در این بخش مدل ریاضی مسئله‌ی زمان‌بندی کارکنان با تأکید بر بهینه‌سازی همزمان هزینه‌های زمان‌بندی و مطلوبیت پرسنل ارائه می‌شود. چرخه‌ی زمان‌بندی و تعداد شیفت‌ها در هر چرخه مشخص، و قابل تعمیم‌اند. در این مدل محدودیت اهمیت شیفت به صورت هنجار برای کارکنان در نظر گرفته شده است، به طوری که عدول از آنها مستلزم هزینه‌ی کاهش مطلوبیت کارکنان برای سیستم است. همچنین کارکنان به لحاظ سطح تجربه و نوع تخصص رتبه‌بندی می‌شوند، به طوری که در هر شیفت حداقل به یک نفر از هر نوع تخصص نیاز است. همچنین در صورت نیاز، کارکنان با درجه‌ی بالاتر می‌توانند به جای کارکنان با درجه‌ی پایین‌تر تخصیص داده شوند، اگر چه عکس آن صادق نیست. هر پرسنل نیز فقط باید در زمینه‌ی تخصصی خود کار کند و مجاز نیست در تخصص دیگری اشتغال داشته باشد. تعداد پرسنل مورد نیاز در هر شیفت کاری مشخص است.

یک نمونه از ساختار مسئله در جدول ۱ نشان داده شده است. به هر ساول یک «مکان - شیفت» گفته می‌شود. مثلاً فرض کنید چرخه‌ی زمان‌بندی به صورت هفتگی، و هر ۲۴ ساعت آن دارای دو نوع شیفت روز و شب است، به طوری که جمعه مابین آخرین روز چرخه‌ی زمان‌بندی است. وجود عنصر «۱» در هر مکان - شیفت مابین تخصیص شخص متناظر با سطر آن مکان به شیفت روز متناظر با ستون مکان مورد نظر است. مثلاً شخص ۲، در روزهای شنبه، دوشنبه، سه‌شنبه، چهارشنبه و جمعه در شیفت صبح و در روزهای یکشنبه و پنج‌شنبه در شیفت شب کار خواهد کرد.

مسئله را با جست‌وجوی ممنوع حل کرد، بدین ترتیب که مسئله به سه مرحله‌ی غیر وابسته تقسیم می‌شود:^[۴]

- اطمینان از این که تعداد پرستاران بیمارستان می‌تواند سطح تقاضا را پوشانند؛ در غیر این صورت یک پرستار برای پوشانیدن مسئله‌ی مورد نظر معرفی می‌شود.
- تعیین روزها و شب‌های کاری و تعطیل برای پرستاران.
- تقسیم شیفت‌کاری روزانه به دو شیفت جلوتر و عقب‌تر با به‌کارگیری مدل شبکه جریان.

آکلین^[۵] با بسط و توسعه‌ی مدل برنامه‌ریزی که تعداد سه شیفت کاری با ۳۰ پرستار، در نظر گرفتن الگوی کاری هفتگی، تیم‌های پرستاری و سرپرستار مسئله را از طریق الگوریتم ژنتیک غیرمستقیم حل کرده است و سپس نتایج به دست آمده را با نتایج حاصل از جست‌وجوی ممنوع (که توسط دازلند انجام شده است) مقایسه کرده که از نظر جواب نزدیک ولی از نظر انعطاف‌پذیری دور است. پژوهش‌گران با در نظر گرفتن مدت برنامه‌ریزی برای ۴ هفته، سه درجه برای پرستاران، و در نظر گرفتن ۴ شیفت برای هر روز و با استفاده از الگوریتم ژنتیک مسئله‌ی برنامه‌ریزی پرستاران را حل کرده‌اند.^[۶] همچنین با استفاده از هر دو روش ابتکاری ژنتیک و جست‌وجوی ممنوع برنامه‌ریزی خدمه با داده‌های واقعی را حل کرده‌اند.^[۷] آن‌را با روش برنامه‌ریزی خطی ساده‌سازی شده مقایسه کرده‌اند. در ادامه‌ی این پژوهش‌ها و با استفاده از الگوریتم ژنتیک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خدمه‌ی هواپیمایی را نیز حل کرده‌اند.^[۸] البته در مورد زمان‌بندی خدمه‌ی راه‌آهن، مقالات معدودی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل مسائل پرداخته‌اند، از جمله مقالات وان و همکاران^[۹] یا کالینگ وود^[۱۰] که عموماً برای مسیرهای کوتاه کاربرد دارند.

برای حل مسئله‌ی راننده اتوبوس از روش ابتکاری استفاده شده است.^[۱۱] همچنین برای حل مسئله‌ی خدمه از روش بهینه‌سازی شبکه‌ی استفاده کرده‌اند.^[۱۲] برخی از محققین برای حل مسئله از روش شاخه و حد استفاده کرده‌اند^[۱۳]، و برخی دیگر روش الگوریتم ژنتیک را برای حل مسئله برنامه‌ریزی کارکنان به کار گرفته‌اند.^[۱۴] آنها همچنین از یک افق برنامه‌ریزی هفتگی و از کارمندان با درجات مجزا بهره گرفته‌اند. اما به جای به‌کار گرفتن یک روش سه‌شیفته، کارمندان می‌توانند در هر ساعت از زمان کارشان را شروع کنند. عده‌ی از پژوهش‌گران برنامه‌ریزی غیبت و استعفا را در بانک^[۱۵]، عده‌ی دیگر در قسمت اجرای احکام^[۱۶]، و برخی نیز در زمینه‌ی نیروی مسلح^[۱۷] انجام داده‌اند. محققانی نیز برای حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی شیفتی مرکز تلفن از روش جست‌وجوی ممنوع استفاده کرده‌اند.^[۱۸] مبتکر الگوریتم‌های ژنتیک مرتباً دو مورد مهم را در تحقیقاتش تکرار کرد: توانایی نمایش

جدول ۱. نمایی از ساختار مسئله.

