

پردازش فازی سیگنال برای استخراج نقاط تکین آن

سید کمال الدین ستاره دان

دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

همکار قطب علمی کنترل و پردازش هوشمند

(تاریخ دریافت ۸۲/۶/۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۹/۱۴، تاریخ تصویب ۸۵/۴/۳)

چکیده

اطلاعات مفید در انواع سیگنالهای مختلف اغلب توسط نقاط تکین آنها مانند لبه ها و قله ها حمل میشوند. مثالهایی از این سیگنالها شامل سیگنالهای رادار، سیگنالهای دیجیتال مخابراتی، سیگنالهای حیاتی (مثلا ECG و EEG و تصاویر پزشکی) میباشد. بنابر این یافتن موقعیت و محل این نقاط تکین یکی از مسائل اولیه مهم و مشترک در اغلب زمینه های پردازش سیگنال و تصویر محسوب میشود. در این مقاله روشی چند مقیاسی^۱ برای پردازش و یافتن نقاط تکین یک سیگنال ارائه گردیده که در آن اطلاعات موجود در مقیاسهای مختلف به روشی نوین و بصورت فازی با هم ترکیب میگردد. ابتدا نمایش چند مقیاسی سیگنال ورودی با استفاده از تبدیل موجک گسسته حاصل میشود. سپس با تعریف توابع فازی کننده مناسبی که در هر مورد از نقاط تکین (لبه یا قله) متفاوت است، اطلاعات موجود در هر مقیاس از سیگنال به زیر مجموعه ای فازی از فضای سیگنال تبدیل میگردد. زیر مجموعه های فازی مذکور بیان میکنند که هر نقطه از فضای سیگنال تا چه درجه ای میتواند با یک نقطه تکین متقارن باشد. در نهایت با استفاده از اپراتورهای فازی و با ترکیب اطلاعات موجود در زیر مجموعه های فازی مربوط به مقیاسهای مختلف از سیگنال، نقاطی که بیشترین درجه تقارن با نقاط تکین را داشته باشند استخراج میگردد. برتری روش پیشنهادی با اعمال آن به گروهی از سیگنالهای ساختگی و سیگنالهای واقعی نسبت به روشهای مرسوم نشان داده شده است.

واژه های کلیدی: نقاط تکین، استخراج لبه، استخراج قله، پردازش چند مقیاسی، منطق فازی، تبدیل موجک

مقدمه

نقاط تکین حساسیت بسیار زیاد آنها نسبت به نویز است. این اپراتورها فقط در صورت عدم وجود نویز و یا بالا بودن نسبت سیگنال به نویز پاسخهای مناسبی ارائه میکنند که البته این شرایط اغلب در عمل فراهم نیست. جهت بهبود کیفیت عملکرد آنها روشهای مختلفی مبتنی بر ابتدا نرم کردن (کاهش نویز) سیگنالها و سپس اعمال مشتق گیر (و یا اعمال همزمان نرم کننده و مشتق گیر در قالب یک اپراتور مرکب) ارائه شده است [۲،۱]. روشن است که با استفاده از توابع نرم کننده با طول پنجره بزرگتر میزان نرم شدگی بیشتری برای سیگنال حاصل شده و نقاط تکین آن مشخصتر و نتیجتاً استخراج آنها توسط مشتق گیرها راحتتر خواهد بود اما باید توجه نمود که این به قیمت جابجایی بیشتر نقاط تکین و از دست رفتن دقت در مکان یابی آنها میباشد. نشان داده شده است [۳] که یک اصل عدم قطعیت طبیعی بین دو مشخصه توانایی استخراج و دقت مکانیابی اپراتورهای استخراج نقاط تکین وجود دارد و بهبود یکی از این دو مشخصه به معنای از دست رفتن کیفیت مشخصه دیگر میباشد. نتیجه این

اطلاعات مفید در انواع سیگنالها و تصاویر مختلف اغلب توسط نقاط تکین آنها مانند لبه ها و قله ها حمل میشوند. مثالهای آشنایی از این نقاط تکین شامل لبه موجود در بین دو منطقه با شدت روشنایی متفاوت در یک تصویر است که مرز بین دو شیء در آن تصویر را تشکیل میدهد و یا یک تغییر وضعیت از صفر به یک یا بالعکس در یک سیگنال مخابراتی دیجیتال که اطلاعات ارسالی را حمل میکند و یا قله های موجود در سیگنال حاصل از یک طیف نگار Raman که نشاندهنده ترکیبات تشکیل دهنده ماده مورد بررسی است میباشد. روشهای مرسوم برای استخراج محل لبه یا یک قله در یک سیگنال معمولاً شامل محاسبه کانولوشن سیگنال با یک مشتق گیر از مرتبه اول یا دوم و سپس تعیین نقاط به ترتیب ماکزیمم یا گذر از صفر سیگنال منتهی میباشد. از آنجا که بطور کلی مشتق گیرها به صورت فیلترهای بالا گذر عمل میکنند از معایب اینگونه اپراتورهای استخراج

مقیاسهای مختلف سیگنال، این مقاله روشی نوین و بسیار موثر برای استخراج محل یک نقطه تکین در سیگنال اعم از لبه یا قله ارائه میکند.

تئوری تبدیل موجک و ارتباط آن با اپراتورهای استخراج نقاط تکین

تبدیل موجک یک سیگنال در واقع بسط آن به کمک توابع پایه ای است که همه آنها از یک تابع اولیه $\psi(x)$ بنام تابع موجک مادر حاصل میشوند. بر طبق تعریف، یک تابع $\psi(x)$ را هنگامی میتوان یک موجک مادر نامید که شرط زیر را برآورده سازد [۵].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = \Psi(0) = 0 \quad (1)$$

که در آن $\Psi(\omega)$ تبدیل فوری تابع $\psi(x)$ میباشد. تبدیل موجک یک تابع حقیقی یک بعدی $f(x)$ نسبت به موجک مادر $\psi(x)$ به شکل زیر تعریف میگردد:

$$W_{\psi} f(s, t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-t}{s}\right) dx \quad (2)$$

که بسطی از سیگنال $f(x)$ را در صفحه مکان-مقیاس یا زمان-مقیاس بدست میدهد که در آن s متغیر مقیاس و t متغیر مکان یا زمان میباشد. معادله ۲ را میتوان بصورت یک کانولوشن محاسبه شده در نقطه t بصورت زیر تلقی نمود:

$$W_{\psi} f(s, t) = f(t) * \psi_s(-t) \quad (3)$$

که در آن:

$$\psi_s(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x}{s}\right) \quad (4)$$

حال اگر فرض کنیم که توابع $\psi^1(x)$ و $\psi^2(x)$ دو تابع موجک مادر باشند بطوریکه:

$$\psi^1(x) = \frac{d\phi(x)}{dx} \text{ و } \psi^2(x) = \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} \quad (5)$$

موضوع آن است که در بسیاری از کاربردهای استخراج نقاط تکین یک اپراتور نرم کننده (یا یک اپراتور مرکب) با طول پنجره ثابت کافی و مناسب نیست.

