

حل تحلیلی بالاروی^۱ امواج بلند ناشکنا^۲ روی سواحل چند شبیه^۳

محرم دولتشاهی پیروز

استادیار مرکز تحقیقات حفاظت خاک و آبخیزداری

شاهین ظهوری

دانشجوی دکتری سازه‌های دریایی - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۱/۵/۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۲/۵/۱، تاریخ تصویب ۸۲/۱۰/۲۰)

چکیده

هدف از این مطالعه، استخراج یک فرمول تحلیلی^۴ برای تعیین دامنه ماکزیمم امواج بلند ناشکنای نوسانی^۵ و تنها^۶ در محل خط ساحلی^۷، روی ساحلهای چند شبیه می‌باشد، که میتوان آن را معادل بالاروی در نظر گرفت. در گام اول، با استفاده از معادلات خطی موج آب کم عمق^۸، حل تحلیلی بالاروی امواج نوسانی و تنها که به ترتیب توسط Keller & Keller [۱] و Synolakis [۲] برای سواحل ساده یک شبیه^۹ بدست آورده شده است، به سواحل دو شبیه بسط داده می‌شود و به همان طریق، حل تحلیلی بالاروی برای سواحل سه شبیه بدست می‌آید. با مقایسه فرمول بالاروی سواحل یک شبیه، دو شبیه و سه شبیه و با استفاده از روش استقراء، حل تحلیلی بالاروی امواج برای سواحل n شبیه بدست می‌آید که در قالب یک معادله ارائه می‌شود. جهت کنترل صحت معادله استخراج شده، حل عددی معادلات خطی آب کم عمق با استفاده از روش تفاضل محدود انجام می‌شود و نتایج عددی حاصله با نتایج تحلیلی مقایسه می‌گردد.

واژه های کلیدی: بالاروی موج، موج تنها، موج نوسانی، موج بلند، موج آب کم عمق، اختلاف محدود، حل تحلیلی

بالاروی

مقدمه

به سازه‌های ساحلی وارد آورند. وقتی این امواج به آب کم عمق نزدیک می‌شوند، دامنه آنها افزایش یافته و در خط ساحلی (محلی که عمق آب صفر است) احتمال دارد دامنه موج که در این تحقیق اصطلاحاً بالاروی نامیده می‌شود، چندین برابر دامنه موج دورا^{۱۱} شود. بالاروی موج روی ساحل (که در این مقاله به دامنه موج در خط ساحلی اولیه اطلاق میشود و نه مسیر حرکت خط ساحل)، یکی از مهمترین اثرات امواج بلند در هنگام بالارفتن از یک ساحل شیبدار و یکی از فاکتورهای مهم در تعیین حریم امنیتی سواحل می‌باشد.

جهت پیش بینی مقدار بالاروی از روشهای تجربی^{۱۲}، تحلیلی و عددی استفاده شده است. اعتبار استفاده از این روشها بستگی به دقت پیش بینی و سهولت استفاده از آنها دارد. در استفاده از هر یک از روشهای تحلیلی یا عددی، نقاط ضعف و قوتی موجود می‌باشد که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

سواحل محل تمرکز جمعیت و صنعت بوده، جایکه شاخص گسترش بالا می‌باشد. در این مناطق سازه هایی نظیر نیروگاههای بزرگ که از اقیانوس به عنوان حوضچه تبادل حرارتی استفاده می‌کنند و بنادر که به عنوان ارتباط دهنده سیستم حمل و نقل بین آبراه و خشکی عمل می‌کنند، ساخته می‌شوند. جهت حفاظت از این سازه‌های مهم و ارزشمند و همچنین حفظ زندگی افرادی که در مناطق ساحلی زندگی می‌کنند، مهندسين طراح باید اطلاعات کافی درباره امواج بلندی که در اقیانوس ایجاد می‌شوند و نحوه انتقال آنها به مناطق ساحلی و ضریب تشدید^{۱۳} احتمالی آنها داشته باشند تا سازه‌های مهم، با درجه آسیب قابل قبولی در مقابل موجهای مذکور پایداری کنند.

امواج بلند اقیانوسی در اثر پدیده‌های طبیعی نظیر باد و زلزله ایجاد می‌شوند. این امواج بطرف ساحل حرکت کرده و دارای انرژی کافی هستند تا خسارات قابل ملاحظه‌ای را

Synolakis (برای امواج تنها) بدست می آید. در ادامه، معادلات خطی آب کم عمق بطور عددی با استفاده از روش تفاضل محدود جهت کنترل معادله استخراج شده حل می شوند و مقایسه نتایج ناشی از حل تحلیلی و حل عددی در پایان ارائه می گردد.

مروری بر کارهای انجام شده

مسئله بالاروی با روشهای متفاوت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی حل گردیده و حجم قابل ملاحظه‌ای از تحقیقات روی تحلیل عددی مسئله با تمرکز بیشتر روی اختلاف محدود بوده است. گرچه محققین درک بالاروی موج را افزایش داده‌اند، ولی در ارائه فرمولی جامع برای بالاروی روی سواحل مختلف موفق نبوده‌اند. معادله دیفرانسیل حاکم بر بالاروی موج را می‌توان از معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت سیال استخراج نمود که بسته به فرضیات صورت گرفته جهت حل سیستم معادلات مذکور، معادله‌های غیر خطی و خطی امواج آب کم عمق گسترش یافته است. از بین کسانی که در زمینه حل تحلیلی معادله موج آب کم عمق خطی تحقیق کرده‌اند، می‌توان از [۱] Keller & Keller نام برد. آنها با استفاده از معادله موج آب کم عمق خطی، مسئله بالاروی امواج نوسانی با پیروی دلخواه را روی سواحل یک شیبه به روش تحلیلی حل کرده‌اند. [۲] Synolakis حل تحلیلی بالاروی موج را با استفاده از معادلات خطی و غیر خطی موج آب کم عمق، برای امواج تنها روی سواحل یک شیبه بدست آورد. سپس [۳] Utko & Synolakis با استفاده از روش حاصل ضرب ماتریسها، روش [۲] Synolakis را به سواحل چند شیبه تعمیم دادند. در مقایسه با [۳] Utko & Synolakis، مزیت روش بکار گرفته شده در این مطالعه، استخراج یک معادله کلی به روش تحلیلی بوده که در آن نیازی به حاصل ضرب ماتریس‌های متوالی نمی باشد.

