مجله تحقیقات اقتصادی / شماره ۷۳ / خرداد و تیر ۱۳۸۵ / صفحات ۲۳۱-۲۱۱

تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک

حمید خالوزاده*

نسیبه امیری**

تاریخ دریافت: ۸۴/۳/۲۹ تاریخ پذیرش: ۸۴/۷/۲۰

چکیده

تحقیقات بسیاری در سال‌های اخیر برای توسعه روش‌های مدیریت ریسک بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک[۱] (VaR) انجام شده است. در این مقاله با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک[۲] (GA) سبد سهام بهینه‌ای به‌دست می‌آید که دارای سود ماکزیمم است ضمن آن‌که دارای قیدی روی ریسک سبد است. معیار برآورد ریسک نیز VaR در نظر گرفته شده است. این معیار به‌سادگی و تنها با یک عدد ریسک بازار را مدل می‌کند. روش GA، از جمله الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی بوده که از ژنتیک طبیعی و روند تکامل در طبیعت الهام گرفته‌اند. مزیت اصلی این الگوریتم ها، انعطاف‌پذیری بسیار بالای آنها در برخورد با مسائل پیچیده و عدم‌نیاز به‌شرایط ریاضی خاص مانند پیوستگی و مشتق‌پذیری توابع است. شبیه‌سازی برای سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت مختلف در بازار بورس تهران انجام شده است. نتایج به‌دست آمده نشانگرکارایی روش مدلسازی ریسک بازار بر مبنای نظریه ارزش در معرض ریسک و روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های ژنتیک در به‌دست آوردن وزن‌های بهینه سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت بر روی ریسک است.

طبقه‌بندی JEL: G1، G11.

کلید واژه: نظریه ارزش در معرض ریسک (VaR)، انتخاب سبد سهام، سبد سهام بهینه، الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک.

---

* استادیار گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
h_khaloozadeh@kntu.ac.ir
** دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل، گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد
nasibeh_530@yahoo.com

1- Value-at-Risk
2- Genetic Algorithms

۱- مقدمه

وجود هر نوع عدم‌قطعیت در مدلسازی بازارهای مالی و عوامل مؤثر بر آن موجب بروز مقداری ریسک در فرایند تصمیم‌گیری می‌شود. این ریسک قابلیت کاهش انواع معیارهای مالی مثل درآمدها، نقدینگی، ارزش سرمایه و غیره را دارد. انواع ریسک موجود و مؤثر در عملکردهای مالی بسیار متنوع بوده که از جمله آنها می‌توان به‌ریسک تجاری[۱]، ریسک بازار[۲]، ریسک اعتباری[۳]، ریسک عملیاتی[۴] (عملکردی)، ریسک حقوقی[۵]، ریسک تکنولوژی[۶]، ریسک سیاسی[۷]، ریسک نقدینگی[۸] و ریسک مدل[۹] اشاره کرد. در بین انواع مختلف ریسک‌های موجود، تقریباً اکثر معاملات با ریسک از نوع ریسک بازار مواجه هستند. میزان رو به‌رشد فعالیت‌های تجاری، معاملاتی و ناپایداری بازارهای مالی موجب ترویج و توسعه مطالعات جدید روی ریسک شده و همچنین افزایش نیاز به‌مشارکت‌های مالی باعث توسعه تکنیک‌های نوین اندازه‌گیری ریسک شده است. در سال‌های اخیر VaR به‌یک معیار محبوب ارزیابی ریسک بازار تبدیل شده است به‌طوری‌که این نظریه به‌شکل وسیعی توسط مؤسسات و شرکت‌های مالی و مدیران سرمایه برای کنترل ریسک سبد سهام به‌کار می‌رود[۱۰]. مدل‌های VaR اجزای مختلف ریسک قیمت را در یک معیار کمی جمع می‌کند. دلیل اصلی توجه به‌این معیار ریسک این است که VaR ریسک کل سبد سهام را تنها با یک عدد بیان می‌کند.VaR نظیر با یک سبد سهام، تابعی از دو پارامتر افق زمانی[۱۱] (متناظر با بیشترین بازه زمانی آینده است و کلیه محاسبات با توجه به‌این پارامتر انجام می‌شود) و سطح

1- Business risk.
2- Market risk.
3- Credit risk.
4- Operational risk.
5- Legal risk.
6- Technological risk.
7- Political risk.
8- Liquidity risk.
9- Model risk.
10- Gregory, P. C. (ED.) (1959).
11- Time horizon.

اطمینان[1] است (با توجه به‌مفروضات هر مسأله این پارامتر نشانگر احتمال برآورده شدن خواسته‌های آن مسأله خواهد بود) و به‌طور خلاصه این معیار بیشینه ضرر مورد انتظار را روی افق زمانی مورد نظر با سطح اطمینان خاصی نشان می‌دهد.

مهم‌ترین روش‌های محاسبه VaR عبارتند از: روش واریانس-کوواریانس[2]، روش شبیه‌سازی داده‌های تاریخی[3] و روش مونت کارلو[4]، البته تکنیک‌های دیگری مثل VaR خطی و VaR دلتا-گاما نیز به‌کار می‌روند[5]. روش واریانس-کوواریانس و روش مونت کارلو بر پایه فرض توزیع نرمال بازده[6] استوار است.

در مدل‌های کلاسیک انتخاب سبد سهام، هدف سرمایه گذاران ماکزیمم کردن میزان سود مورد انتظار سبد سهام است. اگر توزیع بازده سبد سهام و تابع سود، مشخص و دارای خصوصیات خاصی باشد می‌توان این ماکزیمم‌سازی را برای کمینه کردن یک معیار برآورد ریسک سبد سهام، انجام داد ضمن این‌که مقدار مشخص و معینی برای میانگین بازده تعیین شده است. اولین بار مارکویتز[7] و توبین[8] این نوع مدل را بر مبنای معیار میانگین-ریسک پیشنهاد دادند و برای اندازه‌گیری ریسک، واریانس را انتخاب کردند. پس از آن بر اساس روش بهینه‌سازی میانگین-واریانس کارها و تحقیقات زیادی انجام شد [۵، ۶ و۷]. در مرجع[9][۸]، VaR با چند معیار مهم دیگر اندازه‌گیری ریسک از دید مسائل بهینه‌سازی به‌لحاظ خصوصیات تئوریک و محاسباتی مقایسه شده است. نتیجه این مقایسه بیان می‌کند با وجود این‌که بهینه‌سازی VaR ذاتاً بسیار مشکل‌تر از انواع دیگر بهینه‌سازی‌های ریسک است ولی یافتن سبد سهام میانگین-VaR یک مسأله قابل تحقق و ممکن[10] است. از طرفی، دیگر معیارهای اندازه‌گیری ریسک،

1- Confidence level.
2- Variance-Covariance.
3- Historical simulation.
4- Mont Carlo.
5- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952).
6- Return.
7- Markowitz, H. M.
8- Tobin, J., (1958).
9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).
10- Feasible.

