

## مدل مالیاتی بازی‌های ریاضی در وضعیت گریز مالیاتی و تبانی

دکتر حمید رضا نویدی\*

تاریخ دریافت ۸۳/۹/۳ تاریخ پذیرش ۸۳/۱۱/۶

### چکیده

در این مقاله مدل نظری بازی‌های ریاضی در ارتباط با گریز مالیاتی و فساد در سیستم مالیاتی مورد بررسی قرار گرفته است، که در آن مرکز کنترل مالیاتی می‌تواند بازرسان مالیاتی را از دو دسته صادق یا غیرصادق به کار گیرد. امکان تبانی بازرسان غیرصادق با مالیات‌دهندگان وجود دارد. در این مدل یک بازی سه نفره در عکس‌العمل بین مالیات‌گیرنده، مالیات‌دهنده و بازرس صورت می‌گیرد. مالیات‌گیرنده به دنبال یافتن یک استراتژی از میان گزینه‌های ممکن است تا درآمد خالص خزانه بهینه شود. استراتژی‌های مالیات‌گیرنده (دولت) و تابع هدف (تابع درآمد) آن، توصیف و در نهایت استراتژی بهینه مالیات‌گیرنده نسبت به استراتژی‌های طرفین بازی و پارامترهای مدل به دست می‌آید.

طبقه‌بندی JEL: C71، C72.

**کلیدواژه:** استراتژی، بازرس صادق و غیرصادق، تبانی و رشوه، تراز جدیت، درآمد مالیاتی، کنترل (بازرسی)

مالیاتی.

## ۱- مقدمه

امروزه کاربرد علم ریاضی در گرایش‌های مختلف علوم، راهگشای کمی و کیفی در حل مسایل متعدد است. انگیزه استفاده از ریاضی در این شاخه‌ها، تعیین ساختار منطقی برای حل مسایل بوده و ایجاد توانایی در پیش‌بینی‌های ممکن، این انگیزه را قوت بخشیده است. یقیناً موفقیت یک مدیر منوط به تصمیم و استراتژی مناسب است که در شرایط خاص خود اتخاذ می‌کند. مبحث نظریه تصمیم در بسیاری از شاخه‌های علوم مورد بررسی قرار گرفته است که از جمله آنان شاخه تحقیق در عملیات است. یکی از جدیدترین شاخه‌های تحقیق در عملیات، نظریه بازی‌ها<sup>۱</sup> است که به‌طور اخص در علوم انسانی، زیست‌شناسی، کشاورزی و به‌ویژه اقتصاد کاربرد دارد. در واقع نظریه بازی‌ها بهینه‌سازی یا یافتن تصمیم بهینه در شرایط تصادم است. در عمل، نظریه بازی‌ها در اواسط قرن بیستم توسط فون نویمان و مورگان ارائه شد و در اواخر همان قرن توسعه یافت. کاربرد نظریه بازی‌ها در مباحث اقتصادی از اوایل دهه ۹۰ به اوج خود رسید. مدل‌های بازی به‌طور وسیع برای آنالیز عکس‌العمل‌های اقتصادی مورد استفاده قرار گرفت و تحت تأثیر آن، استراتژی رفتاری طرفین بازی از اصول نظری بهینه‌سازی، معین می‌شد. یکی از مهم‌ترین اصول بهینه در بازی‌های غیر تعاونی، اصل تعادل نش<sup>۲</sup> است. امروزه نظریه بازی‌ها از شاخه‌های مشترک بین رشته‌های ریاضی، اقتصاد، مدیریت و مهندسی صنایع به حساب می‌آید.

در دو دهه اخیر ساختار دستگاه‌های مالیاتی، یکی از مهم‌ترین موضوعات در فرایند توسعه اقتصاد بازار بوده و به همین جهت مشکل انحراف در پرداخت مالیاتی به‌طور وسیعی در منابع علمی - اقتصادی مورد بررسی قرار گرفته است. مطالعات زیادی در چارچوب نظریه بازی‌ها در ارتباط با انحراف مالیاتی وجود دارد، که از جمله آنان می‌توان به تعدادی از مقاله‌های هندریکس<sup>۳</sup> (۱۹۹۹)، چاندر و وایلد<sup>۴</sup> (۱۹۹۲) و وازین و پانوا<sup>۵</sup> (۲۰۰۰) اشاره کرد. در بعضی از پژوهش‌ها به عنوان مثال در مقاله سانچز و سوبل<sup>۶</sup> به مسأله درآمد بهینه مالیاتی با امکان انحراف در پرداخت مالیاتی اشاره شده، ولی امکان تبانی در میان مالیات‌دهنده و بازرس در نظر گرفته نشده است. در این مقاله، کنترل بهینه مالیات‌دهنده از طرف سیستم مالیاتی با شرط امکان تبانی بین مالیات‌دهندگان و بازرسان مورد بررسی قرار گرفته است. در بند ۲ به بیان مدل پرداخته و استراتژی‌های ممکن برای مرکز کنترل مالیاتی را بیان کرده، پارامترهای لازم را توصیف خواهیم کرد. بند ۳ شامل توصیف و حل مدل در شرایط پدید آمده است. در قضایای ۱، ۲، ۳ در این بند استراتژی بهینه بازرس در هر وضعیت مورد بررسی قرار گرفته و درآمد خالص نسبت به هر استراتژی بهینه در هر شرایط محاسبه شده است. بند ۴ حاوی نتایج حاصله در قضایای فوق است.

