

## کاربرد معادلات مالتی کوآدریک در مثلث بندی هوایی<sup>۱</sup>

### اشرف السادات قریشی

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

### علی عزیزی

دانشیار گروه مهندسی نقشه برداری - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۰/۶/۲۸، تاریخ تصویب ۸۲/۱/۴)

### چکیده

با توجه به توسعه علوم که بر مبنای موقعیت عمل می کنند، نیاز به روشی دقیق جهت تعیین مختصات، حائز اهمیت می باشد. در این بین فتوگرامتری و در طی آن عملیات مثلث بندی می تواند به کمک ترانسفورماسیون هایی با حداقل نقاط کنترل و صرف کمترین هزینه و زمان، مختصات زمینی نقاط فرعی را با دقت بالایی برآورد کند. در این مرحله ترانسفورماسیون هایی نظیر چندجمله ایها، معادلات شرط هم خطی و... مطرح می گردند. می توان از ترانسفورماسیون های دیگر همچون برخی از روشهای درونیایی نیز استفاده نمود. بطور نمونه تابع (MQ)<sup>۱</sup> علیرغم اینکه بسیار ساده در فهم می باشد و نیازی به خطی کردن ندارد، با تخصیص تابع وزن بر اساس فاصله نقاط از یکدیگر، موجب تعیین مجهولات با دقت خوبی می شود.

با توجه به نحوه خاص پراکندگی نقاط کنترل در مثلث بندی، در این تحقیق قابلیت معادلات MQ در بدست آوردن مختصات زمینی نقاط فرعی با استفاده از نقاط کنترل، تست و بررسی گردیده است. طی پیاده سازی الگوریتم مورد نظر نتایج حاصله بیانگر این مطلب است که روش MQ نسبت به روش مدل پیوسته دقیقتر بوده ولی دقت آن از دو روش مدل مستقل و دسته اشعه کمتر می باشد که می توان با استفاده از تکنیک هایی نظیر انتخاب چندجمله ای مناسب قابل اعمال قبل یا همزمان با حل سیستم معادلات MQ و یا وارد کردن پارامتر شکل مناسب، دقت را بهبود بخشید. همچنین در این تحقیق از معادلات MQ به عنوان یک تکنیک پس پردازش<sup>۲</sup> جهت کاهش خطای سیستماتیکی که در طول عملیات فتوگرامتری ممکن است ایجاد شود، استفاده شده است که چنانچه نقاط check طراحی شده جهت حذف این خطا دارای پراکندگی مناسب در منطقه مورد نظر باشند می توان تا حد زیادی خطای سیستماتیک را حذف نمود.

**واژه های کلیدی:** مثلث بندی هوایی، درونیایی، مالتی کوآدریک<sup>۳</sup>، پلی نومیال، پارامتر شکل، خطای سیستماتیک

### مقدمه

سیستم زمینی را بر عهده دارند. روش مدل مستقل بر مبنای تشکیل مدل است و شرط هم خطی و ارتباط مستقیم بین عکس و زمین اساس روش دسته اشعه می باشد. برخی دیگر از روشهای تقریب و درونیایی نظیر روش MQ می توانند به عنوان جایگزینی از روشهای متداول در محاسبات مثلث بندی باشند.

روش MQ در سال ۱۹۶۸ توسط Hardy پایه گذاری شد. وی از این معادلات جهت تولید یک نقشه توپوگرافی استفاده نمود. با توجه به اینکه در کاربردهای زمینی بهترین معادلات، فرمهای کوادراتیک است، معادلات MQ به خوبی می توانند هندسه و فیزیک زمین را در بر گیرند [۹]. پس از مطرح شدن تابع MQ تا کنون از آن در کاربردهایی نظیر مدل کردن ژئوئید، تعیین آنامولی جاذبه، بررسی حرکات پوسته زمین، هیدرولوژی، ژئولوژی و معدن، ترمیم تصاویر، تصحیح هندسی، موزاییک کردن

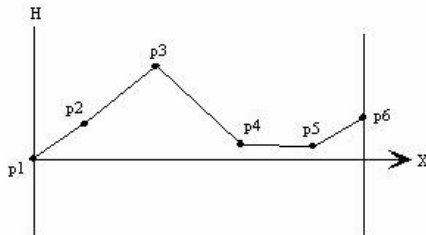
از دیرباز نقشه و استفاده از آن در کاربردهای مختلف مورد توجه واقع بوده است. در این راستا فتوگرامتری، از نظر دقت، سرعت و هزینه، روش مناسبی بوده و مثلث بندی به عنوان تکنیکی جهت تخصیص مختصات زمینی از نقاط کنترل به نقاط فرعی به عنوان یک پیش نیاز مهم در عملیات فتوگرامتری حائز اهمیت می باشد. بطور کلی مثلث بندی می تواند به سه طریق مکانیکی، نیمه تحلیلی و تحلیلی انجام گیرد. مبنای اصلی این محاسبات، ترانسفورماسیونهاست که با توجه به نوع مثلث بندی هوایی انجام شده، دقت مورد نظر و امکانات محاسباتی، مدل ریاضی مناسبی انتخاب می شود که انتظار لازم از محاسبات را برآورده سازد. سه فاز محاسباتی شناخته شده در روش تحلیلی، مدل پیوسته، مدل مستقل و دسته اشعه میباشد. در روش مدل پیوسته، چند جمله ایها<sup>۲</sup>، نمونه ای از یک روش درونیایی، انتقال مختصات به

$$H_i(x_i) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left[ (x_i - x_j)^2 \right]^{1/2} = \sum_{j=1}^n \alpha_j |x_i - x_j|$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

(۱)

مقادیر ارتفاعی  $H_i(x_i)$  در نقاط  $x_i$  برداشت شده اند (شکل (۱)) و  $\alpha_j$  ضرایب مجهولی هستند که بزرگی آنها، همواری یا شدت تغییرات شیب را نشان می دهند که به هر نقطه داده محدود می شود [۱۰].