جانشین مناسبی برای VaR نیستند. بنابراین نیاز به‌بررسی سبد سهام بهینه با معیار VaRو یافتن راه حل عملی در غالب یک شبیه‌سازی موفق، کاملاً محسوس است.

در این مقاله ایده VaR با بهینه‌سازی سبد سهام ترکیب شده و سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک به‌دست آمده است به‌طوری‌که ضمن دارا بودن ماکزیمم بازده سبد سهام حاصله، قید روی VaR نیز برآورده می‌شود. در ادامه ابتدا در بخش ۲ فرمولاسیون مورد نیاز مسأله تبیین و ارائه می‌شود. سپس در بخش ۳ الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روشی بسیار قوی در بهینه‌سازی مسائل متعارف و غیرمتعارف[1]، مختصراً شرح داده می‌شود. در بخش آخر، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از سری زمانی مربوط به‌دوازده شرکت متعلق به‌صنایع مختلف در بازار بورس ایران با استفاده از فرمولاسیون مربوط به‌مسأله چگونگی انتخاب سبد سهام بهینه و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک آورده شده است. درصد هر یک از دوازده سهم در سبد سهام به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که قید روی ریسک برآورده شود، ضمناً با وجود این قید سبد سهام به‌دست آمده باید دارای بازده ماکزیمم باشد.

۲- مدلسازی مسأله انتخاب سبد سهام طبق نظریه VaR

همان‌طور که گفته شد هدف اصلی در این تحقیق، بهینه‌سازی سبد سهام با وجود معیار برآورد ریسک VaR است به‌طوری‌که سبد سهام بهینه میانگین-VaR به‌دست آید. یعنی با در نظر گرفتن حد بالای قابل قبول برای میزان ریسک، سبد سهام مورد نظر با بازده ماکزیمم تعیین شود.

برای تبیین مسأله فوق یک مجموعه محدود سرمایه $i=1,...,n$ را در نظر می‌گیریم که به‌عنوان مثال می‌تواند شامل هر نوع سرمایه مالی، سهام و اوراق قرضه باشد. وضعیت این سرمایه‌ها سبد سهام x را مشخص می‌کند.

۱- دراین الگوریتم که بر پایه جستجوی تصادفی قانونمند است نیاز به شرایط پیوستگی، مشتق پذیری و تحدب برای رسیدن به نقطه بهینه مطلق نیست.

$x=(x_1,...,x_n)$

فاکتورهای ریسک[۱] v هر نوع ریسک و عدم‌قطعیت موجود اجزای پرتفوی در بازارهای مالی مثل عدم‌قطعیت نرخ سود، قیمت سهام و ... را توصیف می‌کنند.

$v=(v_1,...,v_n)$

مقدار و ارزش سبد سهام x برای مقادیر داده شده فاکتورهای ریسک v با $p(x,v)$ نشان داده می‌شود که در حالت کلی ممکن است تابعی غیرخطی و پیچیده یا حتی تابعی گسسته از x و v باشد. ولی معمولاً نسبت به‌وضعیت سبد سهام جداپذیر[۲] است به‌این معنی که قابل تفکیک بوده و می‌توان اثر کلی و برایند را از اثر تک تک اجزا به‌دست آورد:

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}p_i(x_i,v) \qquad (۱)$$

و یا حتی ممکن است نسبت به x خطی باشد.

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i(v) \qquad (۲-۲)$$

و گاهی می‌تواند نسبت به‌وضعیت سبد سهام و نیز فاکتورهای ریسک خطی باشد، مثل مواردی که سبد سهام شامل سهام‌هایی با موقعیت و وضعیت یکسانی در شروع مطالعه است در این‌صورت فاکتورهای ریسک همان قیمت سهام خواهند بود. در شبیه‌سازی‌ای که در این مقاله انجام شده نیز این حالت در نظر گرفته شده است، یعنی:

$$p(x,v)=\sum_{i=1}^{n}x_i v_i \qquad (۳)$$

اگر مقادیر فاکتورهای ریسک مشخص و معلوم در زمان $t=0$ با v^0 نشان داده شود در این مرحله هدف تعیین تغییرات سبد سهام در زمان $t=1$ است. البته این افق زمانی می‌تواند چند روز یا چند هفته نیز در نظر گرفته شود. تابع

1- Risk factor.
2- Separable.

چگالی احتمال[1] فاکتورهای ریسک در زمان $t=1$ را می‌توان معلوم فرض کرد در واقع می‌توان تابع چگالی خاصی را برای آن در نظر گرفت و یا آنها را از روی داده‌های گذشته به‌دست آورد. در صورتیکه رفتار v در زمان $t=1$ با تابع چگالی احتمال معلوم $f(v)$ بیان شود. رفتار مقدار سبد سهام $\mathrm{p(x,v)}$ در زمان $t=1$ با تابع چگالی احتمال مشترک $\varphi(\mathrm{x,v})$ به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P\{p(x,v)\geq p\}=\int_{p}^{\infty}\varphi(x,y)dy$$

که به‌کمک تابع مقدار سبد سهام $p(x,v)$ و توزیع فاکتورهای ریسک $f(v)$، به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$\varphi(x,y)=\int_{p(x,v)=y}f(v)dv \tag{۴}$$

در عمل پیدا کردن این تابع توزیع کار بسیار مشکلی است. مخصوصاً وقتی که سبد سهام حاوی صدها سهام گوناگون است و تابع مقدار سبد سهام $p(x,v)$، غیرخطی است. روش‌های پارامتری و شبیه‌سازی‌های مختلفی برای حل این مسأله پیشنهاد شده است[2]. با استفاده از روش‌های ناپارامتری نیز می‌توان توابع چگالی احتمال مربوط به‌هر سهم را تخمین زد، در این پژوهش همان‌طور که مجددا اشاره خواهد شد، با داشتن داده‌های گذشته از الگوریتم هموارسازی کرنل[3] استفاده شده است.

