مجلهٔ تحقیقات اقتصادی / دوره ۴۷، شماره‌ی ۲ ، سال ۹۱ / صفحات ۱۳۴-۱۱۷

بررسی تغییرات ناهموار بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه‌ی کاتاستروف

شاپور محمدی

استادیار دانشکده‌ی مدیریت دانشگاه تهران shmohmad@ut.ac.ir

حامد طبسی*

دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشکده‌ی مدیریت دانشگاه تهران
tabasi.hamed@gmail.com

تاریخ دریافت: ۸۸/۲/۲ تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۰/۲۸

چکیده

در این مقاله با استفاده از نظریه‌ی کاتاستروف به بررسی تغییرات ناهموار بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود. سقوط بازار سهام و افت ناگهانی قیمت‌ها نه تنها وحشت عمومی سرمایه‌گذاران را به‌همراه خواهد داشت، بلکه در بازارهای با عمق بیش‌تر رکود شدید اقتصادی و کاهش اطمینان مصرف‌کننده را نیز موجب می‌شود. از آن‌جایی‌که مدل‌های کاتاستروف قدرت بالایی در توضیح فرآیندهای ناپیوسته دارند؛ با استفاده از مدل تصادفی کاسپ به بررسی تغییرات ناگهانی شاخص بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که مدل کاسپ قدرت توضیحی بسیار بهتری نسبت به مدل جایگزین دارد. در حقیقت با استفاده از متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیرهای کنترل، مدل تصادفی کاسپ افت شاخص بورس اوراق بهادار تهران در سال‌های ۱۳۸۳ و ۱۳۸۷ را به‌طور قابل ملاحظه‌ای بسیار بهتر از مدل غیرخطی لجستیک نشان می‌دهد. این نتایج پس از روندزدایی شاخص بورس حتی بهبود نیز یافته است.

طبقه‌بندی JEL : G12; G14; C01; C53

کلید واژه: سقوط بازار سهام، نظریه‌ی کاتاستروف، مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف، تغییرات ناگهانی، توزیع‌های دومدی.

---

*- نویسنده‌ی مسئول.

۱- مقدمه

سقوط[۱] و تغییرات غیرمنتظره‌ی بازارهای مالی مسئله‌ای است که به دفعات مورد توجه فعالان بازار و نیز اندیشمندان علوم مالی قرار گرفته است. تعریف خاصی برای سقوط بازارهای مالی ارائه نشده است، اما به‌طور کلی بازده‌ی شاخص منفی دو رقمی در چندین روز و در یک دوره‌ی زمانی کوتاه را می‌توان به عنوان یک سقوط در نظر گرفت، به معنی ساده سقوط در بازارهای مالی افت ناگهانی شاخص سهام در مدت زمانی بسیار کوتاه می‌باشد. اگرچه این امر در مدت زمان کوتاهی رخ می‌دهد و منجر به وحشت عمومی در بین سرمایه‌گذاران و در نهایت رکود اقتصادی می‌شود؛ اما بسیاری از اندیشمندان علوم مالی بر این باورند که بایستی دلایل سقوط را در دوره‌های بسیار قبل‌تر جستجو کرد (۱۵). این پدیده می‌تواند در بازارهای رکودی رخ دهد و یا برعکس سقوط بازار بدنبال یک دوره‌ی حباب قیمتی باشد که در این حالت حباب قیمتی، حباب عقلایی[۲] خوانده می‌شود. به‌طور کلی می‌توان گفت که سقوط قیمت‌ها در بازاری که در آن دوره‌ی طولانی مدت افزایش قیمت‌های سهام و خوش بینی بیش از حد اقتصادی، نسبت‌های قیمت به سود هر سهام متجاوز از میانگین‌های بلندمدت آن و بازاری که مشارکت‌کنندگان آن به‌طور گسترده‌ای از بدهی استفاده کرده باشند؛ محتمل‌تر است.

۲- مدل

در ادبیات سقوط بازارهای مالی ویژگی نامتقارن[۳]، توزیع بازده‌های سهام به‌طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است. زیمن[۴] (۱۹۷۴)، سقوط بازارهای مالی را تحت مدل کاسپ کاتاستروف ناشی از تأثیر تقاضای چارتیست‌ها[۵] و بنیادگراها[۶] به عنوان متغیرهای کنترل بیان می‌کند (۱۸). درحقیقت رفتار چارتیست‌ها و به‌طورکلی تحلیل‌گران تکنیکی که نشان‌دهنده‌ی رفتارهای سفته‌بازی در بازار هستند، به عنوان متغیر انشعاب[۷] و رفتار تحلیل‌گران بنیادی به عنوان متغیر نرمال[۸] فرض می‌شود. مدل زیمن، از نوع توصیفی بوده و آزمون تجربی در آن انجام نگرفته است. پس از وی،

1- Crash .
2- Rational bubble.
3- Asymmetry.
4- Zeeman.
5- Chartists.
6- Fundamentalists.
7- Bifurcation variable.
8- Normal (asymmetry) variable.

جمرنگ، راسر، کنت، بالاسکو[۱] نیز به این مطلب اشاره داشتند. به تازگی بارونیک و وسوردا[۲]، سقوط بازارهای مالی با استفاده از مدل تصادفی کاسپ به‌صورت تجربی را مورد ارزیابی قرار دادند و به بررسی سقوط وال‌استریت در ۱۹ اکتبر ۱۹۸۷ پرداختند. نتایج حاصل از این مطالعه که در آن نسبت حجم معاملات اختیار فروش به حجم معاملات اختیار خرید[۳] به عنوان رفتار سفته‌بازی (متغیر انشعاب) و حجم عددی معاملات به عنوان متغیر نرمال درنظر گرفته‌شده؛ نشان می‌دهد که مدل کاسپ سقوط وال استریت در دوشنبه سیاه را بسیار بهتر از مدل‌های جایگزین توضیح می‌دهد[۴] (۳).

