

# جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده در مجاری غیر منشوری: معادله دینامیک، حل عددی و مقایسه آزمایشگاهی

## صلاح کوچکزاده

استادیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی - دانشکده کشاورزی - دانشگاه تهران

## علیرضا وطنخواه محمد آبادی

کارشناس ارشد تاسیسات آبیاری

(تاریخ دریافت ۷۸/۱۰/۲۹، تاریخ تصویب ۸۰/۸/۳۰)

## چکیده

کانالهای جانبی کاربردهای وسیعی در سدهای مخزنی، شبکه های انتقال و توزیع آب، تاسیسات تصفیه آب و فاضلاب و در مجاری زهکشی سطحی مناطق شهری دارد. نوع جریان در کانال جانبی، جریان متغیر مکانی با افزایش بده است و پروفیل سطح آب ایجاد شده در آن از فاکتورهای مهم طراحی است. به همین دلیل وبه منظور پایین انداختن رقوم سطح آب در کانال، معمولاً عرض کف آن را در جهت جریان افزایش می دهند. این امر باعث میشود که کانال مقطع غیر منشوری پیدا کند. اگرچه گفته می شود که معادله هایی که تاکنون برای این نوع جریان ارائه شده اند قابل کاربرد در مجاری منشوری و غیر منشوری هستند، نتایج این تحقیق نشان داد که جواب روشهای موجود به موقعیت مقطع کنترل و عمق آن حساسیت دارد. در این مقاله، فرم جدیدی از معادله دیفرانسیلی حاکم بر جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده بر پایه قانون بقای اندازه حرکت و با منظور نمودن ترمهای اساسی مربوط به غیر منشوری بودن مقطع، ارائه شده است. همچنین حل عددی معادله پیشنهادی به وسیله روش نیوتن-رافسون تشریح شده و نتایج حل آن با مشاهدات آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته است. انطباق مطلوب نتایج عددی با مشاهدات آزمایشگاهی صحت معادله پیشنهادی را نشان میدهد.

**واژه های کلیدی:** جریان متغیر مکانی، کانال جانبی، سرریز جانبی، کانال غیر منشوری، معادله دینامیک، حل عددی

## مقدمه

آب و فاضلاب و آبگیرهایی که در کف کانالهای آبیاری تعبیه شده اند، مثالهایی هستند که در عمل برای این نوع جریانها می توان ذکر کرد. در این مقاله جریان درون کانال جانبی که از نوع جریان متغیر مکانی با افزایش بده می باشد مورد بررسی قرار گرفته است. این سازه برای تخلیه آب اضافی به کار می رود. در سدهای مخزنی، سرریز جانبی و کانال آن برای تخلیه طغیان و در شبکه های روباز انتقال و توزیع آب به عنوان سازههای محافظ به کار می روند. آبهای اضافی که به دلایل مختلفی مانند وقوع سیلاب، عدم تطابق عرضه و تقاضای آب، و

به جریانهایی که بده در طول آبراهه آنها تغییر کند، جریانهای متغیر مکانی اطلاق می شود، به عبارت دیگر تغییرات بده نسبت به فاصله در این نوع جریان مخالف صفر است،  $\partial Q/\partial x \neq 0$ . براساس تغییرات مثبت یا منفی بده، جریانهای متغیر مکانی به دو گروه طبقه بندی می شوند: جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده و جریانهای متغیر مکانی با کاهش بده. جریان متغیر مکانی، ممکن است ماندگار یا غیر ماندگار باشد.

جریان داخل آبروهای کنار جاده، سرریزهای جانبی، لوله های زهکشی، سنگاب شستشو در تاسیسات تصفیه



جریانهای یکنواخت برای محاسبه شیب اصطکاک در این نوع جریان نیز صادق هستند، ۵- ورود هوا در آب ناچیز در نظر گرفته میشود، ۶- جریان ورودی بصورت یکنواخت در طول کانال صورت می گیرد، ۷- سطح مقطع کانال هندسی و منشوری است، و ۸- جریان دائمی است، معادله شیب سطح آب برای جریان متغیر مکانی با افزایش بده به صورت زیر ارائه شده است [۲، ۳، ۷، ۹، ۱۱، ۱۶]:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{2Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - F_r^2} \quad (2)$$

که در آن،  $S_o$  = شیب بستر،  $S_f$  = شیب انرژی،  $Q$  و  $F_r$  = به ترتیب بده و عدد فرود در فاصله  $x$  از انتهای بالا دست کانال جانبی،  $A$  = سطح مقطع جریان می باشند.

با پذیرش این فرض که در مقطع کنترل صورت و مخرج معادله (۲) همزمان برابر صفر است [۹]، معادله (۳) برای تعیین موقعیت مقطع کنترل و عمق جریان در آن به دست می آید [۷، ۹].

$$x = \frac{8q_*^2}{gT(S_o - \frac{gP}{C^2T})^3} \quad (3)$$

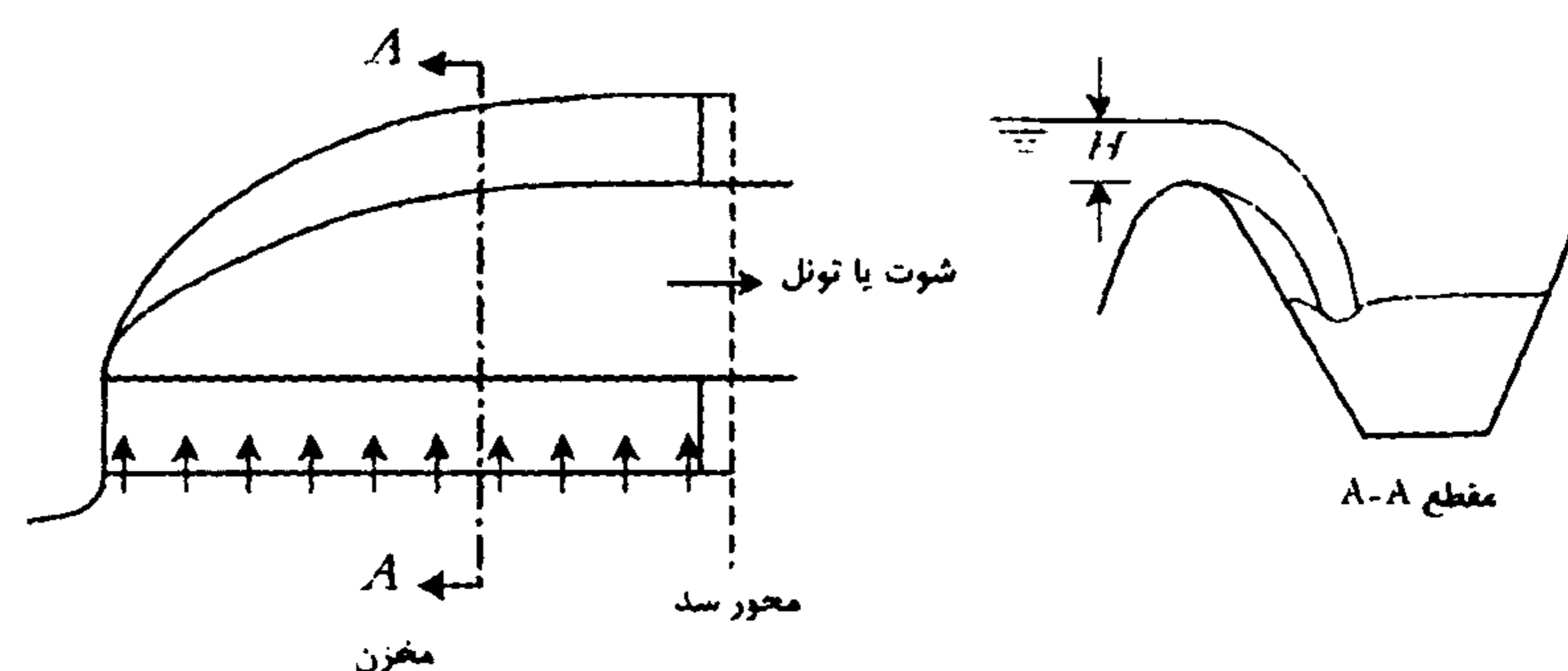
که در آن  $q_* = dQ/dx$ ،  $C$  ضریب شزی،  $T$  = عرض کانال در سطح آب و  $P$  = محیط خیس شده می باشد. یاد آوری می شود که تاکنون روشهای عددی مختلفی برای حل معادلات حاکم به کار رفته است

به دلیل افزایش بده، معمولاً عرض کف کانال جانبی در امتداد جریان افزایش داده میشود. از این رو کانال را از حالت منشوری خارج میکنند. در این مقاله ابتدا معادله حاکم بر جریان متغیر مکانی در کانالهای غیر منشوری ارائه شد و سپس نتایج حل آن که به کمک روش نیوتن-رافسون به دست آمد، با مشاهدات آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفت.