استفاده از اپراتورهای با طولهای متفاوت پنجره (که در واقع به نوعی بررسی سیگنال در مقیاسهای مختلف میباشد) و سپس استفاده توأم از اطلاعات موجود در این مقیاسها موجب پیدایش روشهای چند مقیاسی مختلفی در موضوعات متفاوتی مثل ریاضی، فیزیک و مهندسی بطور مستقل از یکدیگر گردید [۴-۸]. سپس سالهای بعد بحث تئوریک مستدل و قدرتمندی در این رابطه ارائه گردید که تمام زمینه های کاربردی مختلف را در قالب واحدی توصیف می نمود. این قالب واحد امروزه به نام تبدیل موجک^۲ شناخته میشود [۹]. تفاوت اصلی بین روشهای مختلف چند مقیاسی برای استخراج نقاط تکین در نحوه ترکیب اطلاعات موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال است. مثلا در [۴] از ضرب مستقیم مقیاسهای مختلف سیگنال در یکدیگر، در [۵] و [۶] از روش دنبال کردن محل نقاط قله های محلی از مقیاس درشت به مقیاس ریز، در [۷] از کوریلیشن مکانی مقیاسهای مجاور و در [۸] از ماکزیمم کلی مقیاسهای تبدیل موجک برای مکانیابی لبه های مهم سیگنال استفاده شده است. در واقع تمام این روشها و روشهای مشابه دیگر بدنبال یافتن پاسخی به این سوال هستند که "چگونه باید اطلاعات موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال را با هم ترکیب نمود تا به پاسخهای مقاومی در استخراج و مکانیابی نقاط تکین دست یافت؟" به عقیده مولف این مقاله، بطور کلی هر گونه نمایش چند مقیاسی یک سیگنال نویزی دارای ابهام و عدم قطعیت است. علت اصلی ابهام در مقیاسهای ریز در این حقیقت نهفته است که در این مقیاسها دامنه نویز بزرگ بوده و نسبت سیگنال به نویز بطور طبیعی کوچک است در حالیکه در مقیاسهای درشت عدم توانایی در مکانیابی دقیق به علت جابجایی محل واقعی نقطه تکین عامل اصلی ابهام است.

هدف ما در این تحقیق کنار آمدن با این ابهام با پردازش سیگنال نه بطور معمول و با روشهای به اصطلاح خشک^۳ بلکه با استفاده از روشهای انعطاف پذیر^۴ با استفاده از تئوری و اپراتورهای منطق فازی [۱۱ و ۱۲] است. با استفاده ای نوین از تئوری منطق فازی و اپراتورهای مربوطه در ترکیب اطلاعات موجود در

ریاضیات میزان regularity موضعی اغلب با توانهای Lipschitz اندازه گیری میشود [۵] که بحث آن خارج از حوصله مقاله حاضر است اما لازم به توضیح است که این ارتباط توسط پارامتری از توابع موجک یعنی "تعداد ممانهای صفر شونده" آن بیان و مشخص میگردد. این ارتباط بیان میدارد که استفاده از یک موجک با تعداد بیشتری از ممانهای صفرشونده این مزیت را دارد که اجازه محاسبه توانهای Lipschitz با اندازه های بزرگتر را برای توابع فراهم میکند اما از طرف دیگر به پیچیدگی و افزایش مقدار محاسبات منجر میگردد. این بدان معناست که ما باید در عمل تابع موجکی را انتخاب کنیم که حداقل ممکن ممان صفر شونده را دارا بوده اما در عین حال تعداد آن برای محاسبه توان Lipschitz در نقاط تکین مورد نظر در سیگنال کافی باشد.

مثلا در اغلب کاربردهای مربوط به پردازش سیگنال و تصویر معمولا به دنبال لبه ها و قله هایی هستیم که توانهای Lipschitz در این نقاط تکین کوچکتر از ۱ میباشد [۶]. بنابر این استفاده از یک تابع موجک با فقط یک ممان صفر شونده کافی خواهد بود. همچنین در سیگنالهای حاصل از سیالات موج ساختارهای مورد علاقه اغلب دارای توانهای Lipschitz بین صفر و ۲ میباشد. بهمین دلیل در این موارد باید از یک تابع موجک دارای حداقل ۲ ممان صفر شونده استفاده نمود [۶]. توابع موجک بکار رفته در این تحقیق $\psi^1(x)$ و $\psi^2(x)$ به ترتیب دارای ۱ و ۲ ممان صفر شونده میباشد که بدون ایجاد پیچیدگی غیر ضروری برای اکثر موارد مورد نظر کافی میباشد [۵، ۶].

برای بسیاری از کاربردها لازم نیست که پارامتر مقیاس (s) متغیری پیوسته باشد. در عمل معمولا به علت گسسته بودن سیگنالهای نمونه برداری شده، از تبدیل موجک با متغیرهای گسسته مقیاس و مکان (یا زمان) استفاده میگردد و برای اجرای سریعتر برنامه ها معمولا متغیر مقیاس به صورت توانهای ۲ یعنی به صورت $(2^j)_{j \in \mathbb{Z}}$ تغییر میکند. در این صورت تبدیل موجک گسسته (DDWT) به شکل زیر حاصل میشود.

$$W_{\psi} f(j, n) = 2^{\frac{-j}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi(2^{-j}(x-n)) dx \quad (9)$$

که در آنها تابع $\phi(x)$ یک تابع نرم کننده بوده (یعنی تابعی که انتگرال آن مساوی یک بوده و اندازه آن هنگام میل x به سمت بینهایت برابر با صفر میشود) و حداقل دو بار مشتق پذیر است [۵]. آنگاه طبق معادله ۳ میتوان رابطه تبدیل موجک را به شکل زیر تعریف نمود:

$$W_{\psi^1} f(s, t) = f(t) * \psi_s^1(-t) = -s \frac{d}{dt} (f(t) * \phi_s(-t)) \quad (6)$$

$$W_{\psi^2} f(s, t) = f(t) * \psi_s^2(-t) = s^2 \frac{d^2}{dt^2} (f(t) * \phi_s(-t)) \quad (7)$$

$$\phi_s(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \phi\left(\frac{x}{s}\right) \quad (8)$$

که در آنها:

معادلات ۶ و ۷ نشان میدهند که تبدیل موجکهای $W_{\psi^1} f(s, t)$ و $W_{\psi^2} f(s, t)$ به ترتیب متناسب با مشتقهای اول و دوم سیگنال $f(x)$ پس از نرم شدن با تابع $\phi_s(x)$ میباشد. بنابر این ماکزیمم های محلی تابع $W_{\psi^1} f(s, t)$ در جهت تغییرات متغیر t نشاندهنده تغییرات بالا رونده (لبه های مثبت) در سیگنال نرم شده $f(x) * \phi_s(-x)$ است. بطور مشابه ماکزیمم های محلی تابع $W_{\psi^2} f(s, t)$ در جهت تغییرات متغیر t به قله های مثبت موجود در سیگنال نرم شده $f(x) * \phi_s(-x)$ مربوط میگردد. نکته قابل توجه این است که در صورت جابجایی دامنه های مثبت و منفی سیگنال یعنی تبدیل تابع $f(x)$ به تابع $-f(x)$ روابط و بحث فوق در مورد لبه ها و قله های منفی نیز قابل تعمیم خواهد بود. در ادامه در زیر بخش های بعدی با استفاده از توابع $W_{\psi^1} f(s, t)$ و $W_{\psi^2} f(s, t)$ و با توجه به خواص فوق الذکر این توابع به تعریف زیر مجموعه های فازی مناسبی به ترتیب برای یک لبه و یک قله در سیگنال ورودی خواهیم پرداخت. در این تحقیق از توابع موجک مادر $\psi^1(x)$ و $\psi^2(x)$ که به ترتیب مشتقهای اول و دوم یک تابع نرم کننده $\phi(x)$ که یک Cubic spline بوده و اولین بار توسط Mallat و همکارانش معرفی گردید [۵] استفاده شده است. شکل (۱) تابع نرم کننده $\phi(x)$ ، و توابع موجک $\psi^1(x)$ و $\psi^2(x)$ را نشان میدهد.

یکی از خواص مهم تبدیل موجک توانایی آن در مشخص نمودن میزان معمولی بودن^۵ توابع بصورت موضعی در زمان یا مکان های مورد نظر میباشد. در

میکنند. با در نظر گرفتن توام حقایق فوق میتوان به این نتیجه رسید که با برخی تغییرات لازم میتوان تبدیل موجکهای فوق را به زیر مجموعه‌هایی فازی از سیگنال تبدیل نمود بطوریکه به هر نقطه از فضای سیگنال درجه عضویتی نسبت خواهد داد که میزان نزدیکی آن را به یک نقطه تکین در آن مقیاس خاص نشان میدهد.

از آنجا که نویز نیز ایجاد نقاط تکین غیر واقعی بسیاری در سیگنال میکند باید بتوان به گونه‌ای با بررسی اطلاعات موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال، نقاط تکین واقعی را از نقاط تکین مربوط به نویز تمیز داد. در واقع تمام روشهای چند مقیاسی به دنبال حل این مسئله میباشند اما از آنجا که به دلیل کوچک بودن نسبت سیگنال به نویز در مقیاسهای کوچک و به علت بزرگی میزان جابجایی نقطه تکین در مقیاسهای بزرگ اطلاعات موجود در آنها دارای ابهام بوده و اصطلاحاً فازی میباشد به عقیده مولف بهتر است این اطلاعات را به روشهای فازی بررسی و پردازش نمود. همانطور که نشان داده خواهد شد با ترکیب نمودن اطلاعات فازی موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال به کمک اپراتورهای فازی میتوان بین مشخصه‌های توانایی استخراج و مکانیابی دقیقتر اپراتور توازن مناسبی برقرار نمود.

در ادامه مراحل و نحوه تولید زیر مجموعه‌های فازی از مقیاسهای مختلف تبدیل موجک سیگنال توضیح داده میشود و برای سادگی عمل فرض میکنیم که سیگنال مورد بررسی فقط دارای یک لبه مثبت است. در مورد سیگنالی با یک قله مثبت مراحل مشابهی خواهیم داشت که در آن بجای استفاده از تبدیل موجک گسسته $W_{\psi}^1 f(s,t)$ از تبدیل $W_{\psi}^2 f(s,t)$ استفاده میشود. مراحل تولید زیر مجموعه‌های فازی برای یک لبه مثبت به شرح زیر است:

▪ ابتدا تبدیل موجک گسسته $W_{\psi}^1 f(s,t)$ را برای سیگنال ورودی $f(x)$ و در تمام مقیاسهای ممکن J ($j=1,2,\dots,J$) حساب کن.

با فرض اولیه اینکه ما دنبال یافتن موقعیت فقط یک لبه مثبت در سیگنال ورودی هستیم و چون لبه‌های مثبت ایجاد فقط نقاط ماکزیمم در مقیاسهای مختلف تبدیل موجک سیگنال میکنند بنابر این مقادیر منفی اطلاعات مفیدی را بهمراه نداشته و در این مرحله از یک اپراتور zero clipper که مقادیر منفی از هر مقیاس را برش داده

بیشترین تعداد مقیاس‌های قابل حصول در DDWT برای یک سیگنال گسسته با طول N نمونه، برابر $J=\log(N)+1$ است [۸].

شاید به نظر برسد که استفاده از تبدیل موجک با پارامتر مقیاس گسسته که در آن متغیر مقیاس به صورت توانهای ۲ یعنی به صورت $(2^j)_{j \in \mathbb{Z}}$ تغییر میکند برخی از اطلاعات سیگنال از بین رفته و صحت نتایج نهایی مورد شک واقع شود. در این رابطه لازم به ذکر است که در مراجع [۶،۵] ضمن بحث فراوان در این رابطه بطور ریاضی اثبات شده است که اگر تابع موجک انتخابی و تبدیل فوریه آن شروط ریاضی مشخصی را برآورده سازد آنگاه تبدیل موجک گسسته آن نه تنها نقصان اطلاعات بلکه اطلاعات مازاد بر نیاز^۷ نیز دارد که خوانندگان علاقمند را به مطالعه بیشتر در این مراجع دعوت مینماید.

از آنجا که توابع موجک بکار گرفته شده در این تحقیق نیز همان توابع معرفی شده در مراجع [۶، ۵] بوده و شروط مربوط به کامل بودن^۸ را برآورده میسازند لذا در این تحقیق نیز از تبدیل موجک گسسته استفاده شده است.

روش پیشنهادی برای استخراج نقاط تکین تشکیل زیر مجموعه‌های فازی برای مقیاسهای مختلف سیگنال

با یک نگاه فازی به مسئله یافتن نقاط تکین در یک سیگنال میتوان هر نقطه از سیگنال را به عنوان یک شیء از مجموعه مرجعی که شامل تمام نقاط سیگنال است در نظر گرفت. در این مجموعه تعدادی از نقاط به نقاط تکین نزدیک و برخی از آنها دقیقاً مصادف با نقاط تکین هستند. حال اگر بتوان تابع عضویتی را چنان تعریف کرد که به هر نقطه از مجموعه مرجع بسته به نزدیکی آن نقطه به یک نقطه تکین درجه عضویتی نسبت دهد انتظار میرود که نقاط مصادف با نقاط تکین دارای ماکزیمم درجه عضویت یعنی ۱ و بقیه نقاط بسته به نزدیکی آنها به نقاط تکین درجه عضویتی بین ۰ و ۱ داشته باشند.

