

اثر ارتعاش لوله‌های انعطاف‌پذیر بر میزان انتقال حرارت و افت فشار در مبدل‌های حرارتی پوسته لوله‌ای با لزجت تابع دما در جریان عمودی

حسین شکوهمند^{۱*}، فرهاد سنگتراش^۲ و وحید اصفهانیان^۳

^۱استاد دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

^۲دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

^۳دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۳/۱۲/۹، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۹/۱۳، تاریخ تصویب ۸۴/۱۰/۱۰)

چکیده

در این مقاله اثر ارتعاش لوله‌های انعطاف‌پذیر بر ضریب انتقال حرارت و افت فشار در دسته لوله‌های مبدل‌های حرارتی پوسته لوله‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم شامل معادله انرژی، معادلات مومنتم و معادله پیوستگی بوسیله روش عددی اختلاف محدود حل شده‌اند. به علت لزجت تابع دما معادلات مومنتم و انرژی به صورت همزمان حل شده است. ارتعاش لوله‌ها به صورت یک پدیده شبه استاتیکی مدل شده است. در این مدل‌سازی لوله اول هر ردیف در سی حالت خروج از مرکز در یک پریود ارتعاش نسبت به سایر لوله‌ها که بدون حرکت هستند فرض شده است. پس از حل در هر حالت نتایج نهایی در طول زمان متوسط‌گیری شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که خروج از مرکز لوله اول باعث افزایش نرخ انتقال حرارت و میزان افت فشار دسته لوله‌ها نسبت به لوله‌های صلب می‌شود. برای اعتبار روش ارائه شده حل انجام شده برای حالت لزجت ثابت با مقادیر تجربی موجود مقایسه شده است که با آنها مطابقت خوبی دارد.

واژه‌های کلیدی: مبدل‌های حرارتی پوسته-لوله‌ای، ضریب افت فشار، ضریب انتقال حرارت، دسته لوله‌های انعطاف‌پذیر، دسته لوله‌های صلب، روش شبه استاتیکی، لزجت تابع دما، روش انتقال تاوایی

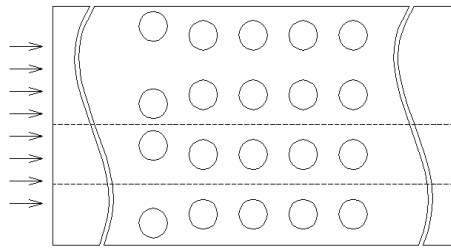
مقدمه

لوله‌های ساخته شده از آن در جریان با دامنه نسبتاً بزرگی شروع به ارتعاش می‌کنند. مطالعات تجربی [۱] نشان می‌دهد که بزرگی دامنه ارتعاشات از مرتبه قطر لوله است. از طرفی نتایج تجربی نشان می‌دهند که میزان نرخ انتقال حرارت و افت فشار در این نوع دسته لوله‌ها، در اثر در هم آمیختگی بیشتر سیال به علت ارتعاشات افزایش می‌یابد. در زمینه دسته لوله‌ها اکثر مطالعات بر روی دسته لوله‌های صلب [۵-۲] بوده است و در مورد دسته لوله‌های انعطاف‌پذیر نیز مطالعات بیشتر به صورت تجربی صورت گرفته است و یا حل عددی با در نظر گرفتن معادلات ساده‌تر با خواص ثابت [۶] انجام شده است.

برای دسته لوله‌های انعطاف‌پذیر با دامنه ارتعاش بزرگ و در حالت خواص متغیر سیال که مهمترین آنها لزجت است هیچ حل تحلیلی و یا حتی عددی وجود ندارد، چرا که مطالعه دقیق این پدیده بسیار پیچیده بوده و معادلات ناویر استوکس باید به صورت کامل و به صورت غیردائم حل شوند که در آنها اثرات متقابل سیال و لوله‌ها که علت اصلی بوجود آمدن این نوع ارتعاشات است باید در نظر

به طور معمول در مبدل‌های حرارتی پوسته لوله‌ای از لوله‌های فلزی استفاده می‌شود که سخت هستند، این لوله‌ها در مقابل ارتعاشات بوجود آمده از طرف سیال به شدت آسیب‌پذیر هستند و سختی آنها حتی به پوسته مبدل نیز صدمه می‌زند. بنابراین تا آنجا که ممکن است آنها را کوچک ساخته تا دامنه ارتعاشات آنها محدود شود. اما از طرفی این ارتعاشات باعث آمیختگی بیشتر سیال و در نتیجه بالا رفتن ضریب انتقال حرارت می‌شود که از این جهت این ارتعاشات مطلوب است. در دو دهه اخیر استفاده از لوله‌های انعطاف‌پذیر تفلونی به خصوص در محیط‌های خورنده رایج شده است. تفلون از آن جهت که در برخورد با مواد خورنده‌ای مثل اسیدهای قوی حتی در دما و فشار بالا بسیار مقاوم است مورد توجه قرار گرفته است. بنابراین مبدل‌های حرارتی با لوله‌های تفلونی یا از انواعی از پلاستیک، در صنایع پتروشیمی و نیروگاه‌های سوخت فسیلی و هر جا که دما و فشار بالا و مواد خورنده وجود دارد، کاربرد یافته‌اند. چون تفلون از مواد انعطاف‌پذیری ساخته شده است،

تا بتوان با یک متوسط‌گیری زمانی میزان نرخ انتقال حرارت و افت فشار را بدست آورد. برای حل دقیق باید معادلات ناویراستوکس سه بعدی و شامل زمان حل شود.



شکل ۱: طرح شماتیک هندسه حاکم.

معادلات حاکم و شرایط مرزی

پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

(۱)

مومنتم:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x}$$

(۲)

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y}$$

(۳)

معادله انرژی:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \nabla^2 T + \mu \Phi$$

(۳)

که در معادله انرژی تأثیرات اتلافات لزجت Φ نیز در نظر گرفته شده است.

با بی‌بعد سازی این معادلات بوسیله متغیرهای بی بعد زیر:

$$u^* = \frac{u}{u_0}$$

$$v^* = \frac{v}{u_0}$$

$$x^* = \frac{x}{d}$$

گرفته شود. در این مقاله راه ساده‌تری برای حل این مساله ارائه شده است که همان استفاده از روش شبه استاتیک است که در آن با فرض مکان لوله اول در حالات مختلف در یک پرپود ارتعاش نسبت به سایر لوله‌ها و حل معادلات ناویراستوکس دائم مستقل از زمان برای هر حالت و استفاده از یک متوسط‌گیری زمانی نتایج مطلوب با صرف زمان بسیار کمتر و پیچیدگی کمتر حاصل می‌شود.