برای تعریف VaR سبد سهام x، می‌توان به‌شکل زیر عمل کرد. $\overline{\mathrm{p}}(\mathrm{x})$ را مقدار امید سبد سهام x (میانگین سبد سهام) در زمان $t=1$ در نظر گرفته، در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$\overline{p}(x)=E_{v}p(x,v)=\int p(x,v)f(v)dv \tag{۵}$$

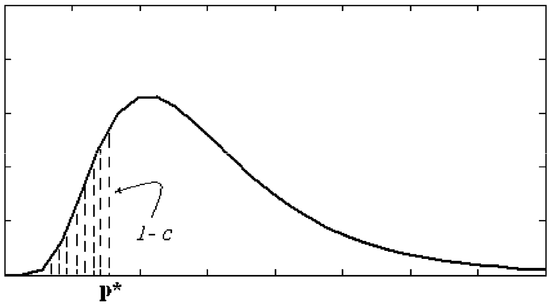
سطح اطمینان $\mathrm{c}<1$ که معمولاً ۰/۹۵ یا ۰/۹۹ فرض می‌شود را در نظر گرفته

1- Probability density function.
2- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).
3- Kernel smoothing algorithm.

و معادله زیر را نسبت به p^* حل می‌کنیم.

$$\int_{p^*}^{\infty} \varphi(x,y)dy = c \qquad (۶)$$

رابطه (۶) بیان می‌کند که سطح زیر منحنی $\varphi(x,y)$ از نقطه p^* تا ∞ برابر c می‌شود. بنابراین p^* نقطه‌ای است که سطح هاشور نخورده در شکل زیر برابر c است. چون منحنی مربوط به‌تابع توزیع چگالی احتمال است، سطح زیر منحنی برابر یک بوده و لذا سطح هاشور خورده برابر $1-c$ است.



شکل ۱- تعریف p^*

به‌عبارت دیگر مقدار و ارزش سبد سهام x در زمان $t=1$ به‌احتمال c مساوی یا بیشتر از $p^* = p^*(x)$ خواهد بود. به‌این ترتیب VaR اختلاف بین $\bar{p}(x)$ (میانگین ارزش سبد سهام x) و $p^*(x)$ است.

$$VaR = \bar{p}(x) - p^*(x) \qquad (۷)$$

در حقیقت VaR بیشترین میزانی است که به‌احتمال c، مقدار سبد سهام x می‌تواند از مقدار مورد انتظار کمتر شود. اغلب اوقات مقدار جاری سبد سهام به‌عنوان امید آن در تعریف VaR به‌کار می‌رود. یعنی:

$$VaR = p(x,v^0) - p^*(x) \qquad (۸)$$

اکنون می‌توان صورت مسأله انتخاب سبد سهام بهینه با وجود قید VaR را به‌شکل زیر بیان کرد: سبد سهام x را به‌گونه‌ای بیابید که سود مورد انتظار

ماکزیمم شود. یعنی:

$$max \quad \int p(x,v)f(v)dv \tag{۹}$$

به‌طوری‌که قید روی VaR زیر برآورده شود:

$$\int p(x,v)f(v)dv - p^*(x) \le V \tag{۱۰}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, \qquad x_i \ge 0 \tag{۱۱}$$

که در آن $p^*(x)$ حل معادله زیر نسبت به p^* است.

$$\int_{P^*}^{\infty} \left[\int_{p(x,v)=y} f(v)dv \right] dy = c \tag{۱۲}$$

این مسأله در حقیقت متعلق به‌دسته عمومی مسائل بهینه‌سازی تصادفی[۱] است. برای مطالعه بیشتر روی خصوصیات این دسته از مسائل به‌مراجع[۱۰، ۱۱ و ۱۲] مراجعه کنید. متأسفانه بر خلاف مسأله انتخاب سبد سهام میانگین- واریانس مارکوویتز، حل این مسأله بسیار مشکل است. مشکل اصلی در یافتن مجموعه امکان‌پذیر[۲] (۱۰)- (۱۱) است چون حتی در ساده‌ترین موارد این مجموعه ممکن است غیر محدب[۳] یا حتی گسیخته[۴] باشد. در این مقاله، این مسأله را به‌کمک الگوریتم‌های ژنتیک که ابزار توانمندی در حل مسائل غیر محدب و غیرخطی است حل می‌کنیم.

۳- الگوریتم‌های ژنتیک

الگوریتم‌های ژنتیک اولین باردر دهه ۱۹۶۰ توسط جان هولند[۵] مطرح شدند. این الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی هستند که از ژنتیک طبیعی و روند تکامل در طبیعت الهام گرفته‌اند[۶]. مزیت اصلی این الگوریتم‌ها، انعطاف‌پذیری

1- Stochastic optimization.
2- Feasible set.
3- Non-convex .
4- Disjoint.
5- John Holland.
6- Coley, D. A., (2000).

بسیار بالای آنها در برخورد با مسائل پیچیده و عدم‌نیاز به‌شرایط ریاضی خاص مانند پیوستگی و مشتق‌پذیری است. این الگوریتم‌ها با یک جمعیت اولیه که هر عضو این جمعیت به‌عنوان یک جواب پیشنهادی برای حل مسأله بهینه‌سازی است یا گروهی از حدس‌ها شروع می‌شوند. این حدس‌ها معمولاً به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و در فضای جستجوی پاسخ پراکنده‌اند. سپس از سه عملگر انتخاب[۱]، برش[۲] و جهش[۳] (که بر اساس شباهت با چگونگی تکامل در دنیای واقعی انتخاب شده‌اند) برای هدایت جمعیت در طول نسل‌های متوالی به‌سمت همگرایی در نقطه بهینه، استفاده می‌شود.

