

تحلیل ترک خوردگی پیشرونده در سازه های بتنی مسلح به روش المانهای مجزا

سهیل محمدی

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

smoham@ut.ac.ir

محمد رضا آرم

دانشجوی دکتری سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

maram@ut.ac.ir

آرش ماهوتچیان

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۳/۱/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۳/۹/۱۱، تاریخ تصویب ۸۳/۱۲/۱۵)

چکیده

در این مقاله براساس روش ترکیبی المانهای محدود و مجزا یک مدل تحلیلی از سازه بتن مسلح ارائه می گردد که امکان مدلسازی عددی برخورد و نفوذ پرتابه ها، ایجاد و رشد ترکهای پیشرونده و کلیه رفتارهای تماسی پس از ترک خوردگی را با در نظر گرفتن رفتار نرم شدگی بتن فراهم می سازد. برای مدلسازی بتن از معیار ترک خوردگی رانکین^۱ استفاده شده است. در محیط ترک خورده روابط روش المانهای مجزا^۲ و مکانیک تماس^۳ حاکم می باشد که در آن المان های اجزاء محدود علاوه بر عملکرد شکل پذیر^۴ خود بوسیله یک نوع اندرکنش تماسی با سایر المانها (که در مکانیک تماس تعریف می شود) رفتار محیط اصلی را شبیه سازی می کنند. نتایج بدست آمده از تحلیلهای عددی بوسیله این روش با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

واژه های کلیدی: سازه بتن مسلح، روش المانهای مجزا، مکانیک تماس، ترک، برخورد، نفوذ، روش پنالتی، نرم شدگی کرنش، معیار تسلیم رانکین

مقدمه

خوردگی انتخاب می شود و رفتار محیط پس از ترک خوردگی توسط روابط روش المانهای مجزا و مکانیک تماس مدلسازی میشود.

مدلسازی عددی رفتار بتن براساس روش ترک پیوسته^۵ با در نظر گرفتن رفتار نرم شدگی بتن^۶ اولین بار توسط Rashid انجام شد (۱۹۶۸) [۵]. بر اساس روش ترک مجزا^۷ مدل ترک چسبنده بوسیله Hillerborg ارائه شد که مود I شکست بتن را در نظر می گیرد [۱۲]. این روش در سال ۱۹۹۴ توسط Cervenka برای شکست براساس موده های مرکب I و II تکمیل گردید [۱۳]. در سال ۱۹۹۵ روش Cervenka توسط Saleh و Aliabadi در المانهای مرزی استفاده شد [۱۴]. در این روش خصوصیات کاملی از مصالح نظیر انرژی شکست و تابع نرم شدگی در مد II

محاسبه ترک خوردگی پیشرونده در سازه های بتنی و بتن مسلح نظیر سدها، پلها، پناهگاهها، سازه های مدفون، راکتورهای هسته ای و ... در اثر بارگذارهای خارجی اعم از استاتیکی و دینامیکی از اهمیت به سزایی برخوردار است. به علت وجود مکانیسمها و عوامل متعددی که در رفتار این سازه ها مؤثر می باشند، برآورد دقیق چنین رفتاری به سادگی امکان پذیر نمی باشد. لذا ارائه روشی با استفاده از جدیدترین مدلهای رفتاری تماسی که امکان محاسبه اندرکنش تماسی، ترک خوردگی موضعی سازه و اثرات کلی برخورد را میسر نماید و نیروهای لازم جهت کنترل ظرفیت باربری سازه را در اختیار قرار دهد بیش از پیش ضروری میباشد. در این تحقیق بر اساس پلاستیسیته و مکانیک شکست معیاری برای ترک

تسلیم فولاد معیار تنش برشی فون میززا^۸ انتخاب شده است. مطابق این معیار، تسلیم یک ماده هنگامی آغاز میگردد که برش اکتاهدال به یک مقدار حدی $\sqrt{\frac{2}{3}}k$ برسد. بعبارت دیگر:

$$f_{(J_2)} = J_2 - k^2 = 0 \quad (1)$$

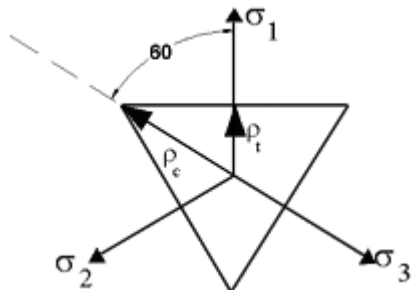
که در آن J_2 ثابت دوم تانسورتنش انحراف آور است.

معیار شکست بتن^۹

آزمایشات بارگذاری سه محوری نشان می‌دهد که بتن دارای یک سطح شکستی است که تابعی از سه ثابت تنش است. تعریف این سطح با استفاده از معیار چهار پارامتری سای^{۱۰} و پنج پارامتری ویلام وارنک^{۱۱} بیشترین تطابق را با نتایج آزمایشگاهی دارد. اما تعیین مقدار مناسب برای پارامترهای مورد نیاز و برنامه نویسی عددی براساس این معیارها مشکل می‌باشد. معیار ساده رانکین این مشکل را آسان می‌نماید و بیان می‌کند که شکست ترد بتن با رسیدن تنش اصلی حداکثر به مقدار مقاومت کششی f'_t بدون توجه به تنشهای قائم یا برشی در صفحات دیگر حاصل می‌شود. نمایش این معیار سه صفحه عمود بر محورهای تنش اصلی است (شکل ۱). این سطح بر اساس ثابتهای تنش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_{(I_1, J_2, \theta)} = 2\sqrt{3}\sqrt{J_2} \cos\theta + I_1 - 3f'_t = 0 \quad (2)$$

که I_1 ثابت اول تانسورتنش و θ زاویه بردار تنش با محور تنش اصلی σ_1 می‌باشد. راستای شکل گیری ترک عمود بر جهت تنش اصلی حداکثر فرض می‌شود.



شکل ۱: معیار تنش اصلی حداکثر رانکین [۱].

رفتار نرم‌شدگی بتن^{۱۲}

از آنجا که حد واقعی شکست نرم‌شدگی مشخص شده است می‌توان از آن در روش‌هایی که مستقیماً شامل

مورد نیاز است. در سال ۱۹۸۷ Lin و Belytschko با ارائه المانهای فرسایشی (Eroding Element) و الگوریتم جدید برای برخورد دو جسم با یکدیگر توانستند برخورد پرتابه به دال بتنی را به صورت سه بعدی مدلسازی کنند [۱۵]. Morikawa در سال ۱۹۹۳ با استفاده از روش المانهای مجزا (DEM) ترک خوردگی و پارگی ناشی از برخورد پرتابه به دالهای بتنی مسلح را تحلیل کرد [۷]. او از ایده particle و فنرهای تماسی استفاده کرده است.

توسط مدل محاسباتی ارائه شده در این تحقیق روشی مورد استفاده قرار می‌گیرد که ضمن در برداشتن رفتار پلاستیک مصالح و عملکردهای تماسی پس از ترک خوردگی نسبت به روشهای فوق کاملتر بوده و قابلیت تحلیل ترک خوردگی های گسترده را نیز دارد. در این روش محیط ترک خورده به المانهای جدا از هم تقسیم میشود که هر یک از این المانها ضمن رفتار شکل پذیر به وسیله بکارگیری الگوریتمهای تماسی با سایر المانهای هم مرز خود اندرکنش تماسی دارد.

مدل رفتاری بتن مسلح

مدل رفتاری بتن شامل تعریف رابطه تنش کرنش، معیار شکست و رفتار پس از ترک خوردگی میباشد. Owen و Figueriras یک مدل رفتاری با کلید پارامترهای پلاستیسیته کامل و سخت‌شدگی کرنش در فشار شامل سطح تسلیم و مفروض داشتن فولاد به صورت یک لایه گسترده ارائه داده اند (۱۹۸۸) [۹]. Bathe و Ramaswamy مدلی ارائه داده اند که علاوه بر موارد فوق کرنش نرم‌شدگی را نیز در نظر می‌گیرد [۱۶]. در این تحقیق مدل رفتاری بتن با مشخص بودن مقاومت کششی تک محوری بتن f'_t و انرژی شکست G_f شبیه‌سازی می‌شود. بتن قبل از تسلیم به صورت یک مصالح الاستیک خطی رفتار می‌کند و پس از تسلیم اولیه با یک رفتار نرم‌شدگی کرنش تا شکست نهایی و آغاز بازشدگی ترک پیش می‌رود.