همچنین در بخش قبل نشان داده شد که هر نقطه تکین مثبت در یک سیگنال $f(x)$ (لبه یا قله مثبت) تولید یک ماکزیمم محلی در مقیاسهای مختلف تبدیل موجک (بترتیب $W_{\psi}^1 f(s,t)$ یا $W_{\psi}^2 f(s,t)$) از سیگنال

محاسبه تبدیل موجک از $f(x)$ - بجای $f(x)$ استفاده میکنیم. اگر اپراتور zero clipper را با $F_1[.]$ نشان دهیم آنگاه خواهیم داشت:

$$S_j^1(n) = F_1[W_{\psi^1} f(j, n)] = \begin{cases} 0 & \text{if } W_{\psi^1} f(j, n) < 0 \\ W_{\psi^1} f(j, n) & \text{if } W_{\psi^1} f(j, n) \geq 0 \end{cases}$$

که در آن $n = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, J$

(۱۰)

همانطور که قبلا ذکر شد چون هر لبه مثبت در سیگنال (لبه واقعی یا لبه مربوط به نویز) ایجاد نقاط ماکزیمم محلی در مقیاسهای مختلف از تبدیل موجک سیگنال میکند که ممکن است مربوط به لبه واقعی در سیگنال باشد پس تمام ماکزیممهای محلی در مقیاسهای مختلف از اهمیت یکسانی برخوردارند. بهمین دلیل به نظر میرسد که باید ماکزیمم درجه عضویت را بطور یکسان به تمام ماکزیممهای محلی نسبت داد. اپراتور $F_3[.]$ که عمل فوق الذکر را انجام میدهد توابع نهایی $S_j^3(n)$ که تعیین کننده درجه عضویت فازی برای نقاط موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال هستند را به صورت زیر محاسبه میکند:

$$S_j^3(n) = F_3[S_j^2(n)] = \begin{cases} 1 & \text{if } S_j^2(n) \text{ is local maximum} \\ S_j^2(n) & \text{else;} \end{cases}$$

که در آن $n = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, J$

(۱۲)

بود.

تصمیم گیری فازی بهینه برای مکانیابی نقاط تکین

قدم نهایی برای مکانیابی نقاط تکین ترکیب اطلاعات موجود در زیر مجموعه های فازی A_j از سیگنال با استفاده از روش تصمیم گیری فازی بهینه است. در این قسمت و بطور متفق با دیگر محققینی که از روشهای چند مقیاسی برای مکانیابی لبه در یک سیگنال استفاده نموده اند از اطلاعات موجود در دو مقیاس آخر بعلا جابجایی بسیار زیاد محل نقاط تکین در این مقیاسها صرفنظر میشود [۴-۸].

و کنار میگذارد استفاده میکنیم. لازم به ذکر است که در صورتی که بدنبال لبه منفی در سیگنال باشیم در این مرحله مقادیر منفی از مقیاسها را حفظ و مقادیر مثبت را برش داده و کنار میگذاریم و یا بطور معادل در مرحله

با توجه به آنکه مقادیر عضویت در زیر مجموعه های فازی در بازه $[0,1]$ تعریف میشود در این مرحله هر یک از $S_j^1(n)$ را به شکل زیر نرمالیزه میکنیم:

$$S_j^2(n) = F_2[S_j^1(n)]$$

(۱۱)

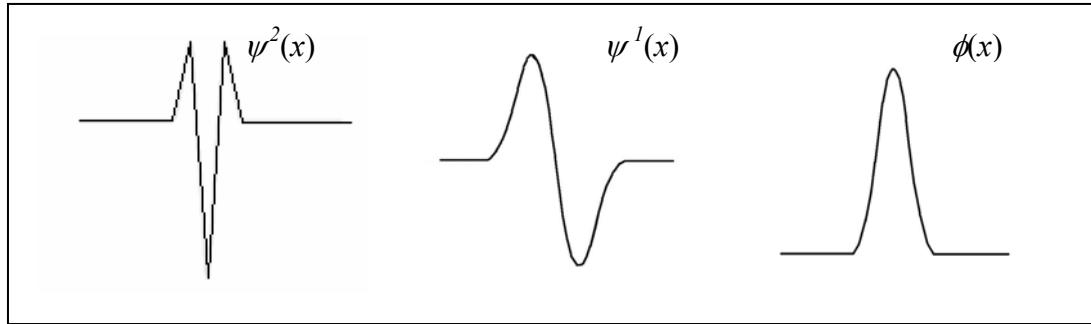
اپراتور نرمالیزاسیون که آنرا با $F_2[.]$ نشان داده ایم طوری انتخاب شده است که برای تمام مقیاسهای $(j=1,2,\dots,J)$ داشته باشیم $\text{hgt}(S_j^2) = 1$ که در آن $\text{hgt}(\cdot)$ به معنی اپراتور سقف و نشان دهنده مقدار ماکزیمم آرگومان خود میباشد [۱۱].

توابع نسبت دهنده درجه عضویت فازی فوق الذکر در نهایت زیر مجموعه های فازی زیر را از مقیاسهای مختلف تبدیل موجک سیگنال تولید میکنند:

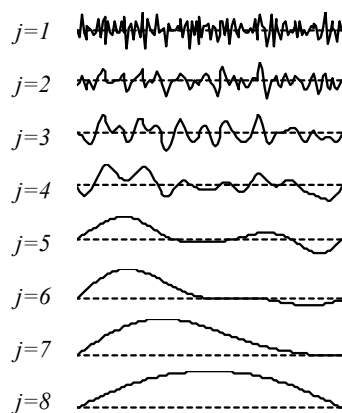
$$A_j = \{(n, \mu_{A_j}(n)), n=1,2,\dots,N\}, j=1,2,\dots,J$$

(۱۳)

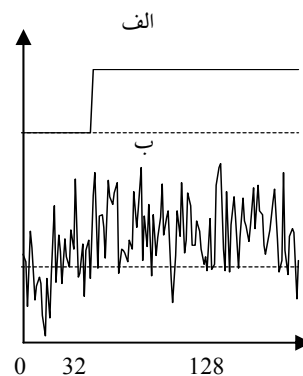
که در آن $\square_{A_j}(n) = |S_j^3(n)|$ میزان درجه عضویت هر نقطه n در زیر مجموعه فازی A_j بوده و علامت $|\cdot|$ نشاندهنده مقدار مطلق است. همانطور که قبلا ذکر گردید در صورت استفاده از تبدیل موجک گسسته $W_{\psi^2} f(s,t)$ بجای تبدیل $W_{\psi^1} f(s,t)$ زیر مجموعه های فازی A_j نشان دهنده میزان نزدیکی هر نقطه به یک قله مثبت خواهد



شکل ۱: تابع نرم کننده $\phi(x)$ که یک Cubic spline بوده و توابع موجک $\psi^1(x)$ و $\psi^2(x)$ که به ترتیب مشتق اول و دوم تابع $\phi(x)$ میباشند.