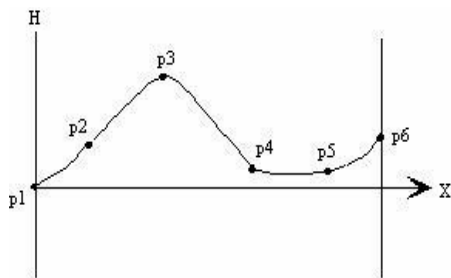
شکل ۱: درونیایی یک بعدی MQ در حالت  $\Delta = 0$ .

با جایگزینی یک هذلولی<sup>۵</sup> به جای قدر مطلق در معادله (۱) می توان داده ها را با یک منحنی پیوسته دیفرانسیل پذیر برازش داد:

$$H_i(x_i) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left[ (x_i - x_j)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

(۲)



شکل ۲: درونیایی یک بعدی MQ در حالت  $\Delta = 1$ .

در رابطه (۲)،  $\Delta$  به عنوان پارامتر شکل<sup>۶</sup> یک ثابت اختیاری است. در شکل (۲)،  $\Delta^2 = 1$  در نظر گرفته شده است. مقادیر خیلی بزرگ  $\Delta$  نسبت به مقادیر داده ها، باعث ایجاد استحکام کم<sup>۷</sup> در حل سیستم معادلات می شود. در هر صورت تعیین پارامتر شکل بهینه همچنان در حال بررسی است که روشهایی جهت برآورد آن بیان خواهد شد.

عکسهای هوایی، گرافیک کامپیوتری و ... استفاده گردیده است [۵-۳] و [۱۷-۱۶].

Hardy در یکی از مقالاتش [۱۰] حدود دهها مقاله را از محققان مختلف در زمینه های متفاوت کاربرد MQ مرور نموده است که علاقمندان می توانند به آن مراجعه کنند. از آنجا که توانایی های تابع MQ در بسیاری کاربردها جهت بازسازی سطوح مختلف ثابت گردیده است، استفاده از آن که تابع وزن را بر اساس فاصله نقاط کنترل از یکدیگر تعریف می کند، می تواند به عنوان یک روش ساده با دقت مناسب در مثلث بندی مطرح گردد. برخلاف برخی از روشهای متداول مثلث بندی، حل سیستم معادلات MQ به صورت یک مرحله ای و بدون نیازه مقادیر اولیه انجام می پذیرد.

بنابراین هدف اصلی این پروژه پس از بیان تئوری توابع MQ، بررسی قابلیت این روش در محاسبات مثلث بندی می باشد. بدلیل اینکه مثلث بندی عاری از خطای سیستماتیک نیست، لذا یکی دیگر از اهداف این تحقیق، استفاده از توابع MQ در رفع خطای سیستماتیک می باشد.

## معادلات اساسی MQ

پیش از اینکه به بیان معادلات اساسی MQ پرداخته شود لازمست بیان شود که درونیایی به عنوان شاخه ای از تقریب میتواند رفتار سطح مورد نظر را در دامنه نقاط داده شده تعیین کند. بر اساس نوع داده و تابع ریاضی بکار رفته، می توان روشهای درونیایی را به چهار دسته تقسیم بندی نمود [۲۰]:

درونیایی با استفاده از چند جمله ایها، درونیایی قطعه ماند(نظیر اسپلاین و اجزاء محدود)، درونیایی با استفاده از اتوکوریانس<sup>۴</sup> مکانی(نظیر Kriging)، درونیایی بر مبنای فاصله (نظیر Shepard و RBF).

با توجه به ناتوانی چندجمله ایها و بعضی توابع درونیایی در نمایش توپوگرافی زمین با استفاده از داده های پراکنده و قابلیت توابع کوادراتیک در برازش فیزیک و هندسه زمین، روش MQ (زیر شاخه ای از RBF) توسط Hardy در سال ۱۹۶۸ مطرح گردید. در مرحله اول، Hardy دریافت که توابع قدر مطلق می توانند پروفیل توپوگرافی را نشان دهند که رابطه آن در حالت یک بعدی به صورت زیر می باشد [۱۰]:

دو هدف عمده در اضافه کردن پلی نومیال به معادلات MQ وجود دارد :

- دو سیستم مختصاتی که تبدیل بین آنها می شود از نظر مقیاس و جهت به یکدیگر نزدیک می شوند .
- این کار به عنوان تقریب اولیه یا درونیابی اولیه جهت حذف بعضی اعوجاجات می باشد تا کیفیت نهایی نتایج افزایش یابد .

### تعیین پارامتر شکل

تعیین مقدار  $\Delta$  بستگی به نحوه پراکندگی و تعداد داده ها و کاربرد مورد نظر دارد [11] .

Hardy (۱۹۷۷) در حالتیکه داده های شبکه ای وجود دارد و هدف تهیه نقشه پو گرافی منطقه است ، رابطه زیر را جهت بدست آوردن پارامتر  $\Delta$  پیشنهاد میکنند [۱۰] :

$$\Delta^2 = 0.665d^2 \quad (7)$$

d فاصله نقاط شبکه است .

رابطه پیشنهادی Franke (۱۹۷۹) عبارتست از :

$$\Delta^2 = \left[ 1.25 \frac{D}{\sqrt{n}} \right]^2 \quad (8)$$

n : تعداد نقاط داده

d : قطر منطقه در برگیرنده نقاط .

جهت محاسبه ساده تر رابطه فوق ، Foley (۱۹۸۷) محدوده منطقه را بصورت مستطیل در نظر گرفت :

$$\Delta^2 = \left[ 4 \frac{A}{n} \right]^2 \quad (9)$$

که در آن :

$$A = (\max(x) - \min(x)) \cdot (\max(y) - \min(y))$$

رابطه زیر جهت تعیین پارامتر shape توسط Mitel'man

و Schul'min (۱۹۷۴) پیشنهاد شده است :

$$\Delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{n(n-1)} \quad (10)$$

Gopfert (۱۹۸۲) نیز رابطه زیر را بر مبنای ضریبی از کمترین فاصله نقاط کنترل بیان کرده است:

سیستم معادلات MQ به سه طریق تشکیل می گردد. روش کالوکیشن<sup>۸</sup> مطابق معادله (۲) می باشد. در روش کمترین مربعات<sup>۹</sup> مشتق جزئی H در معادله (۲) نسبت به X برابر صفر می شود [۹] :

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \left[ (x_i - x_j)^2 + \Delta^2 \right]^{-1/2} (x_i - x_j) = 0 \quad (3)$$

بدین معنی که سیستم معادلات این روش در حالت یک بعدی با اضافه کردن دو معادله شرط شیب به معادلات اولیه MQ تشکیل می گردد. با اضافه کردن این معادلات ، جابجائی افقی در نقاط min و max که همان نقاط داده هستند ، کمینه می شود .