سفره آرماتور مسلح کننده بتن به صورت یک لایه فولادی مدلسازی و المانبندی میشود و چسبندگی بین لایه بتنی و فولادی کامل فرض میشود. رابطه تنش کرنش فولاد، الاستو پلاستیک کامل و بدون ترک خوردگی فرض می‌شود و از اثر بوشینگر صرف نظر می‌شود. معیار

المان اجزاء محدود مایل خواهد بود l_c برابر عرض المان نیست. با یک تقریب مناسب l_c برحسب سطح المان (A) یا حجم المان (V) به صورت زیر تعریف می‌شود:

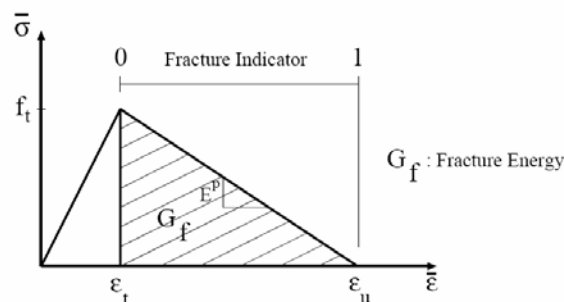
$$l_c = A^{1/2} \quad \text{for 2D} \quad (4)$$

$$l_c = V^{1/3} \quad \text{for 3D} \quad (5)$$

مدول نرم شدگی نیز بر اساس شیب خط نرم شدگی شکل (۲) و رابطه (۳) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_t = \frac{f_t^2 l_c}{2G_f} \quad (6)$$

محل نقطه تنش روی شاخه نرم شدگی یا مقدار شاخص شکست^{۱۶} در هر نقطه، میزان متلاشی شدن مصالح در آن نقطه را نشان می‌دهد. این شاخص در حالت خردشدگی کامل و آغاز بازشدگی ترک یک است (شکل ۲). در وضعیت ترک نخورده، رفتار بتن بصورت



شکل ۲: مدل نرم شدگی انرژی شکست [۱۸].

رفت و برگشت بر روی خط الاستیک اولیه در نظر گرفته میشود. تعمیم مدل نرم شدگی شکل (۲) به حالت چند بعدی تنش با تبدیل محورها به متغیرهای تنش موثر $\bar{\sigma}$ و کرنش موثر $\bar{\epsilon}$ که ترکیبی از مولفه های مختلف تنش و کرنش میباشد انجام میگردد.

تحلیل دینامیکی صریح^{۱۷}

روش انتگرال گیری صریح^{۱۸} یک روش ساده و کاربردی است که در این روش در طول هر گام زمانی محاسبات بسیار کمی مورد نیاز است. در این روش معادلات تعادل دینامیکی را می‌توان بوسیله تقریب شتاب و سرعت با استفاده از تفاضلهای محدود^{۱۹} حل کرد. به منظور حصول

مکانیک شکست می‌باشند استفاده کرد. یک نوع روش که برای اولین بار در سال ۱۹۷۶ توسط هیلبرگ^{۱۳} ارائه شده بر این اساس است که یک رابطه تنش کرنش نرم شدگی وابسته به انرژی شکست معرفی می‌کند. در این روش مکانیک شکست به طور غیر مستقیم تعریف می‌شود و ممکن است بطور شبیه‌سازی شده‌ای یک شکست مرکب از چند مود شامل مودهای I و II و III فعال شوند. یک معیار ساده که در رشد ترک تاثیر خواهد داشت می‌تواند بوسیله یک اینترپولاسیون خطی انرژی آزاد شده همه مودها ارائه شود. دقت این روش در اجزاء محدود سالهای اخیر در شبیه‌سازی لایه لایه شدگی و شکست مصالح در اثر برخورد با سرعت کم به اثبات رسیده است. فرض " $G_f = \text{ثابت}$ " نشان دهنده این مطلب است که قانون نرم‌شدگی موضعی کرنش به یک منطقه شکست با طول مشخصه l_c که به مش اجزاء محدود وابسته است بستگی دارد.

بنابراین ایده انرژی شکست یک شکل غیر موضعی برای رابطه نرم شدگی معادل ارائه می‌دهد که با شکل‌های بنیادی موضعی نرم شدگی کرنش در پلاستیسیته و شکست محیط‌های پیوسته متفاوت است.

یک مدل که در آن بوسیله یک روش ساده می‌توان ناحیه جمع شدگی^{۱۴} کرنش را شبیه سازی کرد، مدل پلاستیسیته نرم شدگی رانکین^{۱۵} است که دارای یک مدل نرم شدگی موضعی دو خطی است (شکل ۲).

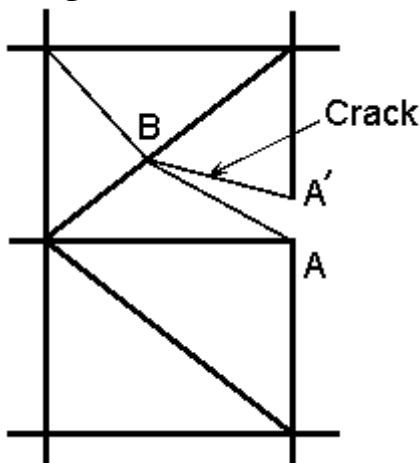
انرژی آزاد شده شکست به صورت انتگرال سطح زیر منحنی شاخه نرم شدگی تنش کرنش تعریف می‌شود:

$$G_f = \left[\frac{1}{2} f_t (\epsilon_u - \epsilon_t) \right] l_c \quad (3)$$

f_t مقاومت کششی، ϵ_u و ϵ_t کرنش شکست کششی و نهایی و l_c عرض جمع شدگی می‌باشند.

تعریف مقدار l_c نتیجه بیان کردن انرژی شکست مدل ترک پیوسته بوسیله مدل ترک مجزا است. بعبارت دیگر انرژی شکست مدل ترک مجزا l_c برابر انرژی شکست مدل ترک پیوسته است زیرا عرض یک ترک مجزا (w) را می‌توان معادل با عرض پخش شده l_c در مدل ترک پیوسته فرض نمود (شکل ۳). در حالت کلی l_c مربوط به یک المان است و از آنجاییکه وضعیت تنشی که باعث ایجاد ترک در مدل ترک مجزا می‌شود نسبت به محور

هزینه و زمان را در روش المانهای مجزا دارد. هدف گام دوم اعمال نیروهای حاصل از تماس و یا برخورد بین المانها به سیستم می‌باشد. در گام سوم نحوه بسط و گسترش ترکها، تعیین جهت ترک خوردگی، شاخص شکست، تعریف گره‌های جدید، تقسیم المان و اعمال شرایط سازگاری در گره‌های جدید، مش بندی مجدد و انتقال اطلاعات به مش جدید مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۴: مش بندی مجدد پس از شکست.

در شکل (۴) الگوی مش بندی مجدد در حالت دو بعدی نمایش داده شده است. همانطور که در شکل دیده میشود وقتی تنشها در نقطه ای مثل A به حدی می‌رسد که ترک خوردگی میبایست رخ دهد، گره A به دو گره A و A' تبدیل شده، المان حاوی ترک به دو المان تقسیم شده و دو سطح جدید تعریف میشود. به منظور حفظ سازگاری گره جدید B روی المان تعریف شده و متناسب با آن مش بندی تغییر داده میشود.