عملگر انتخاب، فشاری را مشابه‌انتخاب طبیعی در سیستم‌های بیولوژیکی به‌جمعیت اعمال می‌کند. افرادی که عملکرد ضعیف‌تری دارند حذف شده و افرادی که عملکرد بهتری دارند و برازندگی آنها بیشتر است، شانس بیشتری برای بقا خواهند داشت. عملگر برش، این امکان را می‌دهد که اطلاعات و خصیصه‌های وراثتی به‌روشی مشابه‌تولید مثل، بین جفت‌های جمعیت مبادله شوند و عملگر جهش نیز برای آن است که تنوع در جمعیت حفظ شود.

برای اعمال الگوریتم ژنتیک پارامترهای متفاوتی وجود دارد که باید توسط طراح تعیین شود. تعداد اعضای جمعیت، تابع برازندگی[۴]، نوع عملگرهای انتخاب، جهش و برش از جمله این موارد هستند. انتخاب مناسب این پارامترها در همگرایی این الگوریتم به‌سمت نقطه بهینه سراسری[۵] و گیر نکردن در نقاط بهینه موضعی[۶]، بسیار حائز اهمیت است. در هر مورد با توجه به‌نوع خاص مسأله باید این پارامترها را تنظیم و تعیین نمود.

1- Selection.
2- Crossover.
3- Mutation.
4- Fitness function.
5- Global optimal point.
6- Local optimal point.

۱-۳- تابع برازندگی

همان‌طور که اشاره شد، مسأله بهینه‌سازی سبد سهام مورد نظر در این پژوهش به‌صورت یک مسأله بهینه‌سازی با وجود محدودیت بیان می‌شود. دراین مسأله هدف به‌دست آوردن ماتریس به‌نحوی است که رابطه (۹) ماکزیمم شود در حالی‌که قیود (۱۰) و (۱۱) نیز برقرار باشند. بنابراین تابع هدف را میتوان به‌صورت مجموع توانی از اختلاف با مقادیر مطلوب قیود، تعریف نمود. هر عضو جمعیت که مقدار تابع هدف در آن کوچک‌تر باشد، برازندگی بیشتری خواهد داشت و بنابراین شانس بقای آن عضو در طول نسل‌های متوالی بیشتر خواهد بود. در یک مسأله بهینه‌سازی با وجود قید، محدودیت‌ها ناحیه و فضای ممکن پاسخ را تعریف می‌کنند. الگوریتم‌های ژنتیک برای کار با مسائل بهینه‌سازی با وجود قید بسیار مناسب هستند، چرا که بر خلاف روش‌های سنتی لازم نیست قیدها شرایط ریاضی خاصی مانند پیوستگی و مشتق‌پذیری را دارا باشند[1].

معمول‌ترین روش در مسائل بهینه‌سازی با قید، استفاده از توابع جریمه (پنالتی) است. در این روش مسأله بهینه‌سازی با قید به‌کمک توابع پنالتی به‌مسأله بهینه‌سازی بدون قید تبدیل می‌شود. بنابراین تابع برازندگی را می‌توان به‌شکل زیر نوشت:

$$F(x) = \begin{cases} f(x); & x \in \text{feasible region} \\ f(x) + \text{penalty}(x); & x \notin \text{feasible region} \end{cases} \qquad (۱۳)$$

انواع مختلفی از توابع جریمه را می‌توان در نظر گرفت. در کلیه این روش‌ها برای عدم‌رعایت قید، جریمه‌ای در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله، توابع جریمه به‌این ترتیب تنظیم می‌شوند که برای هر عدم‌رعایت قید، توان زوجی از فاصله تا مرز محدودیت را در نظر گرفته و در ضریبی ضرب می‌کنیم تا میزان جریمه به‌دست آید. بنابراین هر عضوی که محدودیت‌ها را رعایت نکند، میزان برازندگی اش کاهش خواهد یافت. ضریب محدودیت را متغیر در نظر گرفته به‌نحوی که با

1- Coello, C., (2001).

جلو رفتن نسلها، محدودیت دقیق‌تر وسخت‌تر اعمال شود. در مسأله حاضر قیـدها همان روابط (۱۰) و (۱۱) هستند.

۲-۳- جمعیت اولیه[1]

هر عضو جمعیت به‌صورت برداری است که x را مشخص می‌کند (درصـدی از ۱۲ سهام انتخابی). جمعیـت اولیـه یـا نـسل اول را بـه‌صـورت تـصادفی انتخـاب می‌کنیم. تعیین تعداد اعضای جمعیت در الگوریتم‌های ژنتیک حائز اهمیت است. هر چه تعداد اعضا بیشتر باشد، الگوریتم قادر به‌جستجوی وسیع‌تری خواهد بود و نتایج بهتری حاصل خواهد شد. اما از طرفی افـزایش تعـداد اعـضا، مـدت اجـرای الگوریتم را طولانی می‌سازد. در این مسأله با توجه به‌تعـداد متغیرهـا و بـا انجـام چندین سعی وخطا تعداد اعضا ۵۰ نفر در نظر گرفته شده است.

۳-۳- عملگر انتخاب

عملگر انتخاب تعیین می‌کند که کدام یک از اعضای جامعه بـه‌عنـوان والـدین نسل بعدی در نظر گرفته شوند. در این مقالـه از عملگـر چـرخ رولـت[2] بـه‌عنـوان عملگر انتخاب استفاده شده است. به‌ایـن مفهـوم کـه هـر عـضوی کـه برازنـدگی بیشتری دارد شانس تکثیر بیشتری خواهد داشت. در این عملگر احتمال انتخـاب یک عضو به‌عنوان والد، متناسب با برازندگی آن عضو است. هم چنین بهتـرین دو عضو جامعه (اعضای نخبه) در هر نسل بدون تغییر به‌نسل بعد راه پیدا می‌کنند.

۴-۳- عملگر برش

همان‌طور که اشاره شد عملگـر بـرش، ایـن امکـان را مـی‌دهـد کـه اطلاعـات به‌روشی مشابه‌تولید مثل، بین جفت‌های جمعیت مبادله شـوند. در ایـن مقالـه از عملگر برش ابتکاری[3] برای ترکیب دو عضو و ایجاد فرزندان استفاده شده است. در این روش یک نقطه برش به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود و سپس رشته‌های والـد

1- Initial population .
2- Roulette.
3- Heuristic.

