



# پیش‌بینی بارندگی روزانه و سالانه و تعداد روزهای بارانی در سال با استفاده از زنجیر مارکوف در یک منطقه نیمه خشک

حمیدرضا فولادمند<sup>۱</sup>

مریی آبیاری و زهکشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت

## چکیده

در این تحقیق با استفاده از آمار بارندگی روزانه ۳۳ سال منطقه باجگاه در استان فارس و به وسیله تقریب اول زنجیر مارکوف، پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه در این منطقه انجام گردید. سپس با استفاده از دو توزیع نمایی و گاما برای تخمین مقدار باران در روزهای بارانی، بارندگی روزانه در این منطقه نیمه خشک پیش‌بینی گردید. برای تعیین ماتریس‌های انتقال پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه، از مقادیر بارندگی روزانه حداقل برابر ۵ میلی‌متر استفاده گردید. نتایج نشان داد که برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی، استفاده از توزیع گاما مناسب‌تر از توزیع نمایی می‌باشد. با استفاده از توزیع گاما میانگین تعداد روزهای بارانی سال و مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی شده به ترتیب برابر ۱۹ روز و  $۳۷۱/۲$  میلی‌متر تخمین زده شد، درحالی‌که میانگین تعداد روزهای بارانی و مجموع بارندگی سالانه واقعی منطقه به ترتیب برابر ۲۱ روز و  $۳۹۴/۳$  میلی‌متر می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** پیش‌بینی بارندگی، تعداد روزهای بارانی، زنجیر مارکوف، توزیع نمایی، توزیع گاما

## مقدمه

پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه و مقدار این بارندگی در مقیاس روزانه و سالانه اهمیت زیادی در برنامه‌ریزی آبیاری و مدیریت منابع آب دارد (هملین و ریس، ۱۹۸۷ و میمیکو، ۱۹۸۳). پیش‌بینی بارندگی نقش مهمی در بهینه‌سازی مدل‌های هیدرولوژی دارد و لذا روش‌هایی برای پیش‌بینی بارندگی روزانه ارائه شده است (دان و همکاران، ۱۹۹۵). از مهمترین روش‌های موجود برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه، زنجیر مارکوف می‌باشد که از زمان گابریل و نیومن (۱۹۶۲) متداول شده

1. email: hrfoolad@yahoo.com.

است. مارکوف برگرفته از نام یک ریاضی‌دان روسی است و ویژگی مارکوف به فرآیندی گفته می‌شود که هر فرآیند به فرآیندهای قبل از خود بستگی داشته باشد. هر فرآیند تصادفی که در ویژگی مارکوف صدق کند زنجیر مارکوف نامیده می‌شود (هیگنز و مک‌نالتی، ۱۳۷۹). چنانچه هر فرآیند تنها به یک فرآیند قبل از خود وابسته باشد به آن تقریب اول زنجیر مارکوف گفته می‌شود و در صورتی که هر فرآیند به دو یا سه فرآیند قبل از خود وابسته باشد به آن تقریب دوم و سوم زنجیر مارکوف گفته می‌شود (هیگنز و مک‌نالتی، ۱۳۷۹). بنابراین برای پیش‌بینی وقوع یا عدم وقوع بارندگی می‌توان از تقریب‌های اول تا سوم زنجیر مارکوف و برای تعیین مقدار باران در روزهای بارانی از توزیع‌های مختلف آماری مانند توزیع‌های نمایی، نمایی مختلط و یا گاما استفاده نمود. هانسون و همکاران (۱۹۷۵) با استفاده از زنجیر مارکوف برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه و توزیع نمایی برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی، پیش‌بینی بارندگی روزانه را شبیه‌سازی کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که در صورت موجود بودن پارامترهای مدل در منطقه مورد مطالعه (داکوتای جنوبی در آمریکا)، نتایج پیش‌بینی بارندگی روزانه با واقعیت همخوانی مناسبی دارد. ولهایزر و رولدان (۱۹۸۶) از تقریب اول زنجیر مارکوف برای پیش‌بینی وقوع یا عدم وقوع بارندگی و از توزیع نمایی مختلط (که مناسب‌تر از سایر توزیع‌های آماری تشخیص داده شد)، برای پیش‌بینی مقدار باران در ۱۶ ایستگاه مختلف در منطقه داکوتای جنوبی در آمریکا استفاده نمودند. هانسون و ولهایزر (۱۹۹۰) نیز از زنجیر مارکوف و بهترین توزیع آماری برازش داده شده بر داده‌های بارندگی یعنی توزیع نمایی مختلط برای پیش‌بینی باران در هند استفاده نمودند. چین (۱۹۷۷) با استفاده از آمار ۲۵ ساله بیش از صد ایستگاه در آمریکا برای پیش‌بینی وقوع یا عدم وقوع بارندگی از تقریب‌های اول تا سوم زنجیر مارکوف استفاده نمود. نتایج وی نشان داد که تقریب اول برای فصل تابستان و تقریب‌های بالاتر برای زمستان مناسب‌تر می‌باشد. بارندگی‌های زمستانه این مناطق بیشتر در اثر ورود جبهه‌های قطبی و گردبادهای نواحی مداری به وجود آمده و در اکثر مواقع مدت زمان بارندگی ۴ روز می‌باشد. در مقابل بارندگی‌های تابستانه این مناطق بیشتر در اثر رگبارهای محلی به وقوع پیوسته و مدت زمان اکثر بارندگی‌ها ۲۰ دقیقه می‌باشد. لذا لازم است قبل از استفاده از تقریب‌های اول تا سوم زنجیر مارکوف، تحلیلی از دوام بارندگی در منطقه مورد مطالعه صورت گیرد. یو و همکاران (۱۹۹۴) با استفاده از ۳۰ سال آمار در ۱۴ ایستگاه در کره جنوبی نشان دادند که برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه می‌توان از زنجیر مارکوف استفاده نمود. در تحقیقات زیادی نیز از توزیع گاما برای پیش‌بینی مقدار باران در کنار زنجیر مارکوف برای پیش‌بینی وقوع یا عدم وقوع بارندگی استفاده شده است (بویشند، ۱۹۷۷؛ کو و استرن، ۱۹۸۲؛ جنگ و همکاران، ۱۹۸۶ و کاتز، ۱۹۷۷). جنگ و همکاران (۱۹۸۶) بر اساس توزیع گاما روشی ساده ارائه کردند که پارامترهای به کار رفته برای پیش‌بینی مقدار بارندگی روزانه با این توزیع آماری ( $\alpha$  و  $\beta$ )، به جای استفاده از آمار بارندگی روزانه از آمار بارندگی ماهانه به دست می‌آید و پیش‌بینی بارندگی روزانه با این روش دارای دقت بالایی می‌باشد. لذا از روش ارائه شده توسط این محققین می‌توان برای پیش‌بینی بارندگی روزانه در مناطق فاقد آمار بارندگی روزانه طولانی مدت استفاده نمود. هان و همکاران (۱۹۷۶) برای تعیین ماتریس‌های انتقال با استفاده از آمار بارندگی، ماتریس‌های انتقال جداگانه‌ای برای ماه‌های مختلف سال به دست آوردند. سانچز کوهن و همکاران (۱۹۹۷) از تقریب اول زنجیر مارکوف و توزیع نمایی برای پیش‌بینی بارندگی روزانه در مدل بیلان آب خاک خود در ریزحوضه‌های کشت استفاده نمودند. صحت مدل فوق بر روی داده‌های آمار بارندگی روزانه ۱۵ سال در مناطق مختلف مکزیک بررسی شد. ولهایزر و رولدان (۱۹۸۲) توزیع‌های نمایی، نمایی مختلط و گاما را برای پیش‌بینی مقدار باران در پنج ایستگاه مختلف در آمریکا با یکدیگر مقایسه نمودند. نتایج این تحقیق نشان داد که توزیع نمایی مختلط مناسب‌تر از دو توزیع دیگر می‌باشد. جونز و تورنتن (۱۹۹۳) نیز با توجه به وقوع بارندگی‌های مداوم روزانه، از تقریب سوم زنجیر مارکوف به جای تقریب اول و دوم، برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه استفاده کردند. این محققان مدل خود را در سه منطقه واقع در جنوب و مرکز آمریکا و ساحل آفریقا آزمایش نمودند. نتایج این تحقیق نشان داد که بین آمار واقعی و پیش‌بینی شده میانگین و واریانس مجموع مقدار بارندگی ماهانه و سالانه و همچنین تعداد روزهای بارانی در هر ماه، تفاوت معنی‌دار کمی وجود دارد.