شیفت شب							شیفت روز							شیفت		
جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	پرسنل	رتبه	عرضه
۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱	R_1	V_1
	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	R_2	V_2
۱					۱	۱		۱	۱		۱		۱	N	R_N	V_N
D_2	D_2	D_2	D_2	D_2	D_2	D_2	D_1	D_1	D_1	D_1	D_1	D_1	D_1	تقاضای شیفت		

۱.۲. فرضیات مدل

- هزینه‌ی مازاد پرسنل متخصص در شیفت‌ها؛
- هزینه‌ی بیکاری پرسنل (عدم استفاده از بیشینه ظرفیت کاری پرسنل).
- چرخه‌ی زمان‌بندی مشخص است، چنان‌که انتهای چرخه با روز تعطیل تعیین می‌شود.
- تعداد شیفت‌های کاری در هر ۲۴ ساعت مشخص است.
- رتبه یا درجه‌ی هر شخص با توجه به سابقه‌ی کاری، سطح تجربه و مهارت او مشخص است.
- دستمزد هر شخص تابعی از رتبه‌ی او است؛ افراد با درجه‌ی بالاتر دستمزد بالاتری دارند.

• مقدار تقاضای هر شیفت مشخص است.

• تعداد تخصص‌های مورد نیاز مشخص‌اند.

• هر شیفت نیاز به حداقل یک نفر از هر نوع تخصص دارد.

• درجه‌ی اهمیت هر شیفت برای هر شخص مشخص است.

• تعداد شیفت‌های کاری مجاز برای هر شخص (ظرفیت کاری شخص در هر چرخه) مشخص است.

• هزینه‌ی تخطی از محدودیت اهمیت معمول شیفت کاری پرسنل مشخص، و برای کل پرسنل یکسان است.

• هزینه‌ی تقاضای پوشش نیافته مشخص، و برای تمام شیفت‌ها یکسان است.

• هزینه‌ی بیکاری مشخص، و برای کل پرسنل یکسان است.

۲.۲. اهداف مدل

تابع هدف مدل ارائه شده از نوع کمینه‌سازی بوده و اجزاء آن عبارت‌اند از:

• کل دستمزد پرداختی به پرسنل در طول یک چرخه‌ی کاری (یک هفته)؛

• هزینه‌ی عدول از محدودیت اهمیت شیفت برای پرسنل؛

• هزینه‌ی مازاد تقاضا در شیفت‌ها؛

۳.۲. ورودی‌های مدل

ورودی‌هایی که باید برای هر دوره جمع‌آوری شود و در طول دوره‌ی زمان‌بندی ثابت‌اند عبارتند از:

N = تعداد پرسنل در دسترس؛

R = تعداد درجه با رتبه‌ی پرسنلی (برحسب سابقه کار یا تجربه)؛

S = تعداد نوع شیفت‌ها (مانند شیفت روز، عصر، شب و غیره) در هر ۲۴ ساعت؛

W = تعداد درجات اهمیت شیفت برای پرسنل (مانند بی‌اهمیت، با اهمیت، مهم، خیلی مهم و غیره). توجه به این نکته حائز اهمیت است که به منظور رعایت سادگی، عبارات زبانی فوق هم‌زمان مبین عدم مطلوبیت نیز هستند؛ یعنی «خیلی مهم» معرف «مطلوب‌ترین» و «بی‌اهمیت» نیز مبین «نامطلوب‌ترین» است.

T = تعداد تیم‌های مختلف تخصصی (مانند پرستار، بیهوشی، جراح عمومی، اعصاب و روان، قلب و غیره)؛

C = طول چرخه‌ی زمان‌بندی (مثلاً به روز).

۴.۲. اندیس‌های مدل

i = شمارنده‌ی پرسنل در دسترس، به طوری که $i = 1 \dots N$ ؛

z = شمارنده‌ی مکان - شیفت در طول چرخه‌ی زمان‌بندی، به طوری که $z = 1 \dots S \times C$ (مطابق جدول ۱)؛

s = شمارنده‌ی نوع شیفت در ۲۴ ساعت، به طوری که $s = 1 \dots S$ ؛

r = شمارنده‌ی درجه یا رتبه‌ی پرسنلی به طوری که $r = 1 \dots R$ ؛

t = شمارنده‌ی نوع تیم تخصصی، به طوری که $t = 1 \dots T$ ؛

w = شمارنده‌ی اهمیت شیفت، به طوری که $w = 0, 1 \dots W$.

فرض می‌کنیم با افزایش مقدار w بر اهمیت شیفت نیز افزوده می‌شود. به عبارت دیگر، $w=0$ مبین عبارت زبانی «بی‌اهمیت» یا «نامطلوب‌ترین»، و $w = W$ مبین عبارت زبانی «خیلی مهم» یا «مطلوب‌ترین» است.

۵.۲. متغیر تصمیم‌گیری

متغیر تصمیم باید تعیین کند که هر شخص به کدام مکان - شیفت و با چه درجه‌ی تخصیص یابد.

$$\left. \begin{array}{l} ۱ \text{ اگر شخص } i \text{ با درجه‌ی } r \text{ به مکان - شیفت } j \\ \text{تخصیص یابد} \\ ۰ \text{ در غیر این صورت.} \end{array} \right\} = X_{ijr}$$

۶.۲. پارامترهای ورودی مدل

D_{jr} = تعداد پرسنل مورد نیاز با درجه‌ی r در مکان - شیفت j ؛

D'_{jt} = تعداد پرسنل مورد نیاز با تخصص t در مکان - شیفت j ؛

V_i = بیشینه تعداد شیفت‌های مجاز که می‌توان به شخص i تخصیص داد (ظرفیت کاری شخص i در یک چرخه)؛

W_{rt} = میزان دستمزد یا حقوق فردی که دارای تخصص t و رتبه‌ی r است؛

γ_C = هزینه‌ی هر واحد تخطی از شیفت مطلوب؛

γ_R = هزینه‌ی هر واحد مازاد تقاضا به‌ازای یک شیفت؛

γ_T = هزینه‌ی هر واحد مازاد پرسنل متخصص به‌ازای یک شیفت؛

γ_I = هزینه‌ی هر واحد بیکاری پرسنل به‌ازای هر شخص؛

I_i = درجه‌ی شخص i ؛

A_{is} = درجه‌ی اهمیت شیفت s برای شخص i ، به‌طوری که $A_{is} = 0, 1, \dots, W$

$$\left. \begin{array}{l} ۱ \text{ مکان } j \text{ متعلق به شیفت نوع } s \text{ است،} \\ ۰ \text{ در غیر این صورت.} \end{array} \right\} = P_{js}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۱ \text{ شخص } i \text{ دارای درجه } r \text{ یا کمتر و تخصص } t \text{ است،} \\ ۰ \text{ در غیر این صورت.} \end{array} \right\} = b_{rit}$$