نظریه‌ی کاتاستروف که در مطالعه بر روی سیستم‌های دینامیکی مطرح شد، به بررسی تغییر نقاط تعادلی سیستم دینامیکی $F(x_t, c_\alpha)$، در صورت تغییر پارامترهای سیستم یعنی c_α، می‌پردازد. رویه‌ی تعادلی یک سیستم دینامیکی را می‌توان به‌صورت معادله‌ی دیفرانسیل زیر نوشت:

$$\frac{\partial F(x_t,c_\alpha)}{\partial x_t} = 0 \qquad (۱)$$

که در آن x_t متغیر حالت و c_α متغیر کنترل سیستم می‌باشد[۵].

اگر چه کاتاستروف ناشی از مطالعه‌ی کیفی معادلات دیفرانسیل یک سیستم می‌باشد، اما گاهی اوقات سیستم نشانه‌هایی را از خود بروز می‌دهد که حتی بدون دانستن معادلات سیستم می‌توان به مطالعه‌ی کیفی آن پرداخت. تابع کاسپ پراستفاده ترین نوع کاتاستروف برای توضیح فرایندهای غیر پیوسته است. از جمله ویژگی‌های این تابع می‌توان به دومدی[۶] بودن، عدم دستیابی[۷]، پرش ناگهانی[۸]، واگرایی[۹]، واریانس غیرعادی[۱۰] و چسبندگی (پس‌ماند)[۱۱] اشاره کرد. پس‌ماند بدین معنی است که فرایند بازگشت به تعادل ماقبل به سرعت انجام‌پذیر نیست. در حقیقت جهش از یک مینیمم به‌نقطه‌ی مینیمم دیگر در یک مختصات مشخص پارامترهای کنترل اتفاق نمی‌افتد. پدیده‌ی چسبندگی که در برخی فرایندهای فیزیکی و اقتصادی قابل مشاهده است

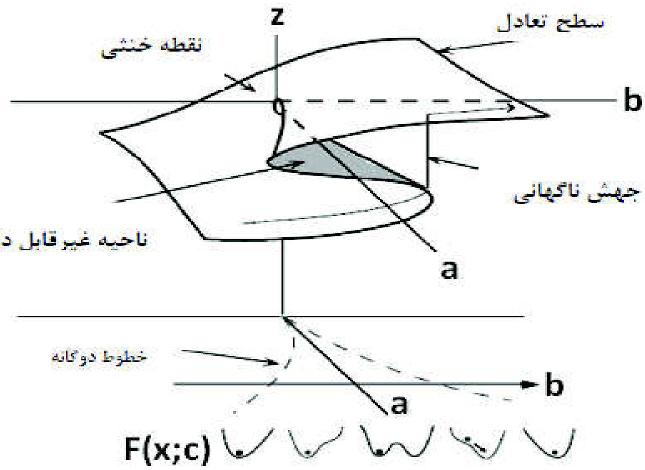
1- Jammerneg, Rosser, Kenneth, Balasko.
2- Barunik and Vosvrda.
3- Put/Call option open interest ratio.

۴- جهت مطالعه بیشتر در خصوص ادبیات سقوط بازارهای مالی به منابع (۴)، (۶)، (۸)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۵) مراجعه شود.

۵- جهت آشنایی با توابع کاتاستروف به منابع (۱)، (۲) و (۷) مراجعه شود.

6- Multimodal.
7- Inaccessibility.
8- Sudden jump.
9- Divergence.
10- Anomalous variance.
11- Hysteresis.

نشان دهنده‌ی این می‌باشد که جهش ناگهانی در مرز تـأخیر[1] رخ مـی‌دهـد (۷). شـکل (۱)، منیفولد[2] تابع پتانسیل کاسپ را نشان می‌دهد.



مرجع: قربانی، ۱۳۸۵، نظریه‌ی فاجعه و کاربرد آن در آستانه‌ی حرکت ذرات و نرخ انتقال رسوب، هفتمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه، دانشگاه شهید چمران اهواز

شکل ۱- منیفولد تابع کاسپ کاتاستروف، Z متغیر حالت، b متغیر نرمال و a متغیر انشعاب، $F(x;c)$ تابع پتانسیل کاسپ

۲-۱- *تابع تصادفی کاسپ*

توزیع‌های چندمدی از جمله توابع توزیعی هستند که با استفاده از آن‌هـا مـی‌تـوان سقوط بازارهای مالی و به‌طور کلی هرگونه رفتار ناپیوسته‌ای را مدل کـرد. سـقوط بـازار هنگامی رخ می‌دهد که به‌دلیل عوامل بیرونی و یا عوامل درونی بازار، تعادل بازار از یـک مد به مد دیگر منتقل می‌شود. لورن کاب[3]، توزیع‌های مطابق بـا توابـع کاتاسـتروف را از جمله توزیع‌های چند مدی نمایی می‌داند. در حقیقت توزیع متناظر مدل در ایـن مقالـه یعنی مدل کاسپ کاتاستروف تصادفی[4]، یک توزیع دومدی نمایی از نوع نرمال است.

مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف که در حقیقت یک فرایند پراکنش[5] است بـه‌صـورت معادله‌ی (۲) بیان می‌شود،

1- Delay convention.
2- Manifold.
3- Loren Cobb.
4- Stochastic cusp catastrophe.
5- Diffusion process.

$$dx_t=\mu(x_t,z_t;\theta)dt+\sigma(x_t,z_t;\theta)dW_t \qquad (۲)$$

که در آن μ تابع رانش[۱]، σ تابع نوسان[۲] و W_t یک حرکت براونی استاندارد (فرایند وینر[۳]) می‌باشد. در حقیقت تابع دریفت، همان تابع قطعی از توابع کاتاستروف می‌باشد. μ تابعی است از متغیرهای کنترل یعنی z_t، متغیر وضعیت یعنی x_t و پارامترهای تنظیم (پارامتر موضع و پارامتر مقیاس) که با θ نمایش داده شده است. فرآیندهای پراکنش که از دو جزء قطعی (μ) و تصادفی (σ) تشکیل شده‌اند، با استفاده از لم ایتو[۴] و لم استراتنویچ[۵] به تابع چگالی متناظر تبدیل می‌شوند. لورن کاب عنوان می‌دارد که تابع چگالی کاسپ کاتاستروف، در آن دسته توزیع‌های دومدی نرمالی قرار دارد که در آن تابع نوسان برابر یک است یعنی $\sigma(x) = 1$. پارامترهای مربوطه با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده می‌شوند که توزیع مجانبی تخمین‌زننده‌های حاصل نرمال است (۱۰– ۷). لورن کاب به‌منظور تخمین پارامترهای کاسپ کاتاستروف تصادفی (مدل تحقیق)، تابع رانش فوق را به‌صورت معادله‌ی (۳) تعریف کرد،

$$\mu(x_t,z_t;\theta)=\alpha(z_t)+\beta(z_t)(x_t-\lambda)-\gamma(x_t-\lambda)^3 \qquad (۳)$$