هدف از این پژوهش تعیین ماتریس‌های انتقال تقریب اول زنجیر مارکوف برای ماه‌های مختلف سال در منطقه باجگاه در استان فارس با استفاده از آمار بارندگی روزانه ۳۳ سال این منطقه، به منظور پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه می‌باشد. همچنین با استفاده از دو توزیع نمایی و گاما مقدار باران در روزهای بارانی پیش‌بینی می‌گردد و تعداد روزهای بارانی هر سال و مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی می‌گردد.

### روش پژوهش

منطقه باجگاه در ۱۶ کیلومتری شمال شیراز به ارتفاع ۱۸۱۰ متر از سطح دریا، عرض جغرافیایی ۲۹ درجه و ۵۰ دقیقه و طول جغرافیایی ۵۲ درجه و ۴۶ دقیقه قرار گرفته است و منطقه‌ای نیمه خشک می‌باشد (مالک، ۱۹۸۴). میانگین مجموع بارندگی در ماه‌های ژانویه تا دسامبر در این منطقه به ترتیب برابر ۱/۱۰۷، ۸/۷۴، ۳/۶۵، ۵/۲۵، ۵/۶، ۵/۰۸، ۴/۰، ۲/۰، ۹/۵، ۲۳/۲ و ۸۵/۵ میلی‌متر می‌باشد.

از آنجا که در این منطقه زمان تداوم بارندگی زیاد نیست و بارندگی‌های متوالی روزانه زیاد اتفاق نمی‌افتد، لذا از تقریب اول زنجیر مارکوف برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه استفاده گردید. برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی با استفاده از تقریب اول زنجیر مارکوف خواهیم داشت (سانچز کوهن و همکاران، ۱۹۹۷ و ولهایزر و رولدان، ۱۹۸۲):

$$P_{i,j(n)} = P(X_n = i \mid X_{n-1} = j) \quad i, j = 0, 1 \quad n = 1, 2, 3, \dots, 365 \quad [1]$$

$$P_{00} + P_{01} = 1 \quad [2]$$

$$P_{10} + P_{11} = 1 \quad [3]$$

که در آن‌ها  $P$ : احتمال بارندگی، صفر و یک به ترتیب نشان‌دهنده روزهای غیربارانی و بارانی،  $X_n$  و  $X_{n-1}$ : نشان‌دهنده وضعیت بارندگی یا عدم بارندگی در دو روز متوالی و  $n$ : برابر تعداد روزهای سال می‌باشد. معادله ۱ دارای چهار حالت است که به آن ماتریس انتقال گفته می‌شود. اجزای این ماتریس عبارتند از:  $P_{00}$ : احتمال آن که یک روز غیربارانی باشد به شرط آن که روز قبل از آن هم غیربارانی باشد،  $P_{01}$ : احتمال آن که یک روز غیربارانی باشد به شرط آن که روز قبل از آن بارانی باشد،  $P_{10}$ : احتمال آن که یک روز بارانی باشد به شرط آن که روز قبل از آن غیربارانی باشد و  $P_{11}$ : احتمال آن که یک روز بارانی باشد به شرط آن که روز قبل از آن هم بارانی باشد (ولهایزر و رولدان، ۱۹۸۶).