## معادله دینامیک در مجاری غیر منشوری

برای تبیین معادله دینامیک این نوع جریانها در

خاموش شدن پمپهای پایین دست در شبکه انهار ظاهر میشود معمولاً توسط سرریزهای جانبی و کانال وابسته از سیستم خارج میشود. این سازه ها در بالادست تاسیسات مهم شبکه نصب می شوند و آب را به نزدیکترین زهکش تخلیه میکنند. شکل (۱) پلان و مقطع شماتیک یک سرریز و کانال جانبی را نشان می دهد.



شکل ۱: سرریز جانبی (پلان و مقطع عرضی).

احتمالاً، هندز اولین کسی بود که، یک شکل صحیح برای معادله دیفرانسیل حاکم بر جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده ارائه داد [۱۰]. وی بر اساس قانون بقاء اندازه حرکت و پذیرش فرضیات ساده کننده، معادله (۱) را ارائه کرد.

$$\Delta y = \frac{Q_1(V_1 + V_2)}{g(Q_1 + Q_2)} \left( \Delta V + \frac{V_2 q_x \Delta x}{Q_1} \right) \quad (1)$$

که در آن  $V$  = سرعت جریان،  $Q$  = بده جریان،  $\Delta V$  = اختلاف سرعت در دو مقطع ۱ و ۲ ( $\Delta V = V_2 - V_1$ )،  $q_x$  = مقدار بده در واحد طول کانال،  $\Delta y$  = پایین افتادگی سطح آب و  $g$  = شتاب ثقل می باشد. (اندیسهای ۱ و ۲ مربوط به مقاطع ۱ و ۲ بوده که به فاصله  $\Delta x$  از یکدیگر قرار دارند).

پس از کار نخستین هندز، محققین مختلف با وارد کردن ترمهای حذف شده فرمهای اصلاح شده برای معادله حاکم ارائه کرده اند [۵، ۶، ۱۳، ۱۶، ۱۷].

نهایتاً با به کار بردن معادله اندازه حرکت و پذیرش فرضهای: ۱- یک بعدی بودن جریان، ۲- شتاب قائم ناچیز و توزیع فشار هیدرواستاتیک است، ۳- بستر صلب و شیب طولی کف نسبتاً کم است، ۴- فرمولهای مقاومت



نیروی ایجاد شده بر اثر تغییرات تدریجی در سطح مقطع این نیرو که مربوط به تغییرات سرعت در طول کانال می باشد و بر اثر تغییرات تدریجی در سطح مقطع کانال ایجاد می شود برابر است با [۴]:

$$F_e = -\gamma A S_e dx \quad (۸)$$

که در آن  $S_e$  شیب افت گردابی بوده و برابر است با:

$$S_e = \frac{k_e}{2g} \frac{d\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{dx}$$

در رابطه فوق  $k_e$  ضریب افت جریان گردابی است. این ضریب بی بعد است و چنانچه قدر مطلق تفاوت ارتفاع معادل انرژی جنبشی به کار رود مقدار آن مثبت است. در غیر اینصورت،  $k_e$  برای افزایش یا کاهش در سطح مقطع کانال مقدار آن باید به ترتیب منفی یا مثبت در نظر گرفته شود [۴].

مقدار  $S_e$  به صورت زیر محاسبه شد:

$$S_e = \frac{k_e}{2g} \left( \frac{2Qq_*}{A^2} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{\partial A}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right) \quad (۹)$$

### نیروی فشاری

با توجه به شکل (۲) نیروی فشاری ایجاد شده، بر اثر نیروی هیدرواستاتیکی در سمت چپ حجم کنترل،  $F_p$ ، نیروی هیدرواستاتیکی در سمت راست حجم کنترل  $F_{pr}$  و نیروی فشار در کناره های حجم کنترل  $F_{pb}$  برابر است با:

$$F_p = F_{pl} - F_{pr} + F_{pb}$$

ثابت میشود که نتیجه نیروهای فشاری را می توان از رابطه زیر به دست آورد [۴]:

$$F_p = -\gamma A \left( \frac{dy}{dx} \right) dx \quad (۱۰)$$

مجاری غیر منشوری، با توجه به فرضیات یاد شده غیر از فرض هفتم، برای یک کانال غیر منشوری ذوزنقه ای و با توجه به شکل (۲) معادله اندازه حرکت در جهت  $x$  (جهت  $x$  منطبق بر کف کانال می باشد)، به صورت  $\Sigma F = M_{out} - M_{in}$  در می آید که  $\Sigma F$  بر آیند نیروهای وارد بر حجم کنترل و اندیسهای  $in$  و  $out$  به ترتیب نشان دهنده مقادیر ورودی و خروجی از حجم کنترل می باشند.

### نیروهای وارد بر حجم کنترل

برآیند نیروهای وارد بر حجم کنترل که عبارتند از نیروی ثقل در جهت جریان،  $F_g$ ، نیروی اصطکاک در طول کف و کناره های حجم کنترل،  $F_f$ ، نیروی ایجاد شده بر اثر تغییرات تدریجی در سطح مقطع،  $F_e$ ، و نیروی فشاری وارد بر حجم کنترل،  $F_p$ ، برابر است با:

$$\Sigma F = F_g + F_f + F_e + F_p \quad (۴)$$

برای تعیین نیروها به ترتیب زیر عمل می کنیم:

### نیروی ثقل

$$F_g = \gamma A dx \sin \theta \approx \gamma A S_o dx \quad (۵)$$

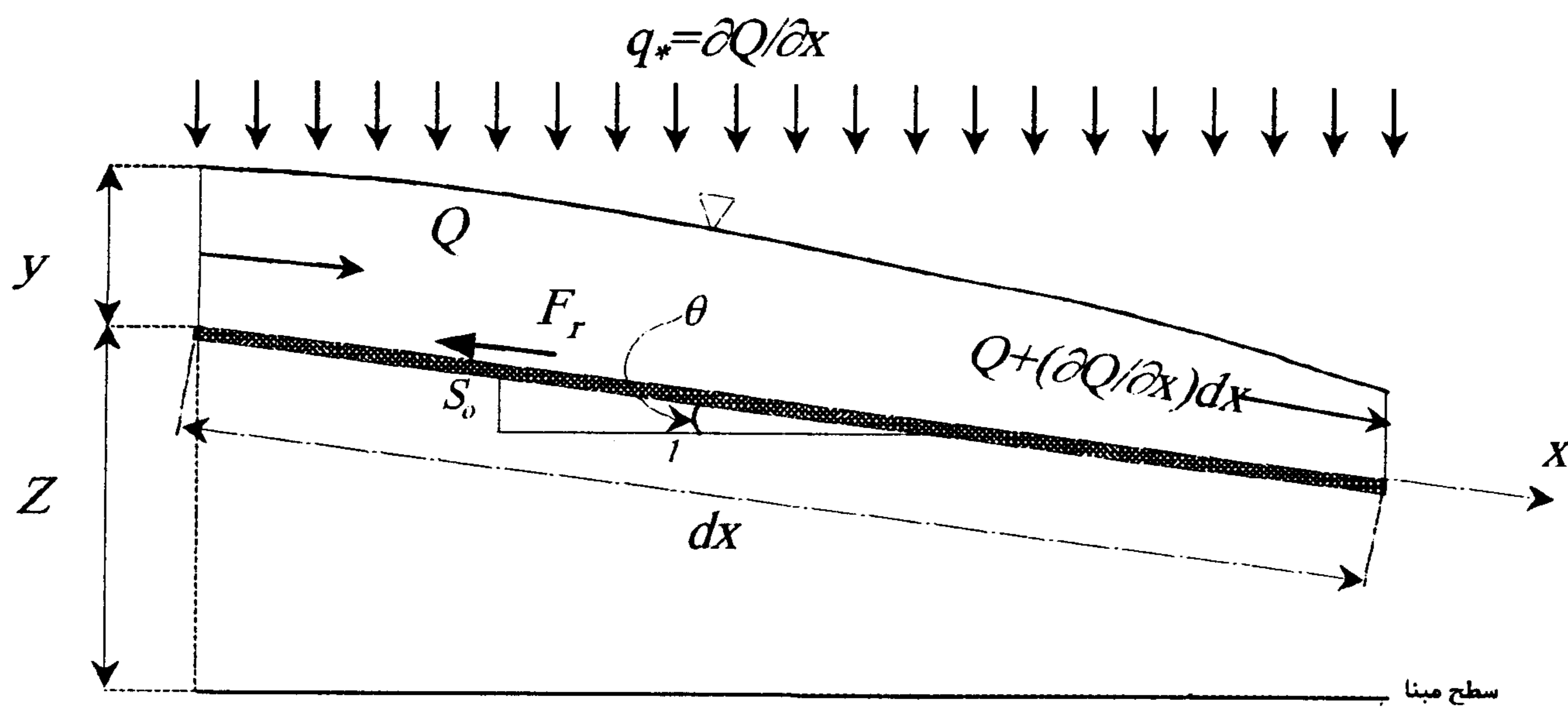
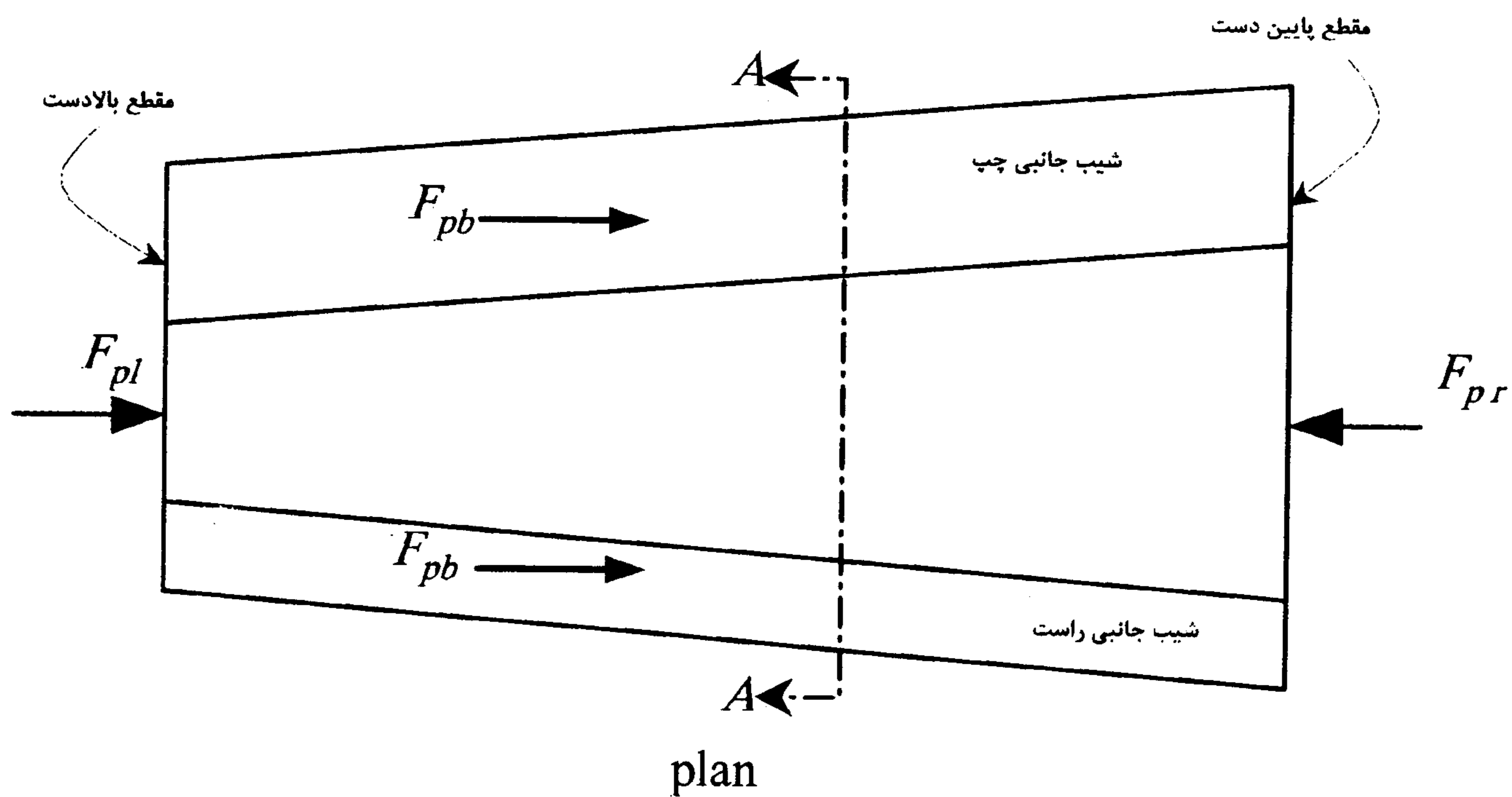
که در آن  $\gamma$  وزن مخصوص آب و  $\theta$  زاویه بین کف کانال و افق می باشد.

### نیروی اصطکاک

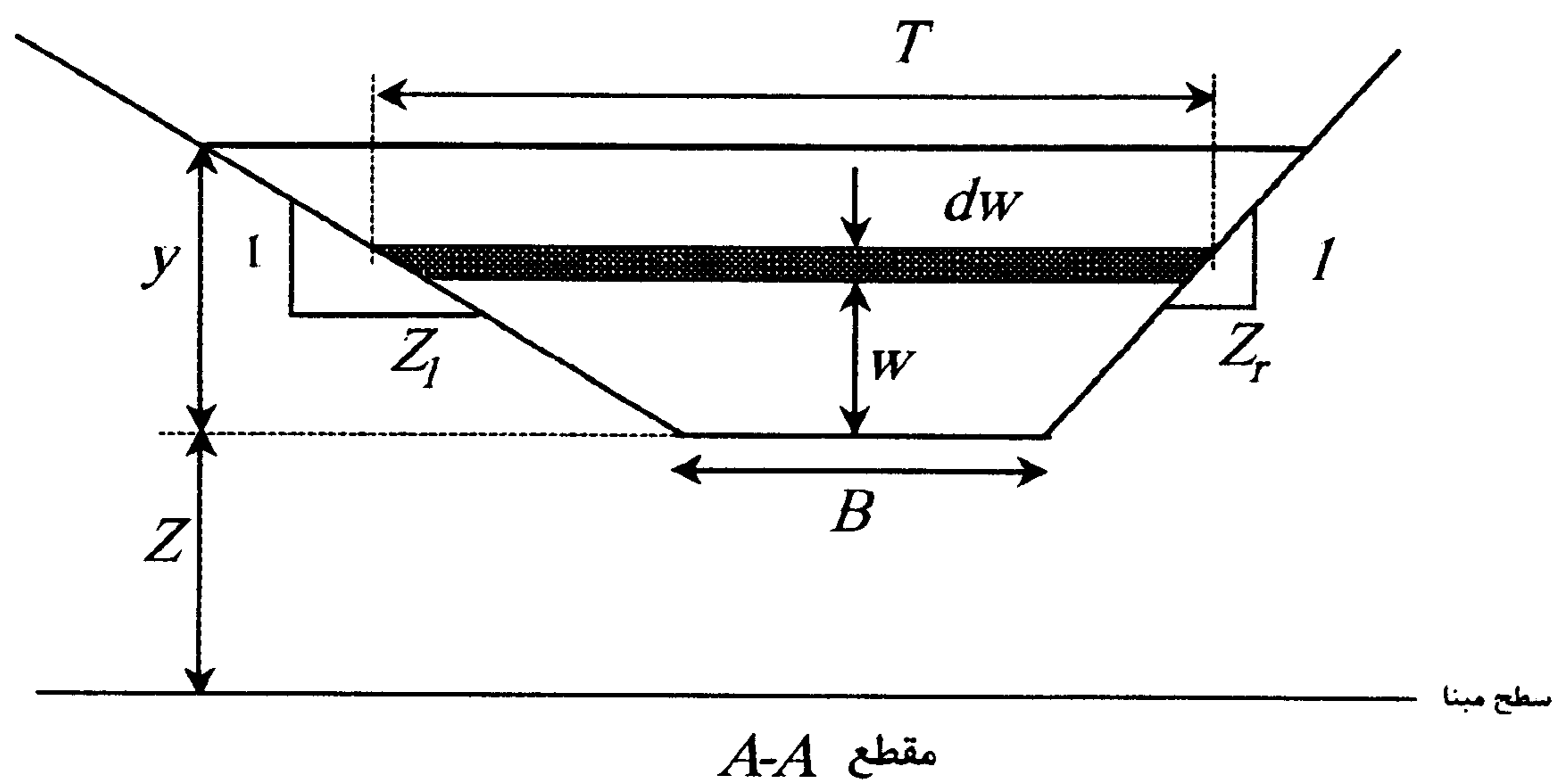
$$F_f = -\tau_o p dx \quad (۶)$$

$\tau_o$  = تنش برشی متوسط وارد بر کف و کناره های حجم کنترل میباشد. با جایگزینی  $\gamma R S_f$  به جای تنش برشی متوسط ( $R$  = شعاع هیدرولیکی) و استفاده از فرمول مانینگ برای تعیین شیب خط انرژی [۱، ۲، ۷، ۹]، نیروی اصطکاک به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$F_f = -\gamma A S_f dx \quad (۷)$$



مقطع طولی



شکل ۲: جریان متغیر مکانی با افزایش بده در یک کانال ذوزنقه ای غیرمنشوری.