در صورتی که تابع نوسان برابر با مقدار ثابتی فرض شود یعنی $\sigma(x_t, z_t; \theta) = \varsigma$ که برای توابع نمایی از نوع نرمال $\varsigma = 1$ می‌باشد، تابع چگالی متناظر با فرایند پراکنش تابع رانش کاسپ، با استفاده از لم ایتو به‌صورت معادله‌ی (۴) است،

$$f_N(x|\, z;\theta)=\exp\left[\phi_1(z)\left(\frac{x-\lambda}{\upsilon}\right)+\frac{\phi_2(z)}{2}\left(\frac{x-\lambda}{\upsilon}\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{x-\lambda}{\upsilon}\right)^4-\eta\right] \qquad (۴)$$

که در آن λ پارامتر موضع، υ پارامتر مقیاس و η ثابت نرمال‌کننده می‌باشد، به‌طوری‌که $\frac{\phi_1(z)}{\varsigma^2} = 2\alpha(z)\upsilon/\varsigma^2$ ، $\phi_2(z) = 2\beta(z)\upsilon^2/\varsigma^2$ و $\upsilon = [\varsigma^2/2\gamma]^{1/4}$ است. درصورتی که پارامتر مقیاس، υ، نیز ثابت نباشد، بازهم تابع چگالی مورد نظر، در زمره‌ی توزیع‌های نمایی خواهد بود با این تفاوت که پارامتر مذکور خود تابعی از عوامل بنیادی بازار، یعنی متغیرهای کنترل (z)، است.

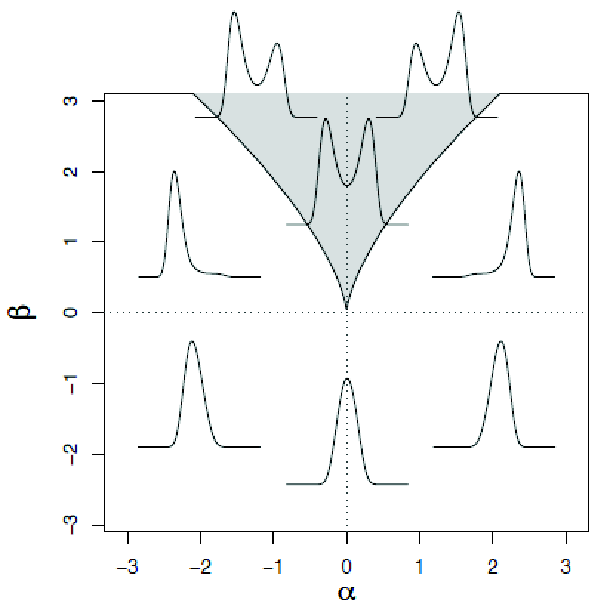
تابع چگالی نرمال نمایی معادله‌ی (۴) دارای مقدار ثابتی است که دومدی بودن تابع را مشخص می‌کند. این مقدار ثابت که به جداکننده‌ی کاردن[۶] معروف است به‌صورت معادله‌ی (۵) بیان می‌شود،

1- Drift function.
2- Volatility function.
3- Wiener process.
4- Ito lemma.
5- Stratonovich lemma.
6- Carden's discriminant.

$$\delta_C(z;\theta) \equiv \frac{{\phi_1}^2(z)}{4} - \frac{{\phi_2}^3(z)}{27} = \frac{1}{\varsigma^3\sqrt{2\gamma}}\left[\alpha^2(z) - \frac{4\beta^3(z)}{27\gamma}\right] \quad (۵)$$

شرط کافی و لازم برای تک مدی بودن تابع چگالی مثبت بودن جداکننده‌ی کاردن، $\delta_C(z;\theta) \geq 0$، و شرط $\delta_C(z;\theta) < 0$، $\left(\alpha^2(z) < \frac{4}{27}\beta^3(z)/\gamma\right)$، شرط لازم و کافی برای دومدی بودن توزیع است. که در آن ϕ_1 و ϕ_2 به ترتیب نسبت ارتفاع و میزان جدایی دو مد از یکدیگر را نشان می‌دهند. در حقیقت مدها و آنتی مدها در توزیع به‌ترتیب بیان کننده‌ی تعادل‌های پایدار و ناپایدار در سیستم می‌باشند. معادله‌ی (۵) شکل تصادفی ثابت کاردن است.

معادله‌ی $\delta_C(z;\theta) = 0$ همان مرز انشعاب[۱] است که در آن تغییر بسیار کوچک در متغیرهای بنیادی بازار (متغیرهای کنترل) می‌تواند منجر به سقوط بازار شود. شکل (۲)، تابع چگالی کاسپ را در نواحی مختلف صفحه‌ی کنترل نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تابع توزیع در مرز انشعاب رفتاری دومدی پیدا می‌کند.



Reference: Grasman, 2008, Fitting the cusp catastrophe in R: A cusp-package primer, Journal of Behavior Research Method

شکل ۲- تابع چگالی کاسپ در نواحی مختلف صفحه‌ی کنترل

1- Bifurcation set.