1- Game theory.

2- Nash.

3- Hindriks (1999).

4- Chander & Wild (1992).

5- Vasin & Panova (2000).

6- Sanchez & Sobel (1993).

## ۲- طرح مدل

در مقاله حاضر یک مدل نظریه بازی‌ها در ارتباط با گریز و فرار مالیاتی و فساد در دستگاه مالیاتی ارائه می‌شود. فرض کنید، دولت می‌تواند بازرسان مالیاتی را از دو دسته صادق یا غیرصادق به کار گیرد (اغلب صادق بودن و یا غیرصادق بودن بازرسان از نظر مرکز کنترل مالیاتی، وابسته به میزان گزارشات نادرستی است که بازرسان اعلام می‌کند، و در کنترل گزارش مالیاتی معین می‌شود. در واقع اثبات وجود تبانی در کار بازرسان ساده نیست). امتیاز و فرق این دو دسته در اختلاف قیمت بازرسی آنهاست. بازرسان صادق از قیمت و هزینه بیشتری نسبت به بازرسان نوع دیگر برخوردار است. در این شرایط برای دولت سه/استراتژی به شرح ذیل برای به کارگیری بازرسان وجود خواهد داشت: **استراتژی اول (V1)** - به کارگیری بازرسان فقط از نوع صادق (گروه اول). در این حالت نیازی به کنترل مجدد گزارش بازرسی مالیاتی نیست.

**استراتژی دوم (V2)** - به کارگیری بازرسان از هر دو دسته صادق (گروه اول) و غیرصادق (گروه دوم). در این حالت بازرسان گروه دوم، گزارش مالیات‌دهندگان را بررسی می‌کنند و بازرسان گروه اول، گزارش بازرسان گروه دوم را بررسی مجدد خواهند کرد. در شرایط موجود، دولت مالیات‌دهنده را به علت گزارش غلط و همچنین بازرسان غیرصادق را، در صورت اثبات اشتباه وی توسط بازرسان گروه اول، به خاطر اشتباه در گزارش جریمه خواهد کرد.

**استراتژی سوم (V3)** - به کارگیری بازرسانی از نوع غیرصادق (گروه دوم). در این حالت، چون امکان انحراف در بازرسی مجدد و اعلام گزارش نادرست نیز وجود خواهد داشت، دولت بازرسی مجدد انجام نمی‌دهد.

فرض می‌کنیم که دو سطح درآمدی  $I_L$  (درآمد پایین) و  $I_H$  (درآمد بالا) به ترتیب با احتمالات  $1-q$  و  $q$  برای مالیات‌دهندگان وجود دارند ( $I_H < I_L$ ).

مالیات‌دهنده با درآمد پایین از پرداخت مالیات معاف است و مالیات‌دهنده با درآمد بالا باید مالیات  $T$  بپردازد. بنابراین مالیات‌دهنده با درآمد بالا می‌تواند انگیزه آن را داشته باشد که در گزارش مالیاتی درآمد خود را  $I_L$  اعلام کند و سیستم، گزارش‌های مالیاتی با درآمد  $I_L$  را با احتمال  $p$  بررسی می‌کند. در بعضی موارد برای استفاده از بازرسان گروه دوم نیاز است که استراتژی را مد نظر قرار دهیم که در آن  $p \in [0, \infty)$ . اما اگر

$$p = K + p', \quad K \in \mathbb{N}, \quad 0 \leq p' \leq 1$$

باشد، این بدان معناست که به‌طور قطع تعداد  $K$  بازرسان، بازرسی می‌کنند و  $(K+1)$ مین بازرسی با احتمال  $p'$  صورت می‌پذیرد.

یک بررسی مالیاتی با بازرسان گروه دوم  $c$  و با بازرسان گروه اول  $\tilde{c}$  هزینه خواهد داشت و  $c < \tilde{c}$ . فرض بر آن است که در بازرسی همیشه حقیقت کشف می‌شود. در صورت مشخص شدن گزارش غلط، مالیات‌دهنده باید جریمه  $F$  را پرداخت کند.