روش عددی، روش تابع جریان و تاوایی می‌باشد که در آن از معادله انتقال تاوایی^۱ و معادله پواسون پیوستگی برای حل میدان استفاده می‌شود. این روش برای حالت لوله-های صلب و برای حالت لوله‌های انعطاف‌پذیر در حالت لزجت ثابت به خوبی جواب داده و با نتایج حاصل از آزمایش به خوبی مطابقت دارد که برای پنج لوله در یک ردیف ارائه شده است و به سادگی می‌توان آن را برای تعداد بیشتر لوله‌ها نیز تأیید داد.

مدل کردن مساله

چون عدد ماخ در این نوع مبدلهای حرارتی خیلی کم است می‌توان مساله را به صورت تراکم ناپذیر در نظر گرفت. چون نسبت طول لوله به قطر آن L/d بزرگتر از ۴۰ است می‌توان بدون وارد شدن خطای بزرگی، مساله جریان روی لوله‌ها را دو بعدی در نظر گرفت.

در مورد مبدلهای حرارتی با لوله‌های انعطاف‌پذیر ساخته شده از تفلون طی آزمایشهای انجام شده [۷-۱] عدد استروهال بسیار کوچک بوده و حدود ۰/۰۰۲ تا ۰/۰۰۸ می‌باشد و این بدان معناست که سرعت ارتعاش لوله‌ها نسبت به سرعت جریان آزاد بسیار کم می‌باشد و بنابر این می‌توان جریان را با توجه به این نکته به صورت شبه استاتیک حل نمود. همچنین چنانچه از آزمایشها مشخص است، لوله اول با دامنه بزرگتری نسبت به سایر لوله‌ها ارتعاش می‌کند به همین دلیل در این مقاله که در هر ردیف پنج لوله در نظر گرفته شده است فرض بر آن است که تنها لوله اول تغییر مکان می‌دهد و سایر لوله‌ها ثابت هستند. ناحیه جریان در شکل (۱) مشخص شده است که حل به علت وجود تقارن در ناحیه بین دو خط چین انجام گرفته است. مود ارتعاش لوله‌های ستون اول طوری در نظر گرفته شده است که شرایط تقارن برقرار باشد. همه این ساده‌سازها در جهت حل مهندسی این مساله است

مشتق از معادله مومنتم در جهت x ، نسبت به x و از y نسبت به y و جمع آنها بدست می آید.

$$\nabla^2 p = 2 \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (10)$$

میدان حل و شرایط مرزی برای حل مساله در شکل (۲) مشخص شده است. باتوجه به شکل (۲) در قسمت ورودی با فرض جریان ورودی با سرعت یکنواخت، سرعت را در آن $u^* = \frac{u}{u_0} = 1$ و $v^* = 0$ می توانیم در نظر بگیریم.

بنابراین چون $d\psi = u^* dy^*$ می باشد و باتوجه به بی بعدسازی انجام شده که سرعتها براساس سرعت جریان ورودی u_0 و ابعاد براساس قطر لولهها بی بعد شده اند و نوع دسته لولهها ۲x۲ است، ارتفاع مقطع مورد مطالعه برابر ۲xD خواهد بود. شرایط مرزی را از این به بعد در حالت بی بعد مطرح می کنیم و علامت (*) را در بالای متغیرهای بی بعد حذف می کنیم. باتوجه به نکات بالا $\psi = y + y_0$ است که با فرض $y_0 = 0$ شرایط ورودی برای ψ به صورت $\psi = y$ می باشد. مقدار ω را نیز در ورودی به علت وجود جریانی یکنواخت برابر صفر می گیریم. دمای ورودی هم که طبق تعریف θ برابر صفر خواهد بود. P نیز در ورود مشخص است و چون تغییرات ΔP ، P ، برای ما اهمیت دارد، P را در ورودی برابر صفر در نظر می گیریم. بنابراین به طور خلاصه شرایط مرزی در ورودی را به صورت زیر بازنویسی می کنیم.

$$u = 1, v = 0, \psi = y, \omega = 0, \theta = 0, P = 0 \quad (11)$$

در مرز بالا شرط تقارن برقرار است و بنابر این بدون توضیح اضافه شرایط مرزی به صورت زیر می باشد.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0, \psi = 1, \omega = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

در مرز پایین نیز شرایط به صورت بالا است با این تفاوت که مقدار ψ برابر منفی یک است یعنی:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0, \psi = -1, \omega = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

در شرایط خروجی، از شرایط مرزی طبیعی استفاده شده است. یعنی:

$$y^* = \frac{y}{d}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho u_0^2}$$

$$T^* = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}} = \theta$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_{in}} \quad (5)$$

که در آنها u_0 سرعت جریانی ورودی و d قطر لولهها و اندیسهای in و w به ترتیب مربوط به شرایط در ورودی و روی دیواره می باشد.

پس از حذف گرادیان فشار از معادلات مومنتم با گرفتن مشتق از معادله x مومنتم نسبت به y و از y مومنتم نسبت به x و کم کردن این معادلات از هم در حالت بی بعد و با حذف علامت (*) داریم:

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \frac{2}{Re} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{2}{Re} \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{2}{Re} \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

این معادله، معادله انتقال تاوایی در حالت لزجت متغیر است.

معادله پیوستگی نیز که به صورت خودکار توسط تابع جریان ارضاء می شود و معادله پواسون به شکل زیر را می دهد:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (7)$$

برای محاسبه اجزاء سرعت u و v نیز از معادلات زیر استفاده می شود.

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (8)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (9)$$

برای بدست آوردن فشار نیز معادله پواسون زیر با گرفتن

$$\omega = -\nabla^2 \psi$$

که باتوجه به دو رابطه بالا روی هر لوله می‌توان با روش سعی و خطا مقدار ψ را روی دیواره بدست آورد. شرایط مرزی به‌صورت خلاصه در شکل (۲) آورده شده است.

روند حل عددی و نوع گسسته‌سازی

برای حل معادلات حاکم پس از تولید شبکه توسط زبان برنامه نویسی Fortran 90، برنامه جداگانه-ای برای حل معادلات گسسته شده نوشته شده است. در این برنامه پس از مشخص کردن شرایط مرزی که در قسمت قبل توضیح داده شده ابتدا مقدار ψ روی دیواره‌ها حدس زده می‌شود زیرا به علت عدم تقارن، خود ψ روی دیواره در حالت کلی یک مجهول است. معادله $\nabla^2 \psi = -\omega$ باتوجه به شرایط اولیه داده شده برای ψ و ω حل می‌شود. سپس با استفاده از ψ های معلوم شده، مقادیر سرعت u و v با استفاده از روابط $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ و

