

تحلیل هزینه گندم با استفاده از تابع هزینه ترانسلوگ تک محصولی

مطالعه موردی: منطقه ارسباران

مقصود جهانی *

علیرضا اصغری **

تاریخ دریافت ۸۳/۱۱/۱۸ تاریخ پذیرش ۸۴/۲/۲۷

چکیده

هدف اصلی این طرح پژوهشی بررسی ساختار ریاضی تابع هزینه و تولید محصول گندم بوده و اساس متدولوژی آن بر فرضیه دوگانگی استوار است. در این پژوهش، برای برآورد شاخص‌هایی مانند کشش تولید، ضریب تابع و بازده نسبت به مقیاس، به جای استفاده از روش متداول تابع تولید، تابع هزینه ترانسلوگ که چار چوب غنی‌تری برای تجزیه و تحلیل روابط تولیدی است، انتخاب شد. برای برآورد توابع تقاضای نهاده‌ها، روش‌های سیستمی و رگرسیون‌های به‌ظاهر نامرتب در مقابل روش‌های برآورد تک معادله‌ای به کار رفته تا در مجموع سیستم از کارایی بیشتری برخوردار شود.

داده‌های به کار رفته در این تحقیق، مربوط به ۱۰۰ بهره‌بردار گندم دیم در منطقه ارسباران است که در سال زراعی ۸۲-۸۱ از راه پرسشنامه جمع‌آوری شده است. ضریب تعیین مدل R^2 ، تقریباً ۹۰ درصد بوده و نکویی برازش مدل را نشان می‌دهد. همچنین، نتایج حاصل از برازش مدل نشان می‌دهد؛ که کودشیمیایی مکمل بذر و ماشین‌آلات مکمل نیروی کار محسوب می‌شود. مقادیر کشش جانشینی موری شیما (MSE) نشان می‌دهد که کشش نسبت عوامل نیروی کار - کودشیمیایی و بذر مصرفی - خدمات ماشینی بزرگتر از یک بوده و جانشینی قوی بین آنها برقرار است. فرضیه هموتیک بودن، وجود بازدهی ثابت به مقیاس، وجود فرم کاپ داگلاس و کشش جانشینی واحد از راه آزمون نسبت حداکثر راستنمایی رد شده است.

طبقه‌بندی JEL: C59، C12، C30، D29.

کلید واژه: نظریه دوگانگی، تابع هزینه ترانسلوگ، کشش جانشینی، بازده به مقیاس، هموتیک، آزمون نسبت راستنمایی، رگرسیون به‌ظاهر نامرتب.

* عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر

** کارشناس ارشد برنامه‌ریزی اقتصادی

۱- مقدمه

امروزه، اهمیت محصول گندم به دلیل نقشی که در تامین غذای انسان ایفا می‌کند، بر همگان آشکار است. به طور کلی دو خصلت عمده می‌توان به این محصول، نسبت داد؛ نخست، این محصول اغلب برای تولید نان به کار برده شده و بنابراین جزو کالاهای ضروری محسوب می‌شود و دوم این که گندم جزو کالاهای استراتژیک بوده و همواره مورد توجه دولتمردان و سیاستگذاران قرار گرفته است. اکثر مطالعات درباره محصول گندم و تقاضای عوامل تولید آن، در سطح کشوری و گاهی در سطح استانی بوده‌اند و مطالعات منطقه‌ای برای تمامی مناطق صورت نگرفته است. با توجه به این که مناطق مختلف دارای شرایط آب و هوایی، نوع خاک، رطوبت، دما، میزان حاصلخیزی زمین و... متفاوتی هستند، بنابراین به مقادیر متفاوتی از نهاده‌ها برای تولید محصول گندم نیاز خواهند داشت و یا به عبارت دیگر، ضرایب تابع هزینه برای مناطق مختلف، متفاوت خواهد بود. بنابراین ضروری است که برای مناطق مختلف، تحقیقات مستقلی صورت بگیرد. منطقه ارسباران با وسعتی برابر ۹۱۵۱۹۰ هکتار، در حدود ۱۹/۵ درصد کل مساحت استان و ۰/۵۵ درصد مساحت کل کشور را به خود اختصاص داده است. در این میان، کشاورزی منطقه ارسباران، مهمترین بخش اقتصادی منطقه بوده و حدود ۴۳ درصد اشتغال و ۶۶ درصد ارزش افزوده در تولید ناخالص داخلی را بخود اختصاص داده است. بخش کشاورزی ارسباران به تبعیت از ویژگی‌های مذکور، دارای پتانسیل‌های بالقوه زیادی است که استفاده بهینه از این ویژگی‌ها و مدیریت بر مبنای آنها در توسعه بخش کشاورزی، نقش کلیدی بازی خواهد کرد.

با وجود پتانسیل‌های بالایی که کشاورزی منطقه از نظر وجود خاک‌های غنی و حاصلخیز و بارندگی‌های به نسبت مناسب، شرایط آب و هوایی متنوع، نیروی انسانی فراوان، مراتع غنی و وسیع و... برخوردار است، بهره‌وری عوامل تولید کشاورزی منطقه در مقایسه با استانداردهای کشوری فاصله بیشتری داشته و با استانداردهای جهانی قابل مقایسه نیست. بنابراین انجام تحقیقاتی برای افزایش بازده محصولات و بالا بردن بهره‌وری عوامل تولید ضروری به نظر می‌رسد. به این

منظور، لازم است مناسبات تولیدی شناسایی شده و عوامل مؤثر بر سطح تولید و نیز ترکیب عوامل تولید و روابط بین آنها بررسی شود. در این طرح پژوهشی، در راستای اهداف مذکور، ساختار تابع هزینه محصول گندم به صورت منطقه‌ای و مقطعی و براساس داده‌های آماری حاصل از طرح پرسشنامه برآورد هزینه محصول، به‌وسیله تحلیل‌های اقتصادسنجی بررسی شده و با استفاده از روابط دوگانگی بین توابع تولید و هزینه، از تابع هزینه بر اساس فرض‌های معین، توابع تقاضا برای عوامل تولید استخراج خواهد شد. با انجام این تحقیق، می‌توان به شناخت اثرات کمی عوامل مؤثر بر عرضه گندم و تقاضا برای عوامل تولید کمک کرد. در این طرح پژوهشی از روش‌های برآورد غیرخطی برای برآورد شاخص‌ها استفاده خواهد شد. همچنین برای برآورد توابع تقاضای نهاده‌ها^۱، از روش‌های سیستمی و رگرسیون‌های ظاهراً نامرتبط^۲ در مقابل روش‌های برآورد تک‌معادله‌ای استفاده خواهد شد تا در مجموع سیستم از کارایی^۳ بیشتری برخوردار باشد.

برای بهبود وضعیت کشاورزی منطقه، لازم است که تک تک محصولات و روابط بین نهاده‌ها و تولید کل، هم از بعد علوم کشاورزی و هم از بعد علوم اقتصادی بررسی شود. از دیدگاه علوم اول، تعیین مقدار بهینه فیزیکی (نه اقتصادی) نهاده‌ها مورد توجه بوده و از دیدگاه علوم دوم، هدف، تعیین مقدار بهینه نهاده‌ها از نظر اقتصادی، به منظور حصول حداکثر سود است. بنابراین در دیدگاه اول، با این که هدف، انتخاب ناحیه دوم تابع تولید بوده ولی مسئله اصلی که حداکثرسازی سود اقتصادی است، نادیده گرفته شده است. نکته دیگر این که در اینجا به جای استفاده از تابع تولید، از تابع هزینه استفاده شده است با این که برای بررسی وضعیت تولید و برآورد شاخص‌های مربوطه همچون کشش تولید نسبت به هر یک از نهاده‌ها، ضریب تابع و بازدهی نسبت به مقیاس^۴ استفاده از تابع تولید متداول است ولی به کار بردن تابع هزینه که همزاد تابع تولید است،

1- Factor Demand Functions.

2- Seemingly Unrelated Regression (SURE Method).

3- Efficiently.

4- Return to Scale.

این مزایا را دارد:

الف - از آنجایی که تابع هزینه همگن از درجه یک نسبت به قیمت نهاده است بنابراین نیاز به همگنی از درجه یک در فرایند تولید نیست. برای مثال، اگر قیمت‌های عوامل تولیدی k برابر شوند، هزینه کل نیز k برابر خواهد بود.

ب - استفاده از قیمت‌ها بجای مقادیر فیزیکی نهاده‌ها، برتری دارد. دربرآورد تابع تولید با توجه به کثرت متغیرهای مستقل، مسئله همخطی^۱ مربوط به نهاده‌ها آزار دهنده و مشکل زا هستند در حالی که در تابع هزینه، به جای مقادیر فیزیکی، از قیمت آنها استفاده شده و به‌طور معمول، هم خطی اندکی در قیمت نهاده‌ها می‌تواند وجود داشته باشد. بنابراین، تابع هزینه برتابع تولید برتری خواهد داشت.

از دیگر مسائل مهم مورد بررسی در این تحقیق، برآورد کشش‌های جانشینی^۲ بین نهاده‌ها، که امکان جایگزینی عوامل تولید به جای یکدیگر را بررسی می‌کند، خواهد بود و همچنین برآورد توابع هزینه غیرخطی^۳، بررسی واکنش نحوه استفاده از عوامل تولید را در مقابل تغییرات بهای نهاده‌ها، میسر می‌کند.