فرض می‌کنیم استراتژی  $V_2$  برقرار باشد. مرکز بازرسی مالیاتی می‌تواند بازرسان دومی (گروه اول) را برای بازرسی مجدد اعزام کند. اگر بازرسان اول گزارش مالیاتی  $I_L$  مالیات‌دهنده را صحت گذاشته

باشد، در صورتی که بازرسی گروه اول صحت آن را تأیید نکند، بازرسی اول جریمه خواهد شد. (اگر چه احتمال تبانی وجود دارد ولی اکثر اوقات این امر قابل اثبات نیست.) مقدار جریمه برای بازرسی اول  $\tilde{F}$  خواهد بود. احتمالات  $p$  و  $p_H$  را به ترتیب احتمال بازرسی گزارش مالیات‌دهنده و احتمال بازرسی گزارش بازرسی اول در نظر خواهیم گرفت. هدف، ماکزیم کردن درآمد خالص دولت که شامل مالیات‌ها و جریمه‌های واصله منهای هزینه‌های بازرسی است. برای هر استراتژی مرکز مالیاتی تحت به خدمت گرفتن بازرسان، به دنبال استراتژی بهینه بازرسی و بازرسی مجدد است تا درآمد حاصله در خزانه ماکسیم شود. به همین علت آنالیز درآمد در استراتژی‌های مختلف را ارائه می‌دهیم و مشخص می‌کنیم تحت چه شرایطی بهینه است. در نهایت درآمد بهینه در هر استراتژی را معین خواهیم کرد.

### ۳- توصیف مدل در شرایط مختلف و حل آنها

در ادامه به توصیف مدل در سه استراتژی موجود برای مرکز کنترل مالیاتی می‌پردازیم و در هر وضعیت، استراتژی بهینه و درآمد حاصل از آن را به دست می‌آوریم.

**الف - استراتژی  $v_1$** ، که در آن فقط از بازرسان گروه اول بهره می‌گیرند. در این حالت هزینه بازرسی  $\hat{c}$  است. رفتار مالیات‌دهنده با درآمد بالا در این حالت از مقایسه مقادیر  $T$  و  $pF$  معین می‌شود. اگر  $pF < T$  یا  $p < \frac{T}{F}$  باشد، آنگاه برای مالیات‌دهنده مقرون به صرفه است که درآمد بالای خود را پایین‌تر اعلام کند. اما اگر  $pF \geq T$  یا  $p \geq \frac{T}{F}$  باشد، آنگاه مالیات‌دهنده حتماً گزارش درستی خواهد داشت. اگر  $\hat{p} = \frac{T}{F}$  تعریف کنیم، آنگاه حکم زیرین را ثابت کردیم:

**لم ۱:** مقدار  $\hat{p}$  مرز احتمال بازرسی است. یعنی اگر  $p \geq \hat{p}$  باشد نیازی به بازرسی نیست و رفتار مالیات‌دهنده صادقانه است. در غیر این صورت باید بازرسی صورت پذیرد. اگر درآمد مالیات گیرنده را در وضعیت استراتژی اول با  $R_1(p)$  نمایش دهیم، آماده‌ایم قضیه اساسی در این وضعیت را بیان کنیم:

#### قضیه ۱:

- ۱- اگر  $p < \hat{p}$ ، آنگاه استراتژی بهینه دولت برابر است با  $\hat{p}$  و درآمد بهینه او از رابطه  $R_1^* = \hat{p}(qF - \tilde{c})$  به دست می‌آید.
  - ۲- اگر  $p \geq \hat{p}$ ، در صورتی که  $qT \leq (1-q)\hat{p}\tilde{c}$ ، آنگاه احتمال بهینه بازرسی  $p^* = 0$  و در نتیجه درآمد بهینه دولت  $R_1^* = 0$  است. در صورتی که  $qT > (1-q)\hat{p}\tilde{c}$  آنگاه احتمال بازرسی بهینه  $p^* = \hat{p}$  و ماکسیم درآمد خالص مالیاتی برابر است با:  $R_1^* = qT - \hat{p}\tilde{c}(1-q)$
- اثبات:** ۱- در حالت ۱ داریم  $p < \hat{p}$ . با توجه به دو سطح درآمد برای مالیات‌دهندگان امید ریاضی تابع درآمد (تابع پیروزی) برای مالیات گیرنده را محاسبه می‌کنیم. یعنی:

$$R_1(p) = q[p(F - \tilde{c})] + (1 - q)(-\tilde{c}) \\ = p(qF - \tilde{c})$$

که تابع خطی از  $p$  است. اگر  $qF - c > 0$ ، آنگاه  $R_1(p)$  ماکسیمم خود را در  $\hat{p}$  می‌گیرد و مقدار آن برابر با  $R_1^* = \hat{p}(qF - c)$  است. اما اگر  $qF - \tilde{c} \leq 0$ ، آنگاه احتمال بهینه بازرسی یعنی  $p^* = 0$  و از آنجا داریم  $R_1^* = 0$ .