در این پژوهش از داده‌های بارندگی روزانه مرتب شده ۳۳ سال منطقه باجگاه بر اساس تقویم میلادی (از سال ۱۹۷۰ تا ۲۰۰۲) استفاده گردید و برای هر ماه میلادی سال، ماتریس‌های انتقال به طور جداگانه تعیین شد. برای تعیین مقادیر عددی اجزای ماتریس انتقال در هر ماه سال، تعداد روزهای بارانی و غیر بارانی (با در نظر گرفتن مقادیر مختلف باران حدآستانه ۱ تا ۱۰ میلی‌متر) در همان ماه به طور جداگانه در کلیه سال‌های دارای آمار شمارش شد. سپس با توجه به تعریف‌های ذکر شده و با استفاده از یک برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرترن پاور استیشن، احتمال‌های چهارگانه  $P_{00}$ ،  $P_{01}$ ،  $P_{10}$  و  $P_{11}$  برای هر ماه سال محاسبه گردید. ضمن آن که احتمال‌های به دست آمده برای هر ماه از معادله‌های ۲ و ۳ تبعیت می‌کند. از طرف دیگر سپاسخواه و همکاران (۱۹۹۲) نشان دادند که میانگین حدآستانه بارندگی که قادر به ایجاد رواناب است، در کرت‌های معمولی و کرت‌های با خاک متراکم شده با غلظت در خاک سری بمو منطقه باجگاه به ترتیب برابر ۵ و ۴/۶ میلی‌متر می‌باشد. بنابراین در این پژوهش برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی و همچنین پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی از مقادیر ماتریس انتقال و میانگین بارندگی متناظر با باران حدآستانه ۵ میلی‌متر استفاده گردید.

نحوه پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی به این صورت است که با توجه به مشخص بودن وضعیت بارانی و یا غیر بارانی بودن یک روز معین، یک عدد تصادفی بین صفر و یک با استفاده از توزیع یکنواخت به وسیله رایانه تولید می‌شود (هانسون و همکاران، ۱۹۷۵). به عنوان مثال اگر امروز غیر بارانی باشد یعنی در حالت صفر قرار داریم، حال اگر عدد تصادفی تولید شده کوچک‌تر یا مساوی  $P_{00}$  باشد یعنی فردا هم غیر بارانی است، اما در صورتی که عدد تصادفی بزرگ‌تر از  $P_{00}$  باشد یعنی فردا بارانی است. به این ترتیب روزهای بارانی و غیر بارانی در کل سال تعیین می‌شود.

برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی در روزهای مختلف سال، برنامه‌ای دیگر به زبان فرترن پاور استیشن نوشته شد. در این برنامه احتیاج به تولید اعداد تصادفی (بین صفر تا یک) می‌باشد. لازم به ذکر است که متناظر با هر عدد صحیح به عنوان کد، یک عدد تصادفی در این زبان برنامه‌نویسی توسط رایانه تولید می‌گردد. لذا برای تولید اعداد تصادفی متفاوت برای هر روز سال، از دو عدد صحیح به عنوان عدد اولیه و عدد پرش استفاده شد. این اعداد باید به نحوی انتخاب شوند که عدد آخر انتخاب شده برای تولید عدد تصادفی در آخرین روز سال از عدد ۲۱۴۷۴۸۳۶۴۶ بزرگ‌تر نشود (بزرگ‌ترین عدد صحیح در زبان برنامه‌نویسی فرترن پاور استیشن که به عنوان کد می‌تواند یک عدد تصادفی بین صفر و یک تولید کند، برابر عدد ذکر شده می‌باشد). نکته قابل توجه آن است که حتی با تغییر یکی از دو عدد اولیه و یا عدد پرش، نحوه تولید اعداد تصادفی تغییر کرده و لذا پیش‌بینی بارندگی روزانه نیز تغییر می‌کند. اما از آن‌جا که اساس پیش‌بینی بارندگی روزانه در این روش بر تولید اعداد تصادفی بنا شده است، لذا تغییر پیش‌بینی بارندگی روزانه در اجراهای متوالی برنامه امری طبیعی می‌باشد. تنها نکته مهم آن است که میانگین تعداد روزهای بارانی هر سال و میانگین مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی شده بر اساس پیش‌بینی بارندگی روزانه، در محدوده تعداد روزهای بارانی و مجموع بارندگی سالانه واقعی در طول سال‌های دارای آمار قرار گیرد.

با کاربرد ماتریس‌های انتقال، بین وقوع و یا عدم وقوع بارندگی در روزهای مختلف سال وابستگی وجود دارد، اما مقدار باران در هر روز بارانی به مقدار باران در روزهای قبل هیچ وابستگی ندارد (وله‌ایزر و رولدان، ۱۹۸۶). استفاده از این فرض باعث ساده‌سازی پیش‌بینی بارندگی روزانه می‌شود و توسط محققین دیگر نیز به کار رفته است (وله‌ایزر و رولدان، ۱۹۸۶). بنابراین پس از تعیین وقوع و یا عدم وقوع بارندگی در روزهای مختلف سال به وسیله ماتریس‌های انتقال تعیین شده برای هر ماه سال با توجه به بارندگی حد آستانه ۵ میلی‌متر، باید مقدار باران را در روزهای بارانی سال پیش‌بینی نمود. با فرض عدم وابستگی مقدار باران در هر روز بارانی به مقدار باران در روزهای قبل، برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی از دو توزیع نمایی و گاما استفاده گردید. تابع چگالی دو توزیع نمایی و گاما به ترتیب به صورت معادله‌های زیر می‌باشد (لاو و کلتون، ۱۹۸۲):

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad [۴]$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\beta}} \sum_{j=0}^{\alpha-1} \frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^j}{j!} \quad [۵]$$