۲- پیشینه مطالعات تجربی تحقیق در سایر کشورها

از نظر تاریخی، اولین بار هاتلینگ^۴ (۱۹۳۲) به بررسی ویژگی‌های تابع هزینه پرداخت، سپس ساموئلسون^۵ (۱۹۴۷)، آن را گسترش داده و مفهوم "مرز بهای عوامل" را ابداع کرد. هرچند که اقتصاددانان دیگری از قبیل ری و مک کلری^۶ (۱۹۵۷)، در توسعه این مورد فعالیت داشتند، اما شپارد^۷ (۱۹۵۳)، با به‌وجود آوردن رابطه دوگانگی بین توابع هزینه و تولید، انقلابی در تحقیقات اقتصادی به‌وجود آورد، وی این روابط را براساس خواص مجموعه‌های محدب که توسط

1- Collinear.

2- Elasticity of Substitutional.

3- Non Linear Cost Functions.

4- Hotelling.

5- Samuelson.

6- McElror.

7- Shephard.

فنچل^۱ (۱۹۵۱)، ابداع شده بود بررسی کرد.

اکثر مطالعات اولیه در مورد توابع عرضه محصولات زراعی، برپایه الگوهای تک معادله‌ای و با فرض انتظارات ایستا در مورد قیمت انجام گرفته است. برای مثال می‌توان به کارهای نرلاو و ادیسون^۲ (۱۹۵۸) اشاره کرد، اما در سال‌های اخیر، نظریه دوگانگی، تحولات بزرگی در این زمینه به وجود آورده به طوری که با استفاده از این نظریه بررسی‌های متعددی روی سیستم توابع عرضه محصولات کشاورزی و سیستم توابع تقاضا برای عوامل تولید کشاورزی انجام گرفته است.

آدام ژئو، هافمن و روزله^۳ (۲۰۰۳) در پژوهشی تحت عنوان "کارایی فنی تولید غله چینی: یک روش تولید مرزی تصادفی" مدلی برای داده‌های مقطعی و سری زمانی بهره‌برداران سال ۱۹۹۰ به بعد پردازش کرده و نتیجه گرفتند که، تولیدات نهایی نیروی کار و کود کمتر از زمین بوده و افزایش سطح مهارت نیروی انسانی و تخصیص سطح مزرعه تأثیر مثبتی روی کارایی دارد، همچنین تقسیم اراضی باعث کاهش کارایی شده و کشاورزان مسن‌تر کارایی یکسانی با کشاورزان جوان دارند. نیز، اثرات اندازه مزرعه، مکانیزاسیون و موقعیت جغرافیایی را آزمون کردند. نتایج نشان می‌دهد که سود معنی‌داری را می‌توان از طریق حذف تقسیم اراضی، بهبود آموزش روستایی و ترویج تخصص و مکانیزاسیون به دست آورد.

آنها همچنین دریافته‌اند که تابع مرزی تصادفی ترانسلوگ، تصریح خوبی برای سطح فناوری غلات چینی است اما با تعجب دریافته‌اند که فرضیه بازده نزولی در مورد زمین قابل رد کردن نیست ولی سطح تحصیلات باعث افزایش کارایی کشاورزان می‌شود. نتیجه دیگر آنها این بود که مزارع بزرگ کارا ترند.

۳- مطالعات انجام گرفته در کشور ایران

در دوران پس از انقلاب اسلامی، تحقیقات انجام گرفته در مورد بخش کشاورزی نشانگر اهمیتی است که این بخش پیدا کرده است به طوری که، یکی از

1- Fenchel.

2- Nerlove, M., and W, Addison.

3- Adam Zhuo Chen, Wallace E. Huffman and Scott Rozelle.

اهداف کلان برنامه دوم توسعه اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی کشور محوریت بخش کشاورزی بوده که از جمله این مطالعات می‌توان به کار رسول اف اشاره کرد.

- تحقیق دیگری توسط زیبایی (۱۳۷۱)، صورت گرفته است. وی عمدتاً به بررسی روند تغییرات بهای گندم نسبت به بهای سایر محصولات کشاورزی، شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی و بهای گندم در بازار جهانی پرداخته است. همچنین به منظور تعیین اهمیت نسبی تغییرات قیمت گندم در محدوده جغرافیایی استان فارس، شروع به برآورد توابع تولید، سطح زیر کشت و عملکرد در هکتار کرده، سپس با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی خطی، به ارائه الگوی استفاده بهینه از عوامل تولید پرداخته است. وی همچنین، حساسیت کل الگو را نسبت به تغییرات قیمت به‌دست آورده است. به عبارت دیگر، در الگوی مذکور، مزیت نسبی کاشت محصولات، با توجه به محدودیت‌های آب، نیروی انسانی و اعتبارات به‌دست آمده است.

- هژبرکیانی و نعمتی در یک تحقیق مقطعی (۱۳۷۲-۱۳۷۳) و با بکاربردن تابع هزینه ترانسلوگ، توابع تقاضای نهاده‌های گندم آبی کشور را به‌دست آورده و نتیجه‌گیری کردند که همه نهاده‌ها ی به‌کار رفته در تولید گندم آبی دارای تقاضای بی‌کشش بوده و به غیر از نهاده‌های کود با نیروی کار و آب و نیروی کار با زمین، بقیه نهاده‌ها با یکدیگر قابلیت جانشینی ضعیفی دارند.

- ذوالنور (۱۳۷۶)، در تحقیقی تحت عنوان " ساختار هزینه تولید و عرضه گندم در ایران "، با استفاده از روابط دوگانگی بین توابع تولید و هزینه و با استفاده از روابط خطی و غیر خطی برای تابع هزینه، از روش‌های سیستمی در مقابل روش‌های برآورد تک معادله‌ای استفاده کرده و امکان جایگزینی بین عوامل تولید به‌جای یکدیگر را بررسی کرده است. وی در بررسی‌هایش عمدتاً از چهار عامل تولیدی سطح زیرکشت، نیروی کار، میزان استفاده از خدمات ماشینی و میزان بذر، استفاده کرده است. برای به‌دست آوردن ضرایب کشش‌های جانشینی آلن و کشش‌های قیمتی تقاضا، از تابع هزینه ترانسلوگ استفاده کرده است. وی همگن

بودن خطی تابع هزینه ترانسلوگ و همچنین، ثابت بودن بازده به مقیاس را از طریق به کار بردن آزمون نسبت راستنمایی، رد کرده است.

در پژوهشی دیگر قادر دشتی (۱۳۷۸) با استفاده از برنامه ریزی خطی ترکیب بهینه کشت محصولات زراعی شهرستان اهر را تعیین کرده است. وی با توجه به کشت محصولات مختلف در منطقه و استفاده از اطلاعات مربوط به زراعت‌های غالب و اصلی، الگوی مورد نظر خود را شامل تابع هدف و محدودیت‌ها در نظر گرفته و از حل آن ترکیب بهینه محصولات زراعی شهرستان اهر را مشخص کرده است.

وی همچنین، با بهره‌گیری از نرم افزار کامپیوتری QSB ترکیب مطلوب سطح کشت بهینه گندم دیم اهر را ۵۰۰۰۰ هکتار و گندم آبی را ۵۷۹۸/۳ هکتار تعیین کرده است. نتیجه دیگر ایشان در رابطه با عوامل تولید محدود این است که از لحاظ نیروی انسانی و نیروی ماشینی کمبودی در منطقه وجود ندارد. لیکن از نظر کود فسفات و آب محدودیت وجود دارد.

۴- تابع هزینه ترانسلوگ

این تابع برای حالت تک محصولی (محصول گندم) با چهار نهاده (نیروی کار، ماشین‌آلات، بذر و کود شیمیایی) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\ln C = \beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j + \alpha_1 \ln q + \frac{1}{2} \alpha_2 (\ln q)^2 + \sum_{i=1}^4 \delta_{iq} \ln p_i \ln q + \varepsilon_k \quad (1)$$

متغیرهای تابع فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند.

p_1 = قیمت واحد نیروی کار (قیمت هر ساعت) = کل هزینه پرداختی به نیروی کار تقسیم بر کل ساعات کارکرد نیروی کار
 p_2 = قیمت واحد ماشین‌آلات = کل هزینه پرداختی به ماشین‌آلات تقسیم بر کل ساعات کارکرد ماشین‌آلات

$p_3 =$ قیمت واحد بذر مصرفی = کل هزینه پرداختی به بذر مصرفی تقسیم بر مقدار بذر مصرفی (بر حسب کیلو گرم)

$p_4 =$ قیمت واحد کود شیمیایی = کل هزینه پرداختی به کود شیمیایی تقسیم بر مقدار کود شیمیایی مصرفی (بر حسب کیلو گرم)

رابطه (۱) از طریق بسط مرتبه دوم سری تیلور $\ln C$ حول نقطه $\ln p = 0$ به دست آمده است. از آنجایی که مدل ترانسلوگ متقارن است، بنابراین لازم است که محدودیت $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ در مورد رابطه (۱) اعمال شود، در نتیجه معادله دارای ۲۱ ضریب خواهد بود. اگر چنانچه فرض بازده ثابت به مقیاس نیز اعمال شود به این مفهوم است که تابع هزینه قابل تفکیک به صورت حاصلضرب ستانده در قیمت نهاده‌ها خواهد بود. بنابراین وجود بازده ثابت به مقیاس مستلزم این است که محدودیت زیر از طریق آزمون نسبت راستنمایی (LR)، آزمون شود.