هم چنین محققینی روی حل عددی معادلات فوق فعالیت کرده اند که میتوان به موارد ذیل اشاره کرد. [۴] Pedersen & Gyevik بالاروی و انتشار موج تنها را روی شیبهای تند بطور عددی با روش المان مرزی حل نمود. [۵] Zelt بالاروی امواج بلند شکننا و ناشکنا را روی

الف - حل عددی را می‌توان بعد از منفصل سازی معادلات و استخراج روابط، با تغییر داده‌های بستر، به هر نوع توپوگرافی بسط داد. در صورتیکه در روش تحلیلی، استخراج معادله بالاروی موج برای سواحل با شیبهای منحنی شکل، بسیار مشکل است.

ب - در روش تحلیلی نسبت به روش عددی، زمان اجرای برنامه توسط کامپیوتر کمتر می‌باشد، زیرا در حل تحلیلی از یک فرمول مشخص جهت تعیین بالاروی استفاده می‌شود.

ج - در مقایسه با بسط یک روش عددی، روش تحلیلی کمتر در معرض خطای محاسباتی قرار می‌گیرد. زیرا در حل عددی، منابع مختلف خطا مانند منفصل سازی^{۱۳} معادلات حاکم، حل دستگاه معادلات حاصله و انتخاب تابع تقریب^{۱۴} وجود دارند.

د - حل تحلیلی در صورت استخراج شدن، قابل اعتماد بوده ولی در روش عددی همگرایی تضمین شده نمی‌باشد.

ه - حل تحلیلی ارتباط بین پارامترهای مختلف و وابستگی آنها را به هم نشان می دهد، در صورتیکه این ارتباط در روش عددی مشهود نیست.

همچنین در مقایسه روش های تحلیلی و تجربی میتوان اظهار داشت که ضرایب، پارامترها و توان آنها در فرمولهای تجربی^{۱۵}، بر اساس تحلیل بدون بعد و داده های آزمایشگاهی حاصل شده و امکان پی بردن به رابطه دقیق بین پارامترها فراهم نمی‌باشد. زیرا روابط تجربی بر اساس رسم بهترین منحنی بر روی یک سری از داده ها بدست می آیند. ولی در مقابل، نحوه وابستگی پارامترها به یکدیگر بطور دقیق در فرمولهای ریاضی بدست آمده، آشکار است و این روابط شناخت کاملی را نسبت به پدیده فراهم می‌کنند. به عنوان مثال، در حل تحلیلی بالاروی موج میتوان نشان داد که بالاروی وابسته به کدامیک از پارامترهای ارتفاع موج، عدد موج، طول موج و ... بوده و هم چنین متناسب با توان چندم آن پارامتر می باشد.

هدف اصلی از این مطالعه، استخراج یک فرمول تحلیلی بالاروی برای امواج بلند نوسانی و تنهای ناشکنا روی ساحلهای چند شیبه با استفاده از معادلات خطی موج آب کم عمق می‌باشد. این فرمول با بسط حل تحلیلی بالاروی موج [۱] Keller & Keller (برای امواج نوسانی) و [۲]

از ساحل، g (شتاب ثقل) و ρ (چگالی آب) بی بعد گشته است. [۲] Synolakis. در رابطه فوق $\eta = \frac{\eta^*}{d}$ دامنه موج از سطح آزاد، $h = \frac{h^*}{d}$ عمق آب، $t = \frac{t^*g}{d}$ زمان و $x = \frac{x^*}{d}$ فاصله از خط ساحل است. بالانویس ستاره نشان دهنده بعددار بودن پارامتر مربوطه است. در صورتیکه مطابق شکل (۱)، ساحلی مختلط با N شیب را در نظر بگیریم، حل تحلیلی معادله فوق در مناطق مختلف بصورت ذیل خواهد بود:

الف - منطقه I با عمق متغیر $h = f(x) \Rightarrow (x \leq x_1)$ در این منطقه، حل معادله (۱) که میتوان آن را به صورت $\eta_{tt} - (\eta_x h)_x = 0$ نوشت، مطابق رابطه ذیل خواهد بود. (رجوع شود به روش عمومی حل معادلات مشتقات جزئی اشترم لیوویل^{۱۶})

$$\eta_I(x,t) = BJ_0 [2k(x \cot \beta_1)^{1/2}] e^{-ikct} \quad (2)$$

ب- منطقه n با عمق متغیر که $n = II, \dots, N-1$ $(x_N \geq x \geq x_1) \Rightarrow h = f(x)$

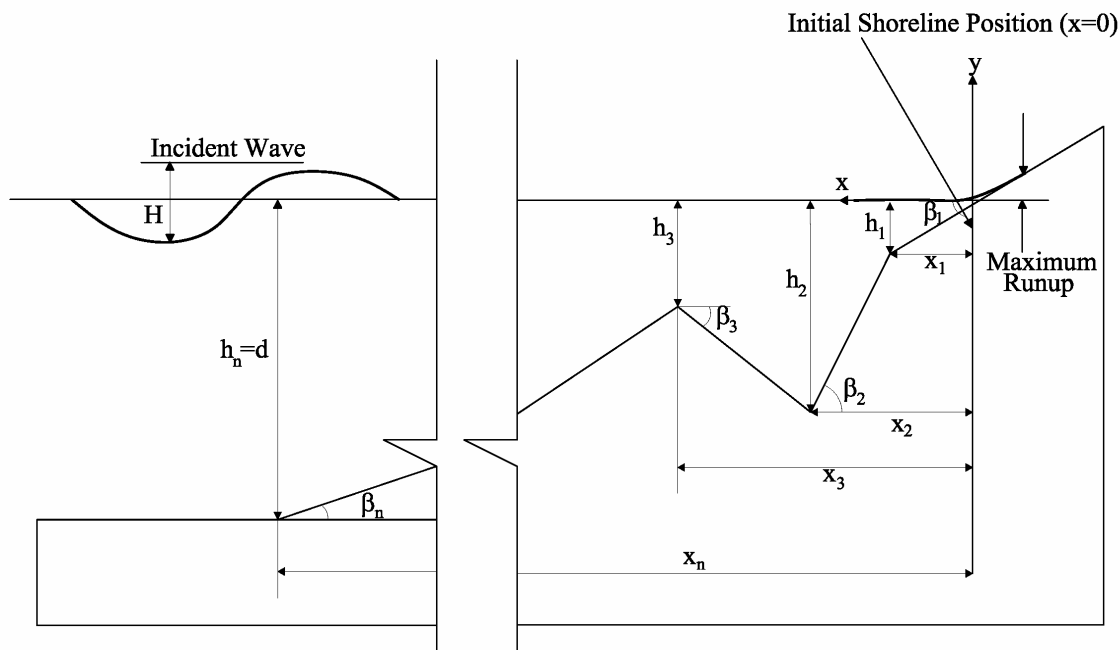
سواحل ساده غیر قابل نفوذ با روش اجزاء محدود و با استفاده از مدل موج بوسینسکی تحلیل کرده است. هم چنین محققین دیگری با استفاده از روش های عددی، بالاروی موج را با در نظر گرفتن مرز متحرک بررسی کرده اند. ولی از آنجا که هدف از این تحقیق، ارائه حل تحلیلی بالاروی موج بوده، از ذکر آنها خودداری می شود. اندازه گیری آزمایشگاهی نیز از جمله روش های بکار گرفته شده جهت استخراج معادلات تجربی بالاروی است. از جمله محققینی که به این امر مبادرت کرده اند میتوان به [۶] Camfield & Street اشاره کرد که داده هایی را روی سواحل یک شیبه بدست آورده اند.