که در آن‌ها  $F(x)$ : عدد تصادفی متغیر بین صفر تا یک که مستقل از عدد تصادفی تولید شده برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی، به وسیله برنامه نوشته شده بر اساس توزیع یکنواخت تولید می‌گردد،  $x$ : مقدار باران در روز بارانی بر حسب میلی‌متر،  $\lambda$ : پارامتر شکل توزیع نمایی که برابر میانگین داده‌های بارندگی هر ماه (بر حسب میلی‌متر) می‌باشد و بزرگ‌تر از صفر است،  $\alpha$ : پارامتر شکل توزیع گاما که بزرگ‌تر از صفر است و  $\beta$ : پارامتر مقیاس توزیع گاما است که بزرگ‌تر از صفر می‌باشد. در توزیع گاما حاصل ضرب  $\alpha\beta$  برابر میانگین و حاصل ضرب  $\alpha\beta^2$  برابر واریانس داده‌ها می‌باشد. بنابراین با توجه به داده‌های بارندگی هر ماه، مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  به دست می‌آید. در پایان برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی به وسیله دو توزیع نمایی و گاما، با توجه به عدد تصادفی تولید شده برای پیش‌بینی مقدار باران و مقادیر محاسبه شده  $\lambda$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  به طور جداگانه برای هر ماه سال، از نرم‌افزار مینی‌تب ۱۱ استفاده گردید. لازم به ذکر است که هر چه عدد تصادفی تولید شده مربوط به پیش‌بینی مقدار باران، به یک نزدیک‌تر

باشد مقدار باران بیشتری پیش‌بینی می‌شود و برعکس هر چه عدد تصادفی تولید شده به صفر نزدیک‌تر باشد مقدار باران پیش‌بینی شده در آن روز بارانی خاص کمتر است.

از آن‌جا که در این تحقیق برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی از دو توزیع نمایی و گاما استفاده گردید، باید صحت برازش این دو توزیع بر داده‌های بارندگی هر ماه بررسی گردد. برای این منظور کلیه داده‌های بارندگی حداقل یک میلی‌متر هر ماه به طور جداگانه به صورت صعودی مرتب گردید. سپس با استفاده از آزمون K.S و معادله‌های زیر خواهیم داشت (لاو و کلتون، ۱۹۸۲):

$$D_1 = \max \left\{ \frac{k}{m} - F(x_k) \right\} \quad [6]$$

$$D_2 = \max \left\{ F(x_k) - \frac{k-1}{m} \right\} \quad [7]$$

$$D_m = \max \{ D_1, D_2 \} \quad [8]$$

$$E_m = \left( \sqrt{m} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{m}} \right) \times D_m \quad [9]$$

که در آن‌ها  $k$ : شماره مربوط به داده‌های بارندگی مرتب شده هر ماه سال به صورت صعودی،  $m$ : تعداد کل داده‌های بارندگی هر ماه و  $F(x_k)$ : مقدار تابع توزیع به کار رفته در نقطه  $x_k$  می‌باشد. برای این منظور با استفاده از نرم‌افزار مینی‌تب ۱۱ و با معلوم بودن مقادیر  $\lambda$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  در هر ماه سال، مقادیر تابع توزیع نمایی و گاما در نقاط مختلف  $x_k$  به دست آمد. سپس از معادله ۹ مقدار  $E_m$  در هر ماه و برای هر توزیع به طور جداگانه محاسبه شد و با ضریب  $C$  مقایسه گردید (لاو و کلتون، ۱۹۸۲). در صورتی که مقدار  $E_m$  از  $C$  در سطح احتمال ۹۹ درصد کوچک‌تر باشد، یعنی تفاوت معنی‌داری وجود ندارد و توزیع فرض شده برای داده‌های بارندگی هر ماه، توزیع مناسبی می‌باشد. ضرایب  $C$  نیز برابر ۱/۶۲۸ می‌باشد (لاو و کلتون، ۱۹۸۲).

### نتایج:

مقادیر  $P_{00}$  و  $P_{10}$  و میانگین بارندگی روزانه در ماه‌های مختلف سال بر اساس باران‌های با حدآستانه ۱ تا ۱۰ میلی‌متر به ترتیب در جدول‌های ۱ تا ۳ ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود با افزایش حدآستانه بارندگی در هر ماه سال، مقدار  $P_{00}$  افزایش می‌یابد. به عبارتی با افزایش مقدار باران حدآستانه، به دلیل کاهش تعداد وقایع بارندگی در نظر گرفته شده در هر ماه، احتمال وقوع یک روز غیر بارانی افزایش می‌یابد. همچنین مقادیر  $P_{01}$  و  $P_{11}$  در ماه‌های مختلف سال و مقادیر باران حدآستانه مختلف با توجه به داده‌های جدول‌های ۱ و ۲ و با استفاده از معادله‌های ۲ و ۳ قابل محاسبه می‌باشد. داده‌های جدول ۳ نیز با میانگین‌گیری از کلیه داده‌های بارندگی بزرگ‌تر از مقدار باران حد آستانه مورد نظر برای هر ماه سال به دست آمده است. به عنوان مثال در ماه ژانویه با در نظر گرفتن باران حدآستانه ۲ میلی‌متر، میانگین کلیه وقایع بارندگی بزرگ‌تر یا مساوی ۲ میلی‌متر برابر ۱۷/۷۱ میلی‌متر می‌باشد. داده‌های جدول ۳ برای تعیین مقادیر  $\lambda$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  در ماه‌های مختلف سال به کار می‌رود، به طوری که مقادیر  $\lambda$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  بر اساس باران حدآستانه ۵ میلی‌متر برای ماه‌های مختلف سال در جدول ۴ ارائه شده است.

نتایج بررسی صحت دو توزیع نمایی و گاما برای داده‌های بارندگی کلیه ماه‌های سال در جدول ۵ مشاهده می‌شود. نتایج این جدول نشان می‌دهد که مقدار  $E_m$  محاسبه شده در تمام ماه‌ها کمتر از عدد ۱/۶۲۸ می‌باشد، لذا دو توزیع نمایی و گاما برای داده‌های بارندگی کلیه ماه‌های سال توزیع مناسبی می‌باشد. بنابراین برای پیش‌بینی مقدار باران در روزهای بارانی می‌توان از این دو توزیع استفاده نمود.