۲- در حالت ۲ داریم  $p \geq \hat{p}$ . بنابر این امید ریاضی تابع درآمد (تابع پیروزی) مالیات گیرنده برابر است.

$$R_1(p) = qT + (1 - q)p(0 - \tilde{c}) \\ = qT - (1 - q)p\tilde{c}$$

اگر  $qT > (1 - q)\hat{p}$ ، آنگاه احتمال بهینه بازرسی  $p^* = \hat{p}$  بوده و درآمد بهینه از رابطه  $R_1^* = qT - (1 - q)\hat{p}\tilde{c}$  محاسبه می‌شود. و در غیر این صورت  $p^* = 0$  و  $R_1^* = 0$ .

ب- استراتژی V2، در این وضعیت استراتژی مرکز مالیاتی به خدمت گرفتن بازرسان از هر دو گروه اول و دوم است. در این حالت گزارش‌های مالیات‌دهندگان را بازرسان گروه دوم با احتمال  $p$  و گزارش این بازرسان، توسط بازرسان گروه اول با احتمال  $p_H$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. جستجو می‌کنیم مقدار بهینه احتمالات  $p, p_H$  تا درآمد خالص مالیاتی در بودجه یعنی  $R_2(p, p_H)$  ماکسیمم شود.

بحث را با موضوع تبانی بین مالیات‌دهنده و بازرس گروه دوم ادامه می‌دهیم. حداکثر مقدار رشوه  $b$  برای مالیات‌دهنده از مقایسه بین مقادیر  $F$  و  $b + p_H F$  معین می‌شود و از آنجا نتیجه می‌شود که  $b_{max} = (1 - p_H)F$  بیشترین مقدار رشوه قابل پرداخت برای مالیات‌دهنده است. کمترین مقدار آن  $b_{min} = p_H \tilde{F}$  خواهد بود، که کمترین مقدار رشوه‌ای است که برای بازرس گروه دوم قابل دریافت است و اگر  $b_{min} < b_{max}$ ، تبانی محتمل بین مالیات‌دهنده و بازرس گروه دوم خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$b = \gamma F(1 - p_H) + (1 - \gamma)p_H \tilde{F}, \quad \gamma \in (0, 1)$$

که  $\gamma$  در آن تراز جدیت بازرس گروه دوم برای تبانی را مشخص می‌کند.

لم ۲: اگر  $p_H \geq \frac{F}{F + \tilde{F}}$  باشد، آنگاه برای مالیات‌دهنده تبانی مقرون به صرفه نیست. در نتیجه

نیازی به بازرسی مجدد نیست. در حالتی که  $p_H < \frac{F}{F + \tilde{F}}$  امکان تبانی وجود دارد و بازرسی مجدد صورت می‌پذیرد.

اثبات: چنان که در گذشته توصیف کردیم تبانی امکان‌پذیر است اگر  $b_{min} < b_{max}$  یا به عبارت

دیگر  $p_H \tilde{F} < (1 - p_H)F$ . اما از آن نتیجه می‌شود  $p_H < \frac{F}{F + \tilde{F}}$ . یعنی در این وضعیت امکان

تبانی هست و باید بازرسی مجدد صورت گیرد. در حالتی که  $p_H \tilde{F} \geq (1 - p_H)F$  شرایط برای تبانی برای طرفین مقرون به صرفه نیست، و بنابر این نیازی به بازرسی مجدد نیست.

یادآور می‌شویم که مقدارهای ثابت  $\hat{p}_H = \frac{F}{F + \tilde{F}}$ ،  $\hat{p} = \frac{T}{F}$  را به ترتیب مرز احتمال بازرسی و

مرز احتمال بازرسی مجدد تعریف کردیم.

بدیهی است یک مالیات‌دهنده با درآمد بالا اگر  $p(b + p_H F) < T$  گزارش نادرست اعلام می‌کند. اما اگر  $p_H \tilde{F} \geq (1 - p_H)F$ ، آنگاه در حالت  $p < \hat{p}$  مالیات‌دهنده با درآمد بالا گزارش نادرست اعلام خواهد کرد ولی رشوه نخواهد داد.

با توجه به این که مالیات‌دهنده و بازرس گروه دوم دارای دو اختیار، قبول یا عدم قبول رشوه‌اند چهار حالت زیر قابل تصور است:

$$p_H \tilde{F} < F(1 - p_H) \quad \text{و} \quad p(b + p_H F) < T \quad (a)$$

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف می‌شود و بازرس مالیاتی نیز رشوه قبول می‌کند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابر است با:

$$R_{2a} = p \{ p_H (q \{ F + \tilde{F} \} - \tilde{c}) - c \} \\ \cdot p_H \tilde{F} > F(1 - p_H) \quad \text{و} \quad pF < T \quad (b)$$

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف می‌شود، ولی بازرس رشوه قبول نمی‌کند (مقرون به صرفه نیست). درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابر است با:

$$R_{2b} = p \{ qF - c - p_H \tilde{c} (1 - q) \} \\ \cdot p_H \tilde{F} > F(1 - p_H) \quad \text{و} \quad pF > T \quad (c_1)$$