معادلات حاکم

معادله خطی بی بعد موج آب کم عمق، از معادله غیر خطی موج آب کم عمق به صورت ذیل بدست می آید.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} h \right) = 0 \quad (1)$$

که استخراج آن در مرجع [۷] Mei ارائه شده است. در این رابطه کلیه پارامترها نسبت به d (عمق ثابت آب دور



شکل ۱: نمای کلی شیب ساحل.

میباشد. B ، C_n و D_n نیز ضرایب مجهول می باشند. با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب، میتوان ضریب B را که در معادله (۱) جهت برآورد بالاروی مورد نیاز است، بدست آورد. این شرایط از آنجا بدست می آید که شیب و ارتفاع موج در فصل مشترک دو منطقه باید با هم مساوی باشند یعنی:

$$\eta_m(x,t) = \eta_{m+1}(x,t) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \eta_m(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{m+1}(x,t)}{\partial x} \quad (6)$$

که $m = I, \dots, N-1$ با جایگزینی از معادلات (۲) الی (۴) در معادلات (۵) و (۶) و حل $2(N-1)$ معادله مجهولی، مقدار B بدست می آید.

استخراج معادله بالاروی امواج بلند ناشکنا روی سواحل دو شیبه

همانگونه که قبلا ذکر گردید [۱] Keller & Keller حل تحلیلی بالاروی را برای امواج نوسانی روی

با استفاده از روش عمومی حل معادلات مشتقات جزئی اشترم لیوویل، حل معادله (۱) در این منطقه بصورت ذیل میباشد.

$$\eta_n(x,t) = C_n J_0 \{2k[(x+l_n) \cotg(\beta_n)]^{1/2}\} e^{-ikct} + D_n Y_0 \{2k[(x+l_n) \cotg(\beta_n)]^{1/2}\} e^{-ikct} \quad (3)$$

ج - منطقه N با عمق ثابت

$$(x > x_N) \Rightarrow h = \text{Const.} = \frac{d}{d} = 1$$

در این منطقه، معادله (۱) را میتوان به صورت

$$\eta_{tt} - \eta_{xx} = 0$$

نوشت که حل عمومی آن به روش جداسازی متغیرها عبارت خواهد بود از:

$$\eta_N(x,t) = A_i e^{-ik(x+ct)} + A_r e^{ik(x-ct)} \quad (4)$$

که J_0 و Y_0 توابع بسل نوع اول و دوم، β_n زاویه شیب ساحل، k عدد موج، c سرعت انتشار موج، A_i دامنه موج دورا، A_r دامنه موج انعکاس یافته^{۱۷}، i عدد مختلط و $l_n = x_n$ فاصله محل شروع شیب منطقه m از خط ساحل

که سواحل یک شبیه ارائه کردند و [۲] Synolakis با استفاده از بسط فوریه، حل نوسانی مذکور را برای امواج تنها گسترش داد. لذا جهت استخراج معادله جامع بالاروی، در ابتدا حل تحلیلی این دو محقق به سواحل دو شبیه بسط داده می شود. (در اینجا، جهت اجتناب از نوشتن معادلات، تنها به مراحل بدست آوردن حل تحلیلی دامنه موج در خط ساحلی ($h = 0$ و $x = 0$) برای سواحل دو شبیه اشاره می شود.)

$$\Psi = [\varphi_{1,2} \varphi_{2,3} \theta_{2,5} \theta_{3,5}]$$

(۸)

$$\Omega = \varphi_{2,2} [\varphi_{1,1} J_{1,11} \theta_{2,3} + \varphi_{1,2} J_{0,11} \theta_{2,4}] \theta_{3,1} + \varphi_{2,3} [\varphi_{1,1} J_{1,11} \theta_{2,1} + \varphi_{1,2} J_{0,11} \theta_{2,2}] \theta_{2,2}$$

(۹)

$$\gamma = \varphi_{3,3} \left[\varphi_{2,2} (\varphi_{1,1} J_{1,11} \theta_{2,3} + \varphi_{1,2} J_{0,11} \theta_{2,4}) \theta_{3,3} + \varphi_{2,3} (\varphi_{1,1} J_{1,11} \theta_{2,1} + \varphi_{1,2} J_{0,11} \theta_{2,2}) \theta_{3,4} \right]$$