اندرکنش تماس

پس از آنکه تماس بین دو المان مجزا بررسی و محرز گردید نوبت به آن می‌رسد که سختی و نیروی تماس توسط اعمال یک قید مناسب به معادلات اجزاء محدود اعمال گردد. یک قید تماسی در حقیقت یک مقدار مشخص برای یک درجه آزادی و یا تعیین ارتباط بین درجات آزادی مختلف می‌باشد. معادله قید را به فرم ریاضی در حالت کلی می‌توان به صورت رابطه (۹) بیان نمود:

$$CU = Q$$

(۹)

دقت بیشتر جوابها، سرعت در نقاط $n+1/2$ و $n-1/2$ و شتاب \dot{V} در نقطه n محاسبه میشود:

$$V_{n+1/2} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t_n}, \quad V_{n-1/2} = \frac{u_n - u_{n-1}}{\Delta t_{n-1}}$$

$$\dot{V}_n = \frac{V_{n+1/2} - V_{n-1/2}}{\Delta t_n}$$

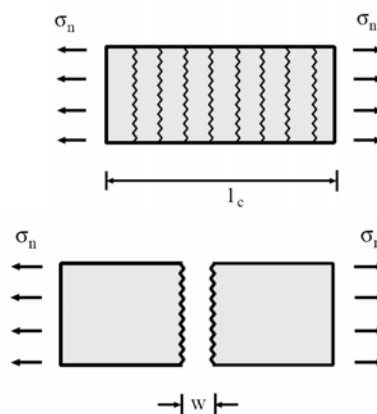
(۷)

با جاگذاری این مقادیر در معادله تعادل سیستم، شکل کلی جواب برای درجه آزادی i بدست خواهد آمد:

$$V_{i,n+1/2} = V_{i,n-1/2} + \overline{\Delta t_n} m_i^{-1} ((f_i^{ext})_n + (f_i^{con})_n - (f_i^{int})_n)$$

(۸)

در این رابطه $\overline{\Delta t_n}$ میانگین گامهای زمانی n و n-1 و f_i^{int} ، f_i^{ext} ، f_i^{con} بترتیب نیروی ناشی از تماس، نیروی خارجی و نیروی داخلی میباشد. با توجه به لزوم استفاده از گامهای زمانی بسیار کوچک در یک تحلیل مبتنی بر مکانیک تماس، همواره در محدوده پایدار روش تحلیل دینامیکی صریح قرار خواهیم داشت.



شکل ۳: مدل‌های ترک پیوسته و مجزا.

مدلسازی المانهای مجزا

روش المانهای مجزا به سه گام اصلی ردیابی تماس^{۲۰}، اندرکنش تماس^{۲۱} و الگوریتم شکست تقسیم‌بندی می‌شود. هدف از گام اول ارائه الگوهایی است که قادر به تشخیص خودکار المان‌هایی که با یکدیگر برخورد می‌کنند و یا در تماس هستند باشد. برای بررسی تماس‌های محتمل روش‌های مختلفی نظیر روش جستجوی عمومی، روش ذخیره‌سازی درختی دوتایی و روش تجزیه فضایی ارائه شده است. این مرحله بیشترین

$0.5E < \alpha < 2E$ پیشنهاد شده است [۱۷].

در روش پنالتی نفوذ دو جسم در یکدیگر را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) نمایش داد:

$$\mathbf{C} = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1 = 0 \quad (13)$$

فرم کلی این معادله برای تماس بین دو جسم را می‌توان به صورت رابطه (۱۴) تعریف نمود:

$$\mathbf{g} = [\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1] \cdot \mathbf{n} \geq 0 \quad \Gamma_c \text{ روی} \quad (14)$$

که g تابع gap نامیده می‌شود و \mathbf{x}^1 و \mathbf{x}^2 مختصات تغییر شکل یافته اجسام ۱ و ۲ و n بردار نرمال بر جسم سطح تماس و Γ_c حوزه تماس می‌باشد (شکل ۵). با توجه به تعاریف فوق، فرم تغییراتی معادله (۱۲) را برحسب مشتقات جزئی می‌توان به فرم زیر نمایش داد:

$$\delta W^{con} = \int_{\Gamma_c} \alpha \mathbf{g} \delta \mathbf{g}(\mathbf{u}) da \quad (15)$$

رابطه (۱۵) را بر حسب بردار نیروی تماسی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\delta W^{con} = \int_{\Gamma_c} \mathbf{f}^{con} \frac{\delta \mathbf{g}}{\delta \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} da \quad (16)$$

که \mathbf{f}^{con} را توسط رابطه (۱۷) می‌توان تعیین نمود:

$$\mathbf{f}^{con} = A^C \boldsymbol{\sigma}^C \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^C = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \alpha_n & 0 \\ 0 & \alpha_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} g_n \\ g_t \end{Bmatrix} \quad (18)$$

که A^C سطح تماس و $\boldsymbol{\alpha}$ ماتریس ضرایب پنالتی می‌باشد. بردار نیروی معادل برای گره S را می‌توان به فرم اندیسی رابطه (۱۹) نوشت:

$$r_i^s = f_k^{con} \frac{\partial g_k}{\partial u_i^s} \quad (19)$$

که در این رابطه $i = x, y$ ، $k = n, t$ مولفه i ام بردار تغییر مکان در گره S می‌باشد. بردار $\mathbf{g} = (g_n, g_t)$ بردار gap می‌باشد.

برخوردها در مکانیک تماس به سه دسته تقسیم میشوند

که C ماتریس قید، U بردار درجات آزادی و Q بردار مقادیر ثابت می‌باشد. این رابطه باید به معادلات عادی سیستم افزوده گردد و به صورت همزمان با آنها حل گردد. روش‌های مختلفی برای حل این مجموعه معادلات ذکر گردیده است. یک روش معمول روش مینیمم کردن انرژی پتانسیل کل برای بدست آوردن معادلات لازم می‌باشد. در این روش برای اعمال قید مربوط به تماس یک تابعی π^{con} به تابعی انرژی پتانسیل کل سیستم افزوده می‌گردد.

$$\bar{\pi} = \pi_{(u)} + \pi^{con}(\mathbf{c}, \mathbf{u}, \dots) \quad (10)$$

تغییرات تابعی جدید $\bar{\pi}$ برابر مجموعه تغییرات تابعی ذکر شده می‌باشد:

$$\delta \bar{\pi} = \delta \pi_{(u)} + \delta \pi^{con} \quad (11)$$

حال تغییرات تابعی پتانسیل جدید $\delta \bar{\pi}$ مساوی صفر قرار داده می‌شود و بدینوسیله قید تماس به سیستم تحمیل می‌گردد. ادامه بررسی این روش نیاز به معرفی قید C و تابعی قید π^{con} دارد.

روش پنالتی

مبنای روش پنالتی بر این اصل استوار است که عبارت $C^T C$ همواره یک کمیت مثبت می‌باشد و هنگامی که قید ارضا می‌شود تغییرات آن برابر صفر است. عبارت دیگر:

$$\delta(C^T C) = 0$$

در این روش تابعی قید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\pi^{con} = \frac{1}{2} \alpha \int C_{(u)}^T C_{(u)} d\Omega \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) α ضریب پنالتی نامیده می‌شود. از مزیت‌های این روش آن است که اعمال قید نیاز به هیچ معادله اضافی نخواهد داشت. روش پنالتی تقریبی بوده و پاسخهای بدست آمده از آن به مقدار ضریب پنالتی بستگی دارد. با کاهش مقدار این ضریب خطای بوجود آمده افزایش می‌یابد و بکارگیری مقادیر بسیار بزرگ برای آن به ناپایداری عددی تحلیل می‌انجامد. یک مقدار مناسب اولیه در ابتدای تحلیل برای α در فاصله

تحلیل‌های عددی

در این مقاله ابتدا سه مدل عددی برای مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و کنترل صحت عملکرد الگوی پیشنهادی تحلیل می‌شود و سپس سه مسئله برخورد و ترک خوردگی پیش رونده کاربردی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در این بخش، همچنین میزان تاثیر پارامترهای مختلف حاکم در روابط مکانیک تماس بر جوابهای تحلیل مورد مطالعه قرار گرفته اند.

مدل شماره یک

این مدل یک تیر بتنی به ابعاد نشان داده شده در شکل (۶) میباشد که تحت بارگذاری استاتیکی قرار گرفته است و شکست بتن در اثر بارگذاری موده‌های مرکب را نشان می‌دهد [۱۰]. مشخصات مصالح در جدول (۱) آورده شده است. به منظور شبیه سازی تحلیل استاتیکی با نرم افزار مورد استفاده که بر مبنای تحلیل‌های دینامیکی صریح عمل می‌کند، بار خارجی را به آرامی وارد می‌کنیم. شکل‌های (۷) و (۸) روند رشد ترک و تغییر شکل‌های نمونه همراه با تغییرات مش بندی پس از ترک خوردگی و توزیع تنش برشی را نشان می‌دهند. همانطور که در شکل (۹) مشاهده میشود شکل ترک خوردگی بدست آمده با دقت مناسبی در محدوده نتایج بدست آمده از چندین مدل آزمایشگاهی قرار دارد [۱۰].