در روش اسکولیتینگ<sup>۱۰</sup> می توان یک پلی نومیال درجه پایین به معادلات اصلی MQ اضافه نمود . در حالت یک بعدی به صورت زیر می باشد [۹] :

$$H_i(x_i) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left[ (x_i - x_j)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2} + \sum_{i=1}^m k_i x^i \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

با اضافه شدن M مجهول ضرایب چند جمله ای ، نیاز به M معادله می باشد تا سیستم معادلات قابل حل شود . این معادلات اضافی را میتوان به دو صورت ایجاد نمود .

- با مشتق گرفتن در جهت X و Y قرار دادن آن برابر صفر [۹] :

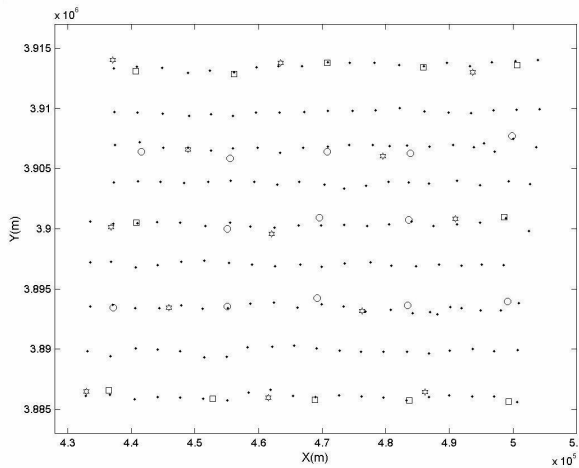
$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \left[ (x_i - x_j)^2 + \Delta^2 \right]^{-1/2} (x_i - x_j) + \sum_{i=1}^m i k_i x^{i-1} = 0 \quad (5)$$

- با اضافه کردن شرط ضرایب [۸] :

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j x^i = 0 \quad (6)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

افزودن پلی نومیال می تواند قبل و یا همزمان با حل سیستم معادلات مربوط به توابع MQ انجام گیرد.



شکل ۳: پراکندگی نقاط کنترل، عکسی و check.

□ نقطه کنترل مسطحاتی - ☆ نقطه check  
○ نقطه کنترل ارتفاعی \* نقطه عکسی

مثلث بندی مدل مستقل با استفاده از نرم افزار Fmblock موجود در سازمان نقشه برداری که بر مبنای روش دو مرحله ای مدل مستقل (۳ و ۴ م) می باشد انجام گردید. جهت انجام مثلث بندی به روش باندل مختصات عکسی قرائت شده، خروجی دستگاه تحلیلی DSR14، به عنوان ورودی نرم افزار PAT-B (مورد استفاده در سازمان نقشه برداری) معرفی گردید و بلوک اجسمنت انجام شد. نتایج مربوط به دقت این روشها در جدول (۱) ارائه شده است. از آنجا که فایل های خروجی دستگاه تحلیلی شامل مختصات نقاط در سیستم عکسی یا در سیستم مدل می باشد و با توجه به اینکه یکی از خصوصیات تابع MQ، global بودن آن است لازمست که ابتدا کلیه داده ها به یک سیستم مختصات واحد انتقال یابند، سپس معادلات MQ به آنها اعمال شود. به طور کلی می توان مراحل کاری را جهت برآورد مسطحاتی به صورت زیر در نظر گرفت:

- طبق معادله (۱۳)، یک پلی نومیال درجه پایین به نقاط کنترل برازش داده و ضرایب آن محاسبه می گردد.

$$X_G = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i c_{ij} X^{i-j} Y^j$$

$$Y_G = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i d_{ij} Y^{i-j} X^j$$

(۱۳)

n تعداد نقاط کنترل می باشد.

$$\Delta^2 = 0.6 \min \left( (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right) \quad (11)$$

Foley و Carlson (۱۹۹۰) بحث بردن داده ها به مقیاس [0,1] را مطرح نمودند و بر اساس آن الگوریتمی را جهت پیدا کردن مقدار بهینه  $\Delta$  پیشنهاد کردند [۲]. با توجه به مفاهیم اولیه معادلات MQ الگوریتم پیاده سازی این معادلات در مثلث بندی بیان و بر روی داده های واقعی تست خواهد شد.

## تست عملی

ابتدا مراحل پیاده سازی یک الگوریتم محاسبات مثلث بندی با استفاده از معادلات MQ تشریح گشته و نتایج آن با روشهای متداول مثلث بندی مقایسه می گردد. سپس نقش خطاها در مثلث بندی بطور مختصر ذکر شده و روشی بر مبنای MQ جهت کاهش خطای سیستماتیک پیاده سازی شده است.

با توجه به در دسترس بودن اطلاعات مناسب، منطقه ساوه انتخاب گردید که دارای خصوصیات زیر میباشد: ۷۷ عکس در ۴ باند با مقیاس ۴۰۰۰۰ : ۱ توسط دوربین RC20 (فاصله کانونی ۱۵۳/۲۴) در منطقه ای به ابعاد ۲۸۰۰۰ × ۶۰۰۰۰ کیلومتر مربع گرفته شد. این منطقه شامل ۲۱ نقطه کنترل مسطحاتی، ۷۳ نقطه کنترل ارتفاعی و ۱۳ نقطه چک<sup>۱۱</sup> می باشد (شکل ۳). در این تست، از دستگاه تحلیلی DSR14 جهت قرائت نقاط استفاده گردید.