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف نمی‌شود و بازرس رشوه قبول نمی‌کند. یعنی هردو رفتاری صادقانه دارند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابر است با:

$$R_{2c_1} = qT - p(1 - q)(c + p_H \tilde{c}) \\ \cdot p_H \tilde{F} < F(1 - p_H) \quad \text{و} \quad p(b + p_H F) > T \quad (c_2)$$

در این حالت مالیات‌دهنده منحرف نمی‌شود، ولی بازرس رشوه قبول نمی‌کند. یعنی هردو رفتاری صادقانه دارند. درآمد خالص مالیاتی در یک حسابرسی برابر است با:

$$R_{2c_2} = qT - p(1 - q)(c + p_H \tilde{c})$$

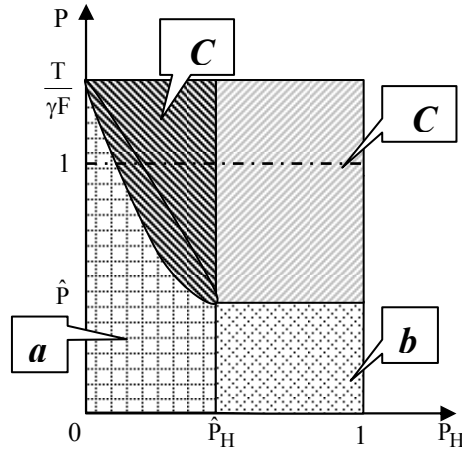
در حالات داده شده بالا می‌توان استراتژی بهینه مرکز کنترل مالیاتی را در دو وضعیت نسبت به متغیر مرز احتمال بازرسی  $\hat{p}$  و تراز جدیت تبانی  $\gamma$  مورد بررسی قرار داد.

$$\hat{p} \leq \gamma \quad (I)$$

$$\hat{p} > \gamma \quad (II)$$

تراز جدیت  $\gamma$ ، که همان ضریب خطی متغیر رشوه  $b$  است. به یقین در کشورهای مختلف متفاوت است، و می‌توان به عنوان پژوهشی میدانی و تجربی مقدار آن را در هر کشور محاسبه کرد. چنان که در بعضی از کشورها در این مورد کار شده است.

در ادامه مقاله، ناحیه مربوط به هر یک از حالات چهارگانه فوق را در وضعیت  $\hat{p} > \gamma$  در نمودار ۱ رسم کرده و بررسی می‌کنیم. چهار حالت توصیف شده به شکل چهار ناحیه در زیر ترسیم شده است که به اسامی نواحی  $a$  و  $b$  و  $c_1$  و  $c_2$  نامگذاری شده است.



نمودار ۱- نواحی چهارگانه تعادلی

توصیف حدود نواحی چهارگانه با توجه تقسیم‌بندی چهارگانه بالا است. ناحیه‌های  $c_i$  ( $i=1, 2$ ) مطلوب نظر مرکز کنترل مالیاتی است زیرا در این وضعیت مالیات‌دهنده حاضر به تبانی نیست. محور افقی نمایشگر متغیر  $p_H$  و محور عمودی نمایشگر متغیر  $p$  است. قضیه اساسی زیر را در وضعیت  $\hat{p} > \gamma$  فرمول‌بندی می‌کنیم. در قضیه زیر  $p^*$  احتمال بهینه بازرسی و  $p_H^*$  احتمال بهینه بازرسی مجدد و  $R^*$  درآمد بهینه دولت در نظر گرفته شده‌اند.

## قضیه ۲:

فرض می‌کنیم  $\hat{p} > \gamma$ . در این صورت احکام زیر برقرارند:

(۱) اگر داشته باشیم  $\hat{p}_H \geq \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$ . در صورتی که  $qT > (1-q)\left(c + \tilde{c} \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}\right)$  آنگاه

استراتژی بهینه مرکز کنترل مالیاتی و درآمد حاصل از آن برابر است با:

$$p^* = 1, \quad p_H^* = \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F+\tilde{F})}, \quad R_{2c_2}^* = qT - (1-q)\left\{c + \frac{\hat{p}-\gamma}{1-\gamma} \hat{p}_H \tilde{c}\right\}$$

و در غیر این صورت بازرسی برای مرکز کنترل مالیاتی مقرون به صرفه نیست. یعنی:

$$(p^* = p_H^* = 0)$$

(۲) اگر داشته باشیم  $\hat{p}_H < \frac{c(1-\gamma)}{\gamma\tilde{c}}$ . در صورتی که  $qF > (1-q)(c + \tilde{c}\hat{p}_H)$  آنگاه استراتژی

بهینه مرکز کنترل مالیاتی و درآمد حاصل از آن برابر است با:

$$p^* = \frac{T}{F}, \quad p_H^* = \frac{F}{F+\tilde{F}}, \quad R_{2c_2}^* = R_{2c_1}^* = qT - \hat{p}(c + \hat{p}_H \tilde{c})$$