شکل ۳: تبدیل موجک گسسته سیگنال نویزی شکل ۲ (ب).



شکل ۲- الف: یک سیگنال ساختگی بطول ۱۲۸ نمونه با لبه ای در محل ۳۲ (ب) همان سیگنال پس از اضافه نمودن نویز $(SNR = -2/89dB)$.

از آنجا که در نهایت علاقمند به یافتن تنها یک پاسخ بهینه برای مسئله هستیم پاسخ ماکزیمم کننده شرط فازی بالا را به صورت زیر بعنوان پاسخ نهایی حساب میکنیم که در آن اندیس نقطه متناظر با نقطه تکین سیگنال میباشد [۱۲]:

$$\mu_{A_S}(n_0) = \max_{1 \leq n \leq N} \left(\min_{1 \leq j \leq J-2} (\mu_{A_j}(n)) \right) \quad (16)$$

در ادامه مثالی از کاربرد روش فوق الذکر جهت استخراج نقاط تکین از سیگنالهای ساختگی و سیگنالهای واقعی را خواهیم دید.

مسئله بهینه سازی مورد نظر را میتوان به این شکل در نظر گرفت که زیر مجموعه های فازی $A_j, j=1,2,3,\dots,J-2$ ، از آنجا که تمام این زیر مجموعه ها بیانگر خاصیت مشترک نقطه تکین بودن برای هر نقطه $n=1,2,\dots,N$ از فضای سیگنال میباشند و تمام زیر مجموعه ها دارای اهمیت یکسانی هستند تصمیم فازی نهایی مجموعه A_S در حوزه سیگنال خواهد بود [۱۲] بطوریکه:

$$A_S = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{J-2} \quad (14)$$

که در آن درجه عضویت برای هر نقطه n در مجموعه فازی A_S به شکل زیر محاسبه میشود:

$$\mu_{A_S}(n) = \min_{1 \leq j \leq J-2} (\mu_{A_j}(n)) \quad (15)$$

موجک مادری که مشتق دوم تابع نرم کننده شکل (۱-الف) میباشد و در شکل (۱-پ) نشان داده شده (یعنی توابع $W_{\psi^2}f(j,n)$ استفاده میشود. شکل‌های (۷-الف) و (۷-ب) یک سیگنال ساختگی به طول ۱۲۸ نمونه و حاوی یک قله مثبت در محل نمونه ۳۲ را به ترتیب قبل و بعد از اضافه نمودن نویز سفید گوسی با میانگین صفر به آن نشان میدهند. نسبت SNR سیگنال نویزی بطور تقریبی و بر طبق رابطه ۱۷ برابر با ۱۰- دسیبل میباشد. تبدیل موجک گسسته این سیگنال نویزی در تمام ۸ مقیاس محاسبه شده و در شکل (۸) نمایش داده شده است. شکل‌های (۹) و (۱۰) نیز به ترتیب توابع $S_j^2(n)$ و $S_j^3(n)$ را برای تمام مقیاس‌های $j=1,2,\dots,8$ نشان میدهند. مجموعه فازی نهایی A_p نشان‌دهنده میزان تقارن هر نقطه از فضای سیگنال با قله اصلی به‌همراه مکان قله اصلی که با علامت 'O' مشخص گردیده در شکل (۱۱) نشان داده شده است. همچنین جهت مقایسه موقعیت واقعی قله در سیگنال اصلی قبل و بعد از اضافه نمودن نویز به آن در شکل‌های (۱۱-ب) و (۱۱-پ) نشان داده شده است. با مقایسه مشاهده میشود که علیرغم وجود نویز زیاد در سیگنال روش پیشنهادی با دقت خوبی موقعیت قله را استخراج نموده است.

استخراج لبه در سیگنال واقعی

یکی از کاربردهای اصلی استخراج لبه در پردازش تصاویر دیجیتال و یافتن مرز اشیا و اجسام واقع در تصویر میباشد. بعنوان مثالی از مشکلترین مسائل استخراج لبه در تصاویر، میتوان به تصاویر اکوکاردیوگرافی (سونوگرافی قلب) اشاره نمود. امروزه اکوکاردیوگرافی بعنوان روشی معمول و مورد علاقه متخصصین قلب جهت بررسی کمی نحوه عملکرد بطن چپ و قلب جای خود را در جامعه پزشکی تثبیت نموده است. تحقیقات بسیاری جهت پردازش اتوماتیک یا نیمه اتوماتیک و استخراج مرزهای بطن چپ از این تصاویر به منظور بررسی اتوماتیک و کمی نحوه عملکرد قلب در گذشته پیشنهاد شده است اما این تلاشها با عدم موفقیت جهت کاربردهای واقعی مواجه بوده است. علت اصلی این عدم موفقیت کیفیت بسیار پایین تصاویر سونوگرافی بطور عموم و عدم توانایی روشهای مختلف استخراج لبه در مقابله با این کیفیت پایین تصاویر بوده است که مسئله استخراج لبه در این