از آنجائی که در مثلث بندی به روش مدل پیوسته، چند جمله ایها نقش اصلی را ایفا می کنند، ابتدا با اتصال مدل، نوار تشکیل گردیده و سپس با استفاده از چند جمله ایها نوارها به یکدیگر متصل شده و همزمان به سیستم زمینی انتقال می یابند. چند جمله ای<sup>۱۲</sup> های مورد استفاده در این تحقیق به صورت زیر می باشند:

$$\Delta X = a_0 + a_1 x + a_2 (x^2 - y^2) + b_1 y - 2b_2 xy$$

$$\Delta Y = a_1 y + 2a_2 xy + b_0 + b_1 x + b_2 (x^2 - y^2)$$

$$\Delta Z = c_0 + c_1 x + c_2 y + c_3 z + c_4 x^2 + c_5 y^2 + c_6 z^2 + c_7 x^3 + c_8 xy$$

(۱۲)

• مقدار جابجایی ها را بر روی مختصات درونیابی شده نقاط (با پلی نومیال) تاثیر داده و مختصات نهایی آنها،  $(X_f, Y_f)$ ، محاسبه میگردد (معادله (۱۹)).

$$(X_f, Y_f) = (x', y') + (dx, dy) \quad (19)$$

جهت محاسبه ارتفاع نقاط، مراحل فوق دقیقاً تکرار می شود با این تفاوت که باید از نقاط کنترل ارتفاعی استفاده گردد.

انجام MQ پس از مدل پیوسته دارای دو مزیت می باشد، یکی اینکه یکپارچه سازی بلوک انجام شده است و مختصات همه نقاط اعم از نقاط کنترل، نقاط check و نقاط عکسی (نقاط فرعی)، در یک سیستم موجود می باشد و دیگر اینکه پلی نومیال اولیه جهت نزدیک شدن دو سیستم نوار و زمینی اعمال شده است. دقت مطلق چهار روش فوق در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱: دقت مطلق در روشهای متداول مثلث بندی و روش MQ برای مؤلفه های مختصاتی.

RMSEZ (m)	RMSE Y (m)	RMS EX (m)	
۰/۹۲	۱/۹۴	۲/۳۷	روش مدل پیوسته
۰/۶۳	۰/۶۱	۰/۸۳	روش مدل مستقل
۰/۰۹	۰/۲۱	۰/۳۵	روش باندل
.	.	.	روش MQ

واضح است که دقت مطلق از جذر میانگین مربع اختلافات بین مختصات واقعی نقاط کنترل از مقدار محاسباتی آنها بدست می آید. جدول (۲) مقایسه بین روش MQ و سایر روشهای متداول مثلث بندی را از نظر دقت برآورد شده در نقاط چک ارائه می دهد.

با در نظر گرفتن نتایج ارائه شده در جدول (۲) و با توجه به سطح بالای دقت روش دسته اشعه در اجسمنت بلوک، این تکنیک به عنوان تکنیک اصلی فرض شده و جهت نمایش بهتر عملکرد معادلات MQ در مثلث بندی، اختلافات بین این دو روش در جدول (۳) ارائه گردیده است و شکل (۴) به صورت گرافیکی، این اختلاف را نشان می دهد.

$(x', y', z')$  و  $(X', Y', Z')$  مختصات سایر نقاط که پس از اعمال ضرایب پلی نومیال (۱۳) بدست می آیند.

• با تفاضل مقدار درونیابی شده مختصات نقاط کنترل از مقدار واقعی آنها بردار اختلافات (باقیمانده ها) تشکیل می گردد (معادله (۱۴)).

$$\begin{cases} dX = X_G - X' \\ dY = Y_G - Y' \end{cases} \quad (14)$$

• جهت تشکیل ماتریس ضرایب (F) نیاز به تعیین فاصله نقاط کنترل از یکدیگر می باشد:

$$F = [f_{ij}] = \left[ \left( X'_i - X'_j \right)^2 + \left( Y'_i - Y'_j \right)^2 \right]^{0.5} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

• پس از تشکیل سیستم معادلات، ضرایب MQ  $(n)$  ضرایب  $a_i$  و  $n$  ضرایب  $b_i$  با توجه به رابطه (۱۶) محاسبه می گردند.

$$\begin{bmatrix} dX_1 & dY_1 \\ dX_2 & dY_2 \\ \vdots & \vdots \\ dX_n & dY_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{11} & & & f_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ f_{n1} & & & f_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_n & b_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

با توجه به معادله فوق می توان دریافت که دقت مطلق نقاط کنترل برابر صفر می باشد.

• با محاسبه فاصله سایر نقاط از نقاط کنترل (معادله (۱۷)) و اعمال ضرایب MQ می توان میزان تصحیح به مختصات درونیابی شده با پلی نومیال اولیه را تعیین نمود (معادله (۱۸)).

$$f_j(x', y') = \left[ \left( x' - X'_j \right)^2 + \left( y' - Y'_j \right)^2 \right]^{0.5} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

و جابجایی عبارتست از:

$$\begin{aligned} dx &= f_1 a_1 + f_2 a_2 + \dots + f_n a_n \\ dy &= f_1 b_1 + f_2 b_2 + \dots + f_n b_n \end{aligned} \quad (18)$$

جدول ۲: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین مختصات نقاط چک حاصل از روشهای مثلث بندی با مقادیر واقعی آنها (dx، dy، dz).

dz(m)			dy(m)			dx(m)			
min	max	rms	min	max	rms	min	max	Rms	
-۵/۴	۶/۰۱	۳/۰۲	-۷/۱	۳/۱۴	۲/۱۰	-۶/۹	۲/۵	۲/۷	روش مدل پیوسته
-۳/۴۸	۵/۱	۴/۰	-۴/۷	۳/۸	۲/۰۴	-۲/۴۹	۲/۰۸	۱/۲۴	روش مدل مستقل
-۴/۱	۳/۶	۳/۳۷	-۲/۱	۳/۴	۱/۴	-۱/۶۰	۲/۱	۱/۲۱	روش باندل
-۶/۴۵	۵/۹۰	۳/۲۲	-۶/۰۱	۳/۱۴	۲/۰۹	-۵/۵	۳/۵	۲/۵	روش MQ