و در غیر این صورت بازرسی برای مرکز کنترل مالیاتی مقرون به صرفه نیست. یعنی:

$$(p^* = p_H^* = 0)$$

اثبات: برای مقایسه درآمدها در چهار ناحیه توصیف شده، ابتدا استراتژی بهینه مرکز و درآمد

بهینه نسبت به آن را در هر ناحیه استخراج می‌کنیم.

$$p_H \tilde{F} < F(1-p_H), \quad p(b + p_H F) < T \quad \text{در این ناحیه (a)}$$

$$R_{2a}(p, p_H) = p \{ p_H (q \{ F + \tilde{F} \} - \tilde{c}) - c \}$$

تابع درآمد تابعی از متغیرهای  $p$  و  $p_H$  است. از محدودیت‌های بالا نتیجه می‌شود که

$$p_H < \hat{p}_H, \quad p < \frac{T}{b + p_H F}$$

در نتیجه شرایط تبانی وجود دارد و مقدار رشوه به شکل تابع  $b = \gamma(1 - p_H)F + (1 - \gamma)p_H \tilde{F}$

خواهد بود. با قرار دادن در نامساوی اول نتیجه می‌شود که  $p < \frac{T}{\gamma F + p_H(1 - \gamma)(F + \tilde{F})}$ .

اگر  $q(F + \tilde{F}) < \tilde{c}$ ، آنگاه  $R_{2a}(p, p_H)$  نسبت به متغیرهای  $p$  و  $p_H$  نزولی بوده و در نتیجه

$$R_{2a}^* = 0, \quad p^* = 0, \quad p_H^* = 0$$

اگر  $q(F + \tilde{F}) > \tilde{c}$ ، آنگاه  $R_{2a}(p, p_H)$  نسبت به  $p_H$  صعودیست. در صورتی که

$p_H < \frac{c}{q(F + \tilde{F}) - \tilde{c}}$ ، آنگاه  $R_{2a}(p, p_H)$  نسبت به  $p$  نزولیست و  $p^* = 0, R_{2a}^* = 0, \forall p_H$

در صورتی که  $p_H > \frac{c}{q(F + \tilde{F}) - \tilde{c}}$ ، آنگاه  $R_{2a}(p, p_H)$  نسبت به  $p$  (و نسبت به  $p_H$ ) در نتیجه

تابع  $R_{2a}(p, p_H)$  ماکسیمم خود را در نقاط مرزی با ناحیه  $C_2$  خواهد گرفت. یعنی:

$$R_{2a}^* = \max_{p_H} \frac{T \{ p_H (q \{ F + \tilde{F} \} - \tilde{c}) - c \}}{\gamma F + p_H(1 - \gamma)(F + \tilde{F})}$$

ماکسیمم تابع کسری فوق که دارای صورت و مخرج خطی بر حسب  $p_H$  و در آن  $p_H$  مثبت است.

در نتیجه چون  $p(\hat{p}_H) = \hat{p}$ ، آنگاه:

$$p^* = \hat{p}, \quad p_H^* = \hat{p}_H, \quad R_{2a}^* = R_{2a}(p^*, p_H^*) = \hat{p} \{ \hat{p}_H (q(F + \tilde{F}) - \tilde{c}) - c \}$$

$$R_{2a}^* = qT - \hat{p}(c + \hat{p}_H \tilde{c}) \quad \text{با ساده کردن آن خواهیم داشت:}$$

$$(b) \text{ داریم } pF < T, \quad p_H \tilde{F} > F(1 - p_H), \quad R_{2b} = p \{ qF - c - p_H \tilde{c}(1 - q) \}$$

از نامساوی‌های فوق معلوم می‌شود که  $p < \hat{p}, p_H > \hat{p}_H$ . اما

$$(R_{2b})'_{p_H}(p, p_H) = -p\tilde{c}(1 - q) < 0, \quad \forall p$$

پس تابع  $R_b(p, p_H)$  تابعی نزولی نسبت به  $p_H$  در نتیجه  $p_H^* = \hat{p}_H$ . از طرفی:

$$(R_{2b})'_p(p, p_H) = qF - p_H \tilde{c}(1 - q) - c$$

اگر  $qF < \hat{p}_H \tilde{c}(1 - q) + c$ ، آنگاه احتمال بهینه بازرسی برابر است با:

$$p^* = 0, R_{2b}^* = 0$$

در غیر این صورت ماکسیمم مقدار درآمد در نقطه  $p_b^* = \hat{p}$  اتفاق می‌افتد. و

$$R_{2b}^* = R_{2b}(p, p_H) = \hat{p} \{ qF - \hat{p}_H \tilde{c}(1 - q) - c \}$$