$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ در این مرحله معین شده و سپس این مقادیر معلوم u و v در رابطه انرژی به کار گرفته شده و مقدار θ در تمام میدان بدست آمده و از آن مقدار لزجت μ که تابعی از دماست در سراسر میدان یافت می‌شود. پس از آن باتوجه به u ، v و μ معلوم در این مرحله معادله انتقال تاوایی حل می‌شود و مقادیر جدید تاوایی دوباره در معادله $\nabla^2 \psi = -\omega$ استفاده شده و شرایط مرزی دوباره احیا شده و این روند حل ادامه می‌یابد تا اینکه شرط همگرایی داده شده در برنامه که به صورت حداکثر خطای ψ ، u ، v ، ω و θ برابر 10^{-6} می‌باشد ارضا شود. روند حل در نمودار شکل (۳) مشخص گردیده است. لازم به ذکر است که وقت‌گیرترین زمان این پروسه در جایی است که مقادیر ψ روی دیواره با استفاده از شرط گفته شده برای ΔP در قسمت قبل باید مشخص شود.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

(۱۴)

مقدار P نیز از رابطه مومنتم در جهت x بدست می‌آید، یعنی:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u$$

(۱۵)

بر روی دیواره شرایط برای سرعتها و دما بسیار واضح است و در حالتی که لوله‌ها صلب باشند مقدار ψ نیز روی لوله‌ها معلوم است و مقدار ω از رابطه $\nabla^2 \psi = -\omega$ و مقدار P از روابط مومنتم بدست می‌آید. بنابراین به طور خلاصه شرایط مرزی روی لوله‌ها را در این حالت می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \psi = 0, \quad \theta = 1$$

$$\omega = -\nabla^2 \psi$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{Re} \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta}$$

(۱۶)

اما در حالتی که لوله‌های انعطاف‌پذیر داریم مقدار ψ با مقدار خروج از مرکز لوله اول در روی تمامی لوله‌ها تغییر می‌کند و مقدار ψ روی دیواره هر لوله باید با یک شرط اضافه بدست آید. این شرط را می‌توان به این صورت در نظر گرفت که مقدار ΔP روی هر لوله اگر از مسیر زیر و یا از مسیر بالای لوله عبور کنیم باید یکسان باشد. بنابراین باتوجه به این شرط می‌توان میزان ψ را بر روی هر لوله را بدست آورد.


باتوجه به اینکه ΔP با ω و ψ رابطه دارد برای ΔP های برابر فقط یک ψ یکسان بدست می‌آید. روی لوله داریم:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y}$$

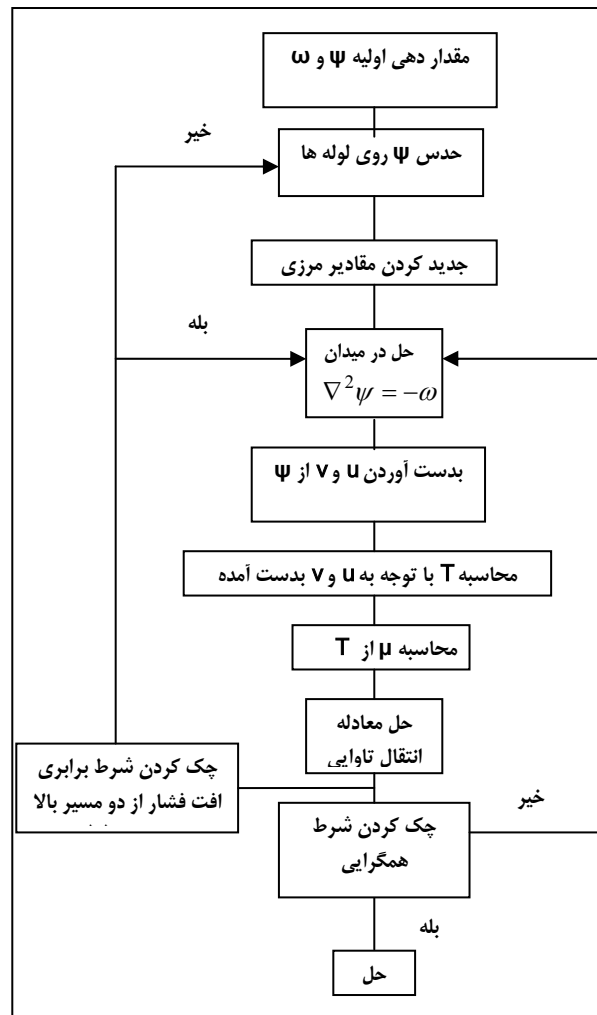
باتوجه به شرایط مرزی $u = v = 0$ روی دیواره:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y}$$

(۱۷)

$\psi = \psi$ $\omega = 0$ $u = 1$ $v = \phi = 0$ $\theta = 0$	$\psi = 1, \omega = u = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\psi_i - \psi_o = 0, \omega = \nabla^2(\psi, \omega)$  </div> $u = u = 0, \phi = 1, \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{Re} \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta}$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$
$\psi = \psi$ $\omega = 0$ $u = 1$ $v = \phi = 0$ $\theta = 0$	$\psi = -1, \omega = u = 0, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$

شکل ۲: شرایط مرزی.



شکل ۳: الگوریتم حل.

ورودی و مساله حفره (Cavity) مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین برای اینکه صحت فرضهای انجام شده برای مساله اصلی مورد مطالعه قرار گیرد این مساله را ابتدا برای جریان در بین لوله های صلب و انعطاف پذیر که در آنها خواص سیال ثابت است حل کرده و نتایج را مقایسه می کنیم.

مساله جریان ورودی

برای مساله جریان ورودی، از یک جریان یکنواخت در ورود و طول لوله بی بعدی برابر ۲۰ که برای رسیدن به یک جریان کاملاً توسعه یافته کافی است استفاده کرده و با روش تابع جریان و تاوایی این مساله را برای اعداد رینولدز مختلف حل کرده ایم. در اعداد رینولدز بالاتر از ۵۰۰ حتی با شبکه های با تعداد نقاط کمتر نیز این مساله به راحتی همگرا می شود. در شکل (۴) طول

چون در هر مرحله مقادیر ψ روی دیواره اندکی تغییر می کند همه متغیرهای دیگر نیز تغییر کرده و این خود، روند همگرایی نتایج را به تعویق می اندازد.

در این برنامه از روش بالا دست مرتبه دوم برای معادله انتقال حرارت و انتقال تاوایی استفاده شده است، چرا که در اعداد پکلت و رینولدز بالا این معادلات، با روشهای گسسته سازی مرکزی همگرا نخواهند شد.

نتایج و مشاهدات

اعتبار و روش حل

برای آنکه معادلات عددی اعمال شده و روش در نظر گرفته شده اعتبار داشته باشند باید آنها را برای مسائلی که حل تحلیلی و یا عددی آنها از قبل مشخص است به کار برده و نتایج را با نتایج دقیق مقایسه کرد. برای این منظور فرمولاسیون آورده شده برای مساله جریان

جوابهای بدست آمده از این روش برای هر سه شبکه کاملاً یکسان بوده و در شکل (۵) برای جلوگیری از تکرار، تنها خطوط هم فشار برای رینولدزهای ۴۰۰ آورده شده است.