فرض می‌کنیم که برای هر شخص یک شیفت وجود دارد که برای

او بسیار مهم است (یعنی $A_{is} = W \forall i$). اگر برای شخص i کلیه‌ی شیفت‌ها اهمیت یکسان داشته باشند آنگاه $A_{is} = a \forall s$

مثلاً فرض کنید: $w = 0, 1, 2, 3$ که به ترتیب معرف «بی‌اهمیت»، «تا حدی مهم»، «مهم» و «خیلی مهم» هستند. همچنین زمان‌بندی

شامل چهار شیفت کاری ($s = 1, 2, 3, 4$) است به‌طوری‌که شیفت s برای شخص خاص i دارای اهمیت $s - 1$ است، یعنی $A_{i1} = 0$ ،

$A_{i2} = 1$ ، $A_{i3} = 2$ و $A_{i4} = 3$ به عبارت دیگر ارجحیت مطلوبیت شیفت‌ها برای این شخص به‌صورت $1 > 2 > 3 > 4$ است. یعنی

اگر شخص i نتوانست به شیفت ۴ تخصیص یابد، مطلوبیت بعدی او شیفت ۳ است و غیره. در دنیای واقعی کاهش عدم مطلوبیت یک

تابع خطی نیست، بلکه عملاً روندی غیرخطی و فزاینده دارد. در نتیجه برای تحمیل هزینه‌ی تخطی از شیفت‌های مطلوب، از یک رویکرد تجمعی استفاده شده است، که طبق این رویکرد، اگر شخص به مکانی در شیفت s تخصیص یابد، آنگاه به‌ازای هر شیفت $s \neq t$ هزینه‌ی معادل $\max\{A_{it} - A_{is}, 0\} \times \gamma_C$ به سیستم تحمیل خواهد شد. مثلاً در مثال فوق، اگر شخص i به یک مکان در شیفت ۱ تخصیص یابد آنگاه هزینه‌ی معادل $\gamma_C \times 6$ به سیستم تحمیل خواهد شد، چراکه:

$$\gamma_C \times (\max\{A_{i2} - A_{i1}, 0\} + \max\{A_{i3} - A_{i1}, 0\} + \max\{A_{i4} - A_{i1}, 0\}) = \gamma_C \times (1 + 2 + 3) = 6\gamma_C \quad (۱)$$

۷.۲. مدل ریاضی

با توجه به تعاریف بیان شده در بخش‌های قبل، مدل پیشنهادی به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{S \times C} \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T W_{rt}(I_i - r + 1)x_{ijr} + \\ & \gamma_C \times \sum_{i=1}^N \sum_{S=1}^S \sum_{j=1}^{S \times C} \sum_{r=1}^R x_{ijr}(\lambda - P_{js}) \max \\ & \left\{ \left(\sum_{t=1}^S P_{jt} A_{it} - A_{is} \right), 0 \right\} + \gamma_R \times \sum_{j=1}^{S \times C} \sum_{r=1}^R \left(\sum_{i=1}^N x_{ijr} - \right. \\ & \left. D_{jr} \right) + \gamma_T \times \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{S \times C} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R X_{ijr} b_{irt} - D'_{jt} \right) + \\ & \gamma_I \times \sum_{i=1}^N \left(V_i - \sum_{j=1}^{S \times C} \sum_{r=1}^R X_{ijr} \right) \end{aligned} \quad (۲)$$

S.t.

$$X_{ijr} \leq \sum_{t=1}^T b_{irt} \quad \forall i, j, r \quad (۳)$$

$$\sum_{r=1}^R X_{ijr} \leq 1 \quad \forall i, j \quad (۴)$$

$$\sum_{j=1}^{S \times C} \sum_{r=1}^R X_{ijr} \leq V_i \quad \forall i \quad (۵)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ijr} \geq D_{jr} \quad \forall j, r \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R X_{ijr} b_{irt} \geq D'_{jt} \quad \forall j, t \quad (۷)$$

$$X_{ijd} = 0 \text{ Or } 1 \quad \forall i, j, d \quad (۸)$$

استفاده شده است. اگرچه استفاده از ساختار خطی در ادبیات موضوع بسیار متداول است، با افزایش تعداد محدودیت‌های مدل، بعد متغیرهای تصمیم‌گیری و نیز اندازهی مسئله این ساختار کارایی خود را از دست می‌دهد؛ چرا که ارضای قیود و تطبیق متغیرهای تصمیم با ساختار ارائه شده، کدنویسی را بسیار پیچیده و ناکارا خواهد ساخت. به منظور کاهش این پیچیدگی می‌توان به جای ساختار تک‌بعدي (خطی) از ساختار دوبعدي (ماتریسی) برای نمایش جواب استفاده کرد. این امر درک مسئله را افزایش داده و موجب کارایی کدنویسی خواهد شد.

در این نوشتار، از یک ساختار ماتریسی، مشابه شکل ۱، برای نمایش جواب استفاده شده است. به طوری که هر سطر ماتریس بیان‌گر زمانبندی یک پرسنل خاص در یک دوره‌ی کامل (در اینجا دو هفته‌ی)، و هر ستون آن بیان‌گر تخصیص افراد به یک شیفت کاری خاص است. با توجه به ماهیت متغیر تصمیم، ماتریس مذکور یک ماتریس عدد صحیح است به طوری که مقدار x_{ij} در سطر i و ستون j بیان‌گر تخصیص پرسنل i به مکان - شیفت j با درجه‌ی $r \leq I_i$ است. بنابراین انتظار داریم ساختار جواب دارای $S \times C$ ستون و N سطر باشد. نحوه‌ی ارائه‌ی فوق، رابطه شماره ۳ مدل ارائه شده را به صورت خودکار ارضاء خواهد کرد. همچنین با استفاده از آن می‌توان جزء اول تابع هدف را محاسبه کرد.

به منظور بررسی امکان‌پذیری جواب، نیاز به نمایش باینری کروموزوم به صورت شکل ۲ است. این نحوه‌ی نمایش مستقل از رتبه‌ی پرسنلی است و فقط تخصیص یا عدم تخصیص را نشان می‌دهد. با استفاده از نمایش باینری می‌توان درجه‌ی ارضاء روابط ۵، ۶ و ۷ مدل را مورد بررسی قرار داد. یک کروموزوم شدنی است هرگاه روابط ۹، ۱۰ و ۱۱ برقرار باشند. در صورت نقض یکی از روابط مذکور، کروموزوم معیوب

	۱	۲	...	$S \times C$
۱	x_{11}	x_{12}	...	$x_{1(S \times C)}$
۲	x_{21}	x_{22}	...	$x_{2(S \times C)}$
...
N	x_{N1}	x_{N2}	...	$x_{N(S \times C)}$

شکل ۱. ساختار جواب.