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 0, \quad \delta_{iq} = 0 \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2)$$

در کل تابع هزینه ترانسلوگ بدون محدودیت بازده ثابت نسبت به مقیاس، دارای ویژگی‌های مثبت بودن تابع هزینه، متقارن و همگن بودن خطی در قیمت نهاده‌ها است. لیکن از آنجایی که متغیر وابسته به صورت لگاریتمی است، به طور خودکار، ویژگی غیرمنفی بودن ارضاء می‌شود. برای ارضاء ویژگی همگن بودن تابع هزینه در قیمت نهاده‌ها لازم است که محدودیت‌های زیر، روی شاخص‌ها اعمال شوند:

$$\sum_{i=1}^4 \beta_i = 1, \quad \sum_{i=1}^4 \gamma_{ij} = 0 \quad \text{for all } j, \quad \sum_{i=0}^4 \delta_{iq} = 0 \quad (3)$$

پس از برآورد تابع هزینه لازم است که شرایط یکنوا بودن تابع هزینه، برای هر مشاهده (نمونه) کنترل شود، یکنوا بودن تابع هزینه، این است که معادلات سهم نسبی برآورد شده، برای هر نمونه مثبت باشد.

با در نظر گرفتن رابطه‌های (۱) خواهیم داشت:

$$S_i = \frac{\partial \ln c}{\partial \ln p_i} = \beta_i + \sum_{j=1}^4 \gamma_{ij} \ln p_j + \sum_{q=1}^4 \delta_{iq} \ln q + \varepsilon_i \quad (۴)$$

از آنجا که بر پایه محدودیت همگنی شماره (۳)، تابع هزینه مذکور، همگن خطی در قیمت نهاده‌هاست، مجموع نسبت‌های سهم هزینه برابر یک می‌شود، یعنی:

$$\sum_{i=1}^4 S_i = 1 \quad (۵)$$

در نهایت سیستم معادلات مدل که شامل رابطه‌های (۱)، (۳)، (۵) و محدودیت متقارن بودن ضرائب متقاطع ($\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$) است. با استفاده از روش رگرسیون‌های ظاهراً نامرتبب تکراری برآورد می‌شود، اما از آنجایی که مجموع معادلات سهم نسبی برابر یک است برای گریز از این تکین شدن ماتریس کوواریانس لازم است یکی از معادلات سهم نسبی حذف شود.

۵- کشش‌های جانشینی^۱

کشش‌های جانشینی، حساسیت یک متغیر را نسبت به تغییرات متغیر دیگر نشان می‌دهند در اکثر مطالعات تجربی، به‌دست آوردن ضرایب کشش‌های جانشینی، از اهداف عمده است که مهمترین آنها عبارتند از:

الف- کشش‌های جانشینی خودی و متقاطع آلن^۲ (AES): این نوع کشش، که تحت عنوان کشش جانشینی آلن - اوزاوا نام‌گذاری شده، برای گروه‌بندی هر جفت از نهاده‌ها از لحاظ جانشینی و مکملی به‌کار برده می‌شود. مطابق با کار بلکوری و راسل^۳ (۱۹۷۵)، کشش‌های جانشینی متقاطع آلن، درجه جانشینی بین دو نهاده را نشان می‌دهد، این کشش به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

1- Elasticity of substitution.

2- Allen Elasticity of substitution.

3- Blackorby and Russel.

$$\theta_{ij} = \frac{(\partial^2 c / \partial p_j \partial p_i) \cdot c}{(\partial c / \partial p_i)(\partial c / \partial p_j)} = \frac{\partial (X_i / \partial P_j)}{(\frac{\partial c}{\partial P_i})(\frac{\partial c}{\partial P_j})} \cdot c \quad (6)$$

این نوع کشش، برای تابع هزینه ترانسلوگ، به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود: (اثبات در ضمیمه)

$$\theta_{ii} = \frac{\gamma_{ii} + s_i(s_i - 1)}{(s_i)^2} \quad \theta_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{s_i s_j} + 1, \quad \text{for } i \neq j \quad (7)$$

اگر مقدار جبری کشش جانشینی متقاطع، مثبت بوده باشد، $\theta_{ij} > 0$ ، نشانگر این است که بین دو نهاده رابطه جانشینی وجود دارد. و اگر $\theta_{ij} < 0$ ، نشانگر رابطه مکملی است. در ارتباط با کشش‌های خودی آلن، انتظار بر این است که علائم این نوع از کشش‌ها، منفی بوده باشند. بخاطر این که تقاضای هر کالا (بجز کالاهای گیفن^۱)، با قیمت آن رابطه عکس دارد.

ب- نوع دیگر کشش‌ها، کشش‌های قیمتی خودی و متقاطع تقاضای نهاده‌ها^۲ هستند، این کشش‌ها به صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln p_j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \quad (8)$$

در توابع هزینه ترانسلوگ، این نوع از کشش‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon_{ij} = \theta_{ij} s_j \quad \text{for } i \neq j \quad \text{و} \quad \varepsilon_{ii} = \theta_{ii} \cdot s_i \quad (9)$$

در اصطلاح، تقاضا برای نهاده مورد نظر i ام، کشش پذیر (باکشش)، کم کشش و بدون کشش است اگر ε_{ij} به ترتیب بزرگتر، کوچکتر و مساوی یک باشد.

بلکوری و راسل (۱۹۸۹) بیان کرده‌اند که کشش‌های جانشینی آلن، هیچ اطلاعاتی درباره درجه انحنای منحنی تولید یکسان^۳ و سهم نسبی هزینه‌ها نشان نداده و نمی‌توان آن را به عنوان نرخ نهایی جانشینی^۴ تلقی کرد. همچنین کشش

1- Giffen goods.
 2- Price Elasticity of Factor Demand.
 3- Isoquant.
 4- Marginal rate of substitution.

جانشینی آلن دارای اطلاعات کم^۱ است. موری شیما^۲ (۱۹۶۷) نشان داد که یک اندازه‌گیری دیگری از جانشینی عوامل وجود داشته که تحت عنوان کشش جانشینی موری شیما (MSE)، شناخته می‌شود. این کشش از طریق مشتق لگاریتمی نسبت نهاده‌ها نسبت به نرخ نهایی جایگزینی یا نسبت قیمت نهاده‌ها به دست می‌آید. این کشش، همچنین، انحنای منحنی تولید یکسان و اثرات تغییر در قیمت نسبی را روی سهم نسبی هزینه بیان می‌کند.

مطابق کار چمبرز^۳ (۱۹۸۸)، و بلکوری و راسل (۱۹۸۹)، کشش MSE، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$MSE = \omega_{ij} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(p_j / p_i)} \quad (10)$$

بنابراین:

$$\omega_{ij} = \frac{d \ln\left(\frac{x_i}{x_j}\right)}{d \ln\left(\frac{p_j}{p_i}\right)} \Rightarrow \omega_{ij} = \frac{d\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \cdot \frac{p_j}{p_i}}{d\left(\frac{p_j}{p_i}\right) \cdot \frac{x_i}{x_j}} = \frac{(x_j dx_i - x_i dx_j) p_i^2 \cdot p_j x_j}{(p_i dp_j - p_j dp_i) x_j^2 \cdot p_i x_i}$$

$$= \frac{dx_i \left(x_j - \frac{x_i}{dx_i} \cdot dx_j\right)}{dp_j \left(p_i - p_j \frac{dp_i}{dp_j}\right)} \cdot \left(\frac{p_i^2}{x_j^2}\right) \left(\frac{s_j}{s_i}\right)$$

$$\frac{dp_i}{dp_j} = 0 \Rightarrow \omega_{ij} = \left(\left(\frac{dx_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \cdot \frac{1}{p_j} \cdot \frac{1}{p_i}\right) (x_j - x_i \frac{dx_j}{dx_i})\right) \cdot \frac{p_i^2}{x_j^2} \cdot \frac{s_j}{s_i}$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} \frac{x_i}{p_i p_j} \cdot \frac{p_i^2}{x_j^2} \cdot \frac{p_j x_j}{p_i x_i} \left(x_j - x_i \cdot \frac{dx_j}{dx_i}\right) = \varepsilon_{ij} \frac{1}{x_j} \left(x_j - x_i \frac{dx_j}{dx_i}\right)$$

1- Marginal rate of substitution.

2- Moroshima.

3- Chambers.