با در نظر گرفتن ماتریس‌های انتقال متناظر با بارندگی حداقل ۵ میلی‌متر برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه، برنامه رایانه‌ای نوشته شده ۲۰ بار با اعداد اولیه و پرش متفاوت اجرا گردید. به طوری که در این برنامه از ماتریس‌های انتقال مخصوص هر

ماه برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه در همان ماه استفاده شد. با هر بار اجرای برنامه، پیش‌بینی وقوع و عدم وقوع بارندگی روزانه صورت گرفت و در هر ماه سال با توجه به مقادیر  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\lambda$  همان ماه، مقدار باران روزانه در روزهای بارانی، با توجه به عدد تصادفی تولید شده برای پیش‌بینی مقدار باران و به وسیله نرم‌افزار مینی‌تب ۱۱ و با استفاده از دو توزیع نمایی و گاما به طور جداگانه، پیش‌بینی گردید و بارندگی‌های پیش‌بینی شده کمتر از ۵ میلی‌متر نادیده گرفته شد. نتایج پیش‌بینی بارندگی روزانه به عنوان مثال برای یک بار اجرای برنامه پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع بارندگی روزانه و برای دو توزیع نمایی و گاما در جدول ۶ ارائه شده است. چنانچه در این جدول مشاهده می‌شود در بعضی از روزهای سال، با توجه به توزیع گاما مقداری به عنوان بارندگی روزانه پیش‌بینی شده است، اما در همان روز و با استفاده از توزیع نمایی عددی برای مقدار بارندگی پیش‌بینی شده مشاهده نمی‌شود. دلیل این امر آن است که مقدار بارندگی پیش‌بینی شده در آن روز کمتر از حدآستانه ۵ میلی‌متر بوده و لذا نادیده گرفته شده است. سپس با در نظر گرفتن بارندگی‌های پیش‌بینی شده روزانه برای هر اجرای برنامه و با دو توزیع ذکر شده، مجموع بارندگی سالانه و تعداد کل روزهای بارانی بزرگ‌تر از ۵ میلی‌متر در هر سال، محاسبه گردید. نتایج فوق برای ۲۰ بار اجرای برنامه در جدول ۷ ارائه شده است. با نادیده گرفتن بارندگی‌های پیش‌بینی شده کمتر از ۵ میلی‌متر، میانگین تعداد روزهای بارانی پیش‌بینی شده به وسیله دو توزیع نمایی و گاما به ترتیب برابر ۱۵ و ۱۹ روز در سال به دست آمد. همچنین میانگین مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی شده بر اساس بارندگی‌های روزانه پیش‌بینی شده با دو توزیع نمایی و گاما به ترتیب برابر  $339/2$  و  $371/2$  میلی‌متر به دست آمد. تعداد روزهای بارانی هر سال (بارندگی حداقل ۵ میلی‌متر یا بیشتر) و مجموع بارندگی سالانه واقعی (بر اساس تقویم میلادی) نیز در جدول ۸ ارائه شده است. نتایج ارائه شده در جدول‌های ۷ و ۸ نشان می‌دهد که اولاً مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی شده بر اساس پیش‌بینی بارندگی روزانه با دو توزیع نمایی و گاما، در محدوده مجموع بارندگی سالانه واقعی در طول سال‌های دارای آمار قرار گرفته است، و ثانیاً با استفاده از توزیع گاما میانگین تعداد روزهای بارانی و مجموع بارندگی سالانه پیش‌بینی شده در مقایسه با توزیع نمایی، به میانگین تعداد روزهای بارانی و مجموع بارندگی سالانه واقعی نزدیک‌تر می‌باشد.

#### بحث:

- برای پیش‌بینی مقدار بارندگی روزانه می‌توان از تقریب‌های اول تا سوم زنجیر مارکوف برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع مقدار بارندگی و یکی از توزیع‌های آماری برای پیش‌بینی مقدار بارندگی در روزهای بارانی استفاده نمود. نتایج این تحقیق نشان داد:
- ۱- استفاده از تقریب اول زنجیر مارکوف، با توجه به عدم وقوع بارندگی‌های روزانه متوالی در منطقه مورد مطالعه، برای پیش‌بینی وقوع و یا عدم وقوع مقدار بارندگی روش مناسبی است و استفاده از این تقریب که بسیار ساده‌تر از تقریب‌های دوم و سوم است، ترجیح داده می‌شود.
  - ۲- برای افزایش دقت پیش‌بینی بارندگی روزانه در ماه‌ها و فصول مختلف سال باید ماتریس‌های انتقال برای هر ماه سال به صورت جداگانه محاسبه گردد و از یک ماتریس برای کل سال استفاده نشود. در این صورت پیش‌بینی مقدار بارندگی روزانه و مجموع بارندگی سالانه به واقعیت بسیار نزدیک‌تر می‌شود و احتمال پیش‌بینی باران در ماه‌های مختلف سال یکسان به دست نخواهد آمد.
  - ۳- برای تعیین ماتریس‌های انتقال جداگانه برای هر ماه سال مقادیر بارندگی حدآستانه ۵ میلی‌متر در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر روزهای با بارندگی کمتر از ۵ میلی‌متر به عنوان روزهای غیر بارانی در نظر گرفته شد. زیرا مقدار باران کمتر از این حد در منطقه مورد مطالعه قادر به ایجاد رواناب نمی‌باشد.
  - ۴- استفاده از توزیع گاما برای پیش‌بینی مقدار بارندگی روزانه در منطقه مورد مطالعه مناسب‌تر از توزیع نمایی می‌باشد.

۵- در ماه‌های گرم سال به دلیل زیاد بودن مقدار عددی  $P_{00}$  احتمال پیش‌بینی بارندگی روزانه بسیار کم می‌باشد. اما در ماه‌های ژانویه، فوریه، مارس، آوریل، نوامبر و دسامبر پیش‌بینی بارندگی روزانه با شرایط واقعی همخوانی مناسبی دارد.