	۱	۲	...	$S \times C$
۱	y_{11}	y_{12}	...	$y_{1(S \times C)}$
۲	y_{21}	y_{22}	...	$y_{2(S \times C)}$
...
N	y_{N1}	y_{N2}	...	$y_{N(S \times C)}$

شکل ۲. ساختار باینری جواب.

رابطه‌ی ۲ مبین تابع هدف مدل پیشنهادی است که از پنج جزء تشکیل شده است. جزء اول بیان‌گر کل دستمزدی است که باید به پرسنل پرداخت شود، و ضریب $(I_i - r + 1)$ مبین جریمه‌ی است که به سیستم تحمیل می‌شود، اگر یک پرسنل به جای پرسنلی دیگر با درجه‌ی پایین‌تر از خود تخصیص یابد. به عبارت دیگر اگر فردی دقیقاً با درجه‌ی واقعی خود تخصیص یابد آنگاه $I_i - r + 1 = 1$ در غیراینصورت $I_i - r + 1 > 1$ ، و در نتیجه سیستم متحمل جریمه خواهد شد. جزء دوم برابر کل هزینه‌ی تجمعی تخطی از اهمیت شیفت برای پرسنل است. نحوه‌ی محاسبه‌ی این بخش از تابع هدف، با ارائه‌ی یک مثال نمونه‌ی مطابق شکل ۱ قبلاً توضیح داده شده است. جزء سوم هزینه‌ی کل پرسنل با تجربه‌ی مورد نیاز مازاد بر تقاضا را محاسبه می‌کند. هرگاه بیش از یک فرد با درجه‌ی مورد نظر از هر تیم به شیفت تخصیص یابد، به ازای هر تخصیص اضافی، سیستم هزینه‌ی برابر γR متحمل خواهد شد؛ جزء چهارم هزینه‌ی کل پرسنل متخصص مازاد بر تقاضا را محاسبه می‌کند. هرگاه بیش از یک متخصص از هر تیم به شیفت تخصیص یابد، به ازای هر متخصص مازاد، هزینه‌ی برابر γT بر سیستم تحمیل خواهد شد؛ جزء پنجم مبین هزینه‌ی بیکاری پرسنل نسبت به ظرفیت کاری آنها در هر چرخه است.

رابطه‌ی ۳ تضمین می‌کند که هر پرسنل با درجه‌ی خود، یا به جای فردی با درجه‌ی پایین‌تر از خود تخصیص یابد. رابطه‌ی ۴ تضمین می‌کند که در صورت نیاز، هر شخص فقط با یک درجه می‌تواند در هر مکان - شیفت تخصیص یابد. رابطه‌ی ۵ نیز تضمین می‌کند که تعداد شیفت‌های تخصیص داده شده به هر شخص از ظرفیت او تجاوز نمی‌کند. رابطه‌ی ۶ تضمین می‌کند تعداد پرسنل تخصیص داده شده به هر مکان - شیفت از مقدار تقاضای او تجاوز نکند. و رابطه‌ی ۷ تضمین می‌کند که به هر شیفت حداقل یک متخصص از هر تیم تخصیص یابد.

۳. طراحی الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله

الگوریتم پیشنهادی برای حل مدل ارائه شده براساس الگوریتم ژنتیک است. براساس این الگوریتم نرم‌افزاری با استفاده از زبان Visual Basic برای حل مسئله توسعه داده شده است که برای استخراج جواب‌های مدل استفاده خواهد شد.

۱.۳. نحوه‌ی نمایش^۶ جواب (ساختار کروموزوم)

بدیهی است مبنای هر رویکرد فرا ابتکاری، نحوه‌ی نمایش جواب است. این موضوع شدیداً به ماهیت مسئله‌ی مورد بررسی، یعنی تعداد و بعد متغیرهای تصمیم‌گیری و محدودیت‌های مدل وابسته است. در بسیاری از تحقیقات مشابه، برای نمایش جواب ممکن از ساختار خطی

جدول ۲. یک کروموزوم نمونه.

شیفت شب							شیفت روز							شیفت			
شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	رتبه	پرستل	عرضه
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱	۴	۱۲	
۳	۳	۴	۴	۳	۱	۳	۴	۴	۲	۴	۴	۳	۳	۱	۴	۱۲	
۳	۳	۳	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۱	۱	۳	۳	۳	۲	۳	۱۰	
۴	۴	۲	۲	۴	۴	۴	۲	۴	۳	۴	۴	۴	۴	۳	۴	۱۲	
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۳	۳	۳	۴	۵	۵	۵	۴	۵	۸	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۴	۵	۵	۵	۴	۵	۵	۵	۵	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۶	۱	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۷	۱	۱۰	
۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱	۳	۳	۳	۳	۸	۳	۱۲	
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۹	۲	۸	
۱	۱	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۱	۱۰	۲	۱۲	
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۸	۷	۷	۷	۷	۷	۷	تقاضای شیفت			

جدول ۳. کروموزوم نمونه در حالت باینری.

شیفت شب							شیفت روز							شیفت			
شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	رتبه	پرستل	عرضه
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱	۴	۱۲	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۴	۱۲	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۳	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۳	۴	۱۲	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۴	۵	۸	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۵	۵	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۶	۱	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۷	۱	۱۰	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۸	۳	۱۲	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۹	۲	۸	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۰	۲	۱۲	
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۸	۷	۷	۷	۷	۷	۷	تقاضای شیفت			

$$\sum_{i=1}^N b_{it} y_{ij} \geq 1 \quad \forall j, t \quad (11)$$

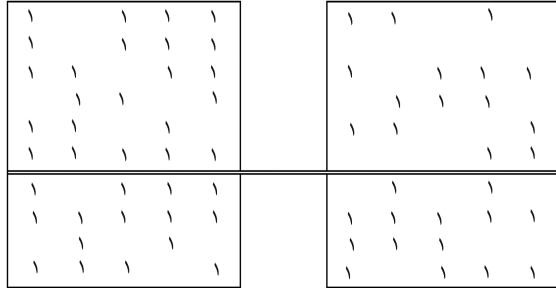
با توجه به جدول‌های ۲ و ۳، فرض کنید دوره‌ی برنامه‌ریزی برابر یک هفته، و هر روز هفته دارای دو شیفت روز و شب است. در شیفت روز ۷ پرستل، و در شیفت شب ۵ پرستل مورد نیاز است. در حال حاضر ۱۰ پرستل تمام وقت در اختیار است. پرستل از لحاظ رتبه به ۵ دسته تقسیم می‌شوند. هر قدر رتبه‌ی شخص بالاتر باشد، دستمزد او بالاتر است. تعداد شیفت‌هایی که هر شخص در طول هفته حاضر به همکاری است مشخص است.