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} \left(1 - \frac{x_i}{x_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i}\right) = \varepsilon_{ij} - \frac{dx_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \cdot \frac{x_i}{x_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i} = \varepsilon_{ij} - \frac{dx_j}{dp_j} \frac{p_j}{x_j}$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj}$$

در اینجا (x_i/x_j) ، نسبت بهینه است مقدار مثبت (منفی) ω_{ij} نشان گر رابطه جانشینی (مکملی) است. بر اساس کار بلکوری و راسل، کشش جانشینی موری شیما برای تابع هزینه ترانسلوگ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\omega_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{s_i s_j} + 1, \quad \text{for } i \neq j$$

$$\omega_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj} = \theta_{ij} s_j - \theta_{jj} s_j = s_j \frac{\gamma_{ij}}{s_i s_j} + s_j - s_j \frac{\gamma_{jj} + s_j^2 - s_j}{s_j} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + s_i s_j}{s_i} - \frac{\gamma_{jj} + s_j^2 - s_j}{s_j}$$

کشش جانشینی موری شیما، همچنین اطلاعات جامعی درباره سهم نسبی عوامل از هزینه را در پاسخ به تغییر در قیمت عوامل ارائه می دهد^۱. این اندازه گیری می تواند به صورت زیر نشان داده شود:

$$\eta_{ij} = 1 - \omega_{ij} \quad (12)$$

سهم نسبی هزینه صعودی (نزولی) است اگر کشش جانشینی موری شیما کوچکتر (بزرگتر) از یک باشد.

بسیاری از محققان، بر این عقیده اند که یک اندازه گیری دقیق از صرفه های بر گرفته از مقیاس، در یک مدل چند محصولی، برابر مجموع کشش های انفرادی هزینه نسبت به تولیدات، است. به طوری که اگر این مقدار، برای مثال، برابر یک باشد، نشانگر این موضوع است که یک درصد رشد تولیدات، باعث افزایش هزینه ها

به میزان یک درصد می شود. برای حالت تک محصولی مقدار این کشش به صورت زیر خواهد بود:

$$\mu = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln q} = \frac{\partial C}{\partial q} \cdot \frac{q}{C} = \frac{MC}{AC} \quad (۱۳)$$

از این فرمول تحت عنوان کشش هزینه نسبت به تولید که برابر نسبت هزینه نهایی^۱ به هزینه متوسط است، یاد می کنند.

هر گاه کشش بلند مدت هزینه نسبت به تولید، بزرگ تر از یک باشد، شواهدی از عدم صرفه های مقیاس بوده و اگر این کشش کوچک تر از یک باشد، صرفه های ناشی از اقتصاد وجود خواهد داشت. بنابراین، صرفه های برگرفته از مقیاس، یک مفهوم بلند مدت بوده و در کل نشان گر این است که اگر تولیدات کل، k درصد رشد داشته باشند، هزینه کل به میزان کمتر از k درصد، رشد خواهد داشت. معیار اندازه گیری این مفهوم برای حالت چند محصولی، به صورت زیر خواهد بود:

$$se = \mu^{-1} = \left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln q} \right)^{-1} \quad (۱۴)$$

در این جا، c و q متوسط مقادیر هزینه و تولید نمونه اند.

مفهوم بازده نسبت به مقیاس نیز همانند صرفه های برگرفته از مقیاس، یک مفهوم بلند مدت بوده و بیانگر این است که اگر تمامی عوامل تولید، k برابر شوند، محصول کل چند برابر خواهد شد. برای مثال، اگر محصول کل، بیشتر از k برابر شود، بازده صعودی به مقیاس، کمتر از k برابر، بازده نزولی به مقیاس و اگر به اندازه k برابر شود، بازده ثابت به مقیاس وجود خواهد داشت. می توان بازده به مقیاس را این چنین تعریف کرد:

$$RS = \sum \frac{\partial \ln q}{\partial \ln x_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial q}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{q} = \sum MP_i / AP_i \quad (۱۵)$$

پس از محاسبه اقتصاد به مقیاس، می توان هزینه نهایی هر نمونه را از رابطه زیر محاسبه کرد:

1- Marginal Cost.

$$MC_i = \left(\frac{1}{se} \right) \left(\frac{\hat{C}_i}{q_i} \right) = \frac{(d \ln c)}{(d \ln q)} \left(\frac{\hat{C}_i}{q_i} \right) = \frac{dc}{dq} \cdot \frac{q}{c} \cdot \frac{\hat{C}_i}{q_i}, \quad \hat{C}_i = \exp(\hat{\ln C}_i) \quad (16)$$

$$se = 1.16 \rightarrow MC_i = \left(\frac{1}{1.16} \right) \frac{\exp(\hat{\ln C}_i)}{q_i}$$

به این ترتیب هزینه نهایی، با مقدار هزینه برآورد شده (\hat{C}) ، رابطه مستقیم ولی با تولید کل (q_i) و اقتصاد به مقیاس (se) رابطه معکوس دارد. پس از به دست آوردن هزینه نهایی هر نمونه، می توان هزینه نهایی کل نمونه را از طریق میانگین نمونه به دست آورد، به عبارت دیگر:

$$\overline{MC} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} MC_i \quad (17)$$

۶- نتایج و بحث در ارزیابی ضرایب تابع هزینه ترانسلوگ برای منطقه ارسباران
این بخش شامل نتایج حاصل از برآورد تابع هزینه ترانسلوگ (معادله (۱) و توابع سهم نسبی نهاده‌ها از کل هزینه (معادله (۴)) به روش معادلات همزمان و سیستمی ISUR، (رگرسیون‌های به ظاهر نامرتبب تکراری)، و با اعمال محدودیت‌های مربوط به متقارن بودن $(\gamma_{ij} = \gamma_{ji})$ و همگنی (محدودیت (۳)) و نیز آزمون فرضیه‌ها است. اگر فرض کنیم که ضرایب جملات متقاطع^۱ در معادله شماره (۱)، متقارن باشند معادله دارای ۲۱ ضریب خواهد بود. بنابراین سیستم دارای پنج معادله بوده که بمنظور گریز از تکین شدن معادله‌های سهم نسبی، یکی از آنها را باید از مدل حذف کرد. در ابتدا، معادله سهم نسبی کود شیمیایی که کمترین مقدار را به خود اختصاص داده است^۲ از مدل حذف شده و بقیه مدل به وسیله نرم افزار MICROFIT4 برآورد می‌شود. نتایج این برآورد در جدول

۱- جملات متقاطع جملاتی هستند که از حاصلضرب دو متغیر تشکیل شده‌اند.

۲- متوسط سهم نیروی کار، خدمات ماشینی، بذر و کود شیمیایی در کل هزینه تولید گندم در نمونه مورد نظر به ترتیب برابر با: ۲۰، ۳۴، ۳۰ و ۸ درصد است. به عبارت دیگر عوامل تولیدی چهارگانه فوق در حدود ۹۲ درصد هزینه را تشکیل می‌دهند و ۸ درصد بقیه هزینه‌ها مربوط به سایر عوامل است.

شماره (۱) آورده شده است. ضریب تعیین مدل، R^2 ، که نحوه برازش مدل را نشان می‌دهد، تقریباً برابر ۹۰ درصد بوده و به‌طور کلی بیانگر این است که در حدود ۹۰ درصد تغییرات متغیر وابسته توسط متغیرهای مستقل توضیح داده می‌شود. از نظر اقتصادسنجی مدل بعلت بالا بودن ضریب تعیین، از برازش خوبی برخوردار است. ضرایب تعیین معادله‌های سهم نسبی نیروی کار، ماشین‌آلات و بذر بترتیب برابر: ۲۶، ۱۹ و ۱۰ درصدند.^۱ با بررسی ضرایب مدل و در نظر گرفتن آماره T-Stat آنها، مشخص می‌شود که در حدود ۴۸ درصد ضرایب در سطح اهمیت پنج درصد معنی دارند؛ یعنی این‌که در حدود ۴۸ درصد ضرایب از لحاظ آماری مخالف صفرند. بالا بردن سطح اطمینان تا میزان ده درصد تنها باعث افزایش معنی‌داری یک مورد از ضرایب است. اکثر ضرایب جملات متقاطع از لحاظ آماری مساوی صفر می‌باشند. به‌طوری‌که اگر صفر بودن همزمان آنها به‌وسیله آماره مربع - کای (والد)، تأیید شود، مدل ترانسلوگ به مدل کاپ-داگلاس تغییر خواهد شد. ضرایب معادله سهم نسبی نیروی کار از کل هزینه، نشان می‌دهد که رابطه بین سهم عامل تولید نیروی کار در کل هزینه پرداختی به عوامل تولید یعنی s_1 و بهای استفاده از یک واحد نیروی کار و کود شیمیایی، مثبت و رابطه آن با بهای استفاده از یک واحد ماشین‌آلات، بذر و محصول منفی است.

نتیجه حاصله نشان‌گر این موضوع است که با افزایش قیمت واحد خدمات ماشینی و بذر مصرفی، سهم نسبی نیروی کار از کل هزینه پرداختی به عوامل تولید، کاهش پیدا می‌کند که این کاهش یا از طریق کاهش قیمت واحد نیروی کار بوده و یا از طریق کاهش ساعات نیروی کار و یا کاهش هر دو مورد میسر است. همچنین، با افزایش میزان محصول گندم، سهم نیروی کار کاهش خواهد یافت به عبارت دیگر، با افزایش مقیاس تولید، سهم نیروی کار کم می‌شود.

۱- پایین بودن ضرایب تعیین معادله‌های سهم نسبی به‌خاطر این است که مدل‌های ترانسلوگ اغلب برازش ضعیفی از معادلات سهم هزینه ارائه می‌کنند.