حل برای حالت لوله‌های صلب در چیدمان خطی

در دو قسمت قبل اعتبار روش برای حالت حل تحلیلی و یک مساله عددی کلاسیک مشخص گردید. این بار می‌خواهیم اعتبار حل را برای حالتی نزدیکتر به هندسه اصلی مساله اصلی بسنجیم. از آنجا که معمولترین چیدمان برای لوله‌های انعطاف‌پذیر حالت ۲x۲ است، حل عددی برای حالت لوله‌های صلب را نیز با همین چیدمان در نظر گرفته‌ایم. از طرفی نتایج تجربی برای این حالت چیدمان موجود است و می‌توانیم نتایج بدست آمده از روش عددی را با آنها بسنجیم. در شکل (۶) مقایسه‌ای بین توزیع فشار و در اصل افت فشار نهایی در خط تقارن بالایی در اعداد رینولدز مختلف صورت گرفته است که همانطور که مشاهده می‌کنید با افزایش رینولدز افت فشار نهایی کاهش می‌یابد که این نتیجه‌ای قابل پیش‌بینی بوده چرا که میزان افت فشار در اعداد رینولدز کمتر، بیشتر از نیروهای لزجت تاثیر می‌پذیرد و با افزایش عدد رینولدز در حقیقت جریان به سوی جریان غیرلزج میل می‌کند که طبیعتاً افت فشار در آن کمتر است.

با تعریف f' و jb به صورت زیر بحث را ادامه می‌دهیم:

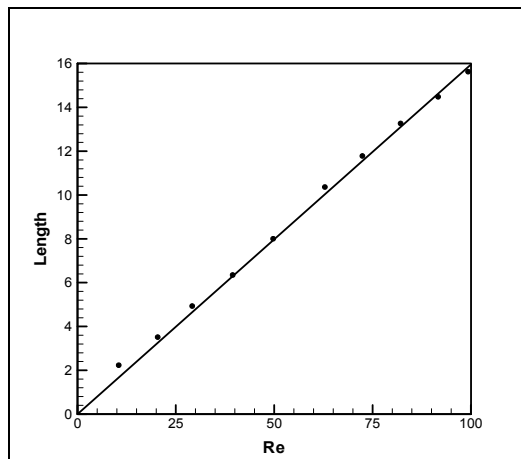
$$f' = \frac{\Delta P}{N(G^2/2\rho g_c)} = \frac{Eu}{N} \quad (18)$$

$(G^2/2\rho g_c)$ انرژی جنبشی بر واحد حجم جریان است.

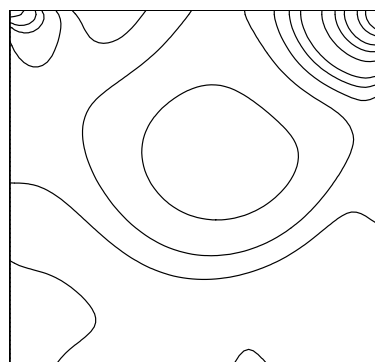
$$jb = j' \cdot Re = \frac{h \cdot d}{k} \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{-1/3} \left(\frac{\mu_\omega}{\mu} \right)^{0.14} \quad (19)$$

در شکل (۷) تغییرات f' با عدد Re در حل عددی و نتایج بدست آمده از آزمایشهای تجربی آورده شده است. مقادیر f' با نتایج آزمایشهای یون چانگ [۷] مقایسه شده است و همانطور که مشاهده می‌شود این نتایج با اختلاف ناچیزی با نتایج تجربی مطابقت دارد. همچنین در شکل (۸) مقادیر مربوط به jb نیز با نتایج تجربی زوکاسکاس [۸] و نتایج ESDI [۹] مقایسه شده است که مطابقت قابل قبولی به خصوص با نتایج ESDI مشاهده می‌شود. اختلاف محدودی که با حل زوکاسکاس در ناحیه گذرا مشاهده

لازم برای رسیدن به جریان کاملاً توسعه یافته (۰.۹۹) برای اعداد رینولدز مختلف برای حل عددی و حل تحلیلی مورد مقایسه قرار گرفته است که همانطور که مشاهده می‌کنیم نتایج کاملاً قابل قبولی از این روش عددی بدست آمده است. حل تحلیلی، مربوط به روش حل بسط سری‌های شلیختینگ می‌باشد.



شکل ۴: طول ورودی برای حل عددی و تحلیلی.



شکل ۵: خطوط هم فشار در رینولدز ۴۰۰.

مساله حفره

مساله Cavity یا حفره، مساله کلاسیک و معروفی در کارهای عددی است که آن را به روشهای گوناگونی در کتابهای CFD حل کرده‌اند و خطوط هم‌فشار و خطوط جریان آن برای اعداد رینولدز مختلف در دسترس می‌باشد. برای اطمینان از درستی فرمولاسیون روش حل و دقت و پایداری آن این مساله را در اعداد رینولدز صفر، صد و چهارصد برای سه نوع شبکه متفاوت حل کرده‌ایم. این سه شبکه شامل شبکه‌های یکنواخت، غیریکنواخت با خطوط عمود بر هم و غیریکنواخت با خطوط غیر عمود بر هم می‌باشند.

حل برای لوله‌های انعطاف‌پذیر در حال ارتعاش با لزجت ثابت

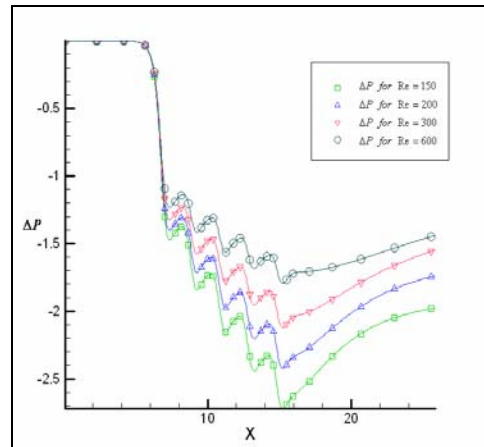
در شکل (۹) به ترتیب از بالا به پایین خطوط جریان برای خروج از مرکزهای ۱/، ۱۵/، قطر لوله‌ها، خطوط هم‌تاوایی برای خروج از مرکزهای ۱۵/ و ۲/، قطر لوله‌ها و خطوط هم‌دما برای خروج از مرکزهای ۲/ و ۲۵/، قطر لوله‌ها و رینولدز ۶۶۲ رسم شده شده است.