مثالهایی از اعمال روش پیشنهادی به

سیگنالهای ساختگی و واقعی

استخراج لبه در سیگنال ساختگی

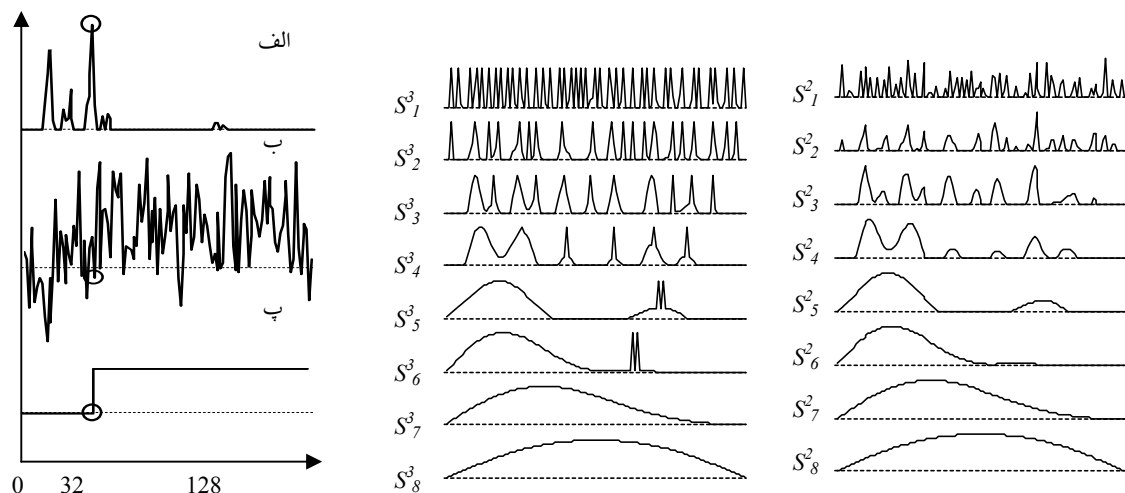
شکل (۲-الف) یک سیگنال ساختگی به طول ۱۲۸ نمونه و حاوی یک لبه بالا رونده در محل نمونه ۳۲ را نشان میدهد. این سیگنال پس از اضافه نمودن نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۶ در شکل (۲-ب) ملاحظه میشود. نسبت سیگنال به نویز برای این سیگنال که به شکل زیر تعریف میشود تقریباً ۲/۸۹- دسیبل میباشد:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1/N \sum (f(n) - \bar{f})^2}{\sigma_N^2} \right) \quad (17)$$

که در آن $f(n)$ سیگنال ورودی با مقدار میانگین \bar{f} بوده و σ_N^2 واریانس نویز میباشد. تبدیل موجک گسسته این سیگنال نویزی که با استفاده از موجک مادر $\psi^1(x)$ در تمام ۸ مقیاس محاسبه شده در شکل (۳) نمایش داده شده است. همانطور که ملاحظه میگردد با افزایش شماره مقیاس، توان نویز کاهش می یابد. شکل (۴) توابع $S_j^2(n)$ را که مقادیر هر مقیاس پس از zero clipping و نرمالیزاسیون است و شکل (۵) توابع عضویت فازی نهایی $S_j^3(n)$ را برای تمام مقیاس‌های $j=1,2,\dots,8$ نشان میدهند. شکل (۶-الف) مجموعه فازی نهایی برای مکانیابی لبه یعنی A_E را که در آن نتیجه تصمیم گیری فازی بهینه، n_0 ، با 'O' علامت گذاری شده نشان میدهد. همچنین موقعیت واقعی لبه جهت مقایسه در سیگنال اصلی قبل و بعد از اضافه نمودن نویز به آن به ترتیب در شکل‌های (۶-ب) و (۶-پ) نشان داده شده است. با مقایسه شکلها مشاهده میشود که علیرغم وجود نویز فراوان در سیگنال، روش پیشنهادی با دقت خوبی موقعیت لبه را استخراج نموده است.

استخراج قله در سیگنال ساختگی

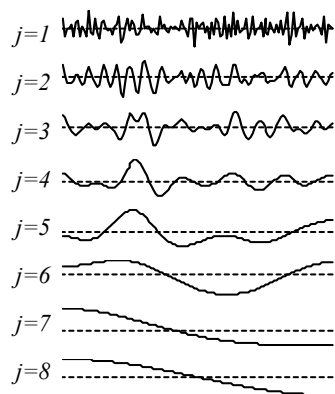
بعنوان مثال دوم، در این قسمت کاربرد روش پیشنهادی برای استخراج و مکانیابی یک قله مثبت در یک سیگنال بسیار نویزی را خواهیم دید. همانطور که قبلاً توضیح داده شد در این مورد از تبدیل موجک گسسته با



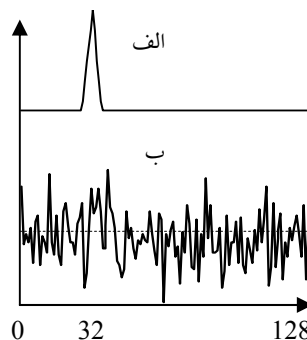
شکل ۴: توابع S_j^2 محاسبه شده برای سیگنال نویزی شکل ۲ (ب).

شکل ۵: توابع عضویت فازی S_j^3 که برای سیگنال نویزی شکل ۲ (ب) محاسبه شده اند.

شکل ۶- الف: زیر مجموعه فازی لبه A_E (ب و پ) سیگنال مورد پردازش قبل و بعد از اضافه نمودن نویز به همراه محل لبه استخراج شده.



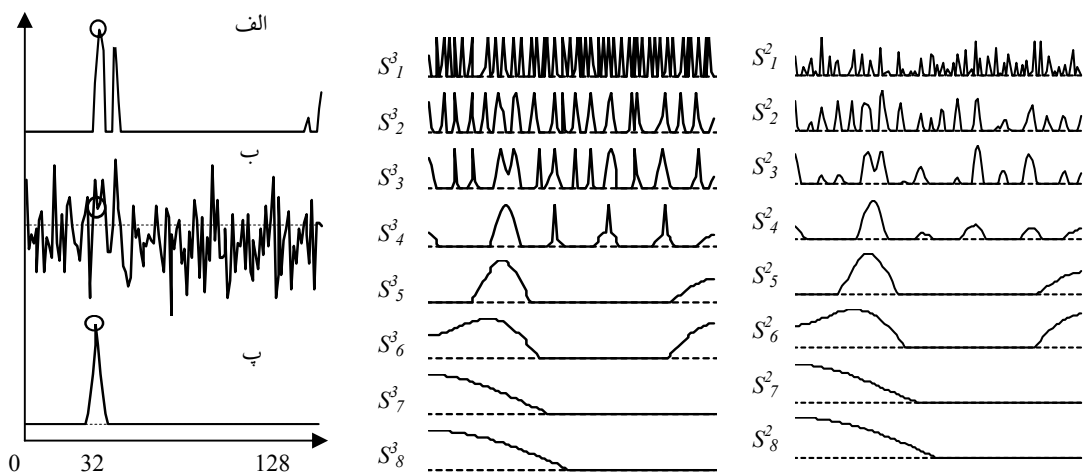
شکل ۸: تبدیل موجک گسسته سیگنال نویزی شکل ۷ (ب).



شکل ۷- الف: یک سیگنال ساختگی بطول ۱۲۸ نمونه با قله ای در محل ۳۲ (ب) همان سیگنال پس از اضافه نمودن نویز ($SNR = -10\text{ dB}$).