در این نقطه با هم ترکیب می‌شوند تا رشته‌های فرزندان که پاسخ‌های جدید مسأله هستند، تولید شوند.

۵-۳- عملگر جهش

عملگر جهش برای ایجاد تنوع در جمعیت به‌کار می‌رود. این عملگر نقش اساسی در گسترش فضای جستجو دارد. در صورتی که احتمال جهش خیلی بزرگ انتخاب شود، الگوریتم به‌سمت جستجوی تصادفی محض میل می‌کند. از طرف دیگر در صورت کوچک بودن این پارامتر، الگوریتم در تله نقاط بهینه محلی به‌دام افتاده و اصطلاحاً به‌بلوغ زودرس می‌رسد. عملگر جهش مورد استفاده در این مقاله عملگر جهش با توزیع یکنواخت[1] است که احتمال آن با سعی و خطا و مشاهده رفتار جمعیت در طول نسل‌های متوالی، ۰/۰۸۱۳۹۵ در نظر گرفته شده است.

۴- شبیه‌سازی

در انجام شبیه‌سازی[2] این تحقیق سبد سهامی با ۱۲ سهم مختلف در نظر گرفته شده است. سعی شده این شرکتها از صنایع مختلف انتخاب شوند تا میزان همبستگی بین آنها کاهش یابد[3]. اطلاعات مربوط به‌این شرکتها عبارت است از داده‌های سری زمانی قیمت (closed price) در زمان‌های گذشته از سال ۸۰ تا ۸۳. این داده‌ها در مرجع[4] [۱۶] موجود هستند.

1- Uniform distribution.

۲- شبیه سازیها توسط نرم افزار Matlab 7 و با استفاده از جعبه ابزار GA که مخصوص حل مسائل با استفاده از الگوریتم ژنتیک است انجام شده است.

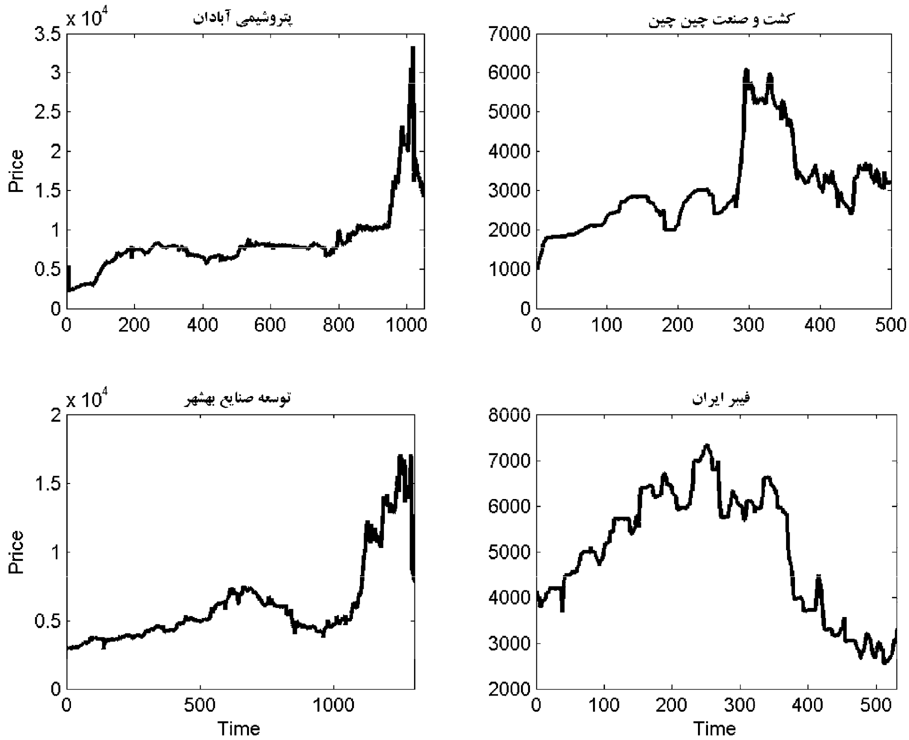
۳- این ۱۲ شرکت جهت انجام روش ذکر شده بر طبق نظریه VaR و الگوریتم بهینه‌سازی GA به شکل کاملاً دلخواه انتخاب شده‌اند و لذا در حالت کلی تعداد شرکتها به‌اندازه تمام شرکتهای پذیرفته شده در بازار بورس ایران قابل افزایش است و نیز بخاطر آنکه سهامهای انتخاب شده همبستگی یکطرفه ای نداشته باشند، ۱۲ سهم از صنایع مختلفی انتخاب شده‌اند. . البته در حالت واقعی انتخاب بهینه ممکن است از شرکتها و سهام‌های یک صنعت خاص صورت پذیرد و روش ذکر شده در مقاله کاملاً کلی است و صرفا جهت توضیح روش ارائه شده در تحقیق سهام‌های فوق الذکر انتخاب شده‌اند.

4- http://www.mofidbours.com

جدول ۱ نام این شرکتها و شکل ۲ داده‌های سری زمانی چهار شرکت را به‌عنوان نمونه نشان می‌دهد.

جدول۱- مشخصات ۱۲ شرکت مورد استفاده در شبیه‌سازی

i	نام شرکت	صنعت
۱	شوکو پارس	محصولات غذایی
۲	سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر	سرمایه‌گذاری
۳	سرمایه‌گذاری البرز	سرمایه‌گذاری
۴	پتروشیمی آبادان	محصولات شیمیایی
۵	پارس الکتریک	ساخت رادیو و تلویزیون
۶	کشت و صنعت چین چین	محصولات غذایی
۷	فیبر ایران	محصولات چوبی
۸	سیمان سپاهان	سیمان، آهک و گچ
۹	سرمایه‌گذاری بانک ملی	شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی
۱۰	سایپا	خودرو و ساخت قطعات
۱۱	نفت بهران	فرآورده‌های نفتی
۱۲	لاستیک البرز	لاستیک و پلاستیک