جدول ۱- نتایج تخمین تابع هزینه ترانسلوگ

ضریب	مقدار	خطای استاندارد	آماره t
α_0	۷/۹۷	۰/۶۷	*۱۱/۹۳
β_1	۰/۶۶	۰/۱۲	*۵/۳۴
β_2	۰/۱۱	۰/۱۰	۱/۱۱
β_3	۰/۲۳	۰/۱۰	*۲/۳۱
β_4	۰/۰۰	۰/۱۲	-۰/۰۱
γ_{11}	۱/۰	۰/۰۵	*۲/۰۱
γ_{12}	-۰/۱۴	۰/۰۲	*-۵/۹۳
γ_{13}	۰/۰۰	۰/۰۳	-۰/۱۵
γ_{14}	۰/۰۵	۰/۰۳	۱/۵۲
γ_{22}	۰/۱۳	۰/۰۲	*۵/۶۲
γ_{23}	۰/۰۴	۰/۰۲	*۲/۰۶
γ_{24}	-۰/۰۳	۰/۰۲	-۱/۳۲
γ_{33}	۰/۰۰	۰/۰۴	-۰/۱۳
γ_{34}	-۰/۰۳	۰/۰۳	-۰/۹۸
γ_{44}	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۱۴
α_1	-۱/۰۵	۰/۱۵	*۶/۸۲
α_2	۰/۲۱	۰/۰۳	*۱۱/۲۹
δ_{1q}	-۰/۰۱	۰/۰۱	-۱/۱۴
δ_{2q}	۰/۰۰	۰/۰۱	-۰/۵۰
δ_{3q}	-۰/۰۱	۰/۰۱	-۱/۴۶
δ_{4q}	۰/۰۲	۰/۰۱	*۳/۲۰

ماخذ: یافته‌های تحقیق

نماد (*) نشان‌گر این است که ضریب مربوطه، در سطح پنج درصد معنی‌دار است

در بررسی ضرایب معادله سهم خدمات ماشین‌آلات از کل هزینه پرداختی به عوامل تولید، S_2 ، مشخص می‌شود که رابطه، S_2 ، با قیمت واحد خدمات ماشینی و بذر مثبت ولی با سایر متغیرها یعنی قیمت واحد نیروی کار، کود و مقدار تولید

منفی است. به عبارت دیگر با افزایش قیمت واحد نیروی کار و کودشیمیایی و نیز با افزایش مقیاس تولید، سهم نسبی خدمات ماشینی کم می‌شود. ضرایب دو معادله بعدی نیز دارای تفسیر مشابهی‌اند. باید گفت که تفسیر تک تک ضرایب مدل‌های ترانسلوگ به علت کثرت ضرایب بسیار پیچیده و غیر مفید می‌باشند، در عوض، بررسی روابط بین متغیرها و ضرایب مدل، بسیار سودمند است. از جمله این موارد می‌توان به کشش‌های جانشینی خودی و متقاطع آلن، کشش‌های قیمتی خودی و موریشیما اشاره کرد. با توجه به نتایج حاصل از برازش معادلات مدل اصلی، کشش‌های جانشینی آلن برای نهاده‌ها، مطابق جدول شماره ۲ است.

جدول ۲- کشش‌های جزئی خودی و جانشینی آلن

		L	K	B	C
نیروی کار	L	-۱/۵۹	-۱/۱۳	۰/۹۲	۴/۱۵
ماشین‌آلات	K		-۰/۸۱	۱/۳۸	۰/۰۵
بذر مصرفی	B			-۲/۳۹	-۰/۱۸
کود شیمیایی	C				-۱۰/۰۳

ماخذ: جدول (۱)

همانطوری که از جدول شماره (۲) پیداست، همه کشش‌های جزئی خودی آلن، علامت صحیح و مورد انتظار منفی را دارند ($S_{ii} < 0$) به عبارت دیگر، رابطه معکوس بین قیمت و مقدار تقاضا در آنها نشان داده می‌شود. همچنین، کود شیمیایی و بذر، نهاده‌ای جانشین برای نیروی کار و ماشین‌آلات، محسوب می‌شوند ($S_{13} > 0$ و $S_{14} > 0$) و ($S_{23} > 0$ و $S_{24} > 0$)، در نهایت کود شیمیایی مکمل بذر و ماشین‌آلات هم مکمل نیروی کار محسوب می‌گردند. ($S_{12} < 0$ و $S_{34} < 0$).

با استفاده از مقادیر عددی کشش‌های جزئی جانشینی ارائه شده در جدول شماره (۲) می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که رابطه جانشینی میان کود

شیمیایی و نیروی کار و همچنین رابطه میان بذر مصرفی و ماشین‌آلات به نسبت بیشتر از بقیه است، به عبارت دیگر، افزایش قیمت کود باعث افزایش اشتغال و کاهش قیمت کود شیمیایی باعث کاهش اشتغال و افزایش مصرف کود شیمیایی می‌شود. از آنجایی که کشش جزیی مورد نظر بزرگتر از یک است، این موضوع روند یاد شده را تشدید می‌کند. از طرف دیگر، کاهش قیمت کود شیمیایی، بعلاوه منفی بودن کشش قیمتی خودی، باعث افزایش مصرف آن شده که در نهایت پیامدهای نامناسبی از قبیل آلودگی محیط زیست، استفاده بیش از حد بهینه از کود شیمیایی و افزایش بیکاری را در پی خواهد داشت. جانشین بودن بذر مصرفی و ماشین‌آلات بیانگر این است که جلوگیری از افزایش بی‌رویه قیمت خدمات ماشینی، می‌تواند در استفاده بیش از حد و غیر بهینه بذر مؤثر باشد. از آنجایی که نیروی کار و ماشین‌آلات دو نهاد مکملند، ($S_{12} > 0$)، بنابراین اثر دیگر کاهش قیمت خدمات ماشینی، افزایش اشتغال خواهد بود. بنابراین کاهش قیمت خدمات ماشینی دو اثر عمده استفاده بهینه از بذر و افزایش اشتغال را در پی خواهد داشت.

مکمل بودن دو نهاد کود شیمیایی و بذر مصرفی نشان‌گر این امر است که افزایش قیمت هر یک باعث کاهش قیمت دیگری و کاهش قیمت هر یک باعث افزایش مصرف دیگری می‌شود. با در نظر گرفتن جانشین بودن بذر و نیروی کار، در کل می‌توان چنین نتیجه گرفت که بالا بردن قیمت بذر منجر به کاهش مصرف کود^۱ و افزایش اشتغال می‌شود.

کوچک بودن کشش جزیی میان کود شیمیایی و خدمات ماشینی نشان می‌دهد که این دو نهاد ارتباط زیادی با هم ندارند به عبارت دیگر تغییرات قیمت یکی تأثیر چندانی در مقدار تقاضای دیگری نخواهد داشت. در اصطلاح دو نهاد فوق نسبت به هم بی‌ربطند.

۱- طبق تحقیقاتی که قبلاً انجام گرفته شده است، مصرف کود در منطقه آذربایجان شرقی، بیش از حد بهینه و مصرف بذر کمتر از حد بهینه است.

جدول شماره ۳- کشش‌های قیمتی خودی و متقاطع تقاضا

		L	K	B	C
نیروی کار	L	-۰/۳۱	-۰/۳۹	۰/۲۷	۰/۳۴
ماشین‌آلات	K	-۰/۲۲	-۰/۲۸	۰/۴۱	۰/۰۰
بذر مصرفی	B	۰/۱۸	۰/۴۷	-۰/۷۲	-۰/۰۲
کود شیمیایی	C	۰/۸۱	-۰/۰۲	-۰/۰۶	-۰/۸۵

ماخذ: جدول شماره (۱)

کشش‌های قیمتی خودی و متقاطع تقاضای نهاده‌ها نیز در جدول شماره (۳)، ارائه شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود همه کشش‌های قیمتی خودی علامت صحیح و مورد انتظار منفی را دارند و مقدار کشش قیمتی تقاضا برای نهاده کود، از لحاظ قدرمطلق بیش از بقیه نهاده‌ها است. به عبارت دیگر، حساسیت تقاضای نهاده کود شیمیایی به تغییرات قیمت خود بیشتر از بقیه نهاده‌ها است. نهاده‌های بذر، نیروی کار و خدمات ماشینی در رده‌های بعدی قرار دارند. قدرمطلق مقدار عددی کشش‌های قیمتی خودی همه نهاده‌ها کمتر از یک بوده و بنابر این می‌توان گفت که تقاضا برای همه نهاده‌ها بی کشش است؛ یعنی، افزایش درصد معینی در قیمت هر یک از نهاده‌ها، موجب کاهش تقاضا برای آن نهاده به میزان کمتر از مقدار یاد شده است. برای مثال: اگر قیمت نیروی کار به اندازه یک درصد افزایش پیدا کند تقاضای آن به اندازه ۰/۳۱ درصد کاهش پیدا خواهد کرد. همانطوری که از جدول (۳) پیداست، نهاده کود شیمیایی با نهاده‌های خدمات ماشینی و بذر مصرفی ارتباط چندانی ندارد، چرا که ضرایب کشش قیمتی متقاطع تقاضا برای آنها نزدیک صفر خواهد بود.