که عبارتند از: ۱- برخورد گره به گره ۲- برخورد گره به وجه ۳- برخورد وجه به وجه. برای یک مش اجزا محدود در حالت برخورد گره به وجه^{۲۳} و با فرض تماس نرمال سازگار^{۲۴} که نسبت به حالت غیرسازگار دارای دقت بهتر است و همگرایی درجه دوم را تامین می‌نماید، نیرو و ماتریس سختی تماس به صورت رابطه‌های (۲۰) و (۲۱) بدست خواهد آمد: [۴]

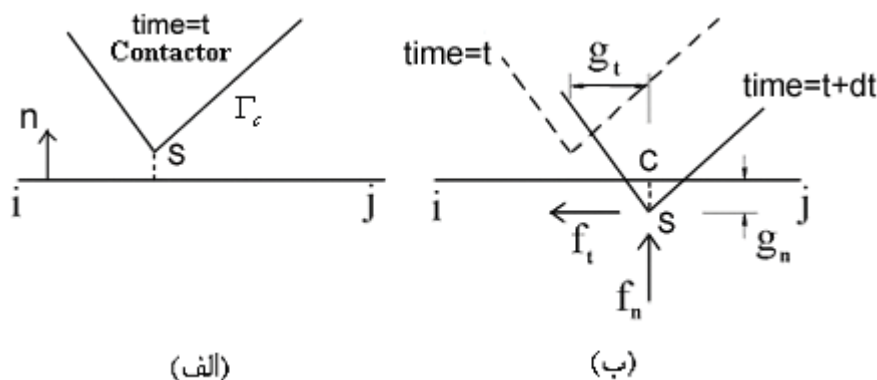
$$\mathbf{f}^{con} = \alpha g_n \begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ -N_1 \mathbf{n} \\ -N_2 \mathbf{n} \end{bmatrix} = \alpha g_n \mathbf{N}_s \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_c^{con} = \alpha [\mathbf{N}_s \mathbf{N}_s^T - \frac{\mathbf{g}}{l} (\mathbf{T}_s \mathbf{N}_m^T + \mathbf{N}_m \mathbf{T}_s^T + \frac{\mathbf{g}}{l} \mathbf{N}_m \mathbf{N}_m^T)] \quad (21)$$

که N_1 و N_2 توابع شکل گره‌های i و j میباشند و \mathbf{N}_m و \mathbf{T}_s به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{N}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{n} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ -N_1 \mathbf{t} \\ -N_2 \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (22)$$

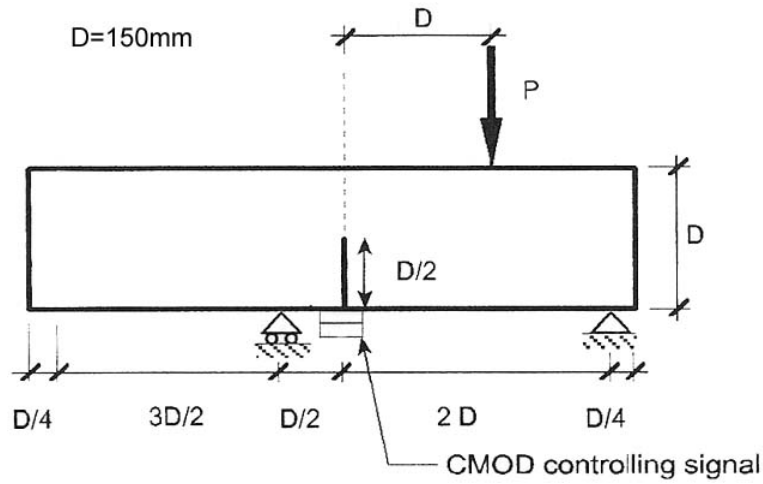
کلیه روابط بدست آمده در یک نرم افزار اجزا محدود-المانهای مجزا گسترش یافته و برای تحلیل‌های عددی آماده گردیده اند.



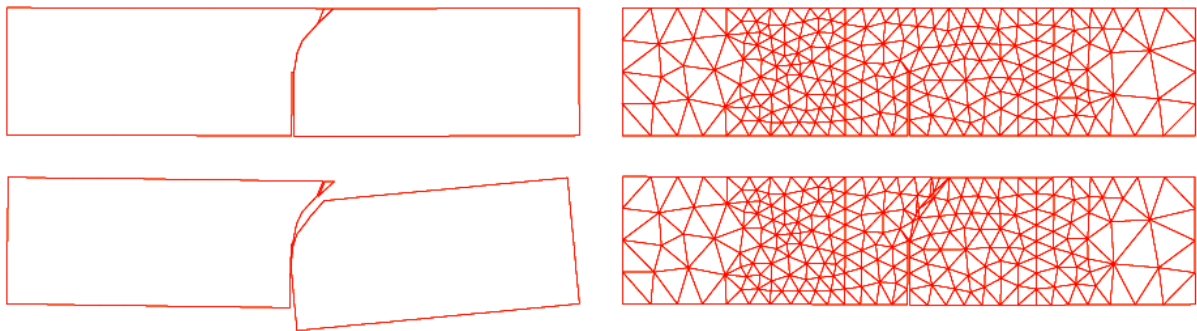
شکل ۵: نیروی تماس بر اساس خاصیت غیر نفوذ پذیری.

جدول ۱: ویژگیهای مصالح مدل شماره یک.

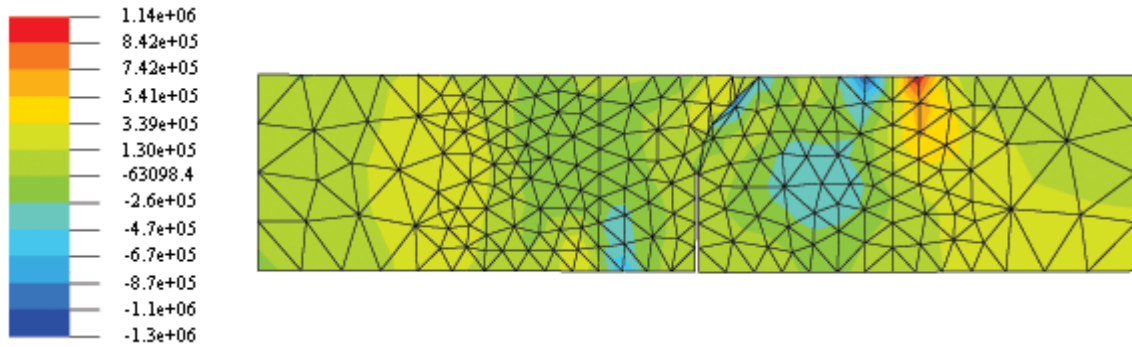
| | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$ | $E_c = 38 \text{ GPa}$ | $\nu_c = 0.15$ |
| $\alpha_{Contact} = 25 \text{ GPa}$ | $f'_t = 3.0 \text{ MPa}$ | $G_f = 100 \text{ N/m}$ |



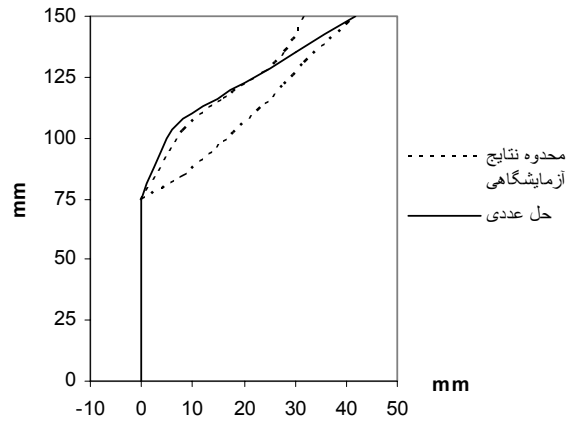
شکل ۶: ابعاد مدل شماره یک [۱۰].



شکل ۷: الگوی مش بندی سازه و گسترش ترک و مش بندی مجدد بعد از ترک خوردگی.



شکل ۸: توزیع تنش برشی τ_{xy} .



شکل ۹: مقایسه شکل ترک بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی [۱۰].