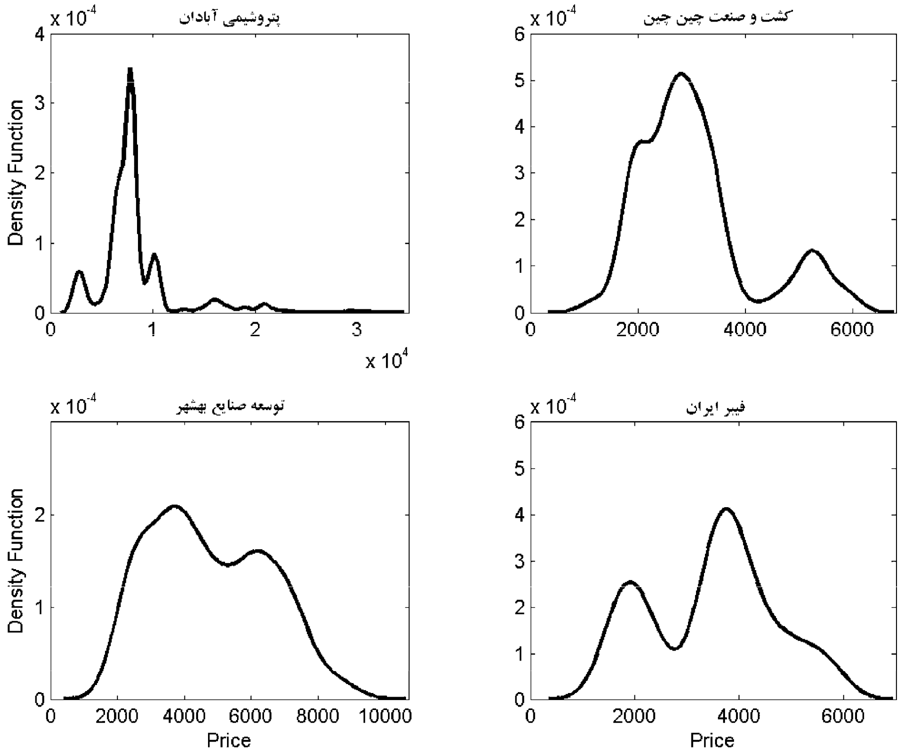
شکل ۲- سری زمانی شرکت‌های پتروشیمی آبادان، کشت و صنعت چین چین، سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر و فیبر ایران

هدف پیدا کردن وزنهای x مربوط به‌سهام‌های مختلف موجود در سبد سهام مفروض، به‌گونه‌ای است که سود حاصل از سبد سهام در زمان[۱] $t=1$ بیشینه شود به‌طوری‌که حد ریسک مورد نظر با معیار VaR نیز برآورده شود. اولین گام در حل این مسأله که فرمول‌بندی آن در بخش ۲ مطرح شد، تعیین رفتار فاکتورهای ریسک (که در اینجا قیمت سهام‌ها هستند) در زمان $t=1$ است. برای به‌دست آوردن تابع چگالی احتمال $f(v)$ در زمان $t=1$ با داشتن داده‌های گذشته از الگوریتم هموارسازی کرنل[۲] استفاده شده است. شکل ۳ توابع چگالی

۱- t=1 معرف پیش بینی در زمان آتی ۱ است و عدد یک می تواند معرف یک روز آینده، یک هفته آینده و غیره باشد.

2- Kernel smoothing algorithm

به‌دست آمده برای چهار شرکت شکل ۲ را نشان می‌دهد[1].



شکل ۳- تابع چگالی احتمال به‌دست آمده با الگوریتم هموارسازی کرنل برای شرکت‌های پتروشیمی آبادان، کشت و صنعت چین چین، سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر و فیبر ایران

با به‌دست آمدن $f(v)$ امید ریاضی سبد سهام x در زمان $t=1$ از فرمول (۵-۲) تعیین می‌شود. از آنجاییکه $p(x,v)=\sum_{i=1}^{n} x_i v_i$ فرض شده است مقدار $\overline{p}(x)$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\overline{p}(x)=\sum_{i=1}^{12}\sum_{j=1}^{100} x_i v_i f_j(v)\Delta_j v$$

۱- این چهار شرکت و شکل‌های مربوط به سری زمانی و تابع چگالی احتمال آنها بعنوان مثال از میان ۱۲ شرکت موجود در سبد انتخاب و رسم شده‌اند.

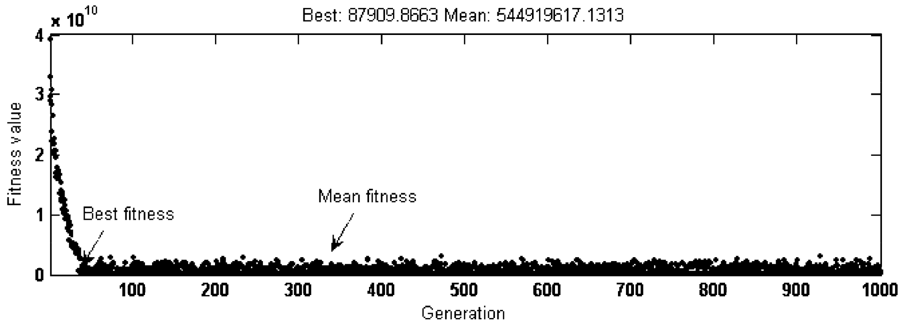
مجهول بعدی $p*(x)$ است که برای محاسبه‌آن به‌مقدار $\varphi(x,y)$ نیاز است. برای تعیین $\varphi(x,y)$ به‌این ترتیب عمل شده که با یک فرض اولیه از مقادیر x_i شروع می‌کنیم. چون $\varphi(x,y)$ در حقیقت تابع چگالی احتمال سبد سهام در زمان $t=1$ است باز هم با کمک روش هموارسازی کرنل این تابع چگالی تخمین زده می‌شود. این کار در هر بار تکرار الگوریتم ژنتیک و با هر جمعیت در نظر گرفته شده، انجام می‌شود. حال با معلوم شدن $\varphi(x,y)$ باید به‌دنبال راهی برای تعیین $p*(x)$ باشیم تا قید (۲-۱۰) قابل محاسبه‌عددی شود. با در نظر گرفتن سطح اطمینان ۰/۹۵ می‌توان (۲-۶) را به‌این صورت تعبیر کرد که از نقطه $p*$ به‌بعد سطح زیر منحنی $\varphi(x,y)$ مساوی ۰/۹۵ شود.