جدول ۳: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین مختصات نقاط فرعی حاصل از روش MQ با روش دسته اشعه (dx، dy، dz).

dx (m)	dy (m)	dz (m)	
۰/۹۲	۱/۹۴	۲/۳۷	min
۰/۶۳	۰/۶۱	۰/۸۲	max
۰/۰۹	۰/۲۱	۰/۳۵	rmse

جدول ۴: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف مختصات نقاط check حاصل از روش MQ با اعمال ترمهای مختلف پلی نومیال نسبت به مقادیر واقعی آنها (dx، dy، dz).

dz (m)			dy (m)			dx (m)			
min	max	rms	min	max	rms	min	max	rms	
-۴۷/۸	۱/۲۵	۳۶/۱	-۷/۲	۴۱/۴	۱۳/۸	-۹/۷	۱۱/۶	۴/۵	چند جمله ای درجه ۱
-۸/۸	۸/۲	۴/۷	-۱۲/۱	۲۰/۳	۷/۵	-۱۷/۱	۴/۳	۶/۷	چند جمله ای درجه ۲
-۸/۸	۴/۵	۳/۶	-۹/۳	۶/۷	۴/۳	-۶/۰	۴/۷	۲/۱	چند جمله ای درجه ۳
-۶/۴۵	۵/۹۰	۳/۲۲	-۶/۰۱	۳/۱۴	۲/۰۹	-۵/۵	۳/۵	۲/۵	چند جمله ای استاندارد (معادله (۱۲))

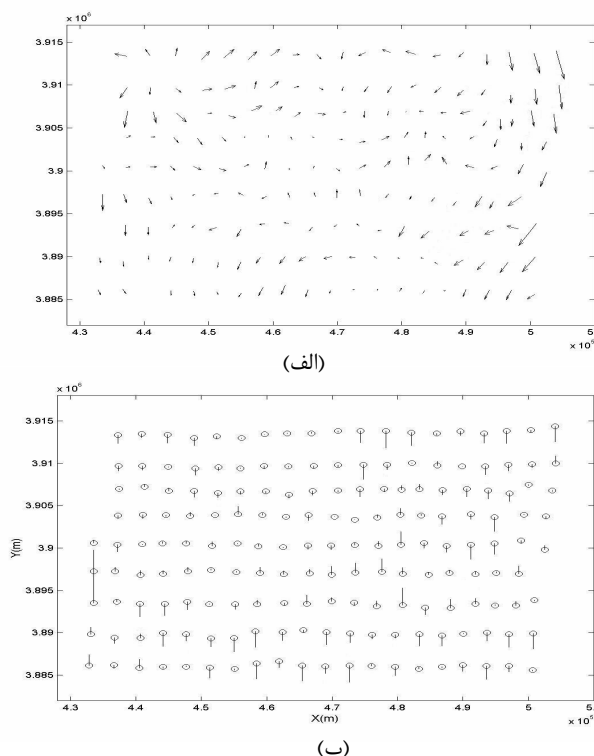
در نتیجه محاسبات می باشد.

بهترین جواب از ردیف چهارم جدول طبق معادله (۱۲) بدست آمد.

نکته دیگری که در معادلات MQ حائز اهمیت است مساله پارامتر شکل می باشد. همانطور که قبلا بیان گردید استفاده از مقدار مناسب آن می تواند جواب را بهتر کند و اگر به دقت انتخاب نشود تاثیر نامطلوبی بر نتیجه محاسبات بازسازی سطح مورد نظر خواهد گذاشت. در جدول (۵) از سه رابطه تعیین  $\Delta$  استفاده شده و نتایج آن

اگر اتصال نوارها با روش دقیقتری نسبت به پلی نومیالها انجام شود، ممکن است نتیجه محاسبات به روش باندل نزدیکتر شود و از ترند مشاهده شده در شکل (۴) کاسته شود. لازم به ذکر مجدد است که نقش پلی نومیالها در نتایج محاسبات مهم می باشد، لذا روش MQ با ترکیبهای مختلف ترمهای پلی نومیال بکار رفته در مدل پیوسته تست گردید و از هر درجه با دقت ترین آن انتخاب شده و نتایج در جدول (۴) ارائه گردیده است.

نتایج موجود در جدول (۴) تایید کننده تاثیر پلی نومیال



شکل ۴: بردار اختلاف محاسبات به روش MQ با روش دسته اشعه با بزرگنمایی ۵۰۰ برابر. (الف) مسطحاتی (ب) ارتفاعی.

روشهای متعددی جهت کاهش خطای سیستماتیک وجود دارد که همزمان و یا بعد از اجسمنت بلوک اعمال می گردند. می توان با استفاده از تکنیکی نظیر خود کالیبراسیون<sup>۱۴</sup>، همزمان با محاسبات مثلث بندی، خطاها را تا حد زیادی کاهش داد.

روش حاضر که بر مبنای معادلات MQ می باشد و بعد از اتمام اجسمنت روی داده ها با استفاده از نقاط check اعمال می شود، می تواند به عنوان یک تکنیک پس پردازش<sup>۱۳</sup> معرفی گردد. مراحل کاری به صورت زیر می باشد:

ابتدا بلوک به روش دسته اشعه محاسبه گردید، سپس با تغییر مقدار جابجایی مرکز اصلی دوربین به میزان  $\pm 0.2$  میلیمتر در مؤلفه های x و y آن و تغییر فاصله کانونی به اندازه ۸- میلیمتر که در فایل مربوط به کالیبراسیون دستگاه تحلیلی وجود دارند، مجدداً با دستگاه تحلیلی مشاهدات انجام گردید و بلوک محاسبه شد. شکل (۵) بردار خطای ناشی از جابجایی فوق را برای مؤلفه های مسطحاتی و ارتفاعی نمایش می دهد و در جدول (۶) مقادیر آماری این خطا ارائه شده است.