(۱۰)

$$\theta_{i,1} = J_{0,ii} Y_{0,(i-1)i} - J_{0,(i-1)i} Y_{0,ii}$$

$$\theta_{i,2} = J_{1,(i-1)i} Y_{0,ii} - J_{0,ii} Y_{1,(i-1)i}$$

$$\theta_{i,3} = J_{1,ii} Y_{0,(i-1)i} - J_{0,(i-1)i} Y_{1,ii}$$

$$\theta_{i,4} = J_{1,(i-1)i} Y_{1,ii} - J_{1,ii} Y_{1,(i-1)i}$$

$$\theta_{i,5} = J_{1,(i-1)i} Y_{0,(i-1)i} - J_{0,(i-1)i} Y_{1,(i-1)i}$$

$$J_{i,jk} = J_i \left[2k \sqrt{\cot g \beta_k (x_j + l_k)} \right]$$

$$Y_{i,jk} = Y_i \left[2k \sqrt{\cot g \beta_k (x_j + l_k)} \right]$$

(۱۱)

با توجه به مقدار B بدست آمده برای سواحل سه شبیه، می توان مقدار آن را برای سواحل n شبیه بصورت ذیل استخراج نمود.

$$B_n = \frac{2A_i e^{-ikx_n} \Psi_n}{\Omega_n - i\gamma_n}$$

(۱۲)

که

$$\Psi_n = \Psi_{n-1} \varphi_{(n-1),n} \theta_{n,5}$$

$$\Omega_n = \gamma_{n-1} \theta_{n,1} + \varphi_{(n-1),n} \Omega_{n-1} \theta_{n,2}$$

$$\gamma_n = \varphi_{n,3} [\gamma_{n-1} \theta_{n,3} + \varphi_{(n-1),n} \Omega_{n-1} \theta_{n,4}]$$

(۱۳)

بنابراین با استفاده از رابطه (۱۲) میتوان مقدار بالاروی را برای امواج نوسانی و تنها روی سواحل چند شبیه بدست آورد. البته همانطوریکه قبلا ذکر گردید این بالاروی در

سواحل دو شبیه (مطابق شکل (۱) اگر تنها دو شیب اول در نظر گرفته شود)، با استفاده از معادلات ۲، ۳ و ۴، معادله ارتفاع موج در هر یک از سه ناحیه I، II و III بدست می آید. سپس بازاها هر یک از نقاط l_1 و l_2 که برترتیب در فصل مشترک ناحیه I با II و ناحیه II با III قرار دارند، دو شرط مرزی ۵ و ۶ نوشته می شود. در نتیجه یک دستگاه چهار معادله چهار مجهولی بدست می آید که از حل آن مقدار B حاصل می شود.

بالاروی امواج بلند ناشکنا روی سواحل n شبیه

در این بخش حل تحلیلی بالاروی در سواحل چند شبیه بدست می آید. بدین منظور در ابتدا معادله (۱) روی ساحل سه شبیه حل گشته و سپس با مقایسه حل تحلیلی سواحل تک شبیه، دو شبیه و سه شبیه و استفاده از روش استقراء، بعد از انجام یک سری از عملیات جبری و ساده سازی ها، فرمول کلی بالاروی برای سواحل n شبیه ارائه می گردد. روش بکار گرفته شده برای سواحل سه شبیه مانند سواحل دو شبیه است، با این تفاوت که سواحل سه شبیه مطابق شکل (۱) (اگر تنها سه شیب اول در نظر گرفته شود)، شامل چهار ناحیه I، II، III و IV و سه فصل مشترک l_1 ، l_2 و l_3 می باشند. لذا با در نظر گرفتن دو شرط مرزی بازاها هر فصل مشترک دو شیب متوالی، یک دستگاه شش معادله شش مجهولی حاصل می شود که با حل آن مقدار B برابر مقدار ذیل بدست می آید:

$$B = \frac{2A_i e^{-ikx_x} \Psi}{\Omega - i\gamma}$$

(۷)

که H ارتفاع بدون بعد موج می باشد. با استفاده از روش بسط انتگرال فوریه، موج فوق را می توان به مجموعه ای از امواج نوسانی تبدیل می شود که دامنه هر یک از معادله زیر بدست می آید، [۲] Synolakis.

$$A_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(k) e^{-ikt} dk \quad (17)$$

که

$$\phi(k) = \frac{2}{3} k \cos \operatorname{ech}(\alpha k) e^{ikx}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2\gamma}$$

$$\gamma = \sqrt{0.75H} \quad (18)$$

در روابط فوق x موقعیت تاج موج تنها روی محور x ها در زمان $t=0$ می باشد. با جایگذاری B از معادله (۱۲) در معادله (۲) و بر اساس دامنه موج دورا A_i که از معادله (۱۷) حاصل میشود، مقدار دامنه یک موج تنها که بر روی یک ساحل چند شبیه بالا می رود، در محل اولیه خط ساحلی (بالا روی) برابر است با:

$$\eta(0, t) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\phi(k) e^{-ik(ct+x_n)} \psi_n dk}{\Omega_n - i\gamma_n} \quad (19)$$

حل عددی بالاروی موج

برای کنترل نتایج حاصل از حل تحلیلی، از یک مدل تفاضل محدود جهت حل معادلات خطی موج آب کم استفاده می شود. با دانستن η در زمان $(k-1)\Delta t$ ، از روش اولر رو به جلو جهت گسسته سازی معادله استفاده می شود. بنابراین در هر گام زمانی، متغیر η باید در نقاط مختلف دامنه تعیین گردد که این نقاط عبارتند از مرزهای سمت چپ و راست شبکه محاسباتی و نقاط داخلی.

الف - مرز سمت چپ شبکه محاسباتی

این مسئله یک مسئله مقادیر مرزی و مقادیر اولیه می باشد، زیرا از یک طرف مقدار η را در هر گام زمانی بر حسب معادله موج دور از ساحل روی مرز سمت چپ می دانیم، (مقدار دامنه در گام زمانی $(k-1)\Delta t$) روی مرز ورودی داده شده است) و از طرف دیگر مشخصات

واقع دامنه موج در محل خط ساحلی ($x=0$) یعنی در محلی که عمق آب برابر صفر است، می باشد.

امواج نوسانی

هدف از این بخش، تعیین میزان بالاروی برای یک موج نوسانی روی ساحل چند شبیه می باشد. یک موج ساده نوسانی، با دوره نوسان و ارتفاع آن در آب عمیق مشخص می شود. تعیین میزان بالاروی برای این موج، امکان پیش بینی بالاروی امواج با اشکال دلخواه را فراهم می سازد. این امر با بسط موج دورا با هر شکلی، به مجموعه ای از موجهای نوسانی (با استفاده از سری فوریه)، صورت می گیرد. از آنجایی که تحلیل بر اساس تئوری خطی است، نتایج را می توان با یکدیگر جمع کرد تا بالاروی امواج با هر پروفیلی بدست آید.