همان‌طور که گفته شد در هر تکرار $\varphi(x,y)$ به‌دست می‌آید، پس با تعبیر بالا می‌توان $p*$ را نیز در هر تکرار به‌دست آورد. چون فرمول مشخصی برای تابع چگالی سبد سهام در دست نیست و در هر تکرار الگوریتم نیز مقادیر عددی در نقاط مختلف برای آن به‌دست می‌آید بسادگی نمی‌توان این انتگرال را محاسبه‌و تعیین کرد که در چه مقداری از سبد سهام مقدار آن برابر ۰/۹۵ است، به‌همین دلیل از انتگرالگیری عددی ذوزنقه‌ای استفاده شده است.

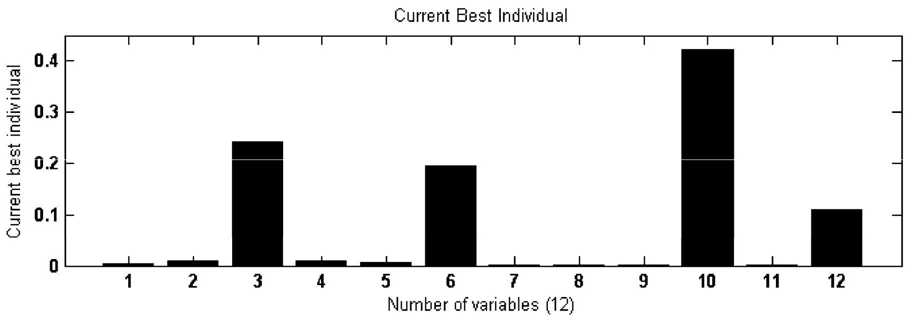
مقدار عددی مناسب برای VaRبا تعیین مقادیر تصادفی برای x_iها و اعمال روش‌های ابتکاری توضیح داده شده برای محاسبه $\bar{p}(x)$ و $p*(x)$، از رابطه (۷) محاسبه‌می‌شود. فرض شده است که به‌عنوان مثال ۱۵٪ ریسک سبد سهام‌های تصادفی مقدار مناسبی باشد. در نهایت میانگین این مقادیر به‌عنوان حد VaR در نظر گرفته شده است که عدد ۳۵۵۰ است. در واقع اگر این قید برقرار باشد به‌این معنی است که به‌احتمال ۰/۹۵ تا پایان روز بعد (در حالت کلی تا پایان دوره زمانی بعد) بیشتر از ۳۵۵۰ تومان ضرر نخواهیم کرد.

به‌این ترتیب تمام مقادیر مجهول مورد نیاز برای تکمیل شدن حلقه محاسبه‌ضرایب وزنی x_i به‌دست می‌آیند. تابع برازندگی و عملگرهای مورد نیاز الگوریتم ژنتیک نیز در بخش قبل بیان شدند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با الگوریتم ژنتیک در شکل‌های زیر آورده شده است. شکل ۴ تغییرات تابع

برازندگی بهترین عضو و میانگین این تابع برای افراد هر جمعیت را در طول نسل‌های متوالی نشان می‌دهد. که با سرعت خوبی به‌صفر همگرا شده است. شکل ۵ بهترین مقادیر x_i به‌دست آمده که بیانگر درصد وزن بهینه و سهم هر یک از دوازده سهم مورد بحث است را نشان می‌دهد.



شکل ۴- تغییرات تابع برازندگی بهترین عضو و میانگین تابع برازندگی هر جمعیت در طول نسل‌های متوالی (۱۰۰۰ نسل)



شکل۵- بهترین عضو جمعیت (محور عمودی درصد سهام ۱۲ گانه را در سبد سهام بهینه نشان می‌دهد)

برای آزمون نتیجه به‌دست آمده سبد سهامی به‌صورت تصادفی انتخاب و ارزش سبد سهام و مقدار VaR برای آن محاسبه‌شده است. همان‌طور که در جدول ۲ زیر مشاهده می‌شود در حالت اول ارزش سبد سهام در زمان $t = 1$

مقدار۶۷۷۱/۴ است که از سبد سهام بهینه با مقدار و ارزش۴۶۳۹/۸ بیشتر است ولی بایستی توجه داشت که در این حالت قید مربوط به‌ریسک نقض شده است و در این حالت ریسک خیلی بیشتری (۷۹۵۵/۲) داریم که از مقدار مورد نظر (۳۵۵۰) بیشتر است. در سناریوی دوم که انتخاب سبد به‌شکل تصادفی ۲ صورت پذیرفته است، قید ریسک برقرار است ولی ارزش سبد سهام (۳۰۳۵/۱) حتی از مقدار تحت ریسک در این سناریو یعنی ۳۰۹۰/۹ نیز کمتر است یعنی با احتمال بسیار زیادی ضرر خواهیم کرد. با انتخاب سبدهای دیگر با درصد سهام متفاوت با سبد بهینه شکل ۵ نیز ارزش سبد سهام کمتری عاید می‌شود. به‌عنوان مثال اگر درصد سهام شماره ۱۰ (سایپا) را از مقدار بهینه آن (۰/۴۲۷۰۶) به‌مقدار مثلا (۰/۲۲۷۰۶) کاهش داده و در عوض درصد سهام ۱۲ (لاستیک البرز) را از (۰/۱۱۰۹۷) به(۰/۳۱۰۹۷) افزایش دهیم مقادیر (۵۳۵۴/۶) برای ارزش سبد سهام و (۴۱۶۶) برای VaR به‌دست می‌آید که ارزش سبد سهام از مقدار متناظر بهینه بیشتر است ولی مقدار VaR بسیار بیشتر از حد مورد نظر است که مناسب نیست.