به منظور تخمین پارامترهای مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف از برنامه‌های کاسپ‌فیت[1] و جم‌کت‌تو[2] و بسته‌ی کاسپ[3] نرم‌افزار آر[4] می‌توان بهره جست، اما از آن‌جایی‌که تنها برنامه‌های کاسپ‌فیت و آر از روش حداکثر درست‌نمایی برای تخمین پارامترها استفاده می‌کند؛ از این دو برنامه جهت تخمین مدل و کارایی آن استفاده می‌شود. برنامه‌های کاسپ‌فیت و بسته‌ی کاسپ نرم‌افزار آر، پارامترهای معادله‌ی (۴) را با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین می‌زنند که در آن پارامترهای $\alpha(z)$ و $\beta(z)$ به‌صورت زیر وارد مدل می‌شوند،

$$\alpha = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \ldots + a_n z_n \qquad (۶)$$

$$\beta < a_{/} * a_0 y_0 * a_1 y_1 * \prod \; * a_m y_m \qquad (۷)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود پارامترهای کنترل (α و β) ترکیبی خطی متغیرهای کنترل هستند که تعداد آن‌ها در مدل کاسپ برابر دو است. در این مقاله به‌منظور مقایسه‌ی قدرت تخمین مدل، نتایج حاصل از مدل کاسپ با نتایج حاصل از مدل غیرخطی لجستیک[5] مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل لجستیک به‌صورت معادله‌ی (۸) بیان می‌شود.

$$y = \upsilon + \frac{\lambda}{1+e^{\alpha}} \qquad (۸)$$

که در آن:

$$\alpha < `_{/} * `_0 y_0 * `_1 y_1 * \prod \; * `_m y_m \qquad (۹)$$

$$y = \frac{x-\lambda}{\upsilon} \qquad (۱۰)$$

که در آن‌ها تعداد متغیرهای مستقل برابر دو است، ($n = 2$). برای مقایسه‌ی مدل کاسپ با مدل لجستیک از معیار آکائیک و یا شوارز استفاده می‌شود. در حقیقت مدلی مناسب‌تر است که معیار آکائیک و یا شوارز آن معیار کم‌تری را اختیار کند. R2 مدل کاسپ یعنی شبه R2 به‌صورت معادله‌ی (۱۱) بیان می‌شود.

$$\text{Pseudo- } R^2 = 1 - \frac{\text{خطا واریانس}}{\text{واریانس } (y)} \qquad (۱۱)$$

1- Cuspfit.
2- GEMCAT II.
3- Cusp-package.
4- R program .
5- Logistic growth model.

۳- داده‌ها و نتایج

۳-۱- انتخاب متغیرهای کنترل و جامعه‌ی آماری

متغیرهای کنترل در نظریه‌ی کاتاستروف متغیرهایی هستند که تغییر آن‌ها موجب تغییر رفتار سیستم دینامیکی می‌شود. اگر چه در همسایگی نقاط غیرمورس تغییر در پارامترها سبب تغییر ناگهانی در متغیر حالت می‌شود، اما به‌طور معمول تغییر کوچک در متغیرهای کنترل تغییر اندکی را در متغیر حالت ایجاد می‌کند. متغیرهای کنترل و تعداد آن‌ها در مدل‌های مختلف کاتاستروف متفاوت است.

بر اساس مدل کاسپ جهت تبیین فرآیندهای غیرهموار شاخص، متغیرهای کنترل به دو دسته تقسیم می‌شوند. متغیرهای مربوط به دسته‌ی اول، آن‌هایی هستند که به‌نوعی تعیین‌کننده رفتار توده‌واری در بازار می‌باشند و یا سبب انحراف قابل ملاحظه‌ی قیمت‌ها از ارزش ذاتی آن‌ها می‌شوند. متغیرهای دسته‌ی دوم آن‌هایی هستند که در روزهای عادی بازار نیز، شاخص بورس اوراق بهادار را کنترل می‌کنند.

با توجه به محدودیت روزانه‌ی تغییر قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران، بمانند سایر بورس‌های دنیا، سقوط قیمت‌ها مثلا کاهش ۱۰ درصدی شاخص بازار در یک روز را مشاهده نخواهیم کرد. از آن‌جایی‌که در این مقاله به بررسی تغیرات ناگهانی و سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود، بنابراین تنها دوره‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که حداکثر در طول دو ماه متوالی افت بیش از ۱۰ درصد از ارزش شاخص قیمت به عنوان متغیر حالت مشاهده شود. بر این اساس، شاخص بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره تقسیم‌بندی می‌شود، دوره‌ی اول فاصله‌ی زمانی تیر ۱۳۸۲ تا اسفند ۱۳۸۶ می‌باشد که در این دوره شاهد سقوط ناگهانی شاخص در اواسط سال ۱۳۸۳ هستیم. دوره‌ی دوم نیز در فاصله‌ی زمانی فروردین ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷ در نظر گرفته شده است، چرا که در اواسط سال ۸۷ با افت ناگهانی قیمت‌ها مواجه‌ایم. داده‌های مورد استفاده در این مقاله به‌صورت ماهانه می‌باشد.

با توجه به این‌که انتخاب متغیر کنترل مناسب مهم‌ترین مرحله برای تبیین مدل کاتاستروف است، از متغیرهای مختلفی برای تخمین پارامترهای مورد بررسی استفاده می‌شود. به عنوان متغیرهای درونی بازار می‌توان به حجم عددی معاملات و حجم ریالی معاملات، نسبت حجم عددی معاملات به تعداد خریداران، نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران، تعداد دفعات معاملات، نسبت حجم عددی معاملات به تعداد دفعات

معاملات، نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد دفعات معـاملات، نسـبت تعـداد دفعـات معاملات به تعداد خریداران و انحراف معیار شـش ماهـه‌ی شـاخص قیمـت کـه همگـی به‌صورت ماهانه می‌باشند، اشاره کرد. متغیرهای رشد میانگین سالیانه‌ی نقدینگی و رشد میانگین شش ماهه‌ی نقدینگی نیز بـه عنـوان متغیرهـای اقتصـاد کـلان درنظـر گرفتـه شده‌اند.