جدول شماره (۴) مقادیر کشش جاننشینی موری شیما، (MSE)، را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که کشش نسبت عوامل نیروی کار- کود شیمیایی و بذر مصرفی - خدمات ماشینی بزرگتر از یک بوده که جاننشینی قوی بین هر جفت از نهاده‌ها را نشان می‌دهد. این موضوع را می‌توان از روی کشش‌های جاننشینی آلن نیز مشاهده کرد. بقیه کشش‌های جاننشینی موری شیما، کوچکتر از یک بوده و

همه آنها بغیر از کشش جانشینی ماشین آلات - نیروی کار، دارای علامت مثبتند.

جدول ۴- کشش‌های جانشینی موری شیما - MSE

		L	K	B	C
نیروی کار	L		۰/۰۹	۰/۴۹	۱/۲۱
ماشین‌آلات	K	-۰/۱۱		۰/۷۵	۰/۳۰
بذرمصرفی	B	۰/۹۹	۱/۱۳		۰/۶۶
کود شیمیایی	C	۱/۱۹	۱/۸۵	۰/۸۳	

ماخذ: جدول شماره (۱)

به عبارت دیگر نهاده‌های ماشین‌آلات و نیروی کار دارای رابطه مکملی بوده و بقیه نهاده‌ها دارای رابطه جانشینی‌اند. تفسیر دیگری از ضرایب کشش جانشینی موری شیما به این ترتیب است که برای مثال اگر نسبت قیمت‌های نیروی کار به کود شیمیایی به اندازه یک درصد رشد داشته باشد، تقاضا برای نسبت نهاده‌های کودشیمیایی به نیروی کار به اندازه ۱/۱۲ درصد رشد خواهد داشت. می‌توان تغییرات سهم نسبی هزینه هر عامل تولیدی را از کل هزینه تولید در قبال تغییرات قیمت نهاده مورد نظر به دست آورد، نتیجه اثر تغییر قیمت عوامل روی سهم نسبی هزینه در جدول شماره (۵) نشان داده شده است.

جدول ۵- اثرات تغییر قیمت نهاده‌ها روی سهم هزینه‌ها

		L	K	B	C
نیروی کار	L		۰/۹۱	۰/۵۱	-۰/۱۲
ماشین‌آلات	K	۱/۱۱		۰/۲۵	۰/۷۰
بذرمصرفی	B	۰/۰۱	-۰/۱۳		۰/۳۴
کود شیمیایی	C	-۰/۱۹	۰/۱۵	۰/۱۷	

ماخذ: جدول شماره (۱)

کشش بزرگ و مثبت خدمات ماشینی و نیروی کار (۱/۱۱)، بیان‌گر یک افزایش معنی‌دار در سهم هزینه خدمات ماشینی در برابر نیروی کار، در قبال افزایش به نسبت زیاد قیمت خدمات ماشینی به دستمزد است. از طرف دیگر،

کشش منفی کود شیمیایی - نیروی کار بیان گر یک کاهش در سهم هزینه کود شیمیایی نسبت به نیروی کار در قبال افزایش نسبی قیمت کود شیمیایی به دستمزد است.

۷- آزمون محدودیت‌ها

یکی از موضوعات اساسی و مهم در اقتصاد کشاورزی و مخصوصاً در تولید گندم، بررسی صرفه‌های برگرفته از مقیاس است، صرفه‌های برگرفته از مقیاس، زمانی وجود خواهد داشت که افزایش محصول به میزان یک درصد باعث افزایش هزینه‌ها به میزان کمتر از یک درصد شود. به عبارت دیگر، صرفه‌های برگرفته از مقیاس، به این سؤال پاسخ می‌دهد که آیا واحدهای زراعی بزرگتر در مقایسه با واحدهای زراعی کوچکتر، از لحاظ هزینه و کارایی در امر تولید از مزیت نسبی برخوردارند یا نه؟ به این ترتیب، اگر، واحدهای زراعی بزرگتر در مقایسه با واحدهای زراعی کوچکتر از مزیت نسبی برخوردار باشد، هزینه تولید در واحدهای بزرگتر به طور نسبی کمتر از هزینه تولید در واحدهای کوچک بوده و بهتر است که دولت با روش‌های مختلف، تشکیل واحدهای زراعی بزرگتر را تشویق کرده و انگیزه‌های اقتصادی لازم برای اجرای این عمل را به وجود آورد. نتیجه اجرای این طرح با هزینه یکسان، مقدار تولید افزایش پیدا خواهد کرد.

جدول ۶- صرفه‌های برگرفته از مقیاس کشت گندم (SE)

SE	میانگین
(۱،۰)	۰/۸۹۴۱۶
(۲،۱)	۱/۴۱۱۵۷۵
(۳،۲)	۲/۴۱۹۵۰۶
(۴،۳)	۳/۳۹۹۹۱۷
کل	۱/۶۱۰۱۷۱۵

ماخذ: یافته‌های تحقیق

جدول شماره (۶) صرفه‌های برگرفته از مقیاس را برای گروه‌های مختلف نشان می‌دهد، میانگین کل نمونه برابر $1/6$ بوده و بیان می‌دارد که اگر محصول گندم به اندازه یک درصد افزایش پیدا نماید هزینه‌های متغییر کشت گندم، به میزان $0/625$ ، درصد تغییر خواهد یافت، بنابراین با بازده صعودی نسبت به مقیاس روبرو هستیم. البته برای گروه اول که ده درصد نمونه را تشکیل می‌دهند میانگین صرفه‌های برگرفته از مقیاس، برابر $0/89$ است. اگر صرفه‌های برگرفته از مقیاس، از لحاظ آماری تفاوت معنی‌داری با عدد یک نداشته باشد، می‌گویند، بازده ثابت به مقیاس وجود دارد، که برای بررسی صحت این امر از آماره والد (که از یک توزیع کای مربع پیروی می‌کند) استفاده شده است. نتیجه آزمون بازدهی ثابت به مقیاس در جدول شماره (۷) آورده شده است.

جدول ۷- آزمون محدودیت‌ها

نوع آزمون	مقدار آماره مربع-کای (χ^2)	سطح احتمال
هموتتیک بودن	۱۱/۰۲	۰/۱۲
وجود بازدهی ثابت به مقیاس	۱۹۸/۹	۰/۰
وجود فرم کاپ-داگلاس	۵۵/۷۸	۰/۰

ماخذ: یافته‌های تحقیق

چنان که مشاهده می‌شود این فرضیه رد خواهد شد، بنابراین بازدهی ثابت به مقیاس وجود ندارد. در اینجا لازم به توضیح است که اگر کشش بلند مدت هزینه نسبت به میزان محصول، برابر یک باشد، تابع هزینه نسبت به میزان محصول به‌طور خطی همگن شده و بازده ثابت به مقیاس وجود خواهد داشت. این فرضیه با اعمال محدودیت‌های ذکر شده در بخش قبلی، رد شد.

برای بررسی تأثیر مقیاس رشته‌فعالیت‌ها در ترکیب بهینه عوامل تولید، از آزمون هموتتیک بودن تابع هزینه استفاده شده است، به طوری که اگر تابع هزینه دارای ساختار هموتتیک باشد، به این معنی است که ترکیب بهینه عوامل تولید تحت تأثیر مقیاس رشته‌فعالیت‌ها قرار نمی‌گیرد. هر تابعی که بتواند تابعی صعودی و یکنواخت از یک تابع همگن باشد، تابع هموتتیک گفته می‌شود، بنابراین، همگنی حالت خاصی از هموتتیک بودن است. در مورد تابع هزینه، اگر بتوان آن را به صورت حاصلضرب مقادیر ستانده و قیمت نهاده درآورد، آنگاه ساختار تابع تولید هموتتیک بوده که این در مورد تابع هزینه ترانسلوگ، نیاز دارد که همه ضرائب جملات تأثیرات متقابل قیمت نهاده و میزان ستانده صفر شود. همانطوری که از جدول شماره (۱) برمی‌آید، سه ضریب از چهار ضریب جملات تأثیرات متقابل میان قیمت نهاده و میزان ستانده، از نظر آماری معنی‌دار نشده‌اند، ولی برای آزمون هموتتیک بودن تابع تولید، از آزمون نسبت راستنمایی که صفر بودن همزمان ضرائب جملات تأثیرات متقابل ($\delta_{iq} = 0$, $i = 1, \dots, 4$) را دربردارد استفاده شده است، نتیجه در جدول شماره (۷) آورده شده است، با توجه به آماره آزمون، مشخص است که فرضیه مورد نظر رد می‌شود، بنابراین، رد شدن فرضیه مورد نظر، غیر هموتتیک بودن ساختار تابع تولید را نشان داده و در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که ترکیب بهینه عوامل تولید از مقیاس رشته‌فعالیت‌ها متأثر است.

برای آزمون وجود فرم کاپ-داگلاس برای تابع هزینه، از آزمون نسبت حداکثر راستنمایی استفاده شده است. این آزمون دربرگیرنده محدودیت‌های مربوط به صفر بودن تمامی ضرائب جملات متقاطع است، نتیجه این آزمون در جدول شماره (۷) آورده شده است. با توجه به آماره آزمون، فرضیه مورد نظر رد شده و وجود فرم تابعی کاپ-داگلاس برای تابع هزینه مورد تأیید نیست. همچنین، این فرضیه آزمون توأم همگنی و واحد بودن کشش جانشینی است که به علت رد شدن فرضیه هموتتیک بودن، همگن بودن نیز می‌تواند رد شود.