با ساده کردن مقدار فوق جواب بهینه در این ناحیه برابر است با:

$$p^* = \hat{p}, p_H^* = \hat{p}_H, R_{2b}^* = qT - \hat{p}(c + \hat{p}_H \tilde{c}(1 - q))$$

(C1) در این وضعیت  $pF > T$ ،  $p_H \tilde{F} > F(1 - p_H)$  و تابع درآمد:



$$R_{2c_1}(p, p_H) = qT - p(1-q)(c + p_H \tilde{c})$$

که نتیجه می‌شود:  $p_H > \hat{p}_H, p > \hat{p}$  اما.

$$(R_{2c_1})'_p(p, p_H) = -(1-q)(c + p_H \tilde{c}) < 0, \quad \forall p_H$$

$$(R_{2c_1})'_{p_H}(p, p_H) = -p\tilde{c}(1-q) < 0, \quad \forall p$$

چنان‌که هویداست  $R_{c_1}(p, p_H)$  نسبت به  $p$  و  $p_H$  نزولیست. در نتیجه احتمال بهینه

بازرسی و درآمد بهینه برای آن برابر است با:

$$R_{c_1}^* = R_{c_1}(\hat{p}, \hat{p}_H) = qT - \hat{p}(1-q)(c + \hat{p}_H \tilde{c}), \quad p^* = \hat{p}, \quad p_H^* = \hat{p}_H$$

از مقادیر حاصله درآمد بهینه در ناحیه‌های بالا مشخص می‌شود که:

$$R_{2a}^* < R_{2b}^* < R_{2c_1}^*$$

(C2) در این ناحیه  $p(b + p_H F) > T$ ،  $p_H \tilde{F} < F(1 - p_H)$  و تابع درآمد برابر است با:

$$R_{2c_2}(p, p_H) = qT - p(1-q)(c + p_H \tilde{c})$$

بنابراین  $p_H < \hat{p}_H, p > \frac{T}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F + \tilde{F})}$  اما  $R_{2c_2}(p, p_H)$  نسبت به  $p$  و  $p_H$

نزولیست. بنابراین مقدار ماکسیمم خود را در نقاط مرزی ناحیه  $a$  خواهد گرفت، جایی که

یعنی:  $p = p(p_H)$

$$R_{2c_2}^* = \max_{p_H} \left\{ qT - \frac{T(1-q)(c + p_H \tilde{c})}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F + \tilde{F})} \right\} = qT - (1-q)T \left( \min_{p_H} \frac{c + p_H \tilde{c}}{\gamma F + p_H(1-\gamma)(F + \tilde{F})} \right)$$

پس از آنالیز تابع کسری بالا که صورت و مخرج آن نسبت  $p_H$  خطی می‌باشند، نتایج زیر به دست

می‌آید:

- فرض کنید  $p \in [0, 1]$  و  $p_H < \hat{p}_H$  اگر  $\frac{c(1-\gamma)}{\gamma \tilde{c}} > \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F + \tilde{F})}$

آنگاه  $p^* = 1$ ،  $p_H^* = \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F + \tilde{F})}$ ،  $R_{2c_2}^* = qT - (1-q) \left\{ c + \frac{T-\gamma F}{(1-\gamma)(F + \tilde{F})} \tilde{c} \right\}$

- در غیر این صورت احتمال بهینه بازرسی مشابه ناحیه  $c_1$  یعنی درآمد مالیاتی مشابه در ناحیه

$c_1$  برابر با

$$R_{2c_2}^* = R_{2c_1}^* = qT - \hat{p}(c + \hat{p}_H \tilde{c})$$

خواهد داشت.

- برای  $p \in [0, \infty)$  و  $\hat{p}_H > \frac{c(1-\gamma)}{\gamma \tilde{c}}$  احتمال بهینه بازرسی و درآمد بهینه برای آن برابر است با:

$$p^* = \frac{T}{\gamma F}, \quad p_H^* = 0, \quad R^* = qT - \frac{1}{\gamma}(1-q)c\hat{p}.$$

پ - استراتژی V3: در این استراتژی مرکز کنترل مالیاتی به دلیل پایین‌تر بودن هزینه بازرسی

فقط از بازرسان گروه دوم بهره می‌گیرد. هزینه هر بازرسی معادل با  $C$  خواهد بود و امکان تبانی

وجود دارد. بازرسی مجدد گزارش بازرسان به دلیل امکان تبانی مجدد صورت نمی‌پذیرد.

### قضیه ۳:

اگر  $p \in [0, 1]$ ، آنگاه در وضعیت  $\hat{p} > \gamma$  برای مالیات‌گیرنده بازرسی مقرون به صرفه نیست و

$$p^* = 0, \quad R_3^* = 0$$

اگر  $p \in [0, \infty)$ ، آنگاه تحت شرایط  $\gamma q F > (1-q)c$  احتمال بازرسی بهینه برابر با  $p^* = \frac{T}{\gamma F}$  و

$$R_3^* = qT - \frac{1}{\gamma} \hat{p} c (1-q) \quad \text{درآمد حاصل از آن برابر است با:}$$

اثبات: در واقع قضیه ۳ حالت خاصی از قضیه ۲ است که در آن  $p_H = 0$  است.