مطابق زیمن (۱۹۷۴) هنگامی که چارتیست‌ها و یا به‌طور کلی تحلیل‌گران تکنیکـی به‌طور قابل ملاحظه‌ای وارد چرخه‌ی معاملات اوراق بهادار می‌شوند، انحراف قیمت‌هـا از ارزش ذاتی و افزایش فعالیت‌های سفته بـازی[1] را مشـاهده مـی‌کنـیم. بـه‌عبـارت دیگـر مشارکت قابل توجه تکنیکی‌ها در بازار را می‌توان به عنوان متغیـر انشـعاب (b) و تـأثیر مشارکت تحلیل‌گران بنیادی را به عنوان متغیر نرمال (a) درنظر گرفـت. بـه‌طـور کلـی می‌توان بیان کرد هر زمان که رفتار توده‌واری در بازار افزایش پیدا می‌کند، فعالیـت‌هـای سفته‌بازی نیز افزایش می‌یابد که در نهایت موجب انشعاب در رویه‌ی بـازار مـی‌شـود. بـا نزدیک شدن سیستم به مرز انشعاب، تغییر بسیار کوچک در متغیرهـای کنتـرل، تغییـر بنیادی را در متغیر وابسته رقم خواهد زد. در مدل کاسـپ کاتاسـتروف، متغیـر انشـعاب همان رفتار سفته بازی در بازار و متغیر نرمال، رفتار فاندامنتالیست‌هـا مـی‌باشـد کـه در روزهای عادی بازار وجود دارد.

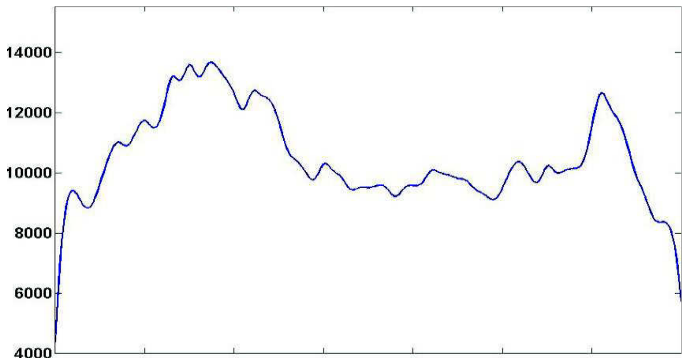
به منظور حذف تأثیر زمان در شاخص بورس اوراق بهادار تهـران، کـه ممکـن اسـت نتایج کاذبی را به‌همراه داشته باشـد، شـاخص را رونـدزدایی[2] کـرده و ایـن‌بـار شـاخص روندزدایی شده را به عنوان متغیر حالت ارزیـابی مـی‌کنـیم. متغیرهـایی کـه از دیـدگاه تئوری توجیه پذیر هستند و بهترین نتایج را به‌دست می‌دهند، به عنوان متغیـر کنتـرل وارد مدل می‌شوند. در پایان نتایج هر دو گروه، یعنی شاخص در حالت عادی و شـاخص روندزدایی شده، مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۳-۲- *توزیع دومدی*

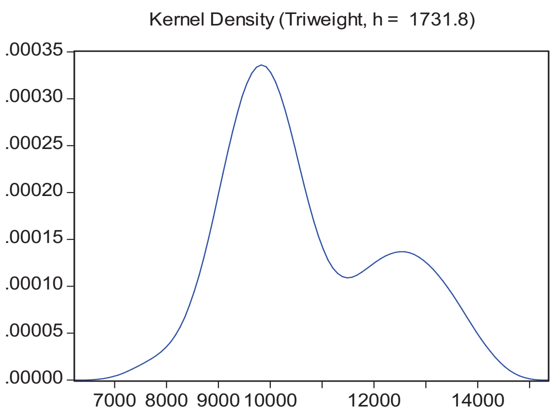
از آن‌جا که فرض می‌شود تابع چگالی شـاخص قیمـت دومـدی اسـت و در حقیقـت تغییرات ناگهانی شاخص و سقوط بازار جهش از یک مد به مد دیگر است، با اسـتفاده از

1- Speculative.
2- De-trend.

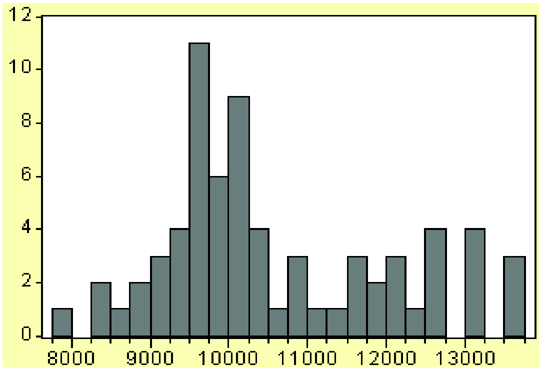
نرم‌افزار EViews، تابع توزیع شاخص قیمت در بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲ با استفاده از روش تخمین توزیع چگالی کرنل[1] که از جمله روش‌های غیرپارامتری تخمین توزیع چگالی است، بررسی شده است. شکل‌های زیر نمودار، هیستوگرام و تابع چگالی تخمینی شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران را نمایش می‌دهد. با توجه به دومدی بودن تابع، بررسی افت ناگهانی قیمت‌ها نیازمند مدلی متفاوت است و فرض توزیع چگالی نرمال چندان معتبر نمی‌باشد. در حقیقت دومدی بودن توزیع متغیر وابسته، استفاده از مدل کاسپ را مورد تأیید قرار می‌دهد.



شکل ۳- نمودار شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲



1- Kernel density distribution estimation.



شکل ۴- تابع چگالی تخمینی (شکل بالا) و نمودار هیستوگرام (سمت پائین) شاخص بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲

۳-۳- *نتایج تجربی*

انتخاب صحیح متغیرهای کنترل مهم‌ترین مرحله در استفاده از نظریه‌ی کاتاتستروف است. در جدول (۱) نتایج تجربی به‌صورت مقایسه‌ای، برای سه دسته از متغیرهای کنترل نشان داده شده است. مطابق زیمن، متغیرهای دسته‌ی اول، یعنی متغیر نسبت ارزش معاملات سرمایه‌گذاران حقوقی به کل ارزش معاملات بازار به عنوان متغیر انشعاب و حجم عددی معاملات نیز به عنوان متغیر نرمال، وارد مدل شده‌اند که انتظار می‌رود از لحاظ تئوریک نتایج قابل قبولی را به‌دست دهد؛ اما پس از آزمون، با توجه به معیارهای آکائیک و شوارتز مدل لجستیک ارجحیت دارد. ضمن این‌که R2 مدل کاسپ نیز تفاوت قابل ملاحظه‌ای با R2 مدل لجستیک در این دسته ندارد.