ارائه گردیده است. شماره های کنار  $\Delta$  در هر سطر، مربوط به رابطه بکار رفته در تعیین آن می باشد. همانطور که از نتایج جدول (۵) بر می آید، می توان جهت انجام مرحله مسطحاتی و ارتفاعی، پارامترهای شکل متفاوتی را در نظر گرفت. از آنجا که اندازه گیریها و مشاهدات، عاری از خطا نیستند لذا مثلث بندی هوایی هم مستثنی نبوده و بررسی خطاها و نحوه کشف و رفع آنها تاثیر مهمی در نتایج محاسبات آن خواهد گذاشت. واضح است که تصاویر و دستگاههای اندازه گیری هیچگاه ایده آل نیستند و خطاهای سیستماتیک وجود دارند که باید تصحیح شوند و عبارتند از:

خطای کامپاراتور، خطای تغییر بعد فیلم، اعوجاج عدسی، انکسار، کرویت زمین، جابجایی نقطه اصلی<sup>۱۳</sup> و عدم اطلاع از فاصله کانونی دقیق. با توجه به اینکه ممکن است اطلاع دقیقی از برخی از پارامترهای فوق در طی انجام عملیات فتوگرامتری در دسترس نبوده و یا دوربین بکار رفته فاقد پارامترهای کالیبراسیون باشد (دوربین های غیر هندسی)، استفاده از تکنیکی جهت حذف اعوجاجات هندسی و خطای سیستماتیک، ضروری است.

جدول ۵: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف مختصات نقاط check حاصل از روش MQ با اعمال  $\Delta$  مختلف نسبت به مقادیر واقعی آنها  $(dx, dy, dz)$ .

dz (m)			dy (m)			dx (m)			
min	max	rms	min	max	rms	Min	max	rms	
-۶/۴۵	۵/۹۰	۳/۲۲	-۶/۰۱	۳/۱۴	۲/۰۹	-۵/۵	۳/۵	۲/۵	$\Delta = 0$
-۶/۴۵	۵/۹۰	۳/۱۲	-۶/۱۱	۳/۲	۲/۴	-۵/۶	۳/۷	۲/۴	$\Delta (۱۱)$
-۴/۴	۷/۲	۳/۰۴	-۱۲۸/۸	۳۱۳/۶	۶۴۲/۷	-۱۵۸/۵	۵۳۷/۷	۲۶۰/۸	$\Delta (۹)$
-۴۰/۱	۳۴/۱	۲۰/۲	-۷/۲	۳/۶	۳/۰	-۷/۸	۷/۲۴	۴/۳	$\Delta (۱۰)$

و نتایج آن ارائه گردیده است. شماره های کنار  $\Delta$  در هر سطر، مربوط به رابطه بکار رفته در تعیین آن می باشد. همانطور که در جدول (۸) مشاهده می شود، در این تست، مقدار  $\Delta = 0$  بهترین دقت را ارائه می دهد. در نهایت، با در نظر گرفتن  $\Delta = 0$  و اعمال چندجمله ای مطابق معادله (۲۰) به نتایج ارائه شده در جدول (۹) دست یافتیم. شکل (۶) نمایانگر میزان خطای سیستماتیک باقیمانده در نقاط فرعی بلوک می باشد.

### نتیجه گیری و پیشنهادات

با توجه به اینکه معادلات MQ با تخصیص دادن تابع وزن بر اساس فاصله نقاط از یکدیگر به عنوان یک روش درونیابی با دقت بالا معرفی شده است، در این تحقیق پس از ارزیابی تئوری و عملی آن، معادلات MQ در محاسبات مثلث بندی هوایی پیاده سازی گردید و نتایج زیر بدست آمد:

- با توجه به تابع وزن مورد استفاده در معادلات MQ که بر اساس فاصله می باشد، چنانچه نقاط کنترل جهت بازسازی سطح مورد نظر به خوبی طراحی نشود (توزیع آنها همگن نباشد)، ماتریس ضرایب سینگولار می گردد.
- وجود ترم پلی نومیال در معادلات MQ و اعمال آن به صورت همزمان و یا قبل از حل سیستم معادلات موجب افزایش دقت می گردد.

در کاهش خطای سیستماتیک با معادلات MQ نیز مراحل مشابه آنچه که در محاسبات مثلث بندی بیان گردید، پیاده گردید. جهت تعیین بهترین درجه چندجمله ای با استفاده از نقاط چک موجود، درجات مختلف چندجمله ای با ترکیبهای متفاوت ترمهای آن تست و بهترین ترکیب در هر درجه، انتخاب گردید. جدول (۷) بیان کننده نتایج این تست می باشد.

جدول ۶: اطلاعات آماری اختلاف بین محاسبات، قبل و بعد از وارد کردن خطا.

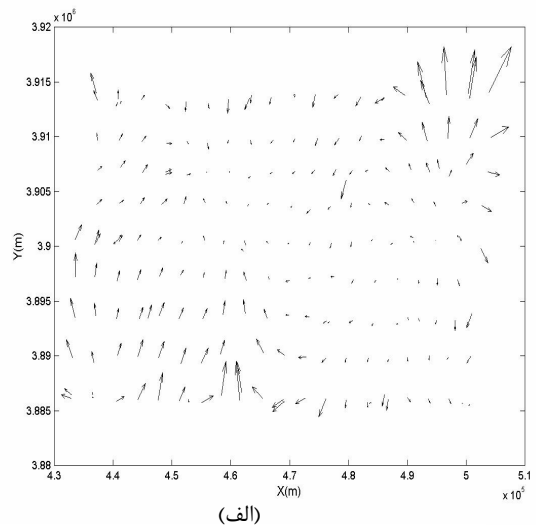
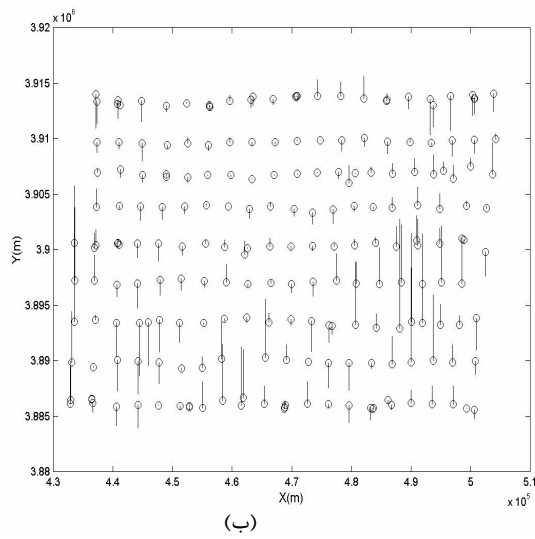
	Min(m)	Max(m)	Rms (m)
dX	-۴/۰۷	۷/۵۱	۱/۵۰
dY	-۳/۳۹	۸/۷۶	۲/۰۸
dZ	-۹/۵۳	۱۹/۶۴	۴/۷۶