## تغییرات اندازه حرکت

حال تفاضل اندازه حرکت ورودی و خروجی را

می توان به صورت زیر نوشت:

$$M_{out} - M_{in} = M_r - (M_{side} + M_l)$$

$$M_{side} = \rho q_* dx v_x$$

$$M_{out} - M_{in} = dM + \rho q_* dx v_x$$

(۱۱)

که در آن،  $v_x =$  مؤلفه سرعت آب ورودی به کانال در جهت  $x$ ،  $M_l =$  اندازه حرکت وردی در سمت چپ حجم کنترل،  $M_r =$  اندازه حرکت خروجی در سمت راست حجم کنترل،  $M_{side} =$  اندازه حرکت ورودی به حجم کنترل بصورت جانبی و  $M = \rho \beta Q^2/A =$  مقدار اندازه حرکت می باشد.

با جانشینی روابط (۵)، (۶)، (۸) و (۱۰) در (۴) و ساده کردن آن خواهیم داشت:

$$S_o - S_f - S_e - \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\gamma A} \frac{dM}{dx} + \frac{q_* v_x}{gA}$$

(۱۲)

با فرض ثابت بودن ضریب اندازه حرکت و جرم مخصوص در طول کانال ( $dp/dx=0$ ,  $d\beta/dx=0$ )، می توان نوشت:

$$\frac{dM}{dx} = \rho \beta \left( \frac{2Qq_*}{A} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right)$$

(۱۳)

با جانشینی روابط (۹) و (۱۳) در رابطه (۱۲) و مرتب کردن نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = \left[ S_{or} - S_f - (2\beta + k_e) \frac{Qq_*}{gA^2} + (\beta + k_e) \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{q_* v_x}{gA} \right] / \left[ 1 - (\beta + k_e) \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial y} \right]$$

(۱۴)

اگر  $L$  طول کانال و  $DB$  و  $UB$  به ترتیب عرض کانال در پایین دست و بالادست باشد، پارامترهای هندسی برای یک کانال دوزنقه ای غیر منشوری با توجه به شکل (۲)

بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$A = A(x, y) = \left( B(x) + \frac{(Z_l + Z_r)}{2} y \right) y$$

$$P = P(x, y) = B(x) + y \left( \sqrt{1 + Z_l^2} + \sqrt{1 + Z_r^2} \right)$$

$$T = T(x, y) = B(x) + Z_l y + Z_r y$$

$$B = B(x) = UB + x (DB - UB) / L$$

$$S_b = (DB - UB) / L$$

$$\bar{Z} = (Z_l + Z_r) / 2$$

$$\bar{Z} = \sqrt{1 + Z_l^2} + \sqrt{1 + Z_r^2}$$

$$P = P(x, y) = UB + S_b x + y \bar{Z}$$

$$B = B(x) = UB + S_b x$$

$$A = A(x, y) = (UB + S_b x + \bar{Z} y) y$$

$$T = T(x, y) = UB + S_b x + 2\bar{Z} y$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A(x, y)}{\partial x} = S_b y$$

(۱۵)

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial A(x, y)}{\partial y} = UB + S_b x + 2\bar{Z} y = T$$

(۱۶)

در صورتی که جریان ورودی به کانال باعث تغییر اندازه حرکت در جهت  $x$  نشود ( $v_x=0$ ) با توجه به روابط (۱۵) و (۱۶) رابطه (۱۴) بصورت زیر باز نویسی می شود:

$$\frac{dy}{dx} = \left[ S_o - S_f - (2\beta + k_e) \frac{Qq_*}{gA^2} + \right.$$

$$\left. (\beta + k_e) S_b \frac{Q^2 y}{gA^3} \right] /$$

$$\left[ 1 - (\beta + k_e) \frac{Q^2 T}{gA^3} \right]$$

(۱۷)

معادله (۱۷) معادله دینامیک پیشنهادی برای جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده برای کانالهای منشوری و غیر منشوری می باشد.

## معادله مقطع کنترل

عدد فرود در معادله (۱۷) را به صورت زیر تعریف

می کنیم:

معادله (۱۷) با روشهای مختلفی از قبیل، روشهای گام واحد، روشهای پیش بینی و تصحیح، روش اصلاح شده هندز و روش حل آشفتگی حل شده اند [۲، ۸، ۱۶].

روش تکراری نیوتن-رافسون در گذشته برای حل معادلات جریان متغیر تدریجی به کار رفته است و در این مقاله روش یادشده برای حل معادله پیشنهادی جدید (معادله ۱۷) بکار خواهد رفت.

### حل عددی

الف - روش نیوتن-رافسون برای تعیین موقعیت مقطع کنترل

با مساوی صفر قرار دادن مخرج کسر در معادله (۱۷)، معادله (۲۳) بدست می آید که از حل آن عمق بحرانی حاصل می شود.

$$h(x, y) = \frac{(\beta + k_e) Q^2 T}{g} - A^3 = 0 \quad (23)$$

در اینجا کاربرد روش نیوتن-رافسون برای حل معادله (۲۳) و تعیین موقعیت مقطع کنترل ارائه می شود. با فرض بزرگتر بودن شیب کف از شیب محاسبه شده، از رابطه (۱۹) به ازاء  $x=L$  برای یک کانال جانبی معین، به تعیین محل مقطع کنترل (در فاصله  $0 < x < L$ ) اقدام می کنیم.

اگر موقعیت مقطع کنترل  $x=x_c$  مشخص باشد فقط عمق مقطع کنترل مجهول باشد، می توان نوشت:

$$h'(x_c, y) = \frac{dh(x_c, y)}{dy} = \frac{(\beta + k_e) Q^2}{g} \frac{dT}{dy} - 3A^2 \frac{dA}{dy} \quad (24)$$

$$h'(x_c, y) = \frac{(\beta + k_e)(2\bar{Z})Q^2}{g} - 3A^2 T \quad (25)$$

با استفاده از رابطه (۲۵) عمق بحرانی  $y_c$  در موقعیت مشخص  $x_c$  قابل محاسبه است. می توان حدس اولیه مناسب برای ریشه معادله را از رابطه عمق بحرانی مقاطع مستطیلی محاسبه کرد:

$$F_r^2 = (\beta + k_e) \frac{Q^2 T}{g A^3} \quad (18)$$

با مساوی صفر قرار دادن صورت و مخرج معادله (۱۷) برای مقطع بحرانی [۹]، استفاده از معادله مانینگ برای محاسبه  $S_f$  و ساده سازی روابط، معادلات (۱۹ و ۲۰) به دست می آید.

$$S_o = F_r^2 \left[ \frac{gn^2 A}{(\beta + k_e) TR^{\frac{4}{3}}} + \frac{(2\beta + k_e) A}{(\beta + k_e) x T} - S_b \frac{y}{T} \right] \quad (19)$$

$$\frac{A}{x} = \left[ (\beta + k_e) \frac{q_*^2 T}{gx} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

با جانشینی (۲۰) در (۱۹)، برای مقطع کنترل خواهیم داشت:

$$S_o = \frac{gn^2 P}{(\beta + k_e) TR^{\frac{1}{3}}} + \frac{(2\beta + k_e)}{(\beta + k_e) T} \left[ \left( (\beta + k_e) \frac{q_*^2 T}{gx} \right)^{\frac{1}{3}} - S_b \frac{y}{T} \right] \quad (21)$$

و یا

$$x = [(2\beta + k_e)^3 q_*^2] / [g(\beta + k_e)^2 T^2 (S_o - \frac{gn^2 P}{(\beta + k_e) TR^{1/3}} + S_b \frac{y}{T})^3] \quad (22)$$

معادله (۲۲) محل وقوع مقطع کنترل را در کانالهای جانبی منشوری و غیر منشوری تعیین می کند. مقطع کنترل زمانی در فاصله  $0 < x < L$  تمام طول کانال جانبی قرار خواهد گرفت که شیب کف کانال،  $S_o$  بزرگتر از شیب محاسبه شده توسط رابطه (۱۹) به ازاء  $x=L$  باشد. در غیر این صورت، مقطع کنترل در انتهای پایین دست کانال خواهد بود. در حالت وجود مقطع بحرانی در فاصله  $0 < x < L$ ، در پایین دست مقطع بحرانی، جریان فوق بحرانی و در بالا دست آن جریان زیر بحرانی وجود خواهد داشت.