جدول ۱- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لجستیک. متغیر حالت، شاخص بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره‌ی زمانی تقسیم شده است. نتایج حاصل برای متغیرهای ردیف دوم و سوم، به‌طور قابل ملاحظه‌ای مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران برتر از مدل لجستیک نشان می‌دهند.

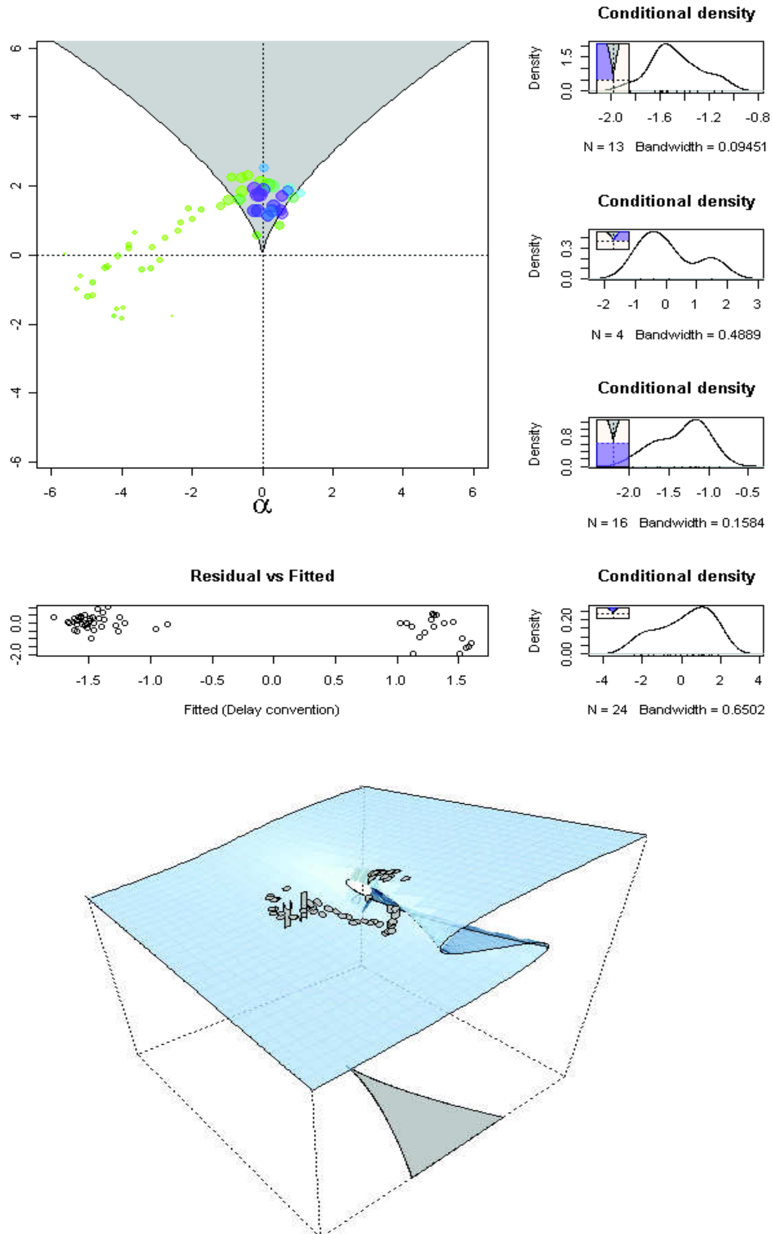
ردیف	متغیرهای کنترل	دوره	R2		آکائیک	شوارز
			مدل کاسپ	مدل لجستیک	کاسپ	کاسپ
۱	نسبت ارزش معاملات سرمایه‌گذاران حقیقی به کل ارزش معاملات بازار و حجم عددی معاملات	اول	–	–	–	–
		دوم	۰/۳۶۳۰	۰/۳۷۹۶	۷۲	۸۲
۲	رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات	اول	۰/۷۱۷۵	۰/۵۶۹۱	۱۰۱	۱۱۷
		دوم	۰/۶۶۶۳	۰/۳۵۶۷	۷۲	۸۵
۳	انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	اول	۰/۸۰۰۷	۰/۲۰۰۹	۱۳۷	۱۵۳
		دوم	۰/۶۱۳۷	۰/۱۶۹۳	۸۸	۱۰۰

نتایج ناشی از ترکیب متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌ترتیب به عنوان متغیر انشعاب و متغیر نرمال و انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص قیمت به عنوان متغیر انشعاب و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به عنوان متغیر نرمال، تفاوت قابل ملاحظه‌ای را در مدل کاسپ نسبت به مدل جایگزین نشان می‌دهد. با توجه به معیارهای بیش‌ترین R2، کم‌ترین آکائیک و شوارتز، متغیرهای کنترل مذکور مدل کاسپ را به عنوان مدل برتر نسبت به مدل لجستیک پیشنهاد می‌دهند.