نتایج مربوط به افت فشار در این حالت با افت فشار بدست آمده از آزمایش برای لوله‌های انعطاف‌پذیر و لوله‌های ثابت در شکل (۱۰) مورد مقایسه قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌کنیم میزان افت فشار بدست آمده تجربی [۷] در حالت لوله‌های انعطاف‌پذیر کمی بیشتر از لوله‌های صلب است. نتایج حاصله از روش عددی اعمال‌شده در حالت کلی کمی نسبت به نتایج تجربی بیشتر است، که اگر تعداد لوله‌های فرض‌شده در دسته‌لوله بیشتر باشد، این خطا بسیار کمتر می‌شود، چرا که بیشترین خطای محاسباتی و افت فشار در لوله اول اتفاق می‌افتد و از طرفی دسته لوله‌های پنج تایی انعطاف‌پذیر در عمل ضریب افت فشاری نزدیکتر به حالت صلب دارند و جریان از میان آنها راحت‌تر عبور می‌کند.

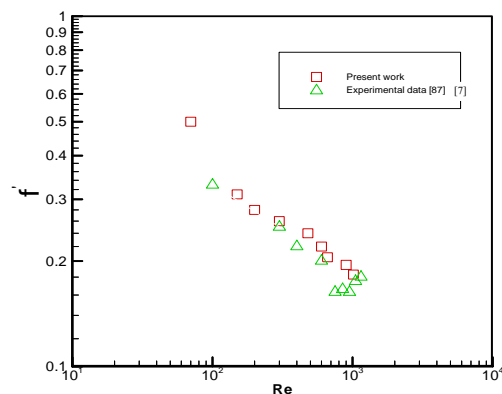
در شکل (۱۱) میزان نرخ انتقال حرارت با نتایج تجربی [۷] برای لوله‌های صلب و انعطاف‌پذیر آورده شده است که این بار این میزان به خوبی با داده‌های تجربی مطابقت دارد. نکته شایان توجه افزایش نرخ انتقال حرارت حدود ۱۵٪ تا ۳۰٪ در لوله‌های انعطاف‌پذیر است که به خوبی با حل عددی انجام‌شده نیز تایید می‌شود.

به علت آنکه در آزمایش‌های انجام‌شده با سیال هوا شروع ارتعاش لوله‌ها از عدد رینولدز حدود ۶۰۰ است اطلاعات تجربی در زیر این ناحیه موجود نمی‌باشد اما از جایی که این اطلاعات را داریم مطابقت عالی با روش عددی اعمال‌شده مشاهده می‌شود.

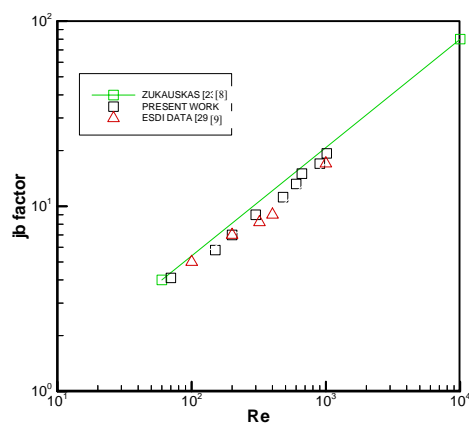
می‌شود، می‌تواند به علت اختلاف خصوصیات سیال عامل استفاده شده و یا مساله Curve Fitting باشند. در کل نتایج بدست آمده در این بخش هم قابل قبول و دقیق است و با سایر منابع و مراجع و نتایج تجربی به خوبی مطابقت دارد.



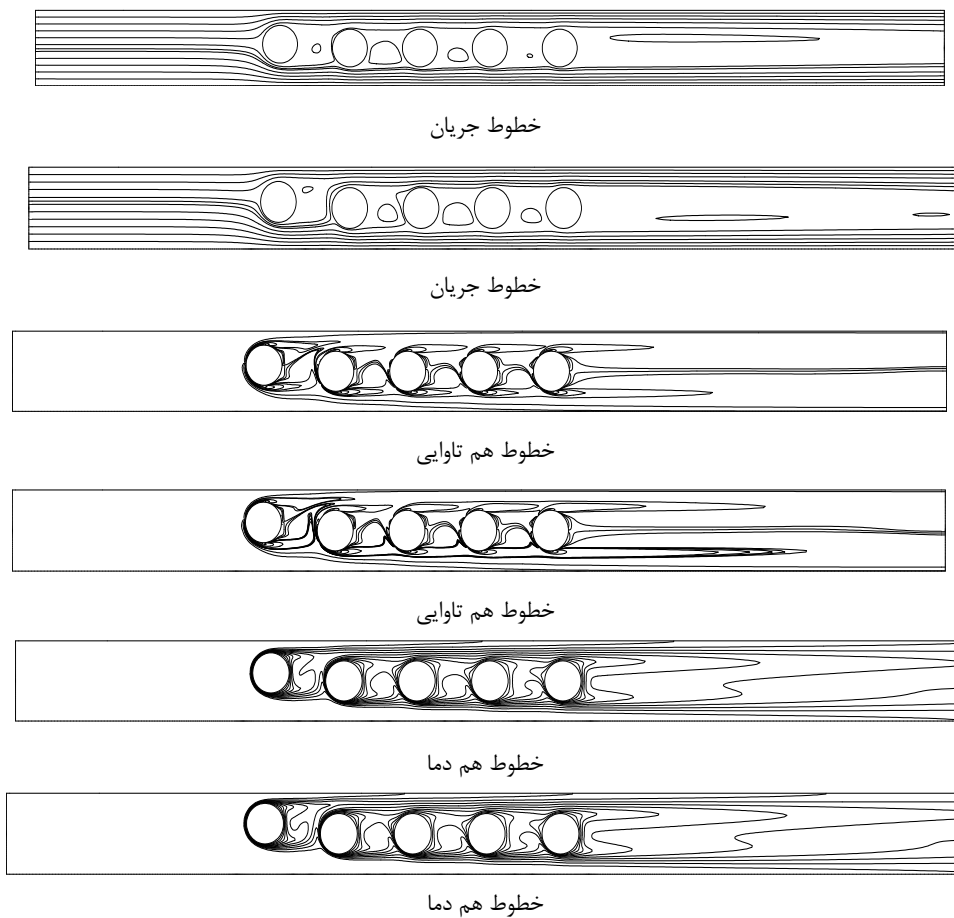
شکل ۶: افت فشار در طول دسته لوله.



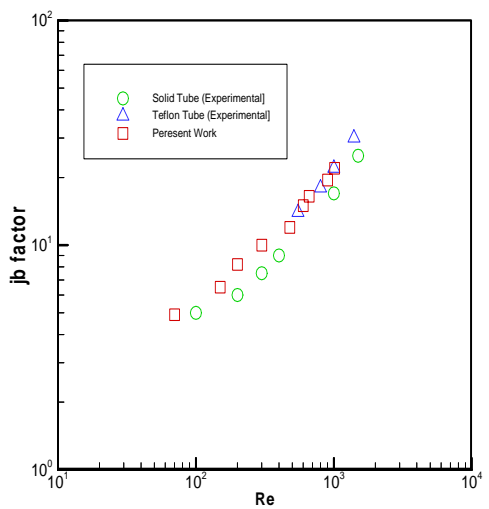
شکل ۷: افت فشار در لوله‌های صلب.