#### منابع و مأخذ:

۱. هیگنز، ژ. ژ. و اس. کا. مک‌نالتی. ترجمه مشکانی، ع. ۱۳۷۹. مفاهیم احتمال و مدل‌بندی تصادفی. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد. چاپ اول.
2. Buishand, T. A. 1977. Stochastic modeling of daily rainfall sequences. Wageningen, Veenman and Zonen.
3. Chin, E., H. 1977. Modeling daily precipitation occurrence process with Markov chain. Water Resour. Res. 13(6): 949-956.
4. Coe, R., and R. D. Stern. 1982. Fitting models to daily rainfall data. J. Applied Meteorol. 21: 1024-1031.
5. Duan, J., A. K. Sikka, and G. E. Grant. 1995. A comparison of stochastic model for generating daily precipitation at the H. J. Andrews Experimental forest. Northwest Sci. 69(4):318-329.
6. Euii, M. S., R. S. Boom, and K. J. Gi. 1994. A Markov chain model for daily precipitation occurrence in South Korea. Int. J. Climatol. 14(9): 1009-1016.
7. Gabriel, K. R., and J. Neumann. 1962. A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 88: 90-95.
8. Geng, S., F. W. T. Penning-de-Vries, and I. Supit. 1986. A simple method for generating daily rainfall data. Agric. Forest Meteorol. 36(4): 363-376.
9. Haan, C. T., D. M. Allen, and J. O. Street. 1976. A Markov chain model of daily rainfall. Water Resour. Res. 12(3): 443-449.
10. Hamlin, M. J., and D. H. Rees. 1987. Use of rainfall forecasts in the optimal management of small-holder rice irrigation, A case study. Hydrol. Sci. J. 32(1): 15-29.
11. Hanson, C. L., E. L. Neff, and D. A. Woolhiser. 1975. Hydrologic aspects of water harvesting in the northern great plains. p: 129-140. Proceeding of the Water Harvesting Symposium. ARS W-22, U. S. Department of Agriculture. Agric. Res. Service. Water Conservation Lab.
12. Hanson, C. L., and D. A. Woolhiser. 1990. Precipitation simulation model for mountainous areas. In: Hydraulics/Hydrology of Arid Lands. American Society of Civil Engineers, New York. 1990. p: 578-583.
13. Jones, P. G., and P. K. Thornton. 1993. A rainfall generator for agricultural applications in the tropics. Agric. For. Meteorol. 63: 1-19.
14. Katz, R. W. 1977. Precipitation as a chain dependent process. J. Applied Meteorol. 16: 671-675.
15. Law, A. M., and W. D. Kelton. 1982. Simulation Modeling and analysis. McGraw-Hill Book Co., Inc, New York.
16. Malek, E. 1984. Agroclimatic characteristics of the Bajgah area, Fars province of Iran. Iran Agric. Res. 3: 65-74.
17. Mimikou, M. 1983. Forecasting daily precipitation occurrence with Markov chain of seasonal order. International Symposium on Hydrometeorology, June 13-17, 1982, Denver, Colorado. American Water Resources Association. p: 219-224.
18. Sanchez-Cohen, I., V. L. Lopes, D. C. Slack, and M. M. Fogel. 1997. Water balance model for small-scale water harvesting systems. J. Irrig. and Drain. Engin. 123(2) : 123-128.
19. Sepaskhah, A. R., A. A. Kamgar-Haghighi, and S. A. A. Moosavi. 1992. Evaluation of hydrological parameters for design of microcatchment water harvesting in a semi-arid climate. Iran. J. Sci. and Tech. 16: 105-116.
20. Woolhiser, D., A., and J. Roldan. 1982. Stochastic daily precipitation models. 2. A comparison of distribution of amounts. Water Resour. Res. 18(5): 1461-1468.
21. Woolhiser, D., A., and J. Roldan. 1986. Seasonal and regional variability of parameters for stochastic daily precipitation models: South Dakota, U. S. A. Water Resour. Res. 22(6): 965-978.





۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۳/۵۰	۲/۴۰	۲/۰۷	آگوست
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۵/۰۰	۵/۰۰	۵/۰۰	۵/۰۰	۲/۳۳	سپتامبر
۱۶/۹۱	۱۶/۱۲	۱۵/۳۸	۱۴/۶۸	۱۴/۰۵	۱۴/۰۵	۱۴/۰۵	۱۲/۰۱	۹/۳۵	۷/۸۲	اکتبر
۲۰/۹۰	۱۹/۴۸	۱۹/۴۸	۱۸/۷۶	۱۶/۹۲	۱۶/۳۷	۱۴/۸۸	۱۳/۲۳	۱۱/۴۳	۹/۲۹	نوامبر
۲۳/۹۰	۲۳/۳۳	۲۲/۱۳	۲۱/۳۷	۲۰/۷۷	۱۸/۹۸	۱۷/۹۹	۱۶/۲۵	۱۴/۸۴	۱۲/۸۱	دسامبر

جدول ۴- پارامترهای توزیع نمایی و گاما در ماه‌های مختلف سال براساس باران حدآستانه ۵ میلی‌متر

ماه سال	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$
ژانویه	۲۰/۹۹	۱/۴۶۰	۱۴/۳۷۲
فوریه	۱۷/۸۶	۱/۶۵۰	۱۰/۸۲۳
مارس	۱۴/۵۶	۱/۹۵۷	۷/۴۴۰
آوریل	۱۳/۳۳	۲/۸۹۰	۴/۶۱۳
می	۱۳/۲۷	۲/۷۷۶	۴/۷۸۰
ژوئن	۰/۰۰	*	*
جولای	۰/۰۰	*	*
آگوست	۰/۰۰	*	*
سپتامبر	۵/۰۰	**	**
اکتبر	۱۴/۰۵	۳/۷۴۴	۳/۷۵۴
نوامبر	۱۶/۳۷	۲/۸۴۵	۵/۷۵۱
دسامبر	۱۸/۹۸	۱/۳۸۶	۱۳/۶۹۶

\* وقایع بارندگی بیشتر از ۵ میلی‌متر وجود ندارد، لذا مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  قابل تعیین نمی‌باشد.  
 \*\* تنها یک واقعه بارندگی برابر ۵ میلی‌متر وجود دارد، لذا مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  قابل تعیین نمی‌باشد.