رویه‌ی تعادلی کاسپ برای متغیرهای ردیف دوم در جدول ۱، یعنی رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیر کنترل و شاخص بورس اوراق بهادار تهران در دوره‌ی اول (بین سال‌های ۱۳۸۶- ۱۳۸۲) به صورت شکل (۵) می‌باشد. وضعیت متغیرهای کنترل بر روی صفحه‌ی کنترل و نیز تابع چگالی کاسپ در نواحی مختلف صفحه‌ی کنترل نیز آورده شده است. شکل ۵. نشان می‌دهد که تراکم متغیر وابسته در صفحه‌ی پایین رویه‌ی کاسپ بیش‌تر از صفحه‌ی بالاست. همان‌طورکه ملاحظه می‌شود در صفحه‌ی بالا، متغیر وابسته به مرز انشعاب رسیده و در نهایت به صفحه‌ی پایین جهش می‌کند. این همان زمانی است که بازار بورس در مدت زمان بسیار کوتاهی با افت شدید قیمت‌ها مواجه می‌شود. هر میزان که متغیر انشعاب (β) عدد بزرگ‌تری را اختیار کند، با نزدیک شدن به مرز کاسپ، احتمال سقوط با شدت بیش‌تر، افزایش می‌یابد. تابع چگالی در چهار حالت متغیرهای نرمال و انشعاب نشان داده شده است که تغییر مد (از سمت چپ به راست) در زمانی که متغیر انشعاب مثبت است کاملا روشن می‌باشد.

از آن‌جایی‌که مدل کاسپ R2 بالایی را به‌دست داده و ممکن است این امر به‌دلیل تأثیر زمان و روند در شاخص بورس اوراق بهادار باشد، شاخص را روندزدایی[1] کرده و دوباره افت ناگهانی قیمت‌ها در دو دوره را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

1- De-trend.



شکل ۵- صفحه‌ی کنترل، تابع چگالی کاسپ و رویه‌ی تعادلی کاسپ با استفاده از متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیر کنترل و شاخص بورس اوراق بهادار تهران بین سال‌های ۱۳۸۶- ۱۳۸۲ به عنوان متغیر حالت.

با استفاده از رگرسیون خطی که در آن زمان به عنوان متغیر مستقل و شاخص به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شده است، شاخص بورس اوراق بهادار تهران را روندزدایی می‌کنیم. در حقیقت اجزاء اخلال این رگرسیون، همان متغیر روندزدایی شده است که تأثیر زمان از ان زدوده شده است. به‌صورت ریاضی می‌توان نوشت،

$$x<\hat{\alpha}*\hat{\beta})\, S*\varepsilon \qquad (۱۲)$$

که در آن y شاخص بورس اوراق بهادار تهران، T زمان و $\hat{\alpha},\ \hat{\beta}$ ضرایب رگرسیون و ε شاخص روندزدایی شده می‌باشد.

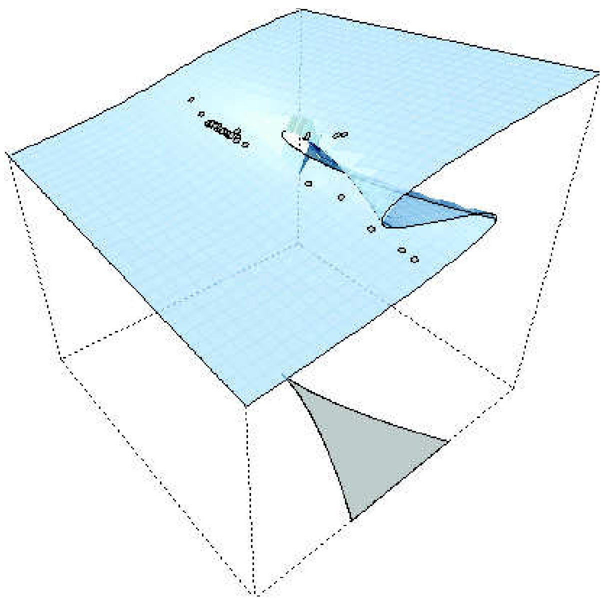
زمانی که شاخص روند زدایی شده را به عنوان متغیر حالت در نظر می‌گیریم، به‌جای انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص قیمت به عنوان متغیر انشعاب از انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص روندزدایی‌شده استفاده می‌کنیم. سایر متغیرهای کنترل بدون تغییر می‌مانند. نتایج حاصل از آزمون مجدد مدل با شاخص روندزدایی شده به عنوان متغیر حالت به شرح جدول (۲) می‌باشد.

جدول ۲- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لجستیک. متغیر حالت، شاخص روند زدایی شده‌ی بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره‌ی زمانی تقسیم شده است. نتایج حاصل به‌طور قابل ملاحظه‌ای مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران برتر از مدل‌های جایگزین نشان می‌دهند.

متغیرهای کنترل	دوره	R2		آکائیک		شوارز	
		کاسپ	لجستیک	کاسپ	لجستیک	کاسپ	لجستیک
رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات	اول	۰/۷۹۳۰	۰/۶۲۲۶	۹۳	۹۳۲	۱۰۶	۹۴۴
	دوم	۰/۶۹۰۷	۰/۳۶۷۶	۷۴	۵۵۰	۸۱	۵۵۷
انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص روندزدایی شده‌ی قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	اول	۰/۸۰۵۳	۰/۲۲۵۷	۱۳۱	۹۷۱	۱۴۵	۹۸۳
	دوم	۰/۳۰۷۰	۰/۱۸۷۵	۹۱	۵۷۰	۹۸	۵۷۷

جدول (۲) نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده در حالت دوم، یعنی زمانی که شاخص را روند زدایی می‌کنیم، تغییر چندانی نداشته است. نتایج برای متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیرهای کنترل در هر دو دوره بهبود یافته است. در این حالت آکائیک و شوارز مدل کاهش یافته و در عین حال R2

مدل نیز افزایش پیدا می‌کند که این مطلب استحکام مدل کاسپ و قدرت آن در توضیح فرایندهای غیرخطی شاخص را با استفاده از متغیرهای ذکر شده بازگو می‌کند. در مورد متغیرهای انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص روندزدایی شده و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به عنوان متغیر کنترل، می‌توان بیان کرد که نتایج، تغییر قابل ملاحظه‌ای در دوره‌ی اول نداشته و آکائیک و شوارز مدل تا حدودی بهبود یافته است. دوره‌ی دوم یعنی بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۵، با وجود کاهش آکائیک و شوارز، R2 مدل تاحدودی کاهش داشته، اما به‌طور قابل ملاحظه‌ای مدل کاسپ از مدل لجستیک نتایج بهتری را ایجاد کرده است. شکل ۶. نشان می‌دهد که در صفحه‌ی بالا، متغیر وابسته به مرز کاسپ رسیده است و در نهایت به صفحه‌ی پائین جهش می‌کند. این همان زمانی است که بازار بورس در مدت زمان بسیار کوتاهی با افت شدید قیمت‌ها مواجه می‌شود.