زیر بحرانی و فوق بحرانی، تبدیل کرد. در این مقاله با بررسی یک فرم تفاضلی این معادله برای حل به روش نیوتن-رافسون می پردازیم.

### جریان زیر بحرانی

با استفاده از تقریب تفاضل پسرو، برای شیب سطح آب و فرضیات زیر، معادله دینامیک جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده بصورت زیر به فرم تفاضلی تبدیل می شود:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{J+1} - y_J}{\Delta x}$$

$$\frac{Q^2 T}{A^3} = \left(\frac{Q^2 T}{A^3}\right)_{\text{avg}}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \left(\frac{Q^2 T}{A^3}\right)_J + \left(\frac{Q^2 T}{A^3}\right)_{J+1} \right)$$

$$\frac{Q}{A^2} = \left(\frac{Q}{A^2}\right)_{\text{avg}} = \frac{1}{2} \left( \left(\frac{Q}{A^2}\right)_J + \left(\frac{Q}{A^2}\right)_{J+1} \right)$$

$$\frac{Q^2 y}{A^3} = \left(\frac{Q^2 y}{A^3}\right)_{\text{avg}}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \left(\frac{Q^2 y}{A^3}\right)_J + \left(\frac{Q^2 y}{A^3}\right)_{J+1} \right)$$

$$S_f = (S_f)_{\text{avg}} = \frac{1}{2} \left( (S_f)_J + (S_f)_{J+1} \right)$$

$$S_f = \frac{n^2 Q^2 P^{\frac{4}{3}}}{10 A^3}$$

$$S_o = \frac{Z_J - Z_{J+1}}{\Delta x}$$

با جانشینی مقادیر فوق در معادله (۱۷) و مرتب سازی آن خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} - (\beta + k_e) \frac{Q^2 T}{g A^3} \frac{dy}{dx} =$$

$$S_o - S_f - (2\beta + k_e) \frac{Q q_*}{g A^2} + (\beta + k_e) S_b \frac{Q^2 y}{g A^3}$$

$$\frac{y_{J+1} - y_J}{\Delta x} - \frac{(\beta + k_e)}{2g} \left( \left(\frac{Q^2 T}{A^3}\right)_J +$$

$$\left(\frac{Q^2 T}{A^3}\right)_{J+1} \right) \left( \frac{y_{J+1} - y_J}{\Delta x} \right)$$

$$+ \frac{(2\beta + k_e) q_*}{2g} \left( \left(\frac{Q}{A^2}\right)_J + \left(\frac{Q}{A^2}\right)_{J+1} \right)$$

$$y_c^{(0)} = \left( \frac{q_* x_c}{B_c} \right)^2 / g \Big)^{\frac{1}{3}}$$

(۲۶)

که در آن  $B_c$  عرض کف در موقعیت  $x_c$  می باشد.

بنابر این عمق بحرانی در کانال جانبی با دنبال نمودن مراحل زیر به دست می آید:

۱- ابتدا فاصله ای برای موقعیت مقطع کنترل فرض می شود،  $x_c$ ، سپس با استفاده از رابطه (۲۵) عمق بحرانی مربوط به این فاصله،  $y_c$ ، محاسبه میگردد.

۲- عمق بحرانی به دست آمده از مرحله اول را در معادله (۲۲) قرار داده و موقعیت جدید مقطع کنترل تعیین می گردد.

۳- چنانچه موقعیت مقطع کنترل به دست آمده در مرحله دوم با مقدار فرض شده در مرحله اول برابر باشند، موقعیت و عمق مقطع کنترل به دست آمده جواب مسئله خواهد بود، در غیر این صورت محاسبات با  $x_c$  حاصل از مرحله دوم تا حصول نتیجه مطلوب تکرار می شود.

### ب - روش نیوتن-رافسون برای حل معادله حاکم و محاسبه پروفیل سطح آب

کاربرد روش نیوتن-رافسون برای حل معادله حاکم و محاسبه پروفیل سطح آب، در اینجا با بسط بیشتری تشریح می شود. در جریان زیر بحرانی کنترل در پایین دست و در جریان فوق بحرانی کنترل در بالا دست جریان است. برای محاسبه پروفیل سطح آب، محاسبات را از جایی که عمق جریان برای بده معین، معلوم باشد، شروع می کنیم. بنابراین در جریان زیر بحرانی، محاسبات را از مقطع کنترل در پایین دست شروع کرده و در جهت بالا دست ادامه می دهیم، اما در جریان فوق بحرانی محاسبات را از مقطع کنترل در بالا دست شروع کرده و به طرف پایین دست ادامه می دهیم. البته، بجز این واقعیت که عمق جریان در یک مقطع کنترل، معین است، هیچ دلیل دیگری برای انجام محاسبات در جهت پایین دست یا بالادست وجود ندارد [۱].

معادله دینامیک جریانهای متغیر مکانی با افزایش بده را می توان به روشهای مختلفی به فرم تفاضلی برای جریان

$$\begin{aligned}
f'(y_J) = & 1 + \frac{(\beta + k_e)y_{J+1}Q_J^2}{2g} \left( \frac{2\bar{Z}}{A_J^3} - \frac{3T_J^2}{A_J^4} \right) \\
& - \frac{(\beta + k_e)Q_J^2}{2g} \left( \frac{T_J}{A_J^3} + \frac{2\bar{Z}y_J}{A_J^3} - \frac{3T_J^2y_J}{A_J^4} \right) \\
& - \frac{(\beta + k_e)Q_{J+1}^2T_{J+1}}{2g A_{J+1}^3} \\
& + \frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_*Q_J}{g} \left( \frac{T_J}{A_J^3} \right) \\
& + \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_bQ_J^2}{2g} \left( \frac{1}{A_J^3} - \frac{3y_JT_J}{A_J^4} \right) \\
& - \frac{\Delta x n^2 Q_J^2}{2A_J^{\frac{20}{3}}} \left( \frac{4}{3} P_J^{\frac{1}{3}} A_J^{\frac{10}{3}} \bar{Z} - \frac{10}{3} P_J^{\frac{4}{3}} A_J^{\frac{7}{3}} T_J \right)
\end{aligned} \tag{۲۹}$$

#### حالت فوق بحرانی

با استفاده از تقریب تفاضل پیشرو، و دنبال نمودن همان مراحل که در جریان زیر بحرانی داشتیم و با جداسازی جمله های مربوط به نقاط معلوم (نقاط  $J-1$ ) و نقاط مجهول (نقاط  $J$ ) معادلات به صورت زیر در می آیند:

$$\begin{aligned}
g(y_J) = & -y_J - \frac{(\beta + k_e)y_{J-1}}{2g} \left( \frac{Q_J^2T_J}{A_J^3} \right) + \\
& \frac{(\beta + k_e)}{2g} \left( \frac{Q_J^2T_Jy_J}{A_J^3} \right) + \\
& \frac{(\beta + k_e)Q_{J-1}^2T_{J-1}}{2g A_{J-1}^3} (y_J) - \\
& \frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_*}{2g} \left( \frac{Q_J}{A_J^2} \right) + \\
& \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_b}{2g} \left( \frac{Q_J^2y_J}{A_J^3} \right) - \\
& \frac{\Delta x n^2}{2} \left( \frac{Q_J^2P_J^{\frac{4}{3}}}{A_J^{\frac{10}{3}}} \right) + K'
\end{aligned} \tag{۲۹}$$

که در آن مقدار  $K'$  برابر است با:

$$K' = y_{J-1} - \frac{(\beta + k_e)}{2g} \left( \frac{Q_{J-1}^2T_{J-1}y_{J-1}}{A_{J-1}^3} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(\beta + k_e)S_b}{2g} \left( \left( \frac{Q^2y}{A^3} \right)_J + \left( \frac{Q^2y}{A^3} \right)_{J+1} \right) \\
& - S_o + \frac{1}{2} \left( \frac{n^2Q_J^2P_J^{\frac{4}{3}}}{A_J^{\frac{10}{3}}} + \frac{n^2Q_{J+1}^2P_{J+1}^{\frac{4}{3}}}{A_{J+1}^{\frac{10}{3}}} \right) = 0
\end{aligned}$$