با توجه به نتایج جدول (۷) چندجمله ای درجه سه برای مختصات X و Y و درجه دو برای مختصات Z مناسب میباشد. چندجمله ایهای بکاررفته عبارتند از:

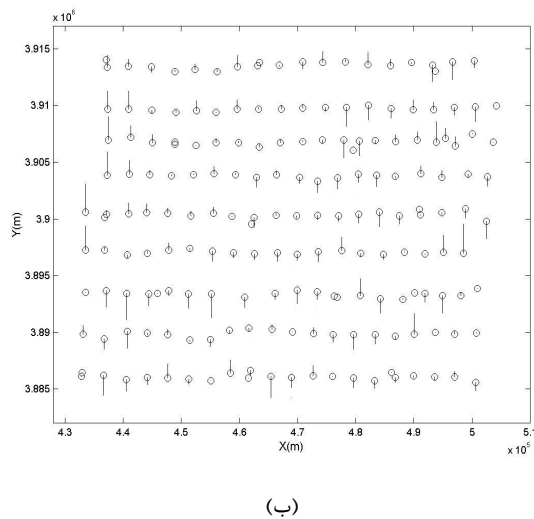
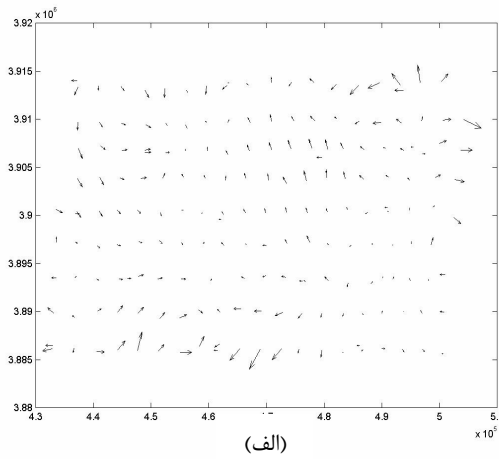
$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1x + a_2y + a_3z + a_4x^2 + a_5x^2z \\ Y &= b_0 + b_1x + b_2y + b_3z + b_4x^2 + b_5x^2z \\ Z &= c_0 + c_1x + c_2y + c_3z + c_4x^2 + c_5y^2 + c_6z^2 \end{aligned} \quad (20)$$

$a_i$  و  $b_i$  و  $c_i$ : ضرایب چندجمله ای،  $x$  و  $y$  و  $z$ : مختصات خادار نقاط و  $X$  و  $Y$  و  $Z$ : مختصات تصحیح شده نقاط در تصحیح خطای سیستماتیک نیز تاثیر پارامتر شکل بررسی گردید. در جدول (۸) از سه رابطه تعیین استفاده شده





شکل ۵: بردار خطای سیستماتیک ایجاد شده در کلیه نقاط با بزرگنمایی ۵۰۰ برابر (الف) مسطحاتی (ب) ارتفاعی.



شکل ۶: بردار خطای سیستماتیک باقیمانده پس از تصحیح نهایی آن با استفاده از روش MQ با بزرگنمایی ۵۰۰ برابر (الف) مسطحاتی (ب) ارتفاعی.

جدول ۷: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف مختصات نقاط فرعی حاصل از تصحیح خطای سیستماتیک بروش MQ با اعمال ترمهای مختلف پلی نومیال نسبت به مقادیر عاری از خطای آنها.

dz (m)			dy (m)			dx (m)			
min	max	rms	min	max	rms	min	max	Rms	
-۱۰/۳	۷/۶۴	۲/۸۳	-۴/۱۵	۳/۸	۱/۰۲	-۱/۸	۲/۸۸	۰/۷۳۴	بدون چند جمله ای
-۶/۲۶	۴/۵۵	۲/۰۵	-۴/۱۰	۳/۵۴	۱/۰۱	-۱/۹۴	۲/۴۳	۰/۷۰۷	چند جمله ای درجه ۱
-۴/۵۸	۵/۱۴	۱/۸۷	-۴/۱۷	۳/۶۱	۱/۰۱	-۱/۹۵	۲/۳۴	۰/۷۰۶	چند جمله ای درجه ۲
-۶/۶	۶/۷	۲/۲	-۴/۰۸	۳/۷۹	۱/۰۰	-۱/۹۵	۲/۲۶	۰/۷۰۴	چند جمله ای درجه ۳

جدول ۸: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف مختصات نقاط فرعی حاصل از تصحیح خطای سیستماتیک بروش MQ با اعمال  $\Delta$  مختلف نسبت به مقادیر عاری از خطای آنها.

dz (m)			dy (m)			dx (m)			
min	max	rms	min	max	rms	Min	max	rms	
-۴/۵۸	۵/۱۴	۱/۸۷	-۴/۰۸	۳/۷۹	۱/۰۰	-۱/۹۵	۲/۲۶	۰/۷۰۴	$\Delta = 0$
-۱۱/۶	۱۰/۷	۳/۵۹	-۸/۱۱	۵/۴۹	۱/۹۷	-۲/۵۴	۲/۳۲	۰/۸۴	$\Delta (۱۱)$
-۹/۵۷	۷/۸۴	۷/۸۴	-۵/۷۳	۶/۵۵	۲/۲۴	-۴/۷۳	۴/۸۹	۱/۵۸	$\Delta (۹)$
-۴/۴۸	۵/۲۱	۱/۸۷	-۴/۰۹	۳/۸۳	۱/۰۱	-۱/۹۱	۲/۲۶	۰/۷۰۵	$\Delta (۱۰)$

- چنانچه پراکندگی نقاط چک طراحی شده در مثلث بندی مناسب باشد، می توان از روش MQ به عنوان یک تکنیک پس پردازش در کاهش خطای سیستماتیک استفاده نمود.