جدول۲- مشخصات ۱۲ شرکت مورد استفاده در شبیه‌سازی و درصد وزن سهام انتخاب شده در هر یک از حالت‌ها

i	نام شرکت	صنعت	درصد هر سهم (سبد بهینه)	درصد هرسهم (سبد تصادفی۱)	درصد هرسهم (سبد تصادفی۲)	درصد هرسهم (سبد بهینه تغییر یافته)
۱	شوکو پارس	محصولات غذایی	$۴/۴۵۴۸\times۱۰^{-۶}$	۰/۱۷۷۶۸	۰/۲۸۳۸۱	$۴/۴۵۴۸\times۱۰^{-۶}$
۲	سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر	سرمایه‌گذاری	۰/۰۰۸۶۲۷۴	$۵/۸۱۵\times۱۰^{-۷}$	$۳/۶۷۰۹\times۱۰^{-۵}$	۰/۰۰۸۶۲۷۴
۳	سرمایه‌گذاری البرز	سرمایه‌گذاری	۰/۲۴۴۶۵	$۱/۴۵۹۷\times۱۰^{-۸}$	۰/۰۹۱۸۶۱	۰/۲۴۴۶۵
۴	پتروشیمی آبادان	محصولات شیمیایی	۰/۰۰۶۱۲۲۳	$۳/۰۶\times۱۰^{-۸}$	۰/۱۰۲۸۴	۰/۰۰۶۱۲۲۳
۵	پارس الکتریک	ساخت رادیو و تلویزیون	۰/۰۰۴۳۷۲۶	۰/۷۹۸۵۲	۰/۰۸۸۰۸۵	۰/۰۰۴۳۷۲۶
۶	کشت و صنعت چین چین	محصولات غذایی	۰/۱۹۴۰۹	۰/۰۰۲۸۹۳۹	۰/۲۳۰۷۱	۰/۱۹۴۰۹
۷	فیبر ایران	محصولات چوبی	۷/۸۱۴۷	۰/۰۰۰۹۰۶۸۳	۰/۰۹۴۱۰۵	۷/۸۱۴۷
۸	سیمان سپاهان	سیمان، آهک و گچ	۰/۰۰۴۰۵۸۷	$۱/۷۶۱۸\times۱۰^{-۷}$	$۱/۶۹۰۶\times۱۰^{-۵}$	۰/۰۰۴۰۵۸۷
۹	سرمایه‌گذاری بانک ملی	شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی	$۱/۶۰۱۲\times۱۰^{-۷}$	$۱/۲۴۴۱\times۱۰^{-۶}$	۰/۰۴۲۷۳۱	$۱/۶۰۱۲\times۱۰^{-۷}$
۱۰	سایپا	خودرو و ساخت قطعات	۰/۴۲۷۰۶	$۸/۳۹۸۲\times۱۰^{-۸}$	۰/۰۴۹۰۵۹	۰/۲۲۷۰۶
۱۱	نفت بهران	فرآورده‌های نفتی	$۳/۹۵۶۵\times۱۰^{-۵}$	$۱/۴۱۸۱\times۱۰^{-۹}$	۰/۰۰۵۸۳۲	$۳/۹۵۶۵\times۱۰^{-۵}$
۱۲	لاستیک البرز	لاستیک و پلاستیک	۰/۱۱۰۹۷	$۱/۱۹۸۸\times۱۰^{-۷}$	۰/۰۰۰۹۱۷۱۹	۰/۳۱۰۹۷

جدول۳- مقدار VaR و ارزش سبد سهام برای وزن‌های بهینه به‌دست آمده برای دو حالت انتخاب تصادفی سبد و سبد بهینه تغییر یافته

روش انتخاب وزنها	مقدار VaR	ارزش سبد سهام
الگوریتم ژنتیک	۳۵۵۰	۴۶۳۹/۸
سبد تصادفی(حالت ۱)	۷۹۵۵/۲	۶۷۷۱/۴
سبد تصادفی(حالت ۲)	۳۰۹۰/۹	۳۰۳۵/۱
سبد بهینه تغییر یافت	۴۱۶۶	۵۳۵۴/۶

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله بر خلاف مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی سبد سهام کـه بـر پایـه واریانس هستند از مقدار تحت ریسک (VaR) به‌عنوان معیار ریسک برآورد سـبد سهام استفاده شد. این مسأله حتی در ساده‌ترین موارد غیر محدب است و حل آن با روش‌های تحلیلی مشکل است. روش جدیدی بر اساس الگوریتم‌های ژنتیک که در حل مسائل غیر محدب بسیار توانا هستند برای حل این مسأله ارائـه شـد و بـا شبیه‌سازی‌های انجام شده کارایی آن نشان داده شد. همان‌طور کـه نتـایج نـشان می‌دهند برای یک حد ریسک معین می‌توان میزان بهینه سـرمایه‌گـذاری در هـر سهم از سبد سهام را به‌دست آورد.

فهرست منابع

1- Gregory, P. C. (ED.) (1959), *Proceeding of the self adaptive flight control systems symposium*,Wright-Patterson AFB. OH. WADC Technical Report 49-59.
2- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952), ”Value at Risk Methods and Models and their Application,”
3- Markowitz, H. M, ”Portfolio selection,” *Journal of Finance*, 7(1), p. 77-91.
4- Tobin, J., (1958), ”Liquidity preference as behavior towards risk,” *Review of Economic Studies*, 25, p. 65-86.
5- Alexander, C. O, Leigh, C. T., (1997), "On the covariance matrices used in Value at Risk models," *The Journal of Derivatives*, p. 50-62.
6- Pholippe, J., (1996), Risk 2: Measuring the risk in value at risk,” *Financial Analysts Journal*, p. 47-56.
7- Singh, M. K., (1997), ”Value at risk using principal components analysis,” *The Journal of Portfolio Management*, p. 101-112.
8- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2005), ”Value at Risk in portfolio optimization: properties and computational approach”, Journal of Risk, Vol. 7, No. 2, pp. 1-31, Winter 2004-2005.
9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001), ”Finding optimal portfolios with constraints on Value at Risk”, Proceedings of the III Stockholm Seminar on Risk Behavior and Risk Management.
10- Dempster, M., (1980), ” *Stochastic Programming*,” Academic Press.
11- Ermoliev, Y., Wets, R. G., (1988), ”*Numerical Techniques for Stochastic Optimization*,” Springer Verlag, Berlin.
12- Gaivoronski, A. A., Messina, E., Sciomachen, A., (1994), ”A statistical

generalized programming algorithm for stochastic optimization problems," *Annals of Operations Research*.

13- Coley, D. A., (2000), "An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers," *World Scientific*.

14- Coello, C., (2001), "Theoretical and numerical constraint handling techniques used with evolutionary algorithms: A survey of the state of the art," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

15- Homaifar, A., Qi, C., Lai, S., (1994), "Constrained Optimization via Genetic Algorithm," Simulation,62:4, pp. 242-254.

16- http://www.mofidbours.com.