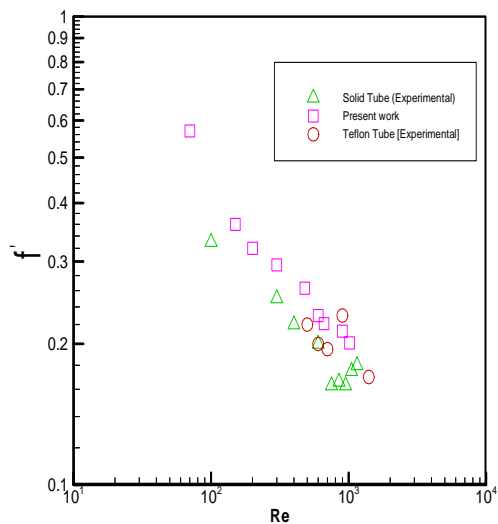
شکل ۸: ضریب fz در لوله‌های صلب.



شکل ۹: خطوط جریان، هم تاوایی و هم دما برای رینولدز ۶۶۲ و خروج از مرکز های متفاوت.



شکل ۱۱: ضریب jB برای لوله های صلب و انعطاف پذیر از حل عددی و نتایج تجربی.



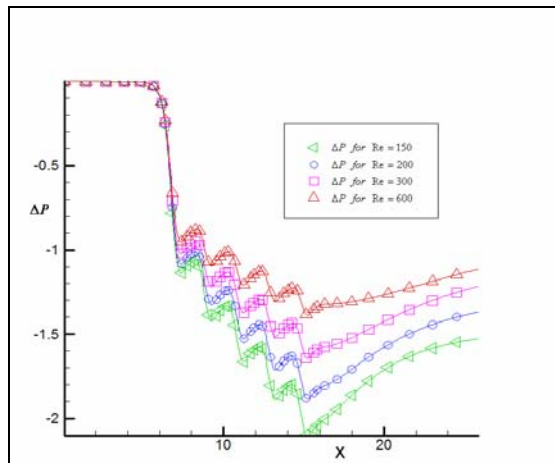
شکل ۱۰: افت فشار برای لوله های صلب و انعطاف پذیر از حل عددی و نتایج تجربی.

نتایج نهایی

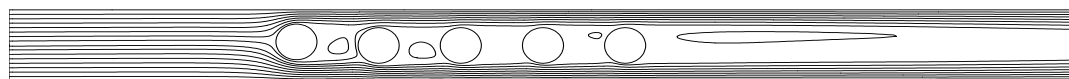
در این قسمت این معادلات را برای نوعی روغن که در مبدل‌های حرارتی مورد استفاده قرار می‌گیرد و مشخصات آن در کتاب اینکروپرا [۱۰] آورده شده است محاسبه کرده‌ایم و از اطلاعات جدول برای مدلسازی متغیر بودن لزجت استفاده شده است. دمای ورودی روغن ۳۰۰ درجه کلوین و دمای بخار آب درون لوله‌ها ۳۷۳ درجه کلوین فرض شده است. اثرات تلفات لزجت نیز در نظر گرفته شده است. مقدار عدد پراتل در دمای ورودی ۶۴۰۰ است که این عدد پراتل بالا باعث دیرتر همگرا شدن معادله انرژی می‌شود. چیدمان لوله‌ها ۲x۲ بوده و شرایط ورودی و مرزی و هندسی کاملاً مانند قسمت قبل می‌باشد. این بار نیز ابتدا برای لوله‌های صلب و بدون خروج از مرکز مسئله را حل کرده‌ایم. در شکل (۱۲) نمودار افت فشار در طول عبور از لوله‌ها نمایش داده شده است. در اینجا نیز با افزایش عدد رینولدز افت فشار کمتر می‌شود. نکته جالب توجه این است که افت فشار بی‌بعد ΔP در این حالت کمتر از حالت لزجت ثابت بدست می‌آید. علت آن هم تغییر لزجت و نیروهای برشی در کنار

دیواره‌هاست که به این ترتیب نقش نیروهای لزج در افت فشار کمتر می‌شود.

در شکل (۱۳) به ترتیب از بالا به پایین خطوط جریان برای خروج از مرکزهای ۱/۱ و ۱/۱۵ قطر لوله‌ها، خطوط هم‌تاوایی برای خروج از مرکزهای ۱/۱۵ و ۱/۲ قطر لوله‌ها و خطوط هم‌دما برای خروج از مرکزهای ۱/۲ و ۱/۲۵ قطر لوله‌ها برای رینولدز برابر ۴۸۰ رسم شده است.



شکل ۱۲: افت فشار در طول دسته لوله برای لزجت متغیر.



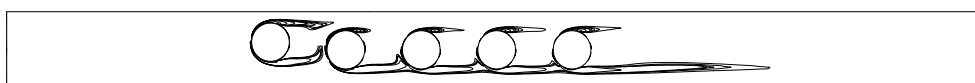
خطوط جریان



خطوط جریان

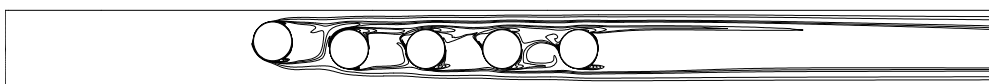


خطوط هم‌تاوایی

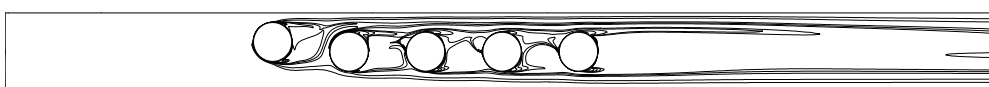


خطوط هم‌تاوایی

شکل ۱۳: خطوط جریان، هم‌تاوایی و هم‌دما برای رینولدز ۴۸۰ و خروج از مرکزهای متفاوت برای لزجت متغیر.



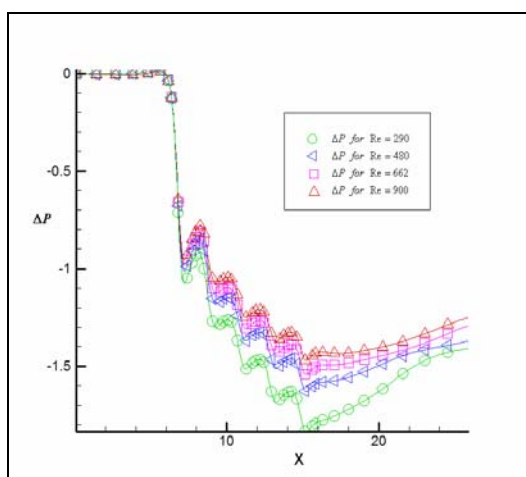
خطوط هم دما



خطوط هم دما

ادامه شکل ۱۳: خطوط جریان، هم تاوایی و هم دما برای رینولدز ۴۸۰+ و خروج از مرکز های متفاوت برای لزجت متغیر.