است و باید بدان جریمه تعلق گیرد. به طوری که:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } x_{ij} > 0 \\ 0 & \text{اگر } x_{ij} = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^N p_{js} y_{ij} \geq D_s \quad \forall j, s \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{C \times S} \geq V_i \quad \forall i \quad (10)$$



شکل ۵. فرزندان حاصل از اعمال عملگر تقاطعی افقی.

$[1, N]$ تولید می‌کنیم، به طوری که عدد به دست آمده مبین محل برش افقی در کروموزوم‌های والد است. سپس ژن‌های متناظر والدین را از سطر برش به بعد (مشابه شکل ۵) تعویض می‌کنیم.

۲.۲.۳. عملگر جهش

عملگر جهش^۸ عمدتاً به منظور ایجاد دگرگونی، تنوع و جلوگیری از واگرایی در جمعیت به کار برده می‌شود. عملگر جهش در حالت کلاسیک به معنی تعویض مقادیر دو ژن متمایز (جهش تعویضی) با یکدیگر، یا تغییر مقدار یک ژن منفرد در دامنه‌ی مجاز آن (جهش تغییری) است. با توجه به نوع کروموزوم ارائه شده، ژن‌ها فقط مقادیر صفر و یک را می‌توانند اختیار کنند. هر دو حالت مذکور می‌توانند بر کروموزوم پیشنهادی اعمال شوند. به دلیل ساختار دو بعدی کروموزوم ارائه شده، عملگر جهش نیز می‌تواند مشابه عملگر تقاطعی؛ در دو جهت افقی و عمودی اعمال شود.

الف) عملگر جهش تعویض افقی: در این حالت دو عدد تصادفی متمایز مانند k و z در بازه‌ی $[1, S \times C]$ که معرف دو ستون یا شیفتمنت منتخب و یک عدد تصادفی مانند i در بازه‌ی $[1, N]$ که معرف سطر یا پرسنل منتخب است تولید می‌کنیم، به طوری که مقادیر ژن‌های متناظر با سطر و ستون‌های منتخب با یکدیگر متفاوت باشد (یکی صفر و دیگری یک). سپس مقادیر آن دو را با یکدیگر تعویض می‌کنیم؛ به عبارت دیگر صفر را به یک و یک را به صفر تغییر می‌دهیم. این کار مبین حذف پرسنل i از شیفتمنت z و تخصیص او به شیفتمنت k (یا برعکس) است. حل جدید حاصل از اعمال عملگر جهش تعویض عمودی بر روی حل شکل ۶، در شکل ۷ نشان داده شده است.

ب) عملگر جهش تعویض عمودی: در این حالت دو عدد تصادفی متمایز مانند q و i در بازه‌ی $[1, N]$ که معرف دو سطر یا پرسنل منتخب و یک عدد تصادفی مانند z در بازه‌ی $[1, S \times C]$ که معرف ستون یا مکان - شیفتمنت منتخب است تولید می‌کنیم، به طوری که مقادیر ژن‌های متناظر با ستون و سطرهای منتخب با یکدیگر متفاوت باشند، و سپس مقادیر آن دو را با یکدیگر

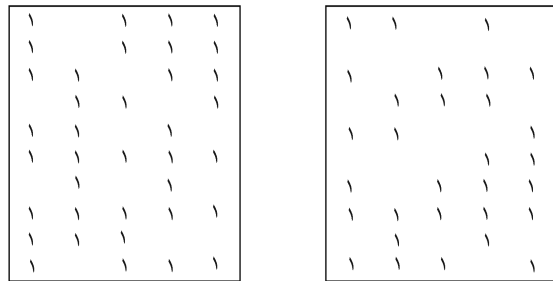
۲.۳. طراحی عملگرهای ژنتیکی

۱.۲.۳. عملگر تقاطعی

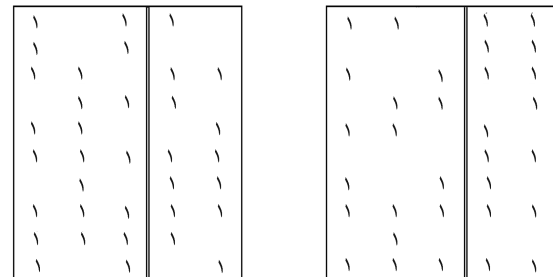
مبنای عملگر تقاطعی^۷، تولید فرزندان جدید توسط والدین نخبه‌ی نسل جاری است. فرزندان جدید باید عمده خصوصیات والدین خود را به ارث برده و از آنها نخبه‌تر باشند. نحوه‌ی تولید فرزندان به ساختار کروموزوم وابسته است. در حالت رشته‌یی، همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، ژن‌های کروموزوم‌های والد از یک نقطه به بعد (که «نقطه‌ی برش» نامیده می‌شود) با یکدیگر تعویض شده و بدین ترتیب فرزندان جدید حاصل می‌شوند. با توجه به این که ساختار ارائه شده در شکل ۳ که به شکل ماتریسی است، می‌توان از نقاط برش در جهت افقی یا عمودی استفاده کرد. استفاده از نقطه‌ی برش در جهت عمودی بر روی درجه‌ی ارضاء رابطه‌ی ۶ تأثیر خواهد گذاشت. در مقابل استفاده از نقطه‌ی برش در جهت افقی بر روی درجه ارضاء رابطه‌ی ۵ تأثیر خواهد گذاشت. در شکل ۳ دو نمونه کروموزوم والد به منظور تولید فرزندان جدید نشان داده شده است.

الف) عملگر تقاطعی عمودی: در این حالت یک عدد تصادفی در بازه‌ی $[1, S \times C]$ تولید می‌کنیم، به طوری که عدد به دست آمده مبین محل برش یا تقاطع عمودی در کروموزوم‌های والد است. سپس ژن‌های متناظر والدین را از ستون برش به بعد (مشابه شکل ۴) تعویض می‌کنیم.