مدل شماره دو

تحلیل عددی گسیختگی برشی تیرهای بتنی بدلیل در بر گرفتن موده‌های مرکب دارای پیچیدگی‌هایی است. در این مدل یک تیر دوسر مفصل بتن مسلح با مشخصات جدول (۲) که تحت بار جانبی استاتیکی است تحلیل شده است [۸]. سفره آرماتورها به صورت یک لایه فولادی گسترده به وسیله المانهای مثلثی مدل‌سازی شده‌اند. چسبندگی بین بتن و فولاد کامل فرض شده است و لغزشی بین آنها رخ نمیدهد. منحنی تغییر مکان وسط دهانه تیر بر حسب بار P و شکل ترک خوردگی تیر در شکل‌های (۱۱) و (۱۳) ترسیم شده است. تطابق خوب جوابها با نتایج آزمایشگاهی دقت روش را نشان میدهد. تحلیل تا مرحله گسیختگی کامل پیش نرفته است و لذا هیچگونه افت مقاومت مرحله گسیختگی در بخش انتهایی منحنی شکل (۱۱) انتظار نمی‌رود.

در شکل (۱۳) همانطور که مشاهده می‌شود ترکهای بدست آمده ترکیبی از ترکهای خمشی و خمشی-برشی است. انحراف امتداد ترکها از محور قائم در نزدیکی تکیه‌گاه یعنی جایی که اثر لنگر از برش کمتر است رخ می‌دهد.

دهد. همچنین با توجه به فرض پیوستگی کامل بتن و فولاد و عدم لحاظ کردن لغزش بین دو ماده، مدل عددی امکان پیش بینی دقیق ترکهای قائم (عمود بر فولاد) را در قسمتهای میان تیر نداشته است. اگرچه باتوجه به کاهش سختی بتن عملاً بازتاب کلی تیر تحت تاثیر قرار نگرفته است.

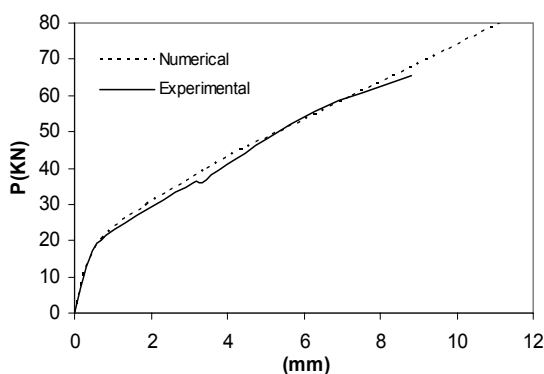
مدل شماره سه

این مدل یک دال بتنی یکطرفه با ابعاد هندسی شکل (۱۲) و مشخصات مصالح جدول (۳) میباشد که به صورت یک تیر دوبعدی مدل شده است [۷]. این دال در اثر برخورد یک پرتابه با سرعت اولیه 170 m/s ترک خورده و پرتابه به داخل آن نفوذ می‌کند. منحنی نفوذ پرتابه نسبت به زمان در شکل (۱۵)، نمایانگر تطابق بسیار خوب نتایج حاصل از تحلیل عددی مسئله با مشاهدات و اندازه‌گیریهای آزمایشگاهی است.

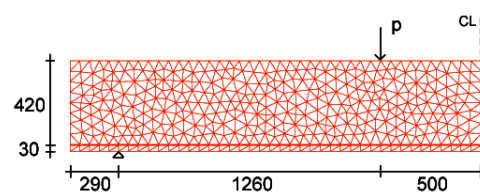
یکی از پارامترهای مهم در مسایل برخورد شعاع نواحی جستجوی کلی^{۲۵} و جستجوی محلی^{۲۶} می‌باشد.

جدول ۲: ویژگیهای مصالح مدل شماره دو.

| | | | | |
|--------------------------------|-------------------------|----------------|--------------------------|--|
| $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$ | $E_c = 28 \text{ GPa}$ | $\nu_c = 0.15$ | $f'_t = 2.4 \text{ MPa}$ | $G_f = 100 \text{ N/m}$ |
| $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ | $E_s = 210 \text{ GPa}$ | $\nu_s = 0.3$ | $F_y = 4400 \text{ MPa}$ | $\alpha_{\text{Contact}} = 25 \text{ GPa}$ |



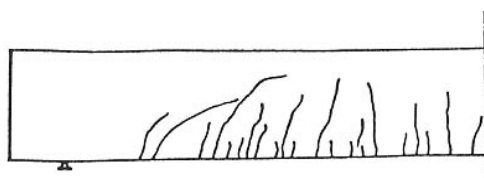
شکل ۱۱: منحنی تغییر مکان وسط دهانه تیر.



شکل ۱۰: ابعاد هندسی مدل شماره دو [۸].



شکل ۱۳: شکل ترک خوردگی تحلیل عددی.



شکل ۱۲: شکل ترک خوردگی آزمایشگاهی [۸].

گسترش ترک و خردشدگی بتن همراه با نفوذ پرتابه در گامهای زمانی مختلف که بر اساس تحلیل‌های پایدار و صحیح بدست آمده اند، نشان داده شده است.

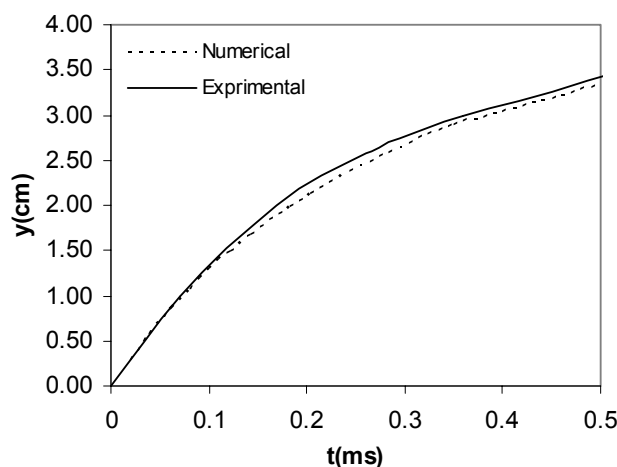
مدل شماره چهار

در این مدل یک تیر بتنی که تحت اثر برخورد یک پرتابه با سرعت 400 m/s قرار گرفته تحلیل شده است (شکل ۱۸). الگوی گسترش ترک و میزان نفوذ پرتابه در شکل (۱۹) نشان داده شده است. نکته قابل توجه شکل گسیختگی نهایی این مدل می باشد. از آنجاییکه برخورد پرتابه با سازه، ایجاد انرژی بسیار زیاد در زمانی کوتاه می کند؛ این اثر باعث می شود که عضو مورد نظر در محدوده برخورد پرتابه با سازه به مقاومت بپردازد و تغییر شکل کلی سازه را نداشته باشیم. در حقیقت اثر برخورد پرتابه با سازه یک اثر نقطه ای و محلی است تا عمومی. با توجه به نتایج آزمایشگاهی و مشاهدات عینی شکل گسیختگی مخروطی منطقی بنظر می رسد [۱۸ و ۲۰]. بدیهی است که در سرعت‌های پایین مخروط گسیختگی بازتر خواهد شد. بدلیل انتخاب مش ساختار نیافته^{۲۸} و نامتقارن بودن آن و همچنین امکان ایجاد و رشد ترکها در مرزهای المان مش اولیه، اندکی عدم تقارن در نتایج شکل (۱۹) مشاهده می شود.