معمول استخراج نقاط مربوط به مرزهای Epicardium و Endocardium بطن چپ قلب، جستجوی این نقاط بر روی خطوط شعاعی میباشد که از مرکز بطن چپ خارج میگردند. بدینترتیب مسئله استخراج مرزها در تصویر به مسئله استخراج لبه بر روی سیگنالهای یک بعدی تبدیل میگردد که میتوان از روش پیشنهادی در مورد آنها استفاده نمود. شکل‌های (۱۲-ب) و (۱۲-پ) به ترتیب خطوط شعاعی و نقاط استخراج شده از مرزهای بطن چپ قلب را به کمک روش پیشنهادی نشان میدهند.

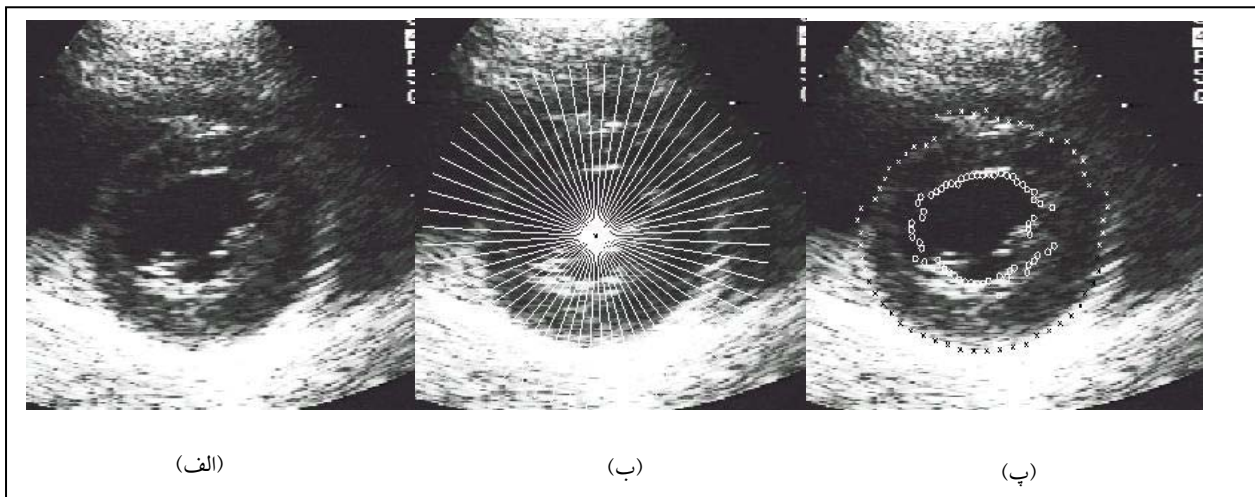
تصاویر را به مسئله ای بسیار مشکل و قابل رقابت تبدیل نموده است. در مرجع [۸] روشی اتوماتیک بر پایه استخراج لبه به کمک ماکزیمم کلی در حوزه تبدیل موجک سیگنال (GMWT) ^۹ توسط مولف مقاله حاضر و همکار وی ارائه شده است. در بخش بعدی نتایج حاصل از روش پیشنهادی در مقاله حاضر با نتایج روش GMWT مقایسه و توانائی بیشتر آن در استخراج دقیقتر محل لبه نشان داده شده است. شکل (۱۲-الف) یک تصویر اکوکاردیوگرافی نوعی از بطن چپ قلب که از دیدگاه محور کوتاه آن تهیه شده را نشان میدهد. یکی از روشهای



شکل ۹-۱۱ الف: زیر مجموعه فازی لبه A_p (ب) و (پ) سیگنال مورد پردازش قبل و بعد از اضافه نمودن نویز به همراه محل لبه استخراج شده.

شکل ۱۰: توابع عضویت فازی S_j^3 که برای سیگنال نویزی شکل ۷ (ب) محاسبه شده اند.

شکل ۹: توابع S_j^2 محاسبه شده برای سیگنال نویزی شکل ۷ (ب).



شکل ۱۲-۱۱ الف: یک تصویر اکوکاردیوگرافی نوعی محور کوتاه بطن چپ قلب، (ب) نمونه برداری شعاعی از بطن چپ جهت استخراج نقاطی از مرزهای آن. (پ) نقاط استخراج شده از مرزهای بطن چپ به روش پیشنهادی.

با آنچه در شکل (۲-ب) نشان داده شد اعمال میکنیم. طول هر یک از این سیگنالهای ساختگی ۱۲۸ نمونه بوده و همگی دارای یک لبه بالا رونده با دامنه واحد در وسط میباشند. یک نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار افزایشنده از ۰/۱ تا ۰/۶ و در پله های ۰/۱ به سیگنال اضافه گردید تا شرایط مختلف سیگنال به نویز در مجموعه داده ها حاصل گردد. انحراف معیار متغیر فوق الذکر ایجاد نسبت سیگنال به نویزهای متفاوت

مقایسه روش پیشنهادی با روشهای دیگر

در این بخش به مقایسه کمی نحوه عملکرد روش استخراج نقاط تکین مبتنی بر پردازش فازی پیشنهادی در این مقاله (فقط در مورد استخراج لبه بررسی شده است) و روش مرسوم لبه یابی Sobel (که مبتنی بر تعیین گرادیان است) و همچنین روش GMWT [۸] خواهیم پرداخت. جهت بررسی و مقایسه کمی سه روش، آنها را به یک مجموعه از لبه های ساختگی نویزی مشابه

نتیجه گیری

در این مقاله مسئله مهم و عمومی استخراج محل نقاط تکین در یک سیگنال مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا با مطرح نمودن مشکلات روشهای مبتنی بر گرادیان (مشتق گیری) مزایای استفاده از روشهای چند مقیاسی بحث گردید. همچنین موضوع نمایش چند مقیاسی یک سیگنال و وجود ابهام در استخراج و مکانیابی یک نقطه تکین مثل محل لبه یا قله در آن توضیح داده شد. علت اصلی ابهام در مقیاسهای ریز این حقیقت است که در این مقیاسها دامنه نویز بزرگ بوده و نسبت سیگنال به نویز بطور طبیعی کوچک است در حالیکه در مقیاسهای درشت عدم توانایی در مکانیابی دقیق به علت جابجایی محل لبه عامل ابهام است. جهت حل مشکل ابهام، در این مقاله روشی نوین بر پایه استفاده از منطق فازی و اپراتورهای مربوطه جهت ترکیب اطلاعات موجود در مقیاسهای مختلف سیگنال ارائه گردید. با اعمال روش پیشنهادی به سیگنالهای ساختگی و حقیقی نحوه عملکرد مطلوب آن نمایش داده شد. همچنین توانایی بیشتر روش پیشنهادی در مقایسه با اپراتور معمول و شناخته شده استخراج لبه^۱ و همچنین روش چند مقیاسی GMWT مطرح شده در مرجع [۸] نشان داده شد.