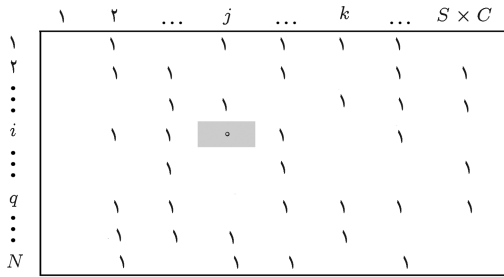
ب) عملگر تقاطعی افقی: در این حالت یک عدد تصادفی در بازه‌ی



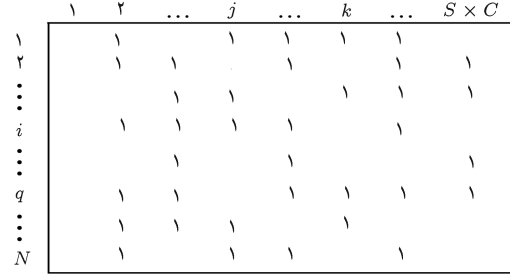
شکل ۳. دو کروموزوم والد فرضی.



شکل ۴. فرزندان حاصل از اعمال عملگر تقاطعی عمودی.

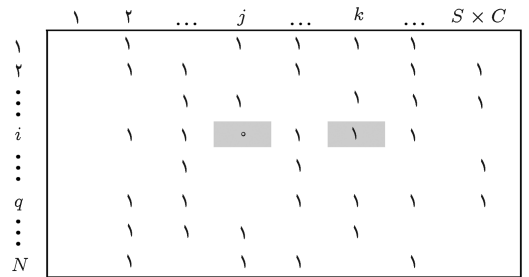


شکل ۹. یک کروموزوم انتخابی از جمعیت والد.



شکل ۶. یک کروموزوم انتخابی از جمعیت والد.

۳.۳. تولید جمعیت اولیه (نسل اول)
 برای تولید نسل اول، با فرض ثابت بودن جمعیت در هر نسل، از یک رویکرد ساده‌ی تصادفی برحسب توزیع گسسته‌ی یکنواخت استفاده شده است. بدین ترتیب که برای هر محصول در هر مرحله، یک پردازش‌گر تصادفی انتخاب می‌شود. یک زیر برنامه‌ی (Subroutin) خاص، عدم تشابه کروموزوم‌های تولید شده در هر نسل را بررسی می‌کند.



شکل ۷. کروموزوم جدید حاصل از اعمال عملگر جهش تعویض افقی.

۴.۳. نحوه انتخاب جمعیت والد
 برای انتخاب جمعیت والد از نسل فعلی، و به منظور تولید نسل بعدی، از روش نرمالیزه کردن برازندگی کروموزوم‌های نسل فعلی استفاده شده است. بدین ترتیب که ابتدا میانگین و واریانس برازندگی هر نسل محاسبه، و سپس مقدار برازندگی^{۱۰} هر کروموزوم به صورت رابطه‌ی ۱۲ نرمالیزه می‌شود.

$$\delta_g = \left(\frac{\sum_{i=1}^K (f_i^g - \mu_g)}{K} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

به طوری که δ_g مبین انحراف استاندارد نسل g و f_g^i برابر مقدار برازندگی کروموزوم i در نسل $g + 1$ است.

جمعیت والد، آن دسته از کروموزوم‌های نسل فعلی اند که $\delta_g^i \leq \delta_g^g$ ؛ چرا که تابع هدف از نوع کمیته‌سازی است و هدف یافتن کروموزوم‌ها با برازندگی کم‌تر است. کروموزوم‌های نسل $g + 1$ با استفاده از جمعیت والد و عملگرهای ژنتیکی تولید می‌شوند. کروموزوم‌های نسل فعلی (یعنی g) و نسل بعدی (یعنی $g + 1$) در جدول ۴ نشان داده شده است.

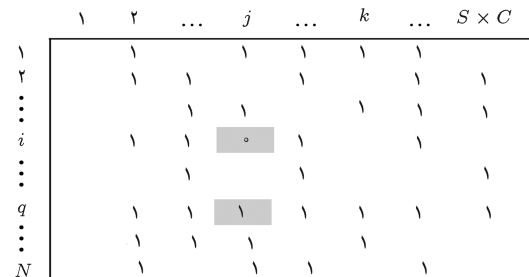
۵.۳. معیار توقف

برای توقف الگوریتم، از معیارهای زیر استفاده می‌کنیم:

- بیشینه‌ی تعداد نسل‌ها؛
 - کمیته‌ی مقدار واریانس مجاز نسل.
- هرگاه یکی از معیارهای فوق ارضاء شود، آنگاه الگوریتم متوقف خواهد شد.

تعویض می‌کنیم. این کار مبین حذف پرسنل i از مکان - شیفته j ، و تخصیص پرسنل q به مکان - شیفته j (یا برعکس) است. حل جدید حاصل از اعمال عملگر جهش تعویض عمودی بر روی حل شکل ۶، در شکل ۸ نشان داده شده است.

ج) عملگر جهش تغییری: در این حالت یک عدد تصادفی متمایز مانند j در بازه‌ی $[1, S \times C]$ که معرف ستون یا شیفته منتخب، و یک عدد تصادفی مانند i در بازه‌ی $[1, N]$ که معرف سطر یا پرسنل منتخب است تولید می‌کنیم. سپس مقدار زن متناظر با سطر و ستون انتخابی را از صفر به یک (یا برعکس) تغییر می‌دهیم. این کار مبین حذف یا تخصیص پرسنل i از / به شیفته j است. حل جدید حاصل از اعمال عملگر جهش تعویض عمودی بر روی حل شکل ۶، در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۸. کروموزوم جدید حاصل از اعمال عملگر جهش تعویض عمودی.

جدول ۴. فرایند تسلسل نسل‌ها در الگوریتم ژنتیک (GA).