جدول ۵- مقایسه آماری داده‌های بارندگی ماه‌های مختلف سال با دو توزیع نمایی و گاما

ماه سال	m	توزیع نمایی		توزیع گاما	
		$E_m$	$D_m$	$E_m$	$D_m$
ژانویه	۲۲۲	۰/۰۵۸	۰/۸۷۹	۰/۹۹۲	۰/۰۶۶
فوریه	۲۰۸	۰/۰۷۵	۱/۰۹۵	۱/۳۶۸	۰/۰۹۴
مارس	۲۱۹	۰/۰۹۴	۱/۴۰۶	۱/۴۶۳	۰/۰۹۸
آوریل	۱۱۹	۰/۱۱۹	۱/۳۱۲	۱/۳۴۷	۰/۱۲۲
می	۳۶	۰/۱۶۵	۱/۰۱۱	۱/۱۶۰	۰/۱۸۹
ژوئن	۳	۰/۲۴۶	۰/۴۷۲	۰/۴۸۵	۰/۲۵۳
جولای	۶	۰/۳۳۳	۰/۸۷۱	۰/۵۳۹	۰/۲۰۶
آگوست	۷	۰/۳۸۳	۱/۰۷۶	۰/۶۴۰	۰/۲۲۸
سپتامبر	۱	x	x	x	x
اکتبر	۲۷	۰/۱۹۵	۱/۰۳۹	۱/۰۲۵	۰/۱۹۲
نوامبر	۸۶	۰/۱۳۱	۱/۲۳۲	۱/۱۷۶	۰/۱۲۵
دسامبر	۲۲۲	۰/۱۰۰	۱/۵۰۷	۱/۴۴۳	۰/۰۹۶

x در ماه سپتامبر تنها یک داده بارندگی وجود داشته است.

m: تعداد داده‌های بارندگی (حداقل یک میلی‌متر) در هر ماه سال

جدول ۶- نمونه‌ای از پیش‌بینی بارندگی روزانه با عدد اولیه ۵۸ و عدد پرش ۲۴۰۷۵ و مقایسه با داده‌های واقعی

تاریخ	تعداد دفعات بارانی حداقل ۵ میلی‌متر در مدت ۳۳ سال (روز)	میانگین بارندگی‌های حداقل ۵ میلی‌متر در روزهای بارانی در مدت ۳۳ سال (میلی‌متر)	توزیع نمایی مقدار بارندگی (میلی‌متر)	توزیع گاما مقدار بارندگی (میلی‌متر)
۱۰ ژانویه (۲۰ دی)	۵	۲۶/۸	۶/۲	۸/۵
۱۳ ژانویه (۲۳ دی)	۶	۱۷/۸	۱۷/۵	۱۹/۱
۲۴ ژانویه (۴ بهمن)	۴	۱۳/۵	۱۱/۹	۱۴/۰
۳۰ ژانویه (۱۰ بهمن)	۳	۳۲/۰	۳۵/۷	۳۴/۱
۹ فوریه (۲۰ بهمن)	۶	۱۹/۰	۲۸/۶	۲۷/۳
۱۴ فوریه (۲۵ بهمن)	۳	۲۳/۲	۳۵/۵	۳۲/۳
۱۶ فوریه (۲۷ بهمن)	۲	۲۱/۸	۱۱/۶	۱۳/۷
۱۷ فوریه (۲۸ بهمن)	۳	۸/۵	۱۷/۹	۱۹/۰
۲۰ فوریه (۱ اسفند)	۳	۱۵/۲	۴۸/۴	۴۱/۵
۲۶ فوریه (۷ اسفند)	۳	۷/۲	۱۴/۲	۱۶/۰
۲۷ فوریه (۸ اسفند)	۴	۱۳/۳	۲۱/۸	۲۲/۱
۱ مارس (۱۰ اسفند)	۷	۱۹/۱	۳۱/۳	۲۷/۰
۳ مارس (۱۲ اسفند)	۳	۱۳/۰	۹/۷	۱۱/۹
۸ مارس (۱۷ اسفند)	۳	۱۴/۳	۲۸/۰	۲۴/۹
۱۲ مارس (۲۱ اسفند)	۴	۲۲/۶	۶/۵	۹/۱
۱۵ مارس (۲۴ اسفند)	۶	۱۶/۰	۹/۹	۱۲/۰
۲۰ مارس (۲۹ اسفند)	۲	۱۱/۰	۱۹/۵	۱۹/۲
۲۳ مارس (۳ فروردین)	۲	۵/۵	۴۵/۱	۳۵/۷
۲۷ مارس (۷ فروردین)	۶	۱۳/۷	---	۵/۴
۳۰ مارس (۱۰ فروردین)	۶	۱۳/۰	۲۶/۶	۲۴/۰
۹ آوریل (۲۰ فروردین)	۳	۱۱/۱	---	۸/۳
۴ نوامبر (۱۳ آبان)	۱	۵/۰	۶/۰	۱۰/۴
۳ دسامبر (۱۲ آذر)	۶	۱۰/۷	۲۱/۵	۲۲/۰
۱۰ دسامبر (۱۹ آذر)	۷	۱۲/۲	---	۱۹/۲
۲۲ دسامبر (۱ دی)	۴	۱۴/۴	---	۲۰/۴
۲۷ دسامبر (۶ دی)	۴	۱۳/۸	---	۱۸/۶

جدول ۷- پیش‌بینی تعداد روزهای بارانی در سال و مجموع بارندگی سالانه بر اساس پیش‌بینی بارندگی روزانه با اعداد اولیه و پرش متفاوت