بر اساس نتایج بالا اگر  $\hat{p} > \gamma$  برای استراتژی‌های  $V_3, V_2, V_1$  به ترتیب درآمدهای مالیاتی بهینه زیرین در شرایط  $p \in [0, 1]$  برای دولت حاصل خواهد شد:

$$R_1^* = q \cdot T - \hat{p} \cdot (1-q) \cdot \tilde{c}, \quad p^* = \frac{T}{F} \quad (V1)$$

$$R_2^* = \begin{cases} \bar{R}_2 = qT - (1-q) \left( c + \tilde{c} \hat{p}_H \frac{\hat{p} - \gamma}{1 - \gamma} \right), & p^* = 1, \quad p_H^* = \frac{T - \gamma F}{(1 - \gamma)(F + \tilde{F})}, \quad \hat{p}_H \geq \frac{c(1 - \gamma)}{\gamma \tilde{c}}, \quad p \leq 1 \\ R_2 = qT - (1-q) \hat{p} (c + \hat{p}_H \tilde{c}), & p^* = \frac{T}{F}, \quad p_H^* = \frac{F}{F + \tilde{F}}, \quad \hat{p}_H < \frac{c(1 - \gamma)}{\gamma \tilde{c}} \end{cases} \quad (V2)$$

$R_3^* = 0$  (V3) چون شرایط ایجاد تبانی وجود دارد و امکان بازرسی مجدد وجود ندارد.

### ۴- نتیجه‌گیری

در مقاله ارائه شده عکس العمل متقابل مالیات‌دهندگان و بازرسان در مقابل سه استراتژی ممکن در رابطه با به‌کارگیری بازرسان مورد بررسی قرار گرفته است. در استراتژی  $V_1$ ، مرکز کنترل مالیاتی تنها از بازرسان صادق (نوع اول) استفاده می‌کند. در استراتژی  $V_2$ ، مرکز از دو نوع بازرسان صادق و غیرصادق (نوع دوم) استفاده خواهد کرد و در استراتژی  $V_3$ ، مرکز کنترل مالیاتی تنها از بازرسان غیرصادق به کار می‌گیرد. مدل بر فرض امکان تبانی و انحراف در گزارش مالیاتی بنا شده است.

در جریان تحقیق احکام به صورت قضا با نتایج زیر به دست آمده است:

برای استراتژی  $V_1$ ، امکان تبانی نیست و استراتژی بهینه بازرسی برای مرکز کنترل مالیاتی همان مرز احتمال بازرسی یعنی  $\hat{p}$  است. درآمد بهینه دولت نسبت به این استراتژی محاسبه شده است. در استراتژی  $V_2$ ، امکان تبانی وجود دارد در این وضعیت دو امکان وجود دارد. در وضعیت اول، بازرسان نوع دوم با احتمالی گزارش مالیات‌دهنده را بررسی می‌کند و با بازرسان نوع اول گزارش بازرسی آن دسته از بازرسان نوع دوم را که درآمد پایین مالیات‌دهندگان را تأیید کردند با احتمالی مورد بررسی مجدد قرار می‌دهد. در وضعیت دوم، بازرسی مجدد صورت نمی‌پذیرد، ولی اثربخشی بازرسی مالیاتی چنان بالاست که انحراف در گزارش مالیاتی مقرون به صرفه نیست.

در قضایای ۱، ۲ و ۳ استراتژی بهینه بازرسی در وابستگی با پارامترهای مدل نسبت به هر کدام از استراتژی‌های به خدمت گرفته شده مرکز معین شده است و به دنبال آن درآمد بهینه دولت نسبت به استراتژی‌های مورد نظر محاسبه شده است.

## فهرست منابع

- 1- Reinganum J. R, Wild L. L., (1993), "Income tax compliance in a principal- agent framework", *Journal of Public Economic*, v. 50, 345-369.
- 5- Vasin. A, Panova. E., (2000), "Tax collection and corruption in fiscal bodies", *The Economics Education and consortium*, No 99/10.
- 6- Navidi H. & Vasin A., (1999), "on the optimal organization of the tax service"- The 3<sup>rd</sup>, Moscow International conference on operations research.
- 7- Hindriks J. , Keen M. , Muthoo A., (1999), "Corruption, Extortion and Evasion", *Journal of Publish Economics*, 74, N3, 395-369.
- 8- Chander P. , Wilde L., (1992), "Corruption in tax administration", *Journal of Public Economics*, 49, 333-349.
- 9- Sanchez, I. , Sobel, J., (1993), "Hierarchical design and enforcement of income tax policies", *Journal of Public Economics*, 50, 345-69.