نسل $g + 1$			نسل g		
برازندگی نرمالیزه	مقدار برازندگی	کروموزوم‌ها	برازندگی نرمالیزه	مقدار برازندگی	کروموزوم‌ها
$z_1^{(g+1)}$	$f_1^{(g+1)}$	$x_1^{(g+1)}$	z_1^g	F_1^g	x_1^g
$z_2^{(g+1)}$	$f_2^{(g+1)}$	$x_2^{(g+1)}$	z_2^g	F_2^g	x_2^g
$z_K^{(g+1)}$	$f_K^{(g+1)}$	$x_K^{(g+1)}$	z_K^g	f_K^g	x_K^g
$\mu^{(g+1)}, \delta^{(g+1)}$		میانگین و واریانس	μ_g, δ_g		میانگین و واریانس

جدول ۵. داده‌های مربوط به مسئله‌ی نمونه.

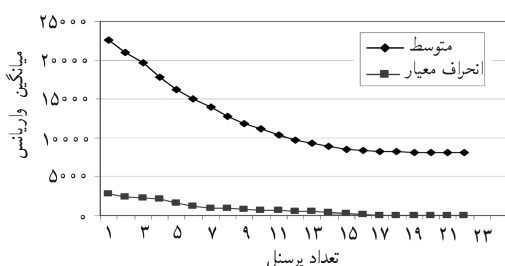
تعداد پرسنل	تعداد شیفت	طول دوره (روز)	تعداد درجات تجربه	تعداد درجات تخصص	تعداد درجات مطلوبیت
۱۰	۲	۷	۵	۵	۴
دامنه دستمزد	هزینه هر واحد تخطی از اهمیت شیفت	هزینه هر واحد مازاد تجربه	هزینه هر واحد مازاد تخصص	هزینه هر واحد بیکاری	جریمه تابع برازندگی
۱۰۰-۱۰۰۰	۱۰۰	۱۰	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰

جدول ۶. تنظیم پارامترهای GA.

حداکثر تعداد نسل	تعداد جمعیت در هر نسل	حداقل واریانس مجاز نسل	حداکثر زمان مجاز حل (ثانیه)
۱۰۰	۱۰۰	۱۰	۳۶۰۰

جدول ۷، مشاهده می‌شود در تعداد پرسنل بالا جواب‌های به دست آمده با نرم‌افزار لینگو ۸ بهتر است ولی مدت زمان صرف شده برای حل مسئله با الگوریتم ژنتیک کم‌تر است. با کاهش تعداد پرسنل اختلاف بین مقادیر هزینه و زمان حل دو روش بیشتر می‌شود.

با افزایش تعداد پرسنل و حل به‌وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک (مطابق شکل ۱۰) می‌توان مشاهده کرد که میانگین و واریانس مسئله با روند ثابت کاهش پیدا می‌کنند. کاهش مقدار واریانس نسل‌ها مبین آن است که الگوریتم ژنتیک به حل خاص و مطلوب نزدیک می‌شود زیرا با کاهش واریانس از یک میزان مشخص، کروموزوم‌ها بسیار شبیه می‌شوند. کیفیت این حل به مقدار میانگین وابسته است، مقدار پایین



شکل ۱۰. میانگین و واریانس به دست آمده از الگوریتم ژنتیک.

۶.۳. گام‌های الگوریتم ژنتیک

گام صفر: پارامترهای اولیه را به صورت زیر مقداردهی کنید:

K : تعداد جمعیت در هر نسل؛

G : بیشینه‌ی تعداد نسل‌های مجاز؛

δ : کمینه‌ی واریانس مجاز برای هر نسل؛

r_i : نرخ انتخاب عملگر نوع i ؛

g : شمارنده‌ی نسل $g = 1, 2, \dots, G$.

گام ۱: با فرض $g = 1$ ، جمعیت اولیه را طبق بند ۳-۳ تولید کنید.

گام ۲: جمعیت والد را طبق بند ۳-۴ تولید کنید.

گام ۳: با استفاده از کروموزوم‌های جمعیت والد و انتخاب تصادفی عملگرها با نرخ معین، تعداد K فرزند تولید کنید و در نسل جدید قرار دهید. فرض کنید $g = g + 1$ ، و آنگاه میانگین و واریانس نسل جدید را محاسبه کنید. اگر یکی از معیارهای بند ۳-۵ ارضاء شده است توقف کنید و بهترین جواب نسل آخر را به خروجی بفرستید؛ در غیراین صورت به گام ۲ بروید.

۴. نتایج محاسباتی

مسئله را با تعداد پرسنل مختلف، و پارامترهای جداول ۵ و ۶، به هر دو روش حل می‌کنیم. جداول مذکور نشان‌دهنده‌ی جامع بودن مدل هستند، شیفت‌ها، چرخه (روز، هفته، ماه، سال)، انواع تیم‌ها و درجه‌های تخصص (براساس سابقه کار، تحصیلات و غیره) قابل تغییر و مشخص‌اند.

با توجه به نمونه‌های حل شده براساس ورودی‌های جدول ۵ مطابق

جدول ۷. نتایج الگوریتم ژنتیک برحسب مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی.

تعداد پرسنل	تعداد شیفت	طول دوره (روز)	تعداد درجات تجربه	تعداد درجات تخصص	بهترین حل به دست آمده	زمان حل (ثانیه)
۱۰	۲	۷ (یک هفته)	۵	۵	۸۳۳۰	۵۸,۹۹
۲۰	۲	۷	۵	۵	۲۴۳۷۴۸	۸۳,۷۴
۴۰	۲	۷	۵	۵	۴۳۷۲۲۴	۰/۱
۵۰	۲	۷	۵	۵	۵۴۹۸۰۳	۰/۱
۶۰	۲	۷	۵	۵	۱۲۱۷۴۰۶	۶,۳
۷۰	۲	۷	۵	۵	۱۱۹۷۴۵۰	۱,۰

جدول ۸. تحلیل حساسیت الگوریتم ژنتیک.