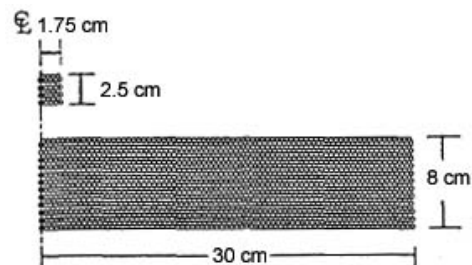
جستجوی کلی یکبار در ابتدای تحلیل انجام می شود و فقط در صورت وجود تغییر شکلهای بزرگ یا تغییر هندسه دوباره تکرار می شود. در نرم افزار بکار گرفته شده در این پژوهش Zone بیانگر شعاع ناحیه Global Search و Field بیانگر شعاع ناحیه Local Search می باشند. با توجه به بررسی نزدیک به ده مدل عددی حدود جواب مناسب برای Zone و Field بترتیب در حدود اندازه المان برخوردی و در حدود $0.1 - 0.2$ اندازه المان برخوردی بدست آمد. علاوه بر این انتخاب مقادیر مناسب برای سایر پارامترهای تحلیل از قبیل ضریب پنالتی (α) و G_f و همچنین مش بندی مناسب در صحت جوابها و پایداری تحلیل تأثیر گذار است. بهترین مقدار برای α در فاصله $0.5E < \alpha < 2E$ می باشد. اما این رابطه همواره قابل کاربرد نیست. در مسایل برخورد با سرعت بالا^{۲۷} برای آنکه جسم برخورد کننده در جسم هدف فرو نرود (شکل ۱۶- الف) لازم است سختی مجازی تماس (ضریب پنالتی) افزایش یابد. همانطور که در این مسأله مشاهده می شود برای رسیدن به جواب مناسب، ضریب پنالتی حدود ده برابر مدول یانگ پرتابه انتخاب گردیده است. بعبارتی با انتخاب ضریب پنالتی نامناسب مکانیزمهای برخورد درست عمل نخواهند کرد. در شکلهای (۱۶-ب) و (۱۶-ج) ناپایداری ناشی از انتخاب مقدار زیاد برای ضریب پنالتی و Field نشان داده شده است. در شکل (۱۷) الگوی

جدول ۳: ویژگیهای مصالح مدل شماره سه.

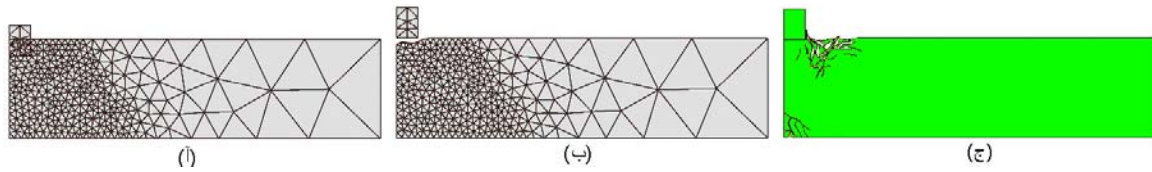
| | | | |
|--|-------------------------|------------------------|--------------------------------|
| $\rho_c = 2400\text{ kg/m}^3$ | $E_c = 24\text{ GPa}$ | $\nu_c = 0.17$ | $E_t = 210\text{ GPa}$ |
| $\alpha_{n(\text{contact})} = 2100\text{ GPa}$ | $f'_t = 2.6\text{ MPa}$ | $G_f = 110\text{ N/m}$ | $\rho_t = 17850\text{ kg/m}^3$ |



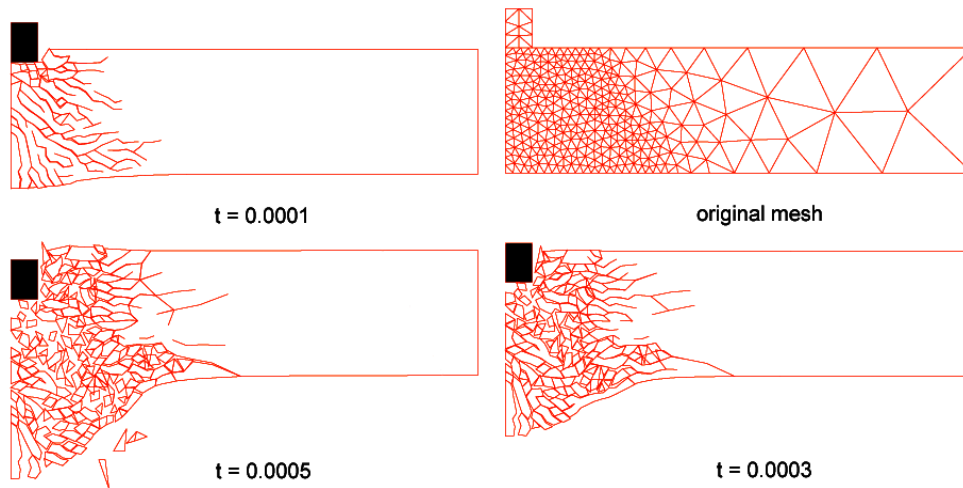
شکل ۱۵: منحنی نفوذ پرتابه بر حسب زمان.



شکل ۱۴: ابعاد مدل شماره سه [۷].



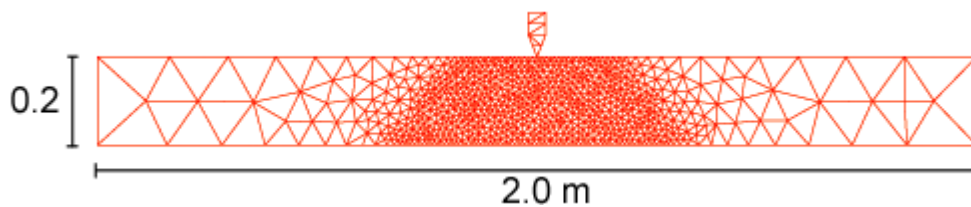
شکل ۱۶: نا پایداری ناشی از انتخاب مقادیر نامناسب برای پارامترهای مکانیک تماس.



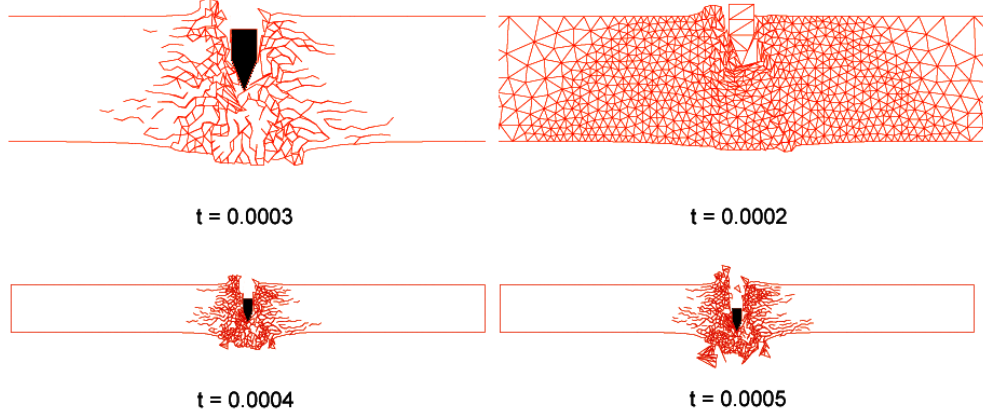
شکل ۱۷: الگوی گسترش ترک پس از برخورد پرتابه.

جدول ۴: ویژگیهای مصالح مدل شماره چهار.

| | | | |
|---|--|-------------------------------------|--------------------------|
| $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$ | $E_c = 23 \text{ GPa}$ | $\nu_c = 0.15$ | $G_f = 110 \text{ N/m}$ |
| $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ | $E_s = 210 \text{ GPa}$ | $\nu_s = 0.30$ | $f'_t = 2.0 \text{ MPa}$ |
| $\alpha_{contact(n)} = 28000 \text{ GPa}$ | $\alpha_{contact(t)} = 28 \text{ GPa}$ | $\alpha_{c(n)} = 28000 \text{ GPa}$ | $V=400 \text{ m/s}$ |



شکل ۱۸: الگوی مش بندی و ابعاد هندسی مدل شماره چهار.



شکل ۱۹: الگوی گسترش ترک پس از برخورد پرتابه.

(۵) تحت بارگذاری دینامیکی ناشی از برخورد یک پرتابه با سرعت اولیه $V = 20 \text{ m/s}$ و زاویه برخورد $\theta = 20^\circ$ نسبت به محور قائم را مطابق شکل (۲۰) نشان می دهد [۲۰]. این مدل ضمن دربر داشتن رفتارهای پلاستیک، نحوه ایجاد و رشد ترکهای پیشرونده را نشان می دهد. شکل ترک خوردگی پیشرونده و نمودار تغییر مکان قائم وسط دهانه بترتیب در شکلهای (۲۱) و (۲۲) آمده اند.