برابر با ۶۶۲ مورد مطالعه قرار گرفته است که در این حالت افت فشار با افزایش خروج از مرکز افزایش می‌یابد. این افزایش افت فشار بی‌بعد نسبت به افزایش افت فشار در حالت لزجت ثابت کمتر است.



شکل ۱۴: افت فشار در طول دسته لوله برای لزجت متغیر در خروج از مرکز ۰/۱۵ قطر.

در نمودار (۱۶) میزان تغییرات U ، ضریب انتقال حرارت کلی نسبی، برای رینولدزهای مختلف در حالت خروج از مرکز ثابت رسم شده است. تغییرات U در این حالت با رینولدز خطی می‌باشد، اما شیب این خط از حالتی که برای هوا در قسمت پیش انجام دادیم بیشتر است و این یعنی در اعداد پرانتل بالا که خاصیت هدایت ناچیز است و جابجایی مهمتر است، افزایش عدد رینولدز با شیب بیشتری نرخ انتقال حرارت را افزایش می‌دهد.

تفاوت عمده‌ای در شکل خطوط دما ثابت در این نمودارها با نمودارهای قسمت قبل که برای پرانتلهای کوچکتر که آزمایشهای تجربی آنها برای هوا بود دیده می‌شود. خطوط هم‌دما در این حالت به علت عدد پرانتل بزرگ خاصیت پخش به حداقل رسیده و خواص جابجایی به شدت غالب است چرا که عدد پکلت بسیار بزرگ و از مرتبه 10^6 است و معادله انرژی در این حالت با ناچیز بودن $\frac{1}{pe} \nabla^2 \theta$ به شکل معادله موج میل می‌کند، یعنی اگر اتلافات لزجت نیز کم باشد، معادله انرژی به معادله زیر میل می‌کند.

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \approx 0$$

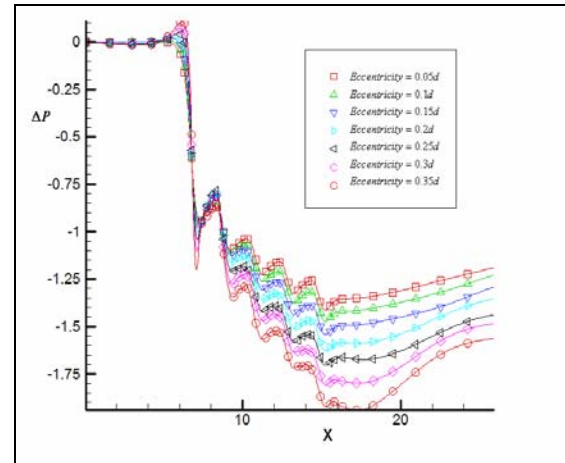
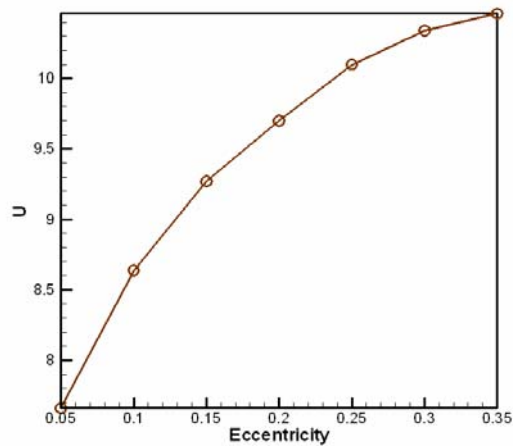
(۲۰)

که یک معادله موج است. همانطور که از نمودارها نیز پیداست خطوط هم‌دما خیلی دیر به خطوط تقارن بالا و پایین می‌رسند. و به شدت خاصیت نفوذ به جریان پایین دست دارند و این نشانه پایین بودن خاصیت هدایت در اعداد پرانتل بزرگ است.

با افزایش عدد رینولدز و با قویتر شدن ترمهای جابجایی این پدیده بیشتر نمایان می‌شود.

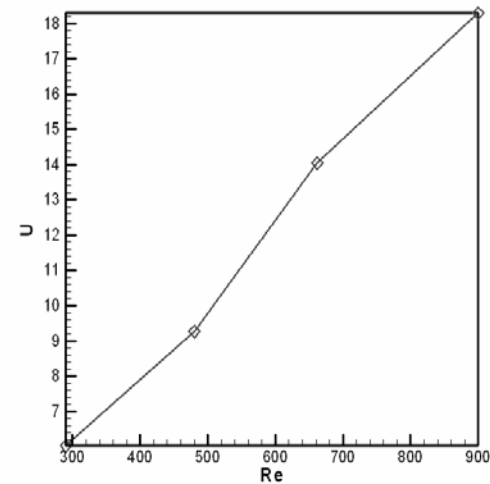
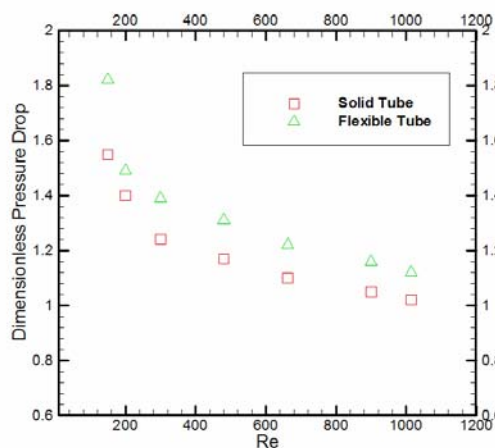
در شکل (۱۴) نمودار تغییرات افت فشار برای یک خروج از مرکز ثابت با تغییرات رینولدز کشیده شده که با افزایش رینولدز مانند قبل افت فشار کاهش می‌یابد که به علت میل جریان به سمت جریان غیرلزج است، چرا که در جریان غیرلزج رینولدز بی‌نهایت است و افت فشار نیروهای لزجت، صفر می‌باشد. در نمودار (۱۵) نیز تاثیر مقدار خروج از مرکز بر افت فشار در عدد رینولدز ثابت و

در رینولدزهای بالاتر این اختلاف کمتر می‌شود و می‌توان گفت که افت فشار در حالت لوله‌های انعطاف‌پذیر حدود ۱۰ درصد بیشتر از لوله‌های صلب است.