تعداد نسل‌ها	تعداد جمعیت	مقدار تابع هدف	زمان حل	متوسط برازندگی نسل	واریانس برازندگی نسل
۱۰۰	۱۰۰	۸۵۱۰	۳۵,۸۶	۱۰۷۷۴	۷۲۰/۴۹
۲۰۰	۱۰۰	۸۳۶۰	۴۱,۵	۱۱۳۹۶	۸۷۹,۲۰
۷۰	۱۰۰	۸۸۰۰	۵۷,۳۱	۱۰۲۴۳	۶۰۱,۰۶
۱۰۰	۲۰۰	۸۶۸۰	۱۱۹,۶	۱۲۰۹۱	۱۱۷,۵۲
۱۰۰	۷۰	۸۲۹۰	۲۹,۹۴	۹۴۸۴	۶۱۰,۰۳
۱۰۰	۵۰	۸۳۳۰	۱۲,۰۷	۱۱۸۹۸	۱۰۶۵,۶۲

جایگشت پرسنلی ارائه شده است. به عبارت دیگر در صورت کمبود نیروی انسانی با تجربه‌ی خاص، افراد با تجربه‌ی بالاتر می‌توانند جایگزین آنها شوند که البته به سیستم هزینه‌ی را تحمیل خواهد کرد. در این مدل، مطلوبیت اشخاص در انتخاب شیفت دلخواه نیز مد نظر قرار گرفته است. در مدل پیشنهادی فرض بر این است که مطابق دنیای واقعی، کاهش عدم مطلوبیت پرسنل رفتاری غیرخطی دارد. به منظور حل مدل پیشنهادی در ابعاد بزرگ از یک الگوریتم ژنتیک کارا استفاده شده است، و برای نمایش جواب نیز از یک ساختار ماتریسی استفاده شده است. همچنین عملگرهای کلاسیک الگوریتم ژنتیک نیز برای این مسئله تعمیم داده شده‌اند. نتایج به دست آمده دلالت بر روند مناسب همگرایی الگوریتم ژنتیک به سوی جواب‌های نزدیک به بهینه، در زمان نسبتاً معقول می‌کند. حل مدل پیشنهادی را می‌توان با سایر رویکردهای فرا ابتکاری در ادبیات مورد بررسی قرار داد. کلیه‌ی پارامترهای ورودی مسئله قطعی فرض شده‌اند. در حالی‌که در مسائل واقعی بسیاری از پارامترها، مانند تعداد پرسنل در دسترس در هر شیفت و نرخ دستمزدها می‌توانند غیرقطعی باشند.

میانگین به معنای کیفیت بهتر حل است، زیرا هدف کمینه‌سازی است. همچنین برابر شدن میانگین‌ها نشان‌دهنده‌ی ایجاد بهبود در حل است. با تغییر مقادیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک، حساسیت پاسخ نهایی با ورودی (۵-۷-۲-۱۰) مطابق جدول ۸ بررسی می‌شود. با مقایسه‌ی مقادیر فوق نتیجه می‌گیریم:

- با کاهش تعداد جمعیت مقدار تابع هدف بهینه‌تر، سرعت حل بالاتر، و در شماره‌ی نسل پایین‌تری به جواب بهینه می‌رسیم؛ و برعکس.
- با افزایش تعداد نسل مقدار تابع هدف بهینه‌تری سرعت حل کندتر می‌شود، و در شماره‌ی نسل پایین‌تری به جواب بهینه می‌رسیم و برعکس.

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، یک رویکرد برنامه‌ریزی عدد صحیح برای یک مسئله تعمیم‌یافته‌ی برنامه‌ی زمان‌بندی نیروی انسانی در قالب مدل ریاضی جدید، در حالت چندشیفتی و با فرض تخصص و تجربه‌ی افراد و

پانوش

1. genetic algorithms
2. human resource planning (HRP)
3. scheduling
4. time tabling
5. rostering
6. representation
7. crossover operator

8. mutation operator
9. selection
10. Fitness value

منابع

1. Wern, A., "Scheduling, time tabling and rostering-a special Relat", School of Computer studies, University of Leeds (1995).

2. Warner, D. and Prawda, J., "A mathematical programming model for scheduling nursing personnel in a hospital", *Management Science*, **19**, pp. 411-422 (1972).
3. Miller, H., Pierskalla, W. and Rath, G., "Nurse scheduling using mathematical programming", *Operations Research*, **24**, pp. 875-870 (1976).
4. Dowland, K., "Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation", *European Journal of Operational Research*, **106**, pp 393-407 (1998).
5. Aickelin, U. and Dowlands, K.A., "Exploiting problem structure in a genetic algorithm approach to nurse rostering problem", *Journal of Scheduling*, **3**, pp. 139-153 (2000).
6. Koole, G. and van der Sluis, E., "Optimal shift scheduling with a global service level constraint", *IEE Transactions on Scheduling and Logistics*, **35**, 1049-1055 (2003).
7. Lourenco, H.R., Paixao, J.P. and Portugal, R., "Meta-heuristics for the bus driver scheduling problem", Department of Economic and Management, Universitat Pompeu Fabra, Barcelona, Spain (1998).
8. El-Moudani, W., Cosenza, C.A.N. De Coligny, M. and Camino, F.M., "A bi-criterion approach for the airlines crew rostering problem", *1st International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO'2001)*, Zurich (Suisse), 7-9 March, pp.486-500 (2001).
9. Kwan, R.S.K., Wren, A. and Kwan, A.S.K., "Hybrid genetic algorithms for scheduling Bus and train driver", School of Computer Studies, University of Leeds (2000).
10. Collingwood, E., "Investigation of a multiple chromosome evolutionary algorithm for bus driver scheduling and other problems", MS Thesis, University of Edinburgh, www.dai.ed.ac.uk/grops/ecalg/projects/msc (1995).
11. Martello, S. and Toth, P. "A heuristic approach to the bus driver scheduling problem", *Euro. J. Ops. Res.*, **24** (1), pp. 106-117 (1986).
12. Balakrishnan, N. and Wong, R.T., "A network model for rotating workforce scheduling problem", *Networks*, **20**, pp. 25-32 (1990).
13. Khoong, C.M., Lau, H.C. and Chew, L.W., "Automated manpower rostering", *Int. Trans. Opl. Res.*, **1** (3), pp. 353- 361 (1994).
14. Tanomaru, J., "Staff scheduling by a genetic algorithm with heuristic operators", "Proceedings of the IEEE Reference on Evolutionary Computation", pp. 456-461 (1995).
15. Jones, R., Bell, D., Coleman, D. and White-man, R., "Helping to plan a bank's manpower resources", *Operations Quarterly*, **25**, pp. 365-374 (1973).
16. Leeson, G., "Markov: models of two hierarchically graded police manpower systems", *European Journal of Operational Research*, **6**, pp. 291-297 (1981).
17. Charnes, A., Cooper, W. and Niehaus, R., "Studies in Manpower Planning", Office of Civilian Manpower Management. Department of the Navy, Washington DC (1972).
18. Musliu, N., Schaerf, A. and Slany, W., "Local search for shift design", *European Journal of Operational Research*, **153** (1), pp. 51-64 (2002).
19. Holland, J., "Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence", 2nd edition, MIT Press, Cambridge (1992).