بر $SNR_{dB}=13.98, 7.96, 4.44, 1.94, 0.00, -1.58$ حسب دسیبل و بر طبق تعریف معادله ۱۷ مینماید. همچنین اجازه داده شد تا شیب لبه ها با پارامتر $T = 0, 1, 3, 5$ که نشاندهنده تعداد نمونه های موجود در قسمت گذرای لبه است تغییر کند. در ضمن برای هر یک از ترکیبهای SNR و T فوق الذکر تعداد ۳۰۰ سیگنال نویزی مشابه جهت بررسی و مقایسه آماری سه روش تولید گردید. در هر مورد از این سیگنالهای ساختگی محل لبه بدست آمده با سه روش با محل واقعی لبه بر حسب تعداد نمونه موجود بین آنها مقایسه و دقت عمل به کمک ریشه میانگین مربعات خطا محاسبه گردید. نتایج کلی بدست آمده از این بررسی کمی بین روشهای Sobel و GMWT و روش پیشنهادی به ترتیب در جداول (۱-الف)، (۱-ب) و (۱-پ) گزارش گردیده است. همانطور که از جداول ملاحظه میشود با افزایش پارامتر T (کاهش شیب لبه) و با کاهش نسبت SNR روش Sobel تولید خطاهای بزرگی میکند. از طرف دیگر روش GMWT $SNR_{dB}=3.19dB$ فقط تا مقادیر مناسبی فقط تا مقادیر $SNR_{dB}=3.19dB$ تولید پاسخهای مناسبی فقط تا مقادیر $SNR_{dB}=3.19dB$ میکند و پس از آن دچار خطاهای بزرگی میشود. در مقابل روش پیشنهادی در شرایط بسیار دشوارتر نیز خطای کوچکی از خود نشان داده است.

جدول ۱-الف: RMSE برای نتایج حاصل از روش Sobel.

| SNR_{dB} | T (شیب) | | | |
|------------|-----------|--------|------|------|
| | 0 | 1 5 | 3 | 5 |
| 12.73 | 0.73 | 0 | 0.88 | 6.76 |
| 6.71 | 19.3 | 9.84 | 28.4 | 36.4 |
| 3.19 | 8 | 37.9 | 5 | 7 |
| 0.69 | 22.2 | 8 | 38.1 | 44.9 |
| -1.25 | 6 | 42.0 | 2 | 4 |
| -2.83 | 40.2 | 8 | 45.5 | 44.4 |
| | 3 | high | 4 | 3 |
| | high | high | high | high |
| | high | | high | high |

جدول ۱-ب: RMSE برای نتایج حاصل از روش GMWT.

| SNR_{dB} | T (شیب) | | | |
|------------|-----------|--------|------|------|
| | 0 | 1 5 | 3 | 5 |
| 12.73 | 0.22 | 0.73 | 0.71 | 0.67 |
| 6.71 | 0.56 | 0.89 | 0.98 | 0.93 |
| 3.19 | 0.72 | 1.08 | 8.49 | 1.26 |
| 0.69 | 18.3 | 23.2 | 13.2 | 17.3 |
| -1.25 | 4 | 3 | 9 | 6 |
| -2.83 | 28.9 | 30.4 | 33.9 | 32.0 |
| | 9 | 6 | 3 | 6 |
| | 35.1 | 36.9 | 39.4 | 40.4 |
| | 2 | 6 | 7 | 1 |

جدول ۱-پ: RMSE برای نتایج حاصل از روش پیشنهادی.

| SNR_{dB} | T (شیب) | | | |
|------------|-----------|--------|------|------|
| | 0 | 1 5 | 3 | 5 |
| 12.73 | 0 | 0.73 | 0.75 | 1.05 |
| 6.71 | 0.22 | 0.74 | 0.95 | 1.48 |
| 3.19 | 0.53 | 0.94 | 1.22 | 1.64 |
| 0.69 | 1.17 | 1.43 | 1.83 | 2.01 |
| -1.25 | 1.75 | 1.96 | 1.89 | 2.99 |
| -2.83 | 2.96 | 2.39 | 2.67 | 3.47 |

مراجع

- 1 - Prewitt, J. M. S. (1970). "Object enhancement and extraction." *In Picture Processing and Psychopictorics*. New York: Academic Press.

- 2 - Robinson, G. S. (1977). "Edge detection by compass gradient masks." *Computer Graphics and Image Processing*, Vol. 6, PP. 492-501.
- 3 - Canny, J. (1986). "A computational approach to edge detection." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 8, PP. 679-698.
- 4 - Rosenfeld, A. and Thurston, M. (1971). "Edge and curve detection for visual scene analysis." *IEEE Trans. Comput.*, Vol. C-20, PP. 562-569.
- 5 - Mallat, S. and Zhong, S. (1992). "Characterization of signals from multiscale edges." *IEEE Trans. P.A.M.I.*, Vol. 14, No. 7, PP. 710-732.
- 6 - Mallat, S. and Hwang, W. L. (1992). "Singularity detection and processing with wavelets." *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. 38, No. 2, PP. 617-643.
- 7 - Xu, Y., Weaver, J. B., Healy, D. M., Lu, Jr. and Lu, Jian. (1994). "Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique." *IEEE Trans. Image Processing*, Vol. 3, No. 6, PP. 747-757.
- 8 - Setarehdan, S. K. and Soraghan, J. J. (1998). "Cardiac left ventricular volume changes assessment by long axis echocardiographical image processing." *IEE Proc. Vis. Image Signal Process.*, Vol. 145, No. 3, PP. 203-212.
- 9 - Meyer, Y. (1990). "Ondelettes et Operateurs." *Tome I. Ondelettes*, Herrmann ed., Paris.
- 10 - Setarehdan, S. K. (1998). *Echocardiographical cardiac function assessment and wall motion visualisation using fuzzy logic and the wavelet transform*, PhD Thesis, University of Strathclyde.
- 11 - Dubios, D. and Prade, H. (1980). *Fuzzy sets and systems; Theory and applications*, Academic Press Inc., Harcourt Brace Jovanovich, Publishers.
- 12 - Zimmerman, H. J. (1992). "In an introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems." R.R. Yager and L.A. Zadeh, chapter 5: *Methods and Applications of Fuzzy Mathematical Programming*, PP. 97-120. Kluwer Academic Publisher.
- 13 - Nielsen, N. P. V., Carstensen, J. M. and Smedsgaard, J. (1998). "Aligning of single and multiple wavelength chromatographic profiles for chemometric data analysis using correlation optimised warping." *Journal of Chromatography A*, Vol. 805, No. 1-2, PP.17-35.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Multiresolution
- 2 - Wavelet Transfer
- 3 - Crips
- 4 - Soft Computing
- 5 - Regularity
- 6 - Discrete Dyadic Wavelet Transform
- 7 - Redundant
- 8 - Completeness
- 9 - Global Maximum of the Wavelet Transform