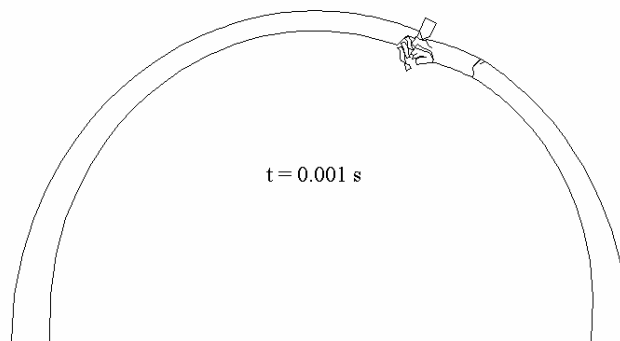
لازم به ذکر است در این مساله بعلت سرعت زیاد برخورد، ضریب پنالتی اولیه سطوح برخورد نزدیک به ۱۳۰ برابر مدول یانگ پرتابه انتخاب شد لیکن پس از ۲۰۰۰۰ گام زمانی و پس از کاهش سرعت، ضریب پنالتی به ۴۵ برابر مدول یانگ پرتابه کاهش داده شد.

مدل شماره پنج

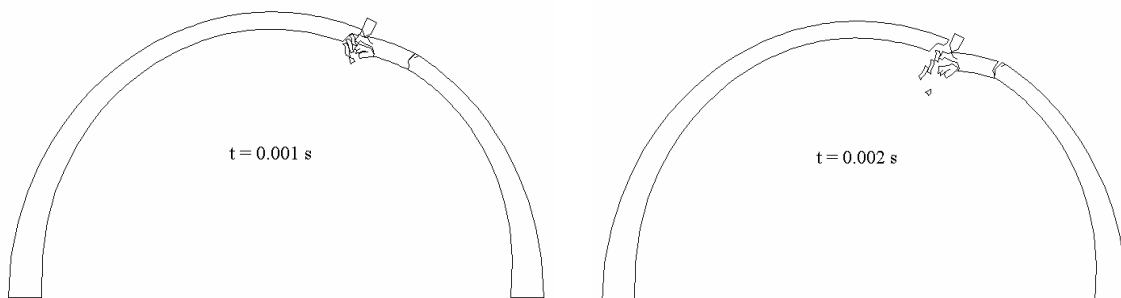
این مدل یک پوسته پناهگاهی با مشخصات جدول

جدول ۵: ویژگیهای مصالح مدل شماره پنج [۲۰].

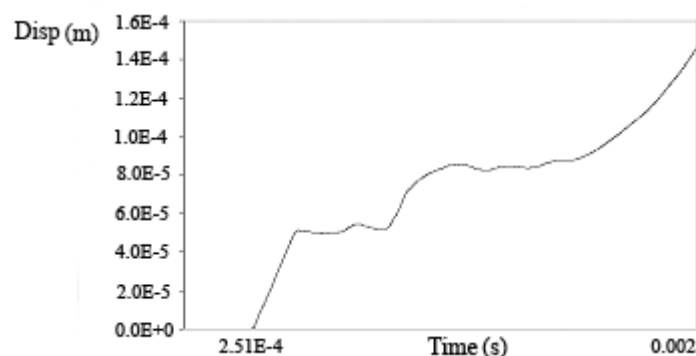
| | | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|--|--------------------------|
| $\rho_c = 2500 \text{ kg/m}^3$ | $E_c = 23 \text{ GPa}$ | $\nu_c = 0.15$ | $G_f = 110 \text{ N/m}$ |
| $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$ | $E_s = 210 \text{ GPa}$ | $\nu_s = 0.30$ | $f'_t = 1.0 \text{ MPa}$ |
| $\alpha_{CN} = 250 \text{ GPa}$ | $\alpha_{SN} = 1.5e + 4 \text{ GPa}$ | $\alpha_{\text{Contact}} = 2.0e + 4 \text{ GPa}$ | $V = 20 \text{ m/s}$ |



شکل ۲۰: نمایش هندسی و الگوی مش بندی مدل شماره پنج.



شکل ۲۱: الگوی گسترش ترک در زمانهای $t = 0.001 \text{ s}$ و $t = 0.002 \text{ s}$.

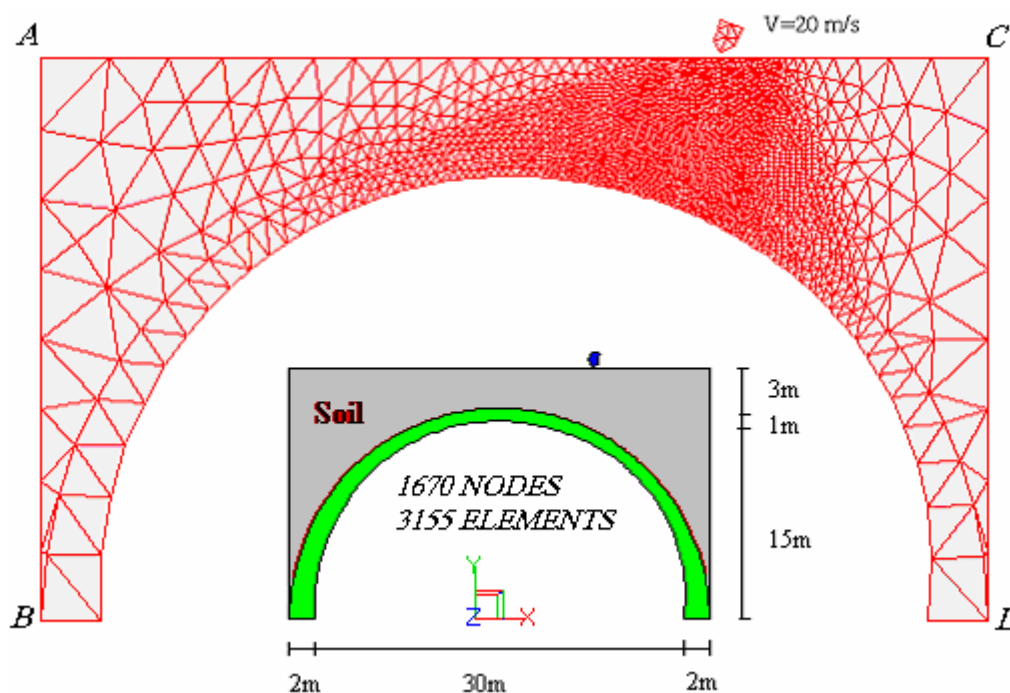


شکل ۲۲: نمودار تغییر مکان قائم وسط دهانه.

مدل شماره شش

این مدل پوسته پناهگاهی مدل شماره پنج را در حالت مدفون در خاک با مشخصات جدول (۶) تحت بارگذاری دینامیکی ناشی از برخورد پرتابه ای با سرعت $V = 20\text{ m/s}$ (شکل ۲۳) نشان میدهد [۱۹]. دیوایه های AB و CD در راستای محور X مقید شده اند. (خاطر

نشان می شود در این مدل بمنظور نمایش انهدام سازه پناهگاهی و شکل نهایی گسیختگی، سرعت پرتابه بصورت پیش فرض اولیه تا ۲۰۰۰۰۰ گام زمانی اعمال شده و پس از آن قید سرعت برداشته خواهد شد و پرتابه می تواند بصورت آزاد در سازه نفوذ نماید).
شکلهای مربوط به تغییرشکل در گامهای زمانی مختلف



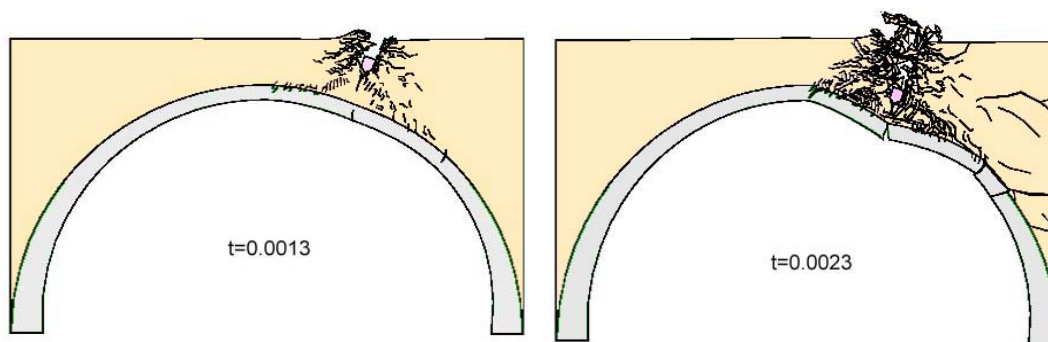
شکل ۲۳: نمایش هندسی و الگوی مش بندی مدل شماره شش.