توزیع گاما		توزیع نمایی		عدد پرش	عدد اولیه
مجموع بارندگی سالانه (میلی‌متر)	تعداد روزهای بارانی در سال	مجموع بارندگی سالانه (میلی‌متر)	تعداد روزهای بارانی در سال		
۳۶۰/۵	۱۶	۲۸۰/۳	۱۱	۵۴۱	۳۷۱۹
۲۲۳/۶	۱۲	۲۸۲/۷	۱۱	۳۳۵۰۰	۷۷۹
۳۲۷/۵	۱۷	۲۴۵/۶	۱۲	۱۲۴۹۵	۵۰۷
۳۱۴/۵	۱۳	۳۲۶/۵	۱۲	۲۱۰۰	۲۰۰۰
۳۵۱/۹	۱۷	۳۴۰/۸	۱۴	۶۶۷۹	۵۵۶۶
۴۲۲/۰	۲۲	۴۲۵/۵	۱۶	۳۵۳۵	۹۳۷۱۱
۵۱۵/۷	۲۶	۴۵۳/۴	۲۱	۲۴۰۷۵	۵۸
۳۲۷/۳	۱۹	۲۸۲/۳	۱۶	۱۳۸۵	۲۰۰۲
۳۹۵/۹	۲۰	۳۹۶/۶	۱۷	۶۲۱۵	۳۰۰۰
۵۷۰/۲	۲۵	۵۵۸/۹	۱۹	۹۸۷	۳۵۱۹۹
۳۰۵/۰	۱۹	۲۳۸/۸	۱۱	۸۸۹۳۱	۱۵۱۵
۲۲۲/۵	۱۳	۲۱۲/۰	۱۲	۱۶۱۶	۵۰۰۰۸
۳۲۸/۴	۲۰	۲۵۲/۱	۱۳	۱۶۰۰۴	۲۷۹۷
۳۴۵/۱	۱۵	۳۵۵/۰	۱۴	۱۹۴۴۴	۳۵۲۵
۴۲۹/۲	۲۱	۴۰۹/۰	۱۷	۲۰۴۹۷	۱۱۲۰
۴۲۵/۰	۲۱	۴۰۲/۹	۱۵	۱۱۱۴۹	۱۷
۳۵۳/۵	۱۹	۳۲۴/۹	۱۵	۳۲۰۰	۵۸۵۰۰۰
۴۷۳/۷	۲۵	۴۸۰/۰	۲۱	۲۰۳	۹۹۷
۳۱۲/۷	۱۸	۲۰۷/۱	۱۰	۸۳۱۷	۹۲۶۹۶
۴۱۹/۱	۲۰	۳۱۰/۲	۱۳	۷۴۲۱	۹۸۰۰۳
۳۷۱/۲	۱۹	۳۳۹/۲	۱۵	میانگین	

جدول ۸- تعداد روزهای بارانی (بارندگی حداقل ۵ میلی‌متر) و مجموع بارندگی سالانه واقعی

سال	تعداد روزهای بارانی	مجموع بارندگی سالانه (میلی‌متر)	سال	تعداد روزهای بارانی	مجموع بارندگی سالانه (میلی‌متر)
۱۹۷۰	۱۱	۱۷۶/۵	۱۹۸۷	۱۶	۲۶۷/۵
۱۹۷۱	۱۸	۲۶۸/۸	۱۹۸۸	۲۳	۵۰۶/۵
۱۹۷۲	۱۴	۲۸۳/۹	۱۹۸۹	۱۸	۲۸۱/۰
۱۹۷۳	۱۲	۱۹۹/۱	۱۹۹۰	۲۰	۳۹۴/۰
۱۹۷۴	۱۸	۳۶۹/۷	۱۹۹۱	۲۸	۴۸۴/۵
۱۹۷۵	۲۳	۳۴۲/۹	۱۹۹۲	۲۵	۴۶۷/۱
۱۹۷۶	۲۶	۴۶۸/۵	۱۹۹۳	۲۶	۴۷۵/۷
۱۹۷۷	۲۲	۳۷۶/۰	۱۹۹۴	۲۲	۴۵۱/۵
۱۹۷۸	۲۴	۴۶۶/۵	۱۹۹۵	۲۲	۵۵۷/۲
۱۹۷۹	۲۲	۵۰۶/۰	۱۹۹۶	۲۸	۴۴۸/۵
۱۹۸۰	۲۲	۴۵۸/۰	۱۹۹۷	۲۳	۴۰۴/۰
۱۹۸۱	۱۵	۳۰۲/۰	۱۹۹۸	۲۲	۴۰۵/۰
۱۹۸۲	۳۱	۴۶۵/۵	۱۹۹۹	۲۵	۴۶۰/۰
۱۹۸۳	۱۴	۲۳۳/۰	۲۰۰۰	۱۹	۳۷۹/۵
۱۹۸۴	۲۳	۳۵۹/۵	۲۰۰۱	۱۳	۲۶۲/۰
۱۹۸۵	۱۷	۴۴۱/۵	۲۰۰۱	۲۳	۴۶۹/۰
۱۹۸۶	۲۴	۵۶۲/۵	میانگین	۲۱	۳۹۴/۳



# Forecasting Daily and Annual Rainfall and Number of Rainy Days Using Markov Chain in a Semi-Arid Region

**H R FooLadmand**

*Instructor of Irrigation and Drainage, Marvdasht Islamic Azad University*

**Keywords:** Forecasting rainfall, Number of rainy days, Markov chain, Exponential distribution, Gamma distribution

## **Abstract**

A first order Markov chain for forecasting precipitation occurrence, and two different distributions (exponential and gamma) were used for estimating the rainfall amounts on rainy days, by using 33 years historical daily rainfall data, in Bajgah area in Fars province. To determine Markov chain transitional probabilities, rainfall events equal or greater than 5 mm, were considered. The results showed that gamma distribution is more appropriate than exponential distribution, and the mean number of rainy days and mean annual rainfall forecasted by this distribution, were estimated 19 days and 371.2 mm, respectively. Also, the actual mean number of rainy days and mean annual rainfall are 21 days and 394.3 mm, respectively.