جمله های مربوط به نقاط معلوم (نقاط  $J+1$ ) و نقاط مجهول (نقاط  $J$ ) بصورت زیر جداسازی می شوند:

$$\begin{aligned}
f(y_J) = & y_J + \frac{(\beta + k_e)y_{J+1}}{2g} \left( \frac{Q_J^2T_J}{A_J^3} \right) \\
& - \frac{(\beta + k_e)}{2g} \left( \frac{Q_J^2T_Jy_J}{A_J^3} \right) \\
& - \frac{(\beta + k_e)Q_{J+1}^2T_{J+1}}{2g A_{J+1}^3} (y_J) \\
& - \frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_*}{2g} \left( \frac{Q_J}{A_J^2} \right) \\
& + \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_b}{2g} \left( \frac{Q_J^2y_J}{A_J^3} \right) \\
& - \frac{\Delta x n^2}{2} \frac{Q_J^2P_J^{\frac{4}{3}}}{A_J^{\frac{10}{3}}} + K = 0
\end{aligned} \tag{۲۷}$$

که در آن مقدار  $K$  برابر است با:

$$\begin{aligned}
K = & -y_{J+1} + \frac{(\beta + k_e)}{2g} \left( \frac{Q_{J+1}^2T_{J+1}y_{J+1}}{A_{J+1}^3} \right) \\
& - \frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_*}{2g} \left( \frac{Q_{J+1}}{A_{J+1}^2} \right) \\
& + \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_b}{2g} \left( \frac{Q_{J+1}^2y_{J+1}}{A_{J+1}^3} \right) \\
& + S_o \Delta x - \frac{\Delta x n^2}{2} \left( \frac{Q_{J+1}^2P_{J+1}^{\frac{4}{3}}}{A_{J+1}^{\frac{10}{3}}} \right)
\end{aligned} \tag{۲۸}$$

مشتق تابع  $f$  پس از محاسبه و ساده سازی به صورت رابطه (۲۹) در می آید:



شد. نواری به طول ۱۸۰۰ میلیمتر و عرض ۱۰۰ میلیمتر به کمک دو تسمه فلزی از یک طرف به لبه جانبی صفحه فیبر شیشه و از طرف دیگر به کف (سکو) وصل شد. به این ترتیب علاوه بر امکان تغییر شیب جانبی در مدل آب بندی کاملی حاصل شد.

برای ثبت رقوم سطح آب یک سری سوراخ به قطر هشت میلیمتر و به فواصل ۲۰۰ میلیمتر برروی خط مرکزی کانال احداث شد. این سوراخها توسط لوله های لاستیکی به مانومتر های قطوری وصل می شد که به کمک آنها امکان قرائت رقوم سطح آب در کانال میسر می شد. برای ورود آب به کانال از یک مخزن که مجهز به سرریزی که می توانست بده را به طور یکنواخت به کانال بریزد استفاده شد. طول سرریز معادل طول کانال جانبی در نظر گرفته شد و لبه ریزش آب آن به گونه ای طراحی شد که شرایط عملی ورود آب به کانال جانبی را به طور مطلوب ایجاد نماید.

پس از احداث سرریز جانبی و نصب آن در محل مورد نظر نسبت به کالیبره کردن آن اقدام شد. برای کالیبره کردن سرریز از یک باسکول که ظرفیت توزین آن ۲ تن و دقت آن یک کیلوگرم است، استفاده شد. در هر آزمایش پس از پایدار شدن جریان، رقوم سطح آب در خط مرکزی کانال به وسیله مانومترها قرائت و ثبت می شد.

## مقایسه نتایج

مقایسه نتایج معادله پیشنهادی با معادله موجود

معادله پیشنهادی حاکم (معادله ۱۷) نشان می دهد که نادیده گرفتن ترمهای مربوط به غیر منشوری بودن مقطع و توزیع غیر یکنواخت سرعت، می تواند اثر نامطلوبی بر تعیین موقعیت مقطع کنترل و محاسبات پروفیل سطح آب بگذارد. از این رو برای مطالعه نتایج اجرای مدل پیشنهادی و نتایج اجرای مدلی که بر اساس معادله (۲) تنظیم شده است، مثالهای متعددی حل شده و نتایج آنها مورد مقایسه قرار گرفته اند. بررسیها نشان می دهند که معادلات (۲) و (۳) برای مقاطع غیر منشوری نتایج رضایت بخش نمیدهند.

برای مقایسه نتایج، دو مدل یاد شده را برای حل مثال

$$\frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_*}{2g} \left( \frac{Q_{J-1}}{A_{J-1}^2} \right) + \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_b}{2g} \left( \frac{Q_{J-1}^2 y_{J-1}}{A_{J-1}^3} \right) + S_o \Delta x - \frac{\Delta x n^2 Q_{J-1}^2 P_{J-1}^{\frac{10}{3}}}{2 A_{J-1}^{\frac{10}{3}}} \quad (30)$$

و مشتق تابع  $g$  به صورت زیر در می آید:

$$g'(y_J) = -1 - \frac{(\beta + k_e)y_{J-1}Q_J^2}{2g} \left( \frac{2\bar{Z}}{A_J^3} - \frac{3T_J^2}{A_J^4} \right) + \frac{(\beta + k_e)Q_J^2}{2g} \left( \frac{T_J}{A_J^3} + \frac{2\bar{Z}y_J}{A_J^3} - \frac{3T_J^2 y_J}{A_J^4} \right) + \frac{(\beta + k_e)Q_{J-1}^2 T_{J-1}}{2g A_{J-1}^3} + \frac{\Delta x(2\beta + k_e)q_* Q_J}{g} \left( \frac{T_J}{A_J^3} \right) + \frac{\Delta x(\beta + k_e)S_b Q_J^2}{2g} \left( \frac{1}{A_J^3} - \frac{3y_J T_J}{A_J^4} \right) - \frac{\Delta x n^2 Q_J^2}{2A_J^{\frac{20}{3}}} \left( \frac{4}{3} P_J^{\frac{1}{3}} A_J^{\frac{10}{3}} \bar{Z} - \frac{10}{3} P_J^{\frac{4}{3}} A_J^{\frac{7}{3}} T_J \right) \quad (31)$$

بر اساس روابط ارائه شده، مدل کامپیوتری تنظیم شد و نتایج آن مورد ارزیابی قرار گرفته است.