- از آنجایی که توابع وزن معادلات MQ بر مبنای فاصله می باشد، جهت جلوگیری از خطای کرویت زمین هنگام استفاده از طولهای بلند، پیشنهاد می شود از فاصله کروی به جای فاصله اقلیدسی استفاده گردد.

- بکارگیری تعداد زیاد نقاط کنترل (بیش از ۴۰۰ نقطه) منجر به شرایط نامناسب<sup>۴</sup> در حل سیستم معادلات می شود، لذا در این موارد توصیه می گردد منطقه مورد نظر را با در نظر گرفتن همپوشانی مناسب به قطعه هایی تقسیم نموده و به صورت محلی این روش را بکار گرفت.
- نظر به اینکه خصوصیات سطح مورد بازسازی از یک نقطه به نقطه دیگر تا حدودی متغیر می باشد، لذا استفاده از پارامترهای شکل متفاوت در نقاط مختلف پیشنهاد می گردد.

جدول ۹: پارامترهای آماری خطای سیستماتیک باقیمانده پس از اعمال معادلات MQ.

	min	max	rmse
dX	-۱/۹۵	۲/۲۶	۰/۷۰۴
dY	-۴/۰۸	۳/۷۹	۱/۰۰۸
dZ	-۴/۵۷	۵/۱۳	۱/۸۷۲

- از عوامل مهم دیگر در افزایش دقت روش MQ، انتخاب مناسب پارامتر شکل می باشد که تعیین آن به بزرگی داده ها و کاربرد مورد نظر بستگی داشته و اگر مقدار مناسبی برای  $\Delta$  در نظر گرفته نشود، دقت کاهش مییابد.

- با توجه به اینکه در مثلث بندی طراحی نقاط کنترل مسطحاتی فقط به اطراف بلوک و شکستگیها محدود می شود، عدم وجود این نقاط در داخل بلوک منجر به کاهش دقت مسطحاتی روش MQ می گردد.

- با توجه به قابلیت انکارناپذیر این تکنیک در بازسازی سطوح، استفاده از آن به صورت وسیعتر در کاربردهای مختلف فتوگرامتری هوایی، برد کوتاه و ماهواره ای توصیه می شود.

## مراجع

- 1 - Baxter, B. J. C. (1992). The Interpolation theory of Radial Basis Functions, PHD thesis, University of Cambridge.
  - 2 - Carlson, R. and Foley, T. (1991). "The parameter  $R^2$  in Multiquadric Interpolation." Computers and Applications, Vol. 21, NO. 9, PP. 29-42.
  - 3 - Ehlers. (1994). Rectification and Registration, Cambridge University press.
  - 4 - Ehlers, and Fogel, (1995). "High-precision geometric correction of airborne remote sensing revisited : The Multiquadric interpolation." SPIE, Vol. 2315, PP.814-824.
  - 5 - Fogel, D. N. (1995). "Rectification with radial basis function: application to RS/GIS data integration." PDE & RBF Website at Internet.
  - 6 - Foley, T. A. and Lane, D. A. (1991). "Multi-valued volumetric visualization." IEEE. Computer Graphics, PP. 218-225.
  - 7 - Franke, R. (1982). "Scattered data interpolation : Test of som methods." Mathematics and Computer with applications, Vol. 38, PP.181-199.
  - 8 - Franke, R. and Lodha, S. K. (1998). Scattered Data Techniques for Surfaces. University of California.
  - 9 - Hardy, R. L. (1971). "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces." Journal of Geophysical Research, NO. 76, PP.1905-1915.
  - 10 - Hardy, R. L. (1990). "Theory and application of the multiquadric-biharmonic method." Computers and Mathematics with applications, Vol. 19, PP.163-208.
  - 11 - Kansa, E. J. and Carlson, R. E. (1992). "Improved accuracy of MQ interpolation using variable shape parameters." Computers and Mathematics with Applications, Vol. 12, PP. 99-120.
  - 12 - Basso, K. and Ricardo, P. (1999). "Investivating alternatives for modified shepared method." IEEE.
  - 13 - Lancaster, P. (1986). Curve and Surface Fitting. University of Calgary.
  - 14 - MCGwire, K. C. (1998). "Mosaicking airborne scanner data with Multiquadric rectification technique." PE & RS, June, PP. 601-606.
  - 15 - Matheron, G. (1963). "Principles of geostatistics." Economic geology publishing corporation, Vol. 58, PP. 1246-1266.
  - 16 - Nielson, G. M. (1993). "Scattered data modeling." IEEE coputer graphics and Application, Vol. 13, No. 1, PP.60-70.
  - 17 - Ruprecht, D. and Muller, H. (1995). "Image warping with scattered data interpolation." IEEE Coputer Graphics and Application.
  - 18 - Zienkiewicz, O. C. and Morgan, K. (1983). Finite Elements and Approximation, University of Wales.
- ۱۹ - علیمرادی، ح. "فتوگرامتری رقومی." (۱۳۷۱).
- ۲۰ - قریشی، ا. "بررسی روشهای درونیایی در بازسازی سطوح." سمینار کارشناسی ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، (۱۳۷۹).

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                          |                       |                       |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 - Aerial Triangulation | 2 - Post Processing   | 3 - Multi Quadric(MQ) |
| 4 - Auto Covariance      | 5 - Hyperbola         | 6 - Shape Parameter   |
| 7 - Ill Conditioning     | 8 - Collocation       | 9 - Least Squares     |
| 10 - Osculating Method   | 11 - Check Point      | 12 - Polynomial       |
| 13 - Principal Point     | 14 - Self Calibration |                       |