جدول ۸- هزینه نهایی محاسبه شده برای کشت گندم دیمی ارسباران (تومان)

تعداد مشاهدات	خطای استاندارد	حداقل	حداکثر	میانگین	هزینه نهایی
۸۹	۲۵/۲	۲۱/۳	۱۶۸/۸	۵۲/۹	(۲۰۰،۰)
۷	۸۰/۲	۲۰۷/۲	۳۸۹/۷	۲۸۳/۳	(۴۰۰،۲۰۰)
۴	۲۶/۱	۶۲۶/۹	۶۶۳/۸	۶۴۵/۳	(۸۰۰،۶۰۰)
۱۰۰	۱۱۲/۱	۲۱/۳	۶۶۳/۸	۸۲/۸	کل نمونه

ماخذ: یافته‌های تحقیق

با استفاده از روابط (۱۶)، می‌توان میزان هزینه نهایی تولید هر واحد گندم دیم را به دست آورد، نتایج در جدول شماره (۸)، بر حسب گروه‌های مختلف، ذکر شده است. همانگونه که در جدول مذکور مشاهده می‌شود، هزینه تولید آخرین واحد محصول گندم دیمی، برابر ۸۲۸ ریال است. می‌توان وجود تفاوت در هزینه نهایی بهره‌برداران را از روی میزان انحراف استاندارد، به وضوح، ملاحظه کرد. به طوری که هزینه نهایی بهره‌برداران از حداقل ۲۱۳ ریال تا حداکثر ۶۶۳۸ ریال در حال تغییر است. با مراجعه به اطلاعات مندرج در پرسشنامه‌های مندرج و ملاحظه مجدد جدول مذکور، مشخص می‌شود که در حدود ده درصد مزارع از هزینه نهایی بسیار بالایی نسبت به نود درصد بقیه برخوردارند که علت این امر نیز عدم مراقبت‌های لازم و بموقع و عدم سمپاشی مناسب است. بنابراین با حذف نمونه‌هایی که دچار افت شدید محصول و در نتیجه میزان هزینه نهایی بسیار بالایی بودند، میانگین هزینه نهایی محصول گندم کشت دیم از رقم ۸۲۸ ریال به رقم ۵۳۰ ریال رسید.

۸- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۱- کشت‌های جزئی متقاطع آلن برای هر جفت از نهاده‌ها، نشان‌گر رابطه جانشینی ما بین نهاده‌های نیروی کار با بذر، نیروی کار با کود شیمیایی، خدمات ماشینی با بذر و خدمات ماشینی با کود مصرفی و همچنین رابطه مکملی بین نهاده‌های نیروی کار با خدمات ماشینی و بذر مصرفی با کود شیمیایی می‌باشند. از

لحاظ علوم کشاورزی، این کار می‌تواند از طریق مراقبت بیشتر نیروی کار و نیز از طریق پنجه زنی حاصل شود.

۲- مقادیر عددی کشش‌های جانشینی آلن، نشان می‌دهند که بیشترین کشش جزیبی خودی آلن، مربوط به نهاده کودشیمیایی، سپس، بذر، نیروی کار و خدمات ماشینی و بیشترین مقدار کشش‌های جزیبی متقاطع آلن، مربوط به جفت نهاده‌های نیروی کار با کودشیمیایی و بذر با ماشین‌آلات می‌باشند.

۳- کشش جانشینی موری شیما، اطلاعات مفیدتری را در ارتباط با تغییرات نسبت نهاده‌ها (ترکیب نهاده‌ها)، در پاسخ به قیمت‌های نسبی آنها، نشان می‌دهد. مقدار این کشش، برای نهاده‌های نیروی کار و کودشیمیایی و نیز بذر مصرفی و خدمات ماشینی، بزرگتر از یک بوده و جانشینی قوی مابین آنها را نشان می‌دهد. از طرف دیگر، منفی بودن این نوع کشش بین ماشین‌آلات و نیروی کار، دلیل بهتری برای مکمل بودن این نهاده‌ها است.

۴- در بررسی صرفه‌های برگرفته از مقیاس، مشخص شد که یک درصد افزایش در تولید گندم، منجر به افزایش هزینه به میزان ۰/۶۲۵ درصد می‌شود. به بیانی دیگر، با افزایش میزان محصول، هزینه متوسط کمتر شده و به این ترتیب، واحدهای زراعی بزرگتر در مقایسه با واحدهای زراعی کوچکتر، از لحاظ هزینه و کارایی در امر تولید، از مزیت نسبی برخوردارند.

۵- آزمون نسبت راستنمایی، نشان داد که تابع هزینه دارای ساختار هموتتیک نبوده و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ترکیب بهینه عوامل تولید، تحت تأثیر مقیاس رشته فعالیت‌ها قرار می‌گیرد. همچنین، آزمون وجود فرم کاپ - داگلاس برای مدل انتخابی رد شد.

۶- هزینه نهایی تولید یک واحد گندم اضافی، برای کل نمونه، ۸۲۸ ریال بوده که با حذف ۱۰ درصد از نمونه‌های دارای افت شدید محصول، این رقم به ۵۳۰ ریال رسید. با توجه به این که قیمت تضمینی محصول، در سال زراعی مورد نظر، ۱۴۰۰ ریال است، با فرض وجود بازار رقابت کامل برای محصول گندم، برای رسیدن به حداکثر سود، لازم است که مقدار تولید افزایش داشته باشد. لازم به

یادآوری است که وجود صرفه‌های برگرفته از مقیاس نیز همین نتیجه را تأیید می‌کند.

از آنجا که دو نهاده کودشیمیایی و نیروی کار، به شدت با همدیگر جانشینند کاهش قیمت کود شیمیایی باعث کاهش استفاده از نیروی انسانی (اشتغال) و افزایش بیش از حد بهینه مصرف کود شیمیایی می‌شود. بنابراین، کاهش قیمت کود شیمیایی، با دو پیامد نامناسب افزایش بیکاری و افزایش آلودگی محیط زیست همراه خواهد بود.

وجود رابطه مکملی میان نیروی کار و استفاده از ماشین‌آلات، ممکن است ما را به این امر رهنمون سازد که سیاست مکانیزاسیون، منجر به افزایش اشتغال و تولید خواهد شد. برای مثال، این کار، می‌تواند از طریق اعطای تسهیلات و اعتبارات بانکی صورت بگیرد.

به دلیل مکمل بودن دو نهاده کود شیمیایی و بذر و همچنین با در نظر گرفتن مصرف بیش از حد بهینه کود شیمیایی، کاهش قیمت کود شیمیایی، پیشنهاد نمی‌شود.

فهرست منابع

- ۱- بانک مرکزی ایران، (۱۳۶۱)، بررسی تحولات اقتصادی کشور بعد از انقلاب، اداره بررسی‌های اقتصادی، بانک مرکزی ایران، تهران.
- ۲- ترکمانی، ج.، وکلایی، ع.، (۱۳۸۰)، استفاده از تابع هزینه ترانسلوگ چند محصولی. اقتصاد کشاورزی و توسعه، سال نهم، شماره ۳۴.
- ۳- دشتی، ق.، (۱۳۷۰)، سیمای کشاورزی شهرستان اهر و تنگناهای آن، سمینار کارشناسی، تهران.
- ۴- دشتی، ق.، (۱۳۷۸)، تعیین ترکیب بهینه کشت محصولات زراعی شهرستان اهر، مجموعه مقالات نخستین همایش توسعه ارسپاران، جلد ۲، ۷۰۸-۷۲۳.
- ۵- ذوالنور، ح.، (۱۳۷۶)، ساختار هزینه تولید و عرضه گندم در ایران، اقتصاد کشاورزی و توسعه، سال پنجم.
- ۶- رسول اف، ج.، (۱۳۷۳)، کشاورزی محور توسعه، اقتصاد کشاورزی و توسعه، سال دوم،

شماره ۸.