جدول (۶): ویژگیهای مصالح خاک در مدل شماره شش

| | | |
|-------------------------|--|----------------------|
| $\nu = 0.15$ | $\rho = 1600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | $E = 40 \text{ MPa}$ |
| $f_t = 0.1 \text{ MPa}$ | $G_f = 15 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ | |

سایر پارامترهای تحلیل بشرح زیر می باشند:

| | | |
|--|---|-------------------------|
| Zone = 0.0017 | Field = 0.00035 | Time step = $1.0e - 08$ |
| $\alpha_{n(\text{contact})} = 20000 \text{ GPa}$ | $\alpha_{t(\text{contact})} = 20 \text{ GPa}$ | |



شکل ۲۴: الگوی گسترش ترک در زمانهای $t=0.0013 \text{ s}$ و $t=0.0023 \text{ s}$.

رانکین تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است. با بکارگیری این روش ابزار قابل اطمینانی جهت تحلیل دقیقتر خرابی اینگونه سازه ها در اختیار مهندسان محاسب قرار می گیرد.

جهت دستیابی به جوابهای صحیح انتخاب مقادیر مناسب برای پارامترهای مکانیک تماس و مکانیک شکست و همچنین مش بندی مناسب سازه بسیار حائز اهمیت است. در تحقیقهای آینده امکان توسعه این روش به شرح زیر وجود دارد:

- اضافه کردن معیارهای ترک خوردگی چند پارامتری و لحاظ نمودن اثرات ترکیبی برش و تنش قائم در ترک خوردگی بتن به برنامه موجود و مقایسه بین نتایج تحلیل با معیارهای مختلف .
- افزودن امکانات مش بندی کلی مجدد سازه جهت کاهش هر چه بیشتر خطاهای عددی ناشی از اعوجاج بیش از حد المانهای اولیه (تحلیل اجزا محدود وقتی).
- توسعه و بررسی رفتار پیوستگی و چسبندگی بین بتن و فولاد و اینکه جدایی بین بتن و فولاد چه موقع رخ می دهد.
- تحلیل سه بعدی ترک خوردگی سازه های بتن مسلح.

در شکل (۲۴) ترسیم شده اند که نحوه ایجاد و رشد ترکهای پیشرونده را نیز در لایه های خاکی و بتنی بوضوح نشان می دهند. با نفوذ پرتابه و رشد ترک در محیط ، شاخص شکست در مناطق ترک خورده افزایش یافته و به یک نزدیک می شود. همچنین مقدار تنش در محلهای شکست افت می کند ولی در مناطق دیگر افزایش می یابد تا به مرحله جداسازی برسد و بعد کاهش می یابد.

نتیجه گیری

در این مقاله بر اساس روش المانهای مجزا (DEM) و پلاستیسیته و با استفاده از تئوریهای مکانیک تماس و مکانیک شکست روش عددی مناسبی برای مدلسازی ترک خوردگی گسترده سازه های بتنی و بتن مسلح ارائه شد. تحلیل ترک خوردگی در سازه های بتنی نظیر سدها، پناهگاهها، سازه های حساس، فونداسیونهای دستگاهها و ... در اثر بارهای استاتیکی و دینامیکی بوسیله روش عددی ارائه شده قابل انجام می باشد. از خصوصیات این روش تحلیل پلاستیک با در نظر گرفتن تغییرشکلهای بزرگ و نرم شدگی کرنش بتن پس از ترک خوردگی می باشد. نتایج تحلیلهای انجام شده بوسیله معیار تسلیم

مراجع

- 1 - Chen, W. F. and Han, D. J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*.
- 2 - Owen, D. R. J. and Hinton, E. (1968). *Finite Elements in Plasticity*.
- 3 - Shah, S. P. and Swartz, S. E. (1995). *Fracture Mechanics of Concrete*.
- 4 - Mohammadi, S. (2003). "Discontinuum mechanics by finite and discrete elements." *WIT Press*.
- 5 - Rashid, Y. (1968). "Analysis of prestressed concrete pressure vessels." *Nuclear Engineering and Design*, Balkema Ed., PP. 265-286.
- 6 - Pearce, C. J. (1996). *Computational Plasticity in Concrete Failure Mechanics*, PhD Thesis.
- 7 - Morikawa, H. and Sawamoto, Y. (1993). "Local fracture analysis of a reinforced concrete slab by the discrete element method." *Proceeding of the Second International Conference on Discrete Element Modeling (DEM)*.
- 8 - Grzegorz Gajer, and DUX, P. F. (1991). "Simplified nonorthogonal crack model for concrete." *J. of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 1, ASCE.
- 9 - Owen, D. R. J. and Figueiral, J. A. (1984). "Ultimate load analysis of reinforced concrete plates and shells including geometric nonlinear effects." *Finite Element Software for Plates and Shells* by E. Hinton and D. R. J. Owen, Pineridge Press, London.
- 10 - Cendon, D. A., Galvez, J. C. and Planas, J. (2000). "Modeling the fracture of concrete under mixed mode loading." *ECCOMAS*.

- 11 - Galvez, J. C., Tork, B., Cendon, D. A. and Planas, J. (2000). "A plasticity model for bond and splitting in prestressed concrete." *ECCOMAS*.
- 12 - Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P. (1976). "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements." *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, PP. 773-782.
- 13 - Cervenka, J. (1994). *Discrete crack modeling in concrete structures*. PhD Thesis, University of Colorado.
- 14 - Saleh, A. and Aliabadi, M. (1995). "Crack growth analysis in concrete using boundary element method." *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 51, PP. 533-545.
- 15 - Belytschko, T. and Lin, J. I. (1987). "A three- dimensional impact-penetration algorithm with erosion." *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 5, PP. 111-127.
- 16 - Bathe, K. J. and Ramaswamy, S. (1979). "On three dimensional nonlinear analysis of concrete structures." *Nuclear Engineering & Design*, Vol. 52, No. 3, PP. 385-409.
- 17 - Peric, D. and Owen, D. R. J. (1992). "Computational model for 3-D contact problem with friction based on the penalty method." *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 35, PP. 1289-1309.
- 18 - Polak, M. "Modeling punching shear of reinforced concrete slabs using layered finite elements." *ACI Structural Journal*, Vol. 95, No. 1, PP. 71-80.
- ۱۹ - آرم، م. ر. "تحلیل ترک خوردگی پیشرونده و نفوذپرتابه ها در سازه های بتن مسلح به روش المانهای مجزا." پایان نامه کارشناسی ارشد، (۱۳۸۰).
- ۲۰ - ماهوتچیان، آ. "تحلیل برخورد و نفوذپرتابه های پرسرعت در اجسام ترد و بررسی عوامل مؤثر بر تحلیل." پایان نامه کارشناسی ارشد، (۱۳۸۱).
- ۲۱ - ماهوتچیان، آ.، محمدی، س. و محمود زاده، ا. "تحلیل سازه های جدار نازک تحت اثر بارهای ضربه ای." مجموعه مقالات اولین کنفرانس سازه های جدار نازک، ارومیه، صص ۲۴۱-۲۵۰، اسفند (۱۳۸۱).

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1 - Rankine | 2 - Discrete Element Method |
| 3 - Contact Mechanics | 4 - Deformable |
| 5 - Smeared Crack | 6 - Strain Softening |
| 7 - Discrete Crack | 8 - Von Mises |
| 9 - Failure Criterion | 10 - Hsieh |
| 11 - Willam-Warnke | 12 - Softening Behavior |
| 13 - Hillerborg | 14 - Localization Zone |
| 15 - Rankine Softening Plasticity | 16 - Fracture Indicator |
| 17 - Explicit Transient Dynamic Analysis | 18 - Explicit |
| 19 - Finite Difference | 20 - Contact Detection |
| 21 - Contact Interaction | 22 - Functional |
| 23 - Node to edge | 24 - Consistent Normal Contact |
| 25 - Global Search | 26 - Local Search |
| 27 - High Velocity Impact | 28 - Unstructured |