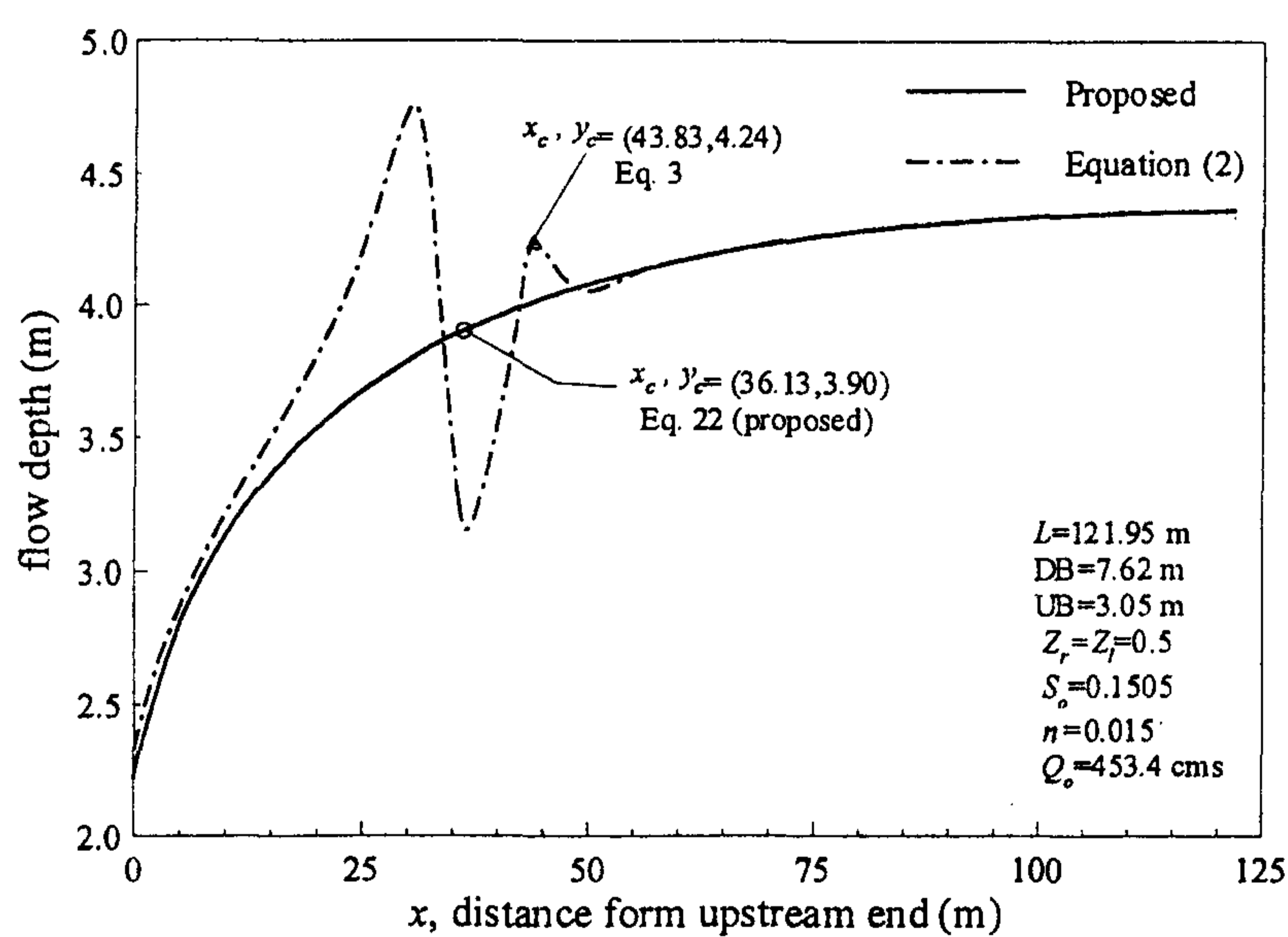
## تجهیزات آزمایشگاهی

کانال جانبی با نصب دو صفحه برروی یک سکوی چوبی و با مسدود کردن یک انتهای آن ایجاد شد. سکواز صفحه چوبی به ضخامت ۴۰ میلیمتر، طول ۲۴۶۰ میلیمتر و عرض ۸۶۶ میلیمتر احداث شد که برروی آن روکشی از ورق فیبر شیشه به ضخامت ۲ میلیمتر پوشانده شده بود. دیواره جانبی کانال از ورقه های فیبر شیشه به ضخامت یک سانتیمتر که برروی چهارچوب فلزی نصب شده بود، احداث شد. برای آب بندی کردن محل های اتصال دیواره جانبی به کف از لایه اسفنج فشرده مخصوص که در صنایع دریایی از آن استفاده می شود، بهره گرفته



ضریب تصحیح اندازه حرکت را تاکید کرده اند. اما کمتر به مقدار این ضریب و محدوده تغییرات آن اشاره شده است. افت جریان گردابی در این حالت هم قابل توجه است. تعیین آثار تفکیکی ضرائب فوق به سادگی امکان پذیر نیست و تنها بررسی اثر تلفیقی آنها با داده های در دسترس امکان پذیر است. از آنجا که هدف این تحقیق ارزیابی نتایج معادله پیشنهادی بدون دخالت ضرائب  $\beta$  و  $k_e$  بوده است، نتایج عددی به ازای  $(k_e + \beta) = 1$  به دست آمد. همانطور که در شکل ۵ ارائه شده است، پروفیلهای محاسبه شده و مشاهده شده انطباق خوبی از خود نشان داده اند. محاسبات نشان داد که در این سری از آزمایشها، موقعیت مقطع کنترل عمدتاً در فاصله  $L > x > 0$  بوده است. انطباق خوب داده های آزمایشگاهی با عددی ارزش کاربردی معادله پیشنهادی را نشان میدهد.

جدا شدن نقاط مشاهده شده انتهای پایین دست از پروفیل محاسبه شده را می توان به توزیع فشار در محل ریزش آب که از شرایط برقراری معادله حاکم دور میشود، منسوب نمود.

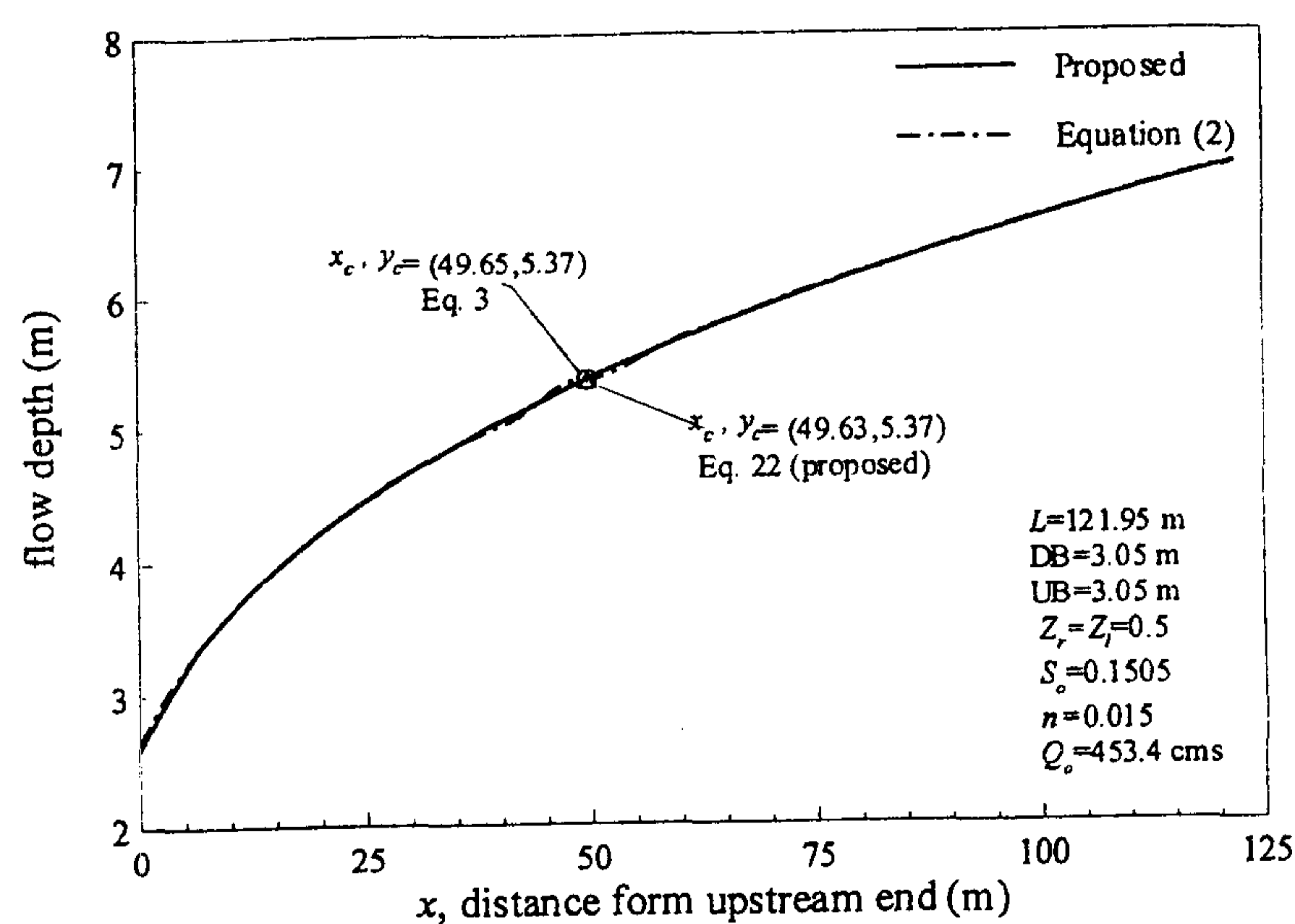


شکل ۴: مقایسه نتایج معادلات ۲ و ۱۷ برای یک کانال غیر منشوری.

### نتیجه گیری

طراحی ابعاد کانال جانبی بر اساس تعیین پروفیل سطح آب در این کانال صورت می گیرد. در این سازه به دلیل افزایش بده در جهت جریان و در طول کانال، معمولاً

مرجع [۲] که یک مرجع استاندارد به شمار می رود به کار برده ایم. داده ها برحسب سیستم SI تبدیل شده و برروی شکل (۳) قید شده اند. ابتدا مدلها برای داده های کانال مرجع یاد شده که یک کانال منشوری است به اجرا در آمده اند. ستادهای مدلها که در شکل (۳) ارائه شده اند نشان می دهد که معادله (۳) و معادله (۱۷) نتایج تقریباً یکسانی برای موقعیت مقطع کنترل و عمق آن ارائه داده اند و پروفیل سطح آب هر دو روش تقریباً بر هم منطبق هستند. اما به تدریج که عرض کف پایین دست را افزایش دهیم عمق و موقعیت مقطع کنترل که از دو معادله فوق به دست می آیند باهم متفاوت خواهند بود. شکل (۴) نتایج اجرای مدلها را برای کانال با همان مشخصات اما با عرض کف پایین دست برابر ۷/۶۲ متر ارائه می دهد. این شکل نشان می دهد که نادیده گرفتن اثر غیر منشوری بودن مقطع در تعیین مقدار عمق جریان در مقطع کنترل و موقعیت آن اثر قابل ملاحظه‌ای به جای گذاشته است و این موضوع بر نتایج روش عددی هندز که برای حل معادله (۲) به کار رفت تاثیر کاملاً نامطلوبی می گذارد.