- ۷- زیبایی، م.، (۱۳۷۱)، بررسی نقش سیاست‌های قیمت گذاری در تغییرات الگوی کشت و درآمد زارعین، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شیراز، شیراز.
- ۸- مایس، د.، (۱۳۷۰)، *اقتصاد سنجی کاربردی*، ترجمه دکتر عباس عرب مازار، انتشارات شهید بهشتی، صفحه ۹۲.
- ۹- هژبر کیانی، ک.، نعمتی، م.، (۱۳۷۶)، *برآورد همزمان تابع هزینه و توابع تقاضای نهادهای گندم آبی با استفاده از رگرسیون‌های به ظاهر نامرتب تک‌راری*، فصلنامه اقتصاد کشاورزی و توسعه، سال پنجم، ۵۷:۱۸-۷۰.
- 10- Adam Zhuo Chen, Wallace E. Huffman and Scott Rozelle, (2003), "technical efficiency of chinese grain production".
- 16- Allen R. G. D., and Hicks, John R., (1934), "A Reconsideration of the Theory of Value", Pt. II, *Economica*, February – May, N. S. 196-219.
- 17- Allen, R.G.D., (1938), "Mathematical Analysis for Economists", London: MacMillan.
- 18- Blackorby, C., D. Primont and Russel R.R., (1977), "On testing separability restrictions with flexible functional forms", *Journal of Econometrics*, 5:195-209.
- 19- Blackorby, C., and Russell, R.B. (1989), "Will the real elasticity of substitution please stand up? (A comparison of the Allen / Uzawa and Morishima elasticities)", *American Economic Review*, vol. 79, pp.882-888.
- 20- Blackorby, C., and Russell, R. Robert, (1975), "The Morishima Elasticity of Substitution", *Discussion Paper*, No.75-1, Economics, University of California, San Diego.
- 21- Chambers, R.G., (1988), "Applied Production Analysis: A Dual Approach", Cambridge University Press, New York.
- 22- Cobb, C.W., and Douglas, P.H., (1928), "A Theory of production", *American Economic Riview*, Vol 18 (supplement), pp.139-165.
- 23- Fenchel, W., (1951), "Convex sets And functions", Princeton University, lecture notes.
- 24- Greene, W., (1993), "Econometric Analysis", MacMillan, New York.
- 25- Hicks, J. R., (1932), "The Theory of Wages", 2nd. edition, london: MacMillan and Co.,.
- 26- Hotelling, H., (1932), "Edgeworths Taxation Paradox and the Nature of Supply and Demand Functions", *Jpe*.
- 27- Huang, B., (2001), "Fertilizer Usage in Mainland China", *Agricultural Policy and Agriculture*.

- 28- Huang, J., S. Rozelle, and M. Rosegrant, (1995), "China and the Future Global Food Situation", *IFPRI 2020*, Brief International Food Policy Research Institute, Washington D.C
- 29- Huang, K.S, (1991), "Factor Demands in the U.S, Food-Manufacturing Industry", *Amer. J.Agr. Econ.* 73: 615-20.
- 30- Morishima, M., (1967), "A Few Suggestions on the Theory of Elasticity, (in Japanese)", *Keizai Hyoron (Economic Review)*, 16: 144-150.
- 31- Nertov, M., (1963), "Returns to scale in electricity supply", in: C.Christ, et at., *Measurment in economics*.
- 32- Nertov, M., (1965), "Estimates Of the elasticities Of Supply Of Selected agricultural Commodities", *Journal Of Farm Economics*, 38, 496-509.
- 33- Nerlove, M., (1979), "The dynamics of supply: Retrospect and prospect", *American Journal of Agricultural Economics*, 61: 874-88.
- 34- Nerlove, M., and W. Addison, (1958), "Statistical estimation of long-run elasticities of supply Estimates of the elasticities of supply of selected agricultural commodities", *Journal of Farm Economics*, 38: 496-509. and demand, *Journal of Farm Economics* 40,861-80.
- 35- Ray, S.C., (1982), "A translog cost function analysis of U.S. Agriculture, 1939-77", *American Journal of Agricultural Economics*, 64(August): 490-98.
- 36- Samuelson,P., (1947), "Foundation of Economic Analysis", Cambridge, Mass., Harvard University Press.
- 37- Shephard,R., (1953), "Theory of cost and production functions", Princeton, N.J., Princeton University Press.
- 38- Sivastava, V.K., Dwivedi, T.D., (1979). "Estimation of seemingly unrelated regression equations: a brief survey. *journal of Econometrics*", 10, 15-32.
- 39- Uzawa, H., (1960), "Production functions with constant elasticity of substitution", *The Review of Economics Studies*, 28: 291-299.
- 40- Uzawa, H., (1964), "Duality principles in the theory of cost and Production functions", *International Economic Review*, 5.
- 41- White,K.J, (1993), "SHAZAM Econometrics Computer Program Version 7.0", *Computational Statistics &Data Analysis*.
- 42- Zellner, A., (1962), "An effficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests of aggregation bias", *Journal of American Statistical Association*, 57: 500-509.
- 43- Zellner,A., (1971), "An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics", John Wiley and Sons, New York.
- 44- Zellner, A. and H. Ryn, (1998), "Alternative Functional Forms for Production, Cost and Returns to Scale Functions", *Journal of Applied Econometrics*, 13: 101-127.

ضمیمه

مطابق کار چمبرز (۱۹۸۸)، و بلکوری و راسل (۱۹۸۹)، کشش جانشینی موری شیما، MSE، به صورت زیر تعریف می شود:

$$MSE = \omega_{ij} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(p_j / p_i)}$$

بنابراین:

$$\omega_{ij} = \frac{d \ln\left(\frac{x_i}{x_j}\right)}{d \ln\left(\frac{p_j}{p_i}\right)} \Rightarrow \omega_{ij} = \frac{d\left(\frac{x_i}{x_j}\right) \cdot \frac{p_j}{p_i}}{d\left(\frac{p_j}{p_i}\right) \cdot \frac{x_i}{x_j}} = \frac{(x_j dx_i - x_i dx_j) p_i^2}{(p_i dp_j - p_j dp_i) x_j^2} \cdot \frac{p_j x_j}{p_i x_i}$$

$$= \frac{dx_i \left(x_j - \frac{x_i}{dx_i} \cdot dx_j\right)}{dp_j \left(p_i - p_j \frac{dp_i}{dp_j}\right)} \cdot \left(\frac{p_i^2}{x_j^2}\right) \left(\frac{s_j}{s_i}\right)$$

$$\frac{dp_i}{dp_j} = 0 \Rightarrow \omega_{ij} = \left(\left(\frac{dx_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \cdot \frac{1}{p_j} \cdot \frac{1}{p_i}\right) (x_j - x_i \frac{dx_j}{dx_i}) \cdot \frac{p_i^2}{x_j^2} \cdot \frac{s_j}{s_i}\right)$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} \frac{x_i}{p_i p_j} \cdot \frac{p_i^2}{x_j^2} \cdot \frac{p_j x_j}{p_i x_i} (x_j - x_i \frac{dx_j}{dx_i}) = \varepsilon_{ij} \frac{1}{x_j} (x_j - x_i \frac{dx_j}{dx_i})$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} \left(1 - \frac{x_i}{x_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i}\right) = \varepsilon_{ij} - \frac{dx_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \cdot \frac{x_i}{x_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i} = \varepsilon_{ij} - \frac{dx_j}{dp_j} \frac{p_j}{x_j}$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj}$$

$$\omega_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{jj} = \theta_{ij} s_j - \theta_{jj} s_j = s_j \frac{\gamma_{ij}}{s_i s_j} + s_j - s_j \frac{\gamma_{jj} + s_j^2 - s_j}{s_j}$$

$$\Rightarrow \omega_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + s_i s_j}{s_i} - \frac{\gamma_{ij} - s_j^2 - s_j}{s_j}$$

طبق تعریف کشش جانشینی خودی و متقاطع آلن به صورت زیر تعریف

می‌شود:

$$\theta_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{s_j} \quad \theta_{ii} = \frac{\varepsilon_{ii}}{s_i}$$

بنابر این محاسبه کشش جانشینی خودی و متقاطع آلن (AES) لازم است

که اول کشش‌های قیمتی تقاضا (ε_{ij}) محاسبه شوند:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial \ln x_i}{\partial \ln p_j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \frac{\partial \left(\frac{\partial c}{\partial p_i} \right)}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{\frac{\partial c}{\partial p_i}} = \frac{\partial^2 c}{\partial p_i \partial p_j} \cdot \frac{p_j}{\frac{\partial c}{\partial p_i}}$$

$$\frac{\partial c}{\partial p_i} = x_i \quad \text{مطابق لم شپارد}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial^2 c}{\partial p_i \partial p_j} \cdot \frac{p_j x_j}{c} \cdot \frac{c}{x_j} = \frac{\partial^2 c}{\partial p_i \partial p_j} \cdot s_i \cdot \frac{c}{\frac{\partial c}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial c}{\partial p_j}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ij} = c \cdot \frac{\frac{\partial^2 c}{\partial p_i \partial p_j}}{\frac{\partial c}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial c}{\partial p_j}} \cdot s_i \Rightarrow \theta_{ij} = \frac{c \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial p_i \partial p_j}}{\frac{\partial c}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial c}{\partial p_j}}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\partial \ln c}{\partial \ln p_i} = \frac{\partial c}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{c} = s_i \Rightarrow s_i \cdot \frac{c}{p_i} = x_i$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{d \ln x_i}{d \ln p_j} = \frac{d \ln \left(s_i \cdot \frac{c}{p_i} \right)}{d \ln p_j} = \frac{d \ln s_i + d \ln c - d \ln p_i}{d \ln p_j}$$

$$= \frac{d \ln s_i}{d \ln p_j} + \frac{d \ln c}{d \ln p_j} - \frac{d \ln p_i}{d \ln p_j}$$

$$\frac{dp_i}{dp_j} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \frac{ds_i}{s_i d \ln p_j} + \frac{d \ln c}{d \ln p_j} = \frac{\gamma_{ij}}{s_i} + s_j \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + s_i s_j}{s_i}$$

$$\Rightarrow \theta_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + s_i s_j}{s_i s_j} = 1 + \frac{\gamma_{ij}}{s_i s_j}$$