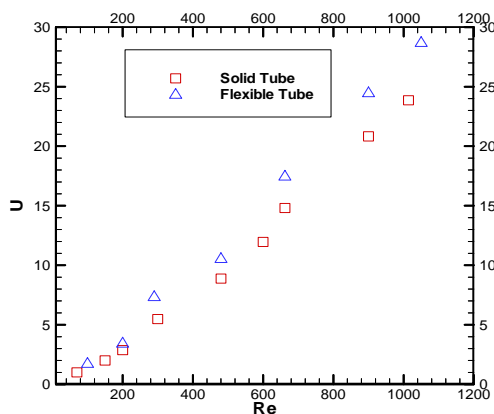
شکل ۱۵: افت فشار در طول دسته لوله برای لزجت متغیر در خروج از مرکز های متفاوت برای $Re=662$.

شکل ۱۷: ضریب انتقال حرارت کلی نسبی برای رینولدز ۴۸۰ در خروج از مرکز های متفاوت.



شکل ۱۶: ضریب انتقال حرارت کلی نسبی برای رینولدزهای مختلف در خروج از مرکز ۰/۱۵ قطر.

شکل ۱۸: ضریب افت فشار بی بعد در دسته لوله های صلب و انعطاف پذیر برای لزجت متغیر.



شکل ۱۹: ضریب انتقال حرارت کلی نسبی در دسته لوله های صلب و انعطاف پذیر برای لزجت متغیر.

در نمودار (۱۷) میزان تغییرات U با افزایش میزان خروج از مرکز رسم شده است. برخلاف حالتی که برای پراتلهای کم وجود داشت این بار این تغییرات خطی نبوده و شیب آن با افزایش خروج از مرکز از ۰/۲ رو به کاهش می‌گذارد و این یعنی نسبت افزایش انتقال حرارت برای لوله‌های انعطاف‌پذیر به لوله‌های صلب در حالت لزجت متغیر برای پراتلهای کمتر، بیشتر است.

در شکل (۱۸) میزان افت فشار بی‌بعد ΔP کلی برای اعداد رینولدز متفاوت در حالت لزجت متغیر برای دسته لوله‌های صلب و انعطاف‌پذیر با هم مقایسه شده‌اند. همانطور که از این شکل مشخص است میزان افت فشار به خصوص در رینولدزهای پایین که تاثیرات نیروی لزجت بیشتر است برای دسته لوله‌های انعطاف‌پذیر بیشتر است و

در شکل (۱۹) ضریب انتقال حرارت کلی نسبی برای اعداد رینولدز متفاوت در حالت لزجت متغیر برای دسته لوله-های صلب و انعطاف پذیر با هم مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌کنید میزان این ضریب برای دسته لوله-های انعطاف پذیر بیشتر است و می‌توان گفت که ضریب انتقال حرارت در حالت لوله‌های انعطاف پذیر بین ۲۰ تا ۲۵ درصد بیشتر از لوله‌های صلب است که این میزان افزایش بسیار قابل توجه می‌باشد.	Eu : عدد اولر
	f' : ضریب افت فشار (اصطکاک)
	h _o : ضریب انتقال حرارت خارجی لوله‌ها
	j' : ضریب کالبرن
	jb : ضریب کالبرن اصلاح شده
	K : ضریب هدایت حرارتی
	N : تعداد لوله‌ها در هر ردیف
	P : فشار استاتیکی
	ΔP : افت فشار بی‌بعد
	Pr : عدد پرانتل
	Q : نرخ انتقال حرارت
	Re : عدد رینولدز
	S : عدد استروهل
	T : دما
	T _w : دمای دیواره لوله دما
	u : جزء سرعت در جهت X
	U : ضریب انتقال حرارت کلی
	U _o : سرعت سیال آزاد
	v : جزء سرعت در جهت Y
	ρ : جرم حجمی
	μ : ضریب لزجت
	μ _w : ضریب لزجت روی دیواره لوله‌ها
	ψ : تابع جریان
	ω : تاوایی
	θ : دمای بی‌بعد
	α : ضریب بخش هدایتی
	φ : تابع تلفات لزجت

نتیجه گیری

مبدلهای حرارتی با لوله‌های تفلونی انعطاف پذیر نه تنها در برابر خوردگی بسیار مقاوم بوده و در دماها و فشارهای بالا قابل استفاده می‌باشند، بلکه ارتعاش لوله-های آنها باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می‌شود که این بسیار مطلوب است. از طرفی به علت سبک بودن تفلون نسبت به فلزات، وزن مبدل کمتر شده و همچنین در این نوع مبدلها ارتعاشات باعث خرابی لوله‌ها نمی‌شود و صدای ناهنجار نیز که در حالت تشدید برای لوله‌های فلزی شنیده می‌شود، در آن وجود ندارد. این نوع مبدلها می‌توانند جایگزین بسیار مناسب برای مبدلهای حرارتی با لوله‌های صلب باشند.

فهرست علائم

C _p :	گرمای ویژه در فشار ثابت
C _v :	گرمای ویژه در حجم ثابت
d :	لوله‌ها
Ec :	عدداکرت

مراجع

- 1 - Michaelids, E. E., Chang, Y. and Bosworth, R.T. (1986). "Heat transfer coefficients and friction factors for banks of flexible tube in cross flow." *Proc, 8th int, Heat Transfer Conf.*, Vol. 6, PP. 2757-2762.
- 2 - Muller, A. C. (1983). *Experimental data and correlations for tube banks, for Low Reynolds Number Heat Exchanger Design*. Hemisphere, Washington, DC.
- 3 - Kakak, S., Bergles, A. E. and Mayinger, F. (1981). *Heat Exchangers*, Hemisphere, Washington, DC.
- 4 - Antonopoulos, K.A. (1985). "Heat transfer in tube banks under condition of turbulent inclined flow." *Int., J., Hear Mass Transfer* 28, PP. 1645-1656.
- 5 - Dhaubhadel, M. N., Reddy, J. N. and Telionis, D. P. (1986). "Heat transfer for in-line bundle of cylinders in cross-flow." *Int., J. Non-linear Mech.* 21, PP. 361-374.

- 6 - Telionis, D. P. and Romaniuk, M. S. (1977). "Velocity and temprature streaming in oscillating boundary layers." *AIAA J*, 6, PP. 488-494.
- 7 - Chang, Y. (1988). *Heat and momentum transfer of flexible tube banks in cross flow*. PhD Dissertation, University of Delaware.
- 8 - Zukauskas, A. A. (1972). "Heat transfer from tube in cross flow." *Advanced Heat Transfer*, Vol. 8, PP. 93-160. Academic Press. NewYork.
- 9 - *Pressure Loss during Cross Flow of Fluid with Heat Transfer over Plain Tube Banks Without Baffles* Engineering Service Data item No.74040. 1974.
- 10 - Incropera, F. P. and De Witt, D. P. *Introduction to Heat Transfer*.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Vorticity Transport