بالاروی امواج نوسانی روی سواحل چند شبیه با تعیین مقدار B و جایگزینی آن در معادله (۲) بدست می آید. برای یک موج نوسانی دور از ساحل به صورت

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} e^{-ik(x+ct)} \quad (14)$$

که $H = \frac{H^*}{d}$ ارتفاع بدون بعد موج می باشد، مقدار دامنه در خط اولیه ساحلی (بالاروی) برابر است با:

$$\eta(0, t) = \frac{He^{-ik(ct+x_n)} \psi_n}{\Omega_n - i\gamma_n} \quad (15)$$

امواج تنها

امواج نوسانی با قله و کاو می باشند، در صورتیکه یک موج تنها اولاً نوسانی نبوده و ثانیاً بدون کاو است. این موج کاملاً در بالای سطح ایستابی قرار گرفته و تنها یک قله دارد و دامنه آن در بی نهایت به صفر میل می کند. برای نواحی آب کم عمق، با استفاده از امواج تنها می توان بعضی از پدیده های امواج بلند را بخوبی پیش بینی کرد که از آن میان می توان به بالاروی اشاره نمود. همانطوریکه می دانیم، معادله یک موج تنها که در آب با عمق ثابت منتشر می شود، بصورت ذیل است.

$$\eta(x, t) = H \operatorname{sech}^2[\gamma(x - ct)] \quad (16)$$

بر اساس معادلات منفصل شده فوق، بالاروی امواج نوسانی و تنها (مقدار دامنه موج در خط ساحلی) روی سواحل تک شیبه و چند شیبه برای چند حالت به روش عددی بدست می آید که با نتایج حاصل از روش تحلیلی مقایسه می شود، (اشکال ۲، ۴ و ۵). شکل (۲) بالاروی یک موج نوسانی با $T = 40$ روی یک ساحل دو شیبه را نشان می دهد که با دو روش تحلیلی و عددی بدست آمده است. در این شکل مشاهده می شود که میزان بالاروی تحت تاثیر شیب اول بوده و شیب دوم با اینکه در دامنه ۱:۱۰ الی ۱:۱۰۰ تغییر می کند، روی مقدار بالاروی اثر چندانی نداشته و مقدار آن تقریباً ثابت می ماند. هم چنین از این شکل می توان مشاهده کرد که مقدار بالاروی در حل تحلیلی کمتر از حل عددی بوده و آن احتمالاً به علت خطای محاسباتی می باشد. اختلاف دو روش تحلیلی و عددی در زمان های اولیه به آن علت است که در روش عددی موج نیاز به یک فاصله زمانی دارد تا به خط ساحلی برسد. شکل (۳) ماکزیمم بالاروی یک موج تنها با $H = 0.1$ روی سواحل دو شیبه را بر حسب پارامترهای بدون بعد $h_1 = \frac{h_1^*}{d}$ و $x_1 = \frac{x_1^*}{d}$ در حالت کلی و در صورتیکه مقدار بی بعد x_2 ثابت باشد، نشان می دهد. h_1 عمق آب در نقطه x_1 و $\eta_{\max}(x=0)$ حداکثر بالاروی است. همانگونه که ملاحظه می شود میزان بالاروی ماکزیمم وقتی حادث می گردد که شیب دوم برابر شیب اول باشد. شکل (۴) بالاروی یک موج نوسانی ناشکنا با $T = 20$ و $H = 0.1$ را روی یک ساحل با شیب های مختلف نشان می دهد. خط پیوسته نشان دهنده نتایج روش تحلیلی و خط چین نشانگر نتایج روش عددی است. از این شکل مشاهده می شود که نتایج دو روش تقریباً با یکدیگر مساوی بوده و این تاییدی بر درستی رابطه استخراج شده می باشد. در شکل (۵) نیز بالاروی یک موج تنها با ارتفاع موجی برابر با $H = 0.1$ با شیبهای متفاوت، با فرض آنکه موج نشکند، نشان داده شده است. در اینجا نیز نزدیکی نتایج عددی و تحلیلی، درستی فرمول بدست آمده را اثبات میکند.

موج دور از ساحل در زمان $t = 0$ معلوم است. در ضمن باید تأکید شود که مرز سمت چپ به اندازه کافی از ساحل دور در نظر گرفته می شود تا انعکاس موج روی آن تأثیر نگذارد. در غیر این صورت می بایستی در هر گام زمانی اثر موج انعکاس یافته را روی مقدار η در مرز سمت چپ منظور کرد.

ب - نقاط داخل شبکه محاسباتی

با استفاده از تفاضل محدود مرکزی در زمان و مکان، معادله (۱) بصورت ذیل منفصل می شود:

$$\frac{\eta_i^n - 2\eta_i^{n-1} + \eta_i^{n-2}}{\Delta t^2} = \frac{\eta_{i+1}^{n-1} - 2\eta_i^{n-1} + \eta_{i-1}^{n-1}}{\Delta x^2} h_i + \left(\frac{\eta_{i+1}^{n-1} - \eta_{i-1}^{n-1}}{2\Delta x} \right) \left(\frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{2\Delta x} \right) \quad (20)$$

که به معادله زیر تبدیل می شود:

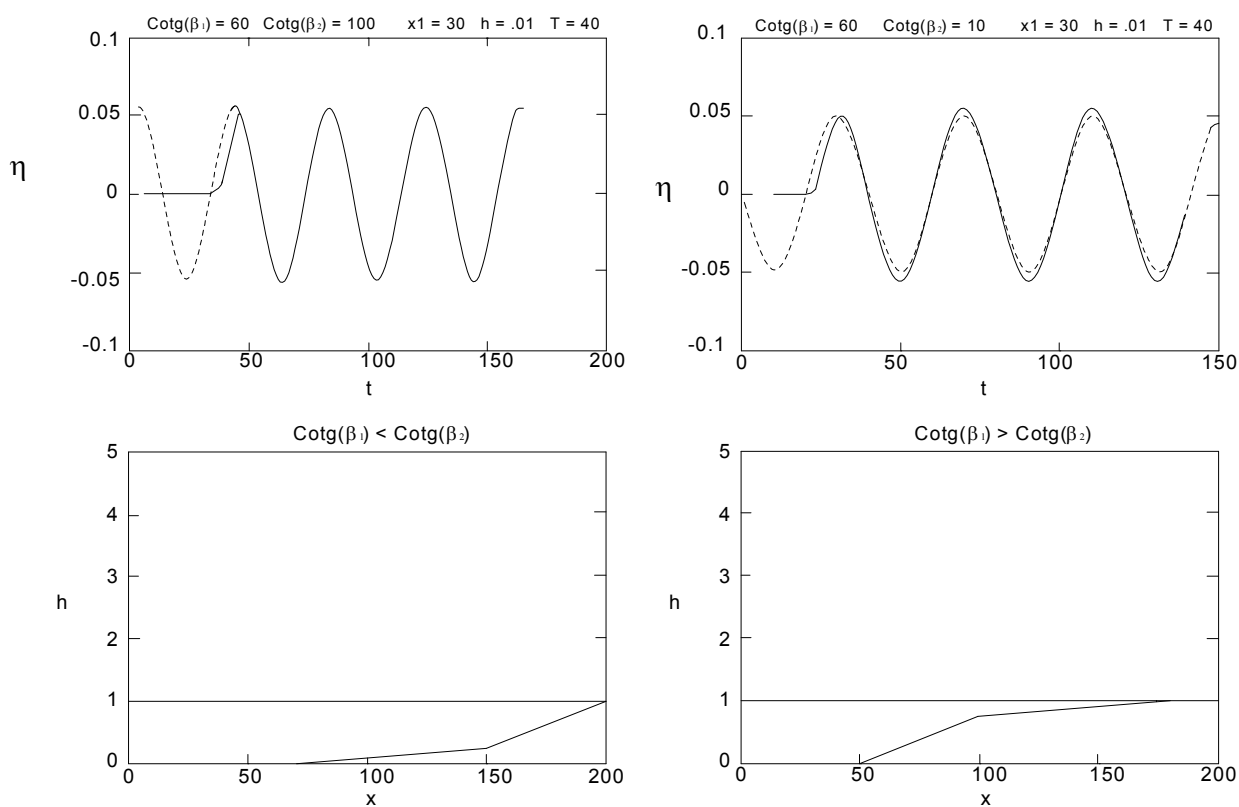
$$\eta_i^n = \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \left[(\eta_{i+1}^{n-1} - 2\eta_i^{n-1} + \eta_{i-1}^{n-1}) d_i + 0.25 \right] * \left[(\eta_{i+1}^{n-1} - \eta_{i-1}^{n-1}) (h_{i+1} - h_{i-1}) \right] + 2\eta_i^{n-1} - \eta_i^{n-2} \quad (21)$$

در نتیجه مقدار η را میتوان در نقاط داخلی شبکه با دانستن مقادیر دو گام زمانی قبل، به روش صریح و بدون نیاز به حل دستگاه معادلات بدست آورد.

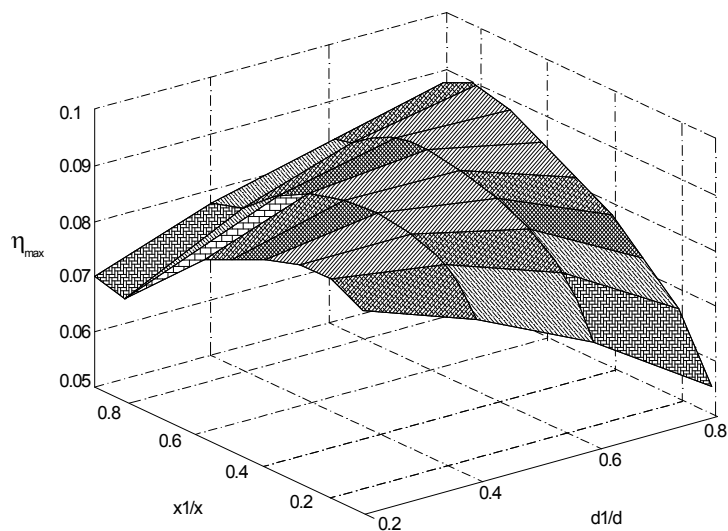
ج - مرز سمت راست شبکه محاسباتی

از آنجایی که روی مرز سمت راست از تفاضل محدود مرکزی نمی توان استفاده نمود، لذا برای منفصل سازی η_{xx} از اختلاف رو به عقب استفاده می شود که معادله گسسته شده آن به صورت زیر است. همچنین می توان از روش مشخصه نیز جهت تعیین مقدار دامنه روی مرز سمت راست استفاده کرد.