شکل ۳: مقایسه نتایج معادلات ۲ و ۱۷ برای یک کانال منشوری.

### مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با دادههای آزمایشگاهی

توزیع بسیار غیر یکنواخت سرعت در این جریان باعث شده تا قریب به اتفاق محققینی که جریانهای متغییر مکانی را مورد مطالعه قرار داده اند، اهمیت اعمال

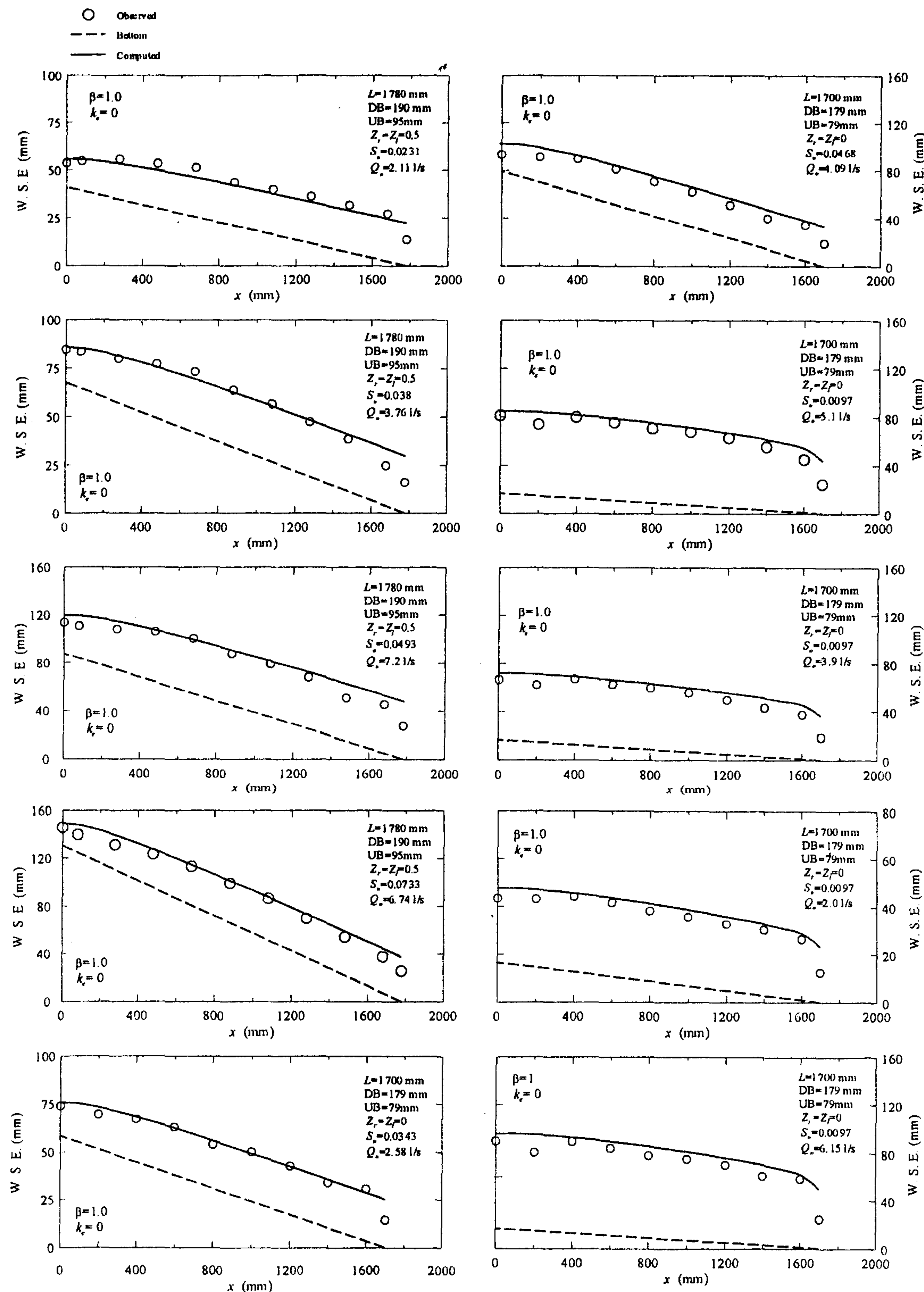


طور کلی انطباق خوب نتایج عددی با آزمایشگاهی ارزش کاربردی معادله پیشنهادی را تایید میکند.

### تشکر و قدر دانی

بدینوسیله از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه تهران برای فراهم نمودن فضای مناسب و امکانات مالی انجام تحقیق تشکر و قدردانی می شود.

عرض کف کانال در پایین دست بیش از مقدار آن در بالادست می باشد. این مسئله کانال را از حالت منشوری خارج می کند. در این تحقیق با دخالت دادن ترمهای اساسی، فرم جدیدی از معادله حاکم بر جریان متغیر مکانی در کانالهای غیر منشوری به دست آمد و نشان داده شد که این فرم پیشنهادی بر موقعیت مقطع کنترل و عمق جریان آن تاثیر می گذارد. همچنین معادله پیشنهادی با کاربرد روش نیوتن-رافسون حل شده و نتایج آن با داده های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفت. به



شکل ۵: مقایسه پروفیل سطح آب محاسبه شده با مشاهده شده.



## مراجع

- 1 - Chaudhry M. H. (1993). *Open-Channel Flow*. Prentice Hall. Englewood cliffs. New Jersey.
- 2 - Chow, V. T. (1959). *Open Channel Hydraulics*. Mc Graw-Hill. New York.
- 3 - Chow, V. T. (1969). "Spatially Varied Flow Equations." *Water Resources Research*, Vol. 5, PP. 1124-1128.
- 4 - Chow, V. T., Maidment, D. R. and Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. Mc Graw-Hill. New York.
- 5 - Farney, H. S. and Markus, A. (1962). "Side channel spillway design." *J. of Hyd. Div., ASCE*, Vol 88 (HY2), PP. 131-154.
- 6 - Favre Henry and Meyer-Peter, E. (1934). "Analysis of boulden dam spillway made by swiss laboratory." *Engineering News-Record*. October 25, PP. 520-522.
- 7 - French, R. H. (1986). *Open channel hydraulics*. Mc Graw-Hill New York.
- 8 - Gill, M. A. (1977). "Perturbation solution of spatially varied flow in open channels." *J. of Hyd. Res., IAHR*, Vol. 15, No. 4, PP. 337-350.
- 9 - Henderson, F. M. (1966). *Open Channel Flow*. Mac Millan Pub. Co. New York.
- 10 - Hinds, J. (1926). "Side channel spillway." *Trans ASCE*, Vol.89, PP. 881-927.
- 11 - Jain S. C. (2001). *Open-channel flow*. New York, John Wiley.
- 12 - Li, W. (1959). "Open channels with nonuniform discharge." *Trans. ASCE*, Vol. 120.
- 13 - Mc Cool, D. K., Gwinn, W. R. Ree, W. G. and Garton, J. E. (1966). "Spatially varied flow in vegetated channel trans." *ASAE*, Vol. 9, No. 3, PP. 440-444.
- 14 - Pane, J. N. (1992). "Open-channel flow algorithm in Newton-Raphson form." *J. of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE*, Vol. 118, No. 2, PP. 306-319.
- 15 - Rhodes, D. G. (1995). "Newton-Raphson solution for gradually varied flow." *J. of Hyd. Res., IAHR*, Vol. 33, No. 2, PP. 337-350.
- 16 - Subramanya, K. (1989). *Flow in Open Channel*. First Revised Edition, Tata McGraw-Hill, New Delhi.
- 17 - Yen, B. C. and Wenzel, jr. H. G. (1970). "Dynamic equations for steady spatially varied flow." *J. f Hyd. Div.*, Vol. 96, No. HY 3, PP. 801-814.