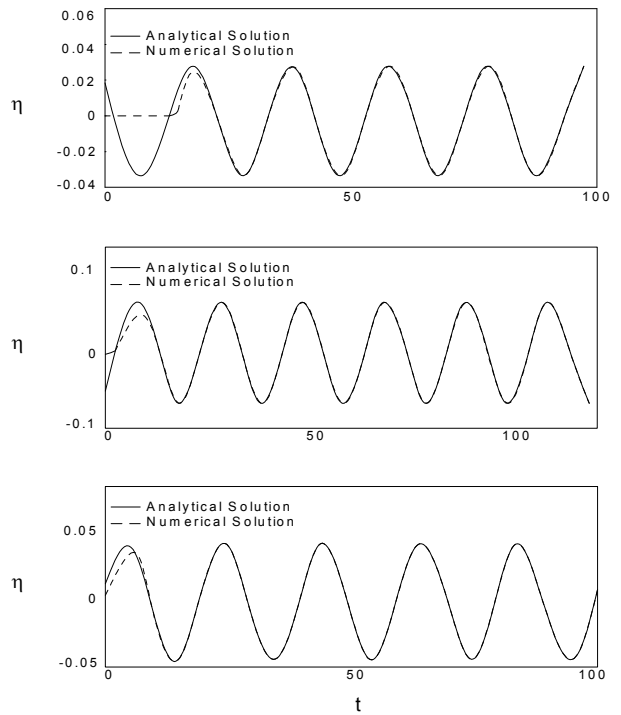
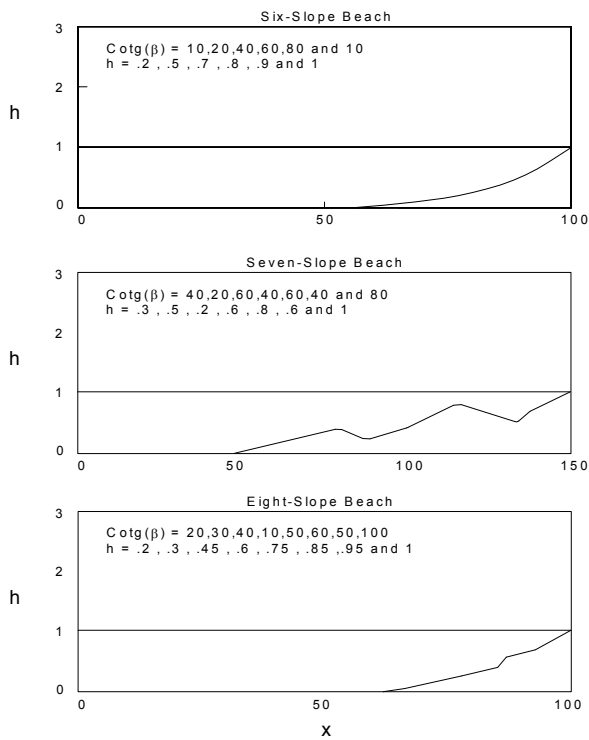
$$\frac{\eta_i^n - 2\eta_i^{n-1} + \eta_i^{n-2}}{\Delta t^2} = \left(\frac{\eta_i^{n-1} - \eta_{i-1}^{n-1}}{\Delta x} \right) \left(\frac{-h_{i-1}}{\Delta x} \right) \quad (22)$$



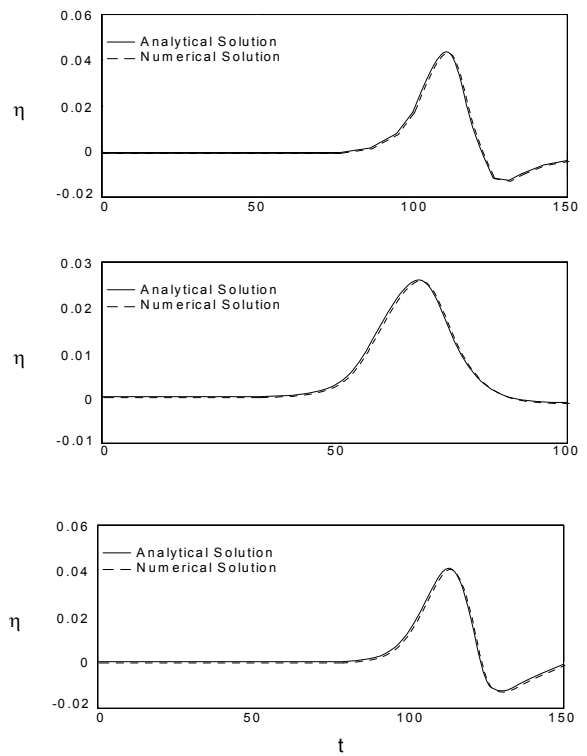
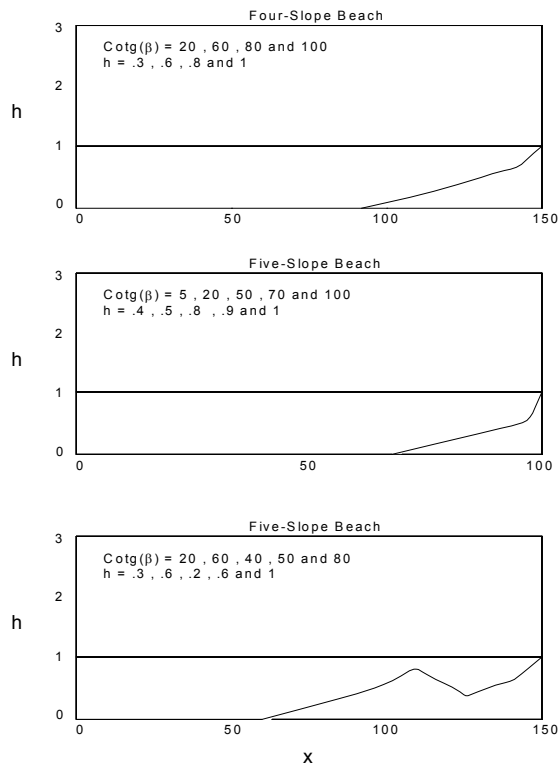
شکل ۲: مقایسه بالاروی موج نوسانی با $T=40$ روی ساحل دو شیبه بر اساس روش تحلیلی و حل عددی (دو نمونه فوقانی) خط ممتد نتایج روش عددی و خط چین نتایج روش تحلیلی است. دو شکل پایین مقطع ساحل متناظر با شکل بالا را نشان می دهد.



شکل ۳: ماکزیمم بالاروی موج تنها روی یک ساحل دو شیبه نسبت به $\frac{x_1}{d}$ و $\frac{d_1}{d}$ در صورتیکه x_2 مقداری ثابت باشد. $d_1 = h_1$ عمق آب ساکن در نقطه x_1 می باشد و $\eta_{\max}(x=0)$ حداکثر بالاروی است.



شکل ۴: بالاروی موج تناوبی با $T=20$ و $H=0.01$ برای شیب های متناوب با فرض آنکه موج نشکند. خط پر و خط چین به ترتیب نشان دهنده حل تحلیلی و عددی می باشند. نمودارهای سمت چپ، مقطع ساحل مربوطه را نشان می دهند.



شکل ۵: بالاروی موج تنها با $H=0.01$ برای شیبهای متناوب با فرض آنکه موج نشکند. خط پر و خط چین به ترتیب نشان دهنده حل تحلیلی و عددی می باشند. نمودارهای سمت چپ مقطع ساحل مربوط به نتایج سمت راست را نشان می دهند.

نتایج تجربی

تعدادی مشاهده تجربی نیز جهت تعیین میزان بالاروی موج برای طیف محدودی از شیب ها، توسط محققان مختلفی صورت گرفته است. این تجربیات در کانال های آزمایشگاهی با کف افقی که قسمتی از آن در یک انتها دارای شیب های متفاوت است، انجام شده است. جهت تحلیل مناسب تری از اثر ترکیبی شیب های مختلف روی بالاروی امواج و مقایسه نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی، لازم است تا امکانات انجام آزمایشات با انعطاف بیشتری را تهیه کرد تا برای ترکیب مختلف شیب ها و شیب های طولانی تر کاربرد داشته باشد. سپس مشاهدات تجربی حاصل را می توان جهت بررسی میزان اعتبار معادلات استخراج شده فوق مورد استفاده قرار داد.

با مقایسه نتایج ناشی از اندازه گیری های آزمایشگاهی Keller & Keller [۱] و Synolakis [۲] و Saville [۸] با نتایج تحلیلی، میزان اختلافی کمتر از ۱۰٪ در بالاروی ماکزیمم مشاهده می گردد. برای مثال در ساحل ساده (تک شیبه) با شیبی برابر ۳٫۶ درجه و برای یک موج نوسانی با $T = 4 \text{ sec}$ Keller & Keller [۱] ضریب تشدید دامنه را در آزمایشگاه برابر ۸ بدست آوردند، در صورتیکه Synolakis [۲] مقدار آن را در روش تحلیلی ۷٫۴ بدست آورد.

در مقایسه ای که در این تحقیق انجام شد، برای ساحل دو شیبه ای با شیبهایی برابر با ۱:۱۰ و ۱:۲، $d^* = 25 \text{ cm}$ (پاشنه ساحل)، $h^* = 10 \text{ cm}$ (محل تغییر شیب)، $H^* = 4 \text{ cm}$ (ارتفاع موج) و $T = 4.5$ ثانیه (پریود موج)، بالاروی با روش بسط تحلیلی برای ساحل دو شیبه برابر ۷٫۵cm بدست آمد، در صورتیکه این مقدار توسط [۸] Saville برابر ۸٫۳ cm بود.

نتیجه گیری

در این تحقیق معادله بالاروی به روش تحلیلی برای سواحل n شیبه با استفاده از معادلات موج آب کم عمق خطی استخراج گردید. سپس با استفاده از روش عددی اختلاف محدود، معادله فوق حل و نتایج با هم مقایسه گردیدند. البته باید توجه داشت که بالاروی بدست آمده در این تحقیق، در حقیقت دامنه موج در خط ساحلی اولیه می باشد و نه مسیر حرکت خط ساحل. برای بدست آوردن جواب دقیق تری برای پارامتر بالاروی، حل تحلیلی معادله حاکم موج آب کم عمق خطی، بایستی برای دامنه $0 > x$ انجام شود.

همانگونه که از حل تحلیلی مشاهده می شود، رابطه تحلیلی بدست آمده که نشان دهنده حل دقیق است، به ارائه کامل ارتباط بین پارامترهای مختلف می پردازد و وابستگی آنها را به هم نشان می دهد. با توجه به روابط بدست آمده، نتایج ذیل برای امواج پریودیک و تنها در سواحل چند شیبه مشهود است:

ماکزیمم بالاروی $\eta_{\max}(0, t)$ درامواج پریودیک و تنها بستگی به ارتفاع موج H ، طول موج و پریود، L و T در امواج پریودیک) و شیبهای کف $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ دارد و اثر هر یک از آنها به شرح ذیل می باشد.

الف- هنگامیکه پارامترهای H در امواج تنها و یا پارامترهای L, H و T در امواج پریودیک ثابت باشند، با کاهش هر یک از شیبهای کف، میزان بالاروی افزایش می یابد. البته اثر $\beta_i, (i = 2, 3, \dots, n)$ کمتر از β_1 می باشد. البته همانگونه که ذکر گردید نتیجه فوق مادامی که موج نشکند قابل استناد میباشد.

ب- هنگامیکه $\beta_i, (i = 1, 2, \dots, n)$ و L و T (در امواج پریودیک) ثابت باشند، با افزایش H ، بالاروی بصورت خطی افزایش می یابد.

مراجع

- 1 - Keller, Joseph, B. and Keller, Herbert, B. (1964). "Water wave run-up on a beach." *Service Bureau Corporation*, New York, N.Y.
- 2 - Synolakis, C. E. (1987). "The runup of solitary wave." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 185, PP.523-545.
- 3 - Kanoglu, U. and Synolakis, C. E. (1998). "Long wave runup on piecewise linear topographies." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 374, PP. 1-28.
- 4 - Pedersen, G. and Gyevike, B. (1983). "Run-up of solitary waves." *L. Fluid Mech.*, Vol. 135, PP.283-299.
- 5 - Zelt, Z. A. (1986). "The response of harbors with sloping boundaries to long wave excitation." *Rep. KH-R-47.W.M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources*. California Institute of Technology, Pasadena, CA. PP. 318.
- 6 - Camfield, F. E. and Street, R. L. (1969). *Shoaling of solitary waves on small slopes*. Department of Civil Engineering, Stanford University.
- 7 - Mei, Chiang, C. (1989). *The applied dynamics of ocean waves*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., USA.
- 8 - Saville, T. Jr. (1958). "Wave runup on composite slopes." *Proc.6th Conf. on Coastal Eng.*, PP. 691-699.
- 9 - Carrier, G. F. and Greenspan, H. P. (1985). "Water waves of finite amplitude on sloping beach." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 17, PP. 97-110.
- 10 - Synolakis, C. E. (1986). *The runup of long waves*. California Institute of Technology, Pasadena, California, 91125.
- 11 - Svendsen, I. A. and Grilli, S. (1989). *The propagation and runup of solitary waves on steep slopes*. University of Delaware, Newark-DEX 19716,USA.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

-
- 1 - Wave Runup
 - 2 - Non-Breaking Long Waves
 - 3 - Multi- Slope Beaches
 - 4 - Analytical Formula
 - 5 - Periodic Waves
 - 6 - Solitary Waves
 - 7 - Shore Line
 - 8 - Linear Shallow Water Wave Equations
 - 9 - Simple One Slope Beaches
 - 10 - Amplification Factor
 - 11 - Incident Wave Height
 - 12 - Experimental Methods
 - 13 - Discretization
 - 14 - Approximate Function
 - 15 - Empirical Equations
 - 16 - Sturm-Liouville Equation
 - 17 - Reflected Wave Height
-