شکل ۶- رویه‌ی تعادلی کاسپ با استفاده از متغیرهای انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص روندزدایی شده قیمت و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به عنوان متغیر کنترل و شاخص روندزدایی شده‌ی بورس اوراق بهادار تهران بین سال‌های ۱۳۸۷- ۱۳۸۵ به عنوان متغیر حالت

جدول ۳- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لجستیک در بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲. آزمون به‌طور جداگانه برای هر دو متغیر حالت یعنی شاخص قیمت و شاخص روند زدایی شده قیمت مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل به‌طور قابل ملاحظه‌ای مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران برتر از مدل‌های جایگزین نشان می‌دهد.

متغیرهای کنترل	متغیر وابسته	R2		آکائیک		شوارز	
		کاسپ	لجستیک	کاسپ	لجستیک	کاسپ	لجستیک
رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات	شاخص	۰/۷۳۶۶	۰/۲۹۳۰	۱۷۶	۱۱۲۸	۱۹۱	۱۱۴۲
	شاخص روندزدوده	۰/۷۴۵۶	۰/۲۸۷۲	۱۷۵	۱۱۳۲	۱۹۳	۱۱۴۵
انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص (شاخص روندزدوده) و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	شاخص	۰/۴۸۰۶	۰/۱۳۶۱	۱۸۴	۱۱۷۴	۱۹۹	۱۱۸۸
	شاخص روندزدوده	۰/۴۶۳۲	۰/۱۴۳۱	۱۸۸	۱۱۸۰	۲۰۴	۱۱۹۳

پارامترهای مربوط به مدل کاسپ با استفاده از هر دو دسته متغیر کنترل در دوره‌ی زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲ مورد بررسی قرار گرفته است. برای آزمون پایداری مدل و عدم‌وابستگی شاخص قیمت به روند، متغیر وابسته در حالت روندزدوده نیز بررسی شده است. نتایج حاصل از متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیرهای کنترل در هر دو حالت پایدار بوده و R2 مدل کاسپ اختلاف قابل ملاحظه‌ای را با R2 مدل لجستیک نشان می‌دهد. نتایج متغیرهای ردیف دوم نیز در هر دو حالت مدل کاسپ را برتر از مدل جایگزین می‌داند.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از مدل تصادفی کاسپ، به بررسی تغییرات ناهموار و افت ناگهانی قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از داده‌های تجربی پرداخته شد.

می‌توان بیان کرد که رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیرهای کنترل، تغییرات ناهموار شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران را در چهارچوب مدل کاسپ بسیار بهتر از مدل غیرخطی لجستیک نشان می‌دهد. از متغیرهای انحراف استاندارد شش ماهه‌ی شاخص قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران نیز می‌توان به عنوان متغیرهای درونی بازار جهت توضیح

تغیرات ناگهانی بازار سهام استفاده کرد. در حقیقت R2 پائین برای مدل لجستیک نشان از برتری مدل کاسپ در توضیح فرایندهای ناپیوسته دارد، اما به هر روی جهت استحکام آزمون، شاخص روندزدایی شده نیز به عنوان متغیر وابسته مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج به‌دست آمده پس از روندزدایی، شاخص قیمت بورس اوراق بهادار پایدار بوده و حتی برای متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به عنوان متغیرهای کنترل بهبود پیدا کرده است. تغییرات ناهموار شاخص در کل دوره، بازه‌ی زمانی ۱۳۸۷- ۱۳۸۲، یعنی جایی‌که دوباره افت ناگهانی قیمت‌ها را شاهد هستیم، نیز مورد بررسی قرار گرفته است. متغیرهای رشد سالیانه‌ی نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌عنوان متغیرهای کنترل بازار، در هر دو حالت نتایج پایداری را نشان می‌دهند. می‌توان این طور عنوان کرد که از متغیر رشد سالیانه‌ی نقدینگی به عنوان متغیر بیرونی و متغیر انحراف استاندارد شاخص به عنوان متغیر دورنی بازار، به عنوان متغیرهایی که افزایش فعالیت‌های سفته‌بازی (اثر جهشی در مدل کاسپ) را نشان می‌دهند، برای توضیح تغییرات ناهموار شاخص بهره گرفت. از متغیر حجم معاملات نیز می‌توان به عنوان متغیر نرمال بهره استفاده کرد.

نتایج حاکی از آن امر است که می‌توان از مدل کاسپ برای توضیح تغییرات ناهموار قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرد. از آن‌جایی‌که انتخاب مناسب متغیر کنترل مهم‌ترین مرحله در استفاده از مدل‌های کاتاستروف است، بنابراین با تغییر متغیر کنترل ممکن است نتایج بهتری حاصل شود. با وجود قدرت مناسب مدل کاسپ در توضیح سقوط بازارهای سهام و به‌طور کلی فرآیندهای غیرخطی، هنوز این سئوال که آیا می‌توان متغیرهای کنترلی را تعیین کرد تا برای سقوط تمامی بازارهای سهام توضیح مناسبی را فراهم آورد؛ بدون جواب باقی می‌ماند.

فهرست منابع

۱ - محمدی، شاپور، ۱۳۸۲. بررسی ویژگی‌های غیرخطی و ناپیوستگی تغییرات ساختاری. رساله‌ی دکتری، دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران. صص ۹۱-۷۶.

2- Arnold, V.I., 1992. Catastrophe Theory. Berlin. Springer. P.7-21.

3- Barunik, J., Vosvrda, M., 2009. Can a stochastic cusp catastrophe model explain stock market crashes?. Journal of Economics Dynamics & Control, 34, P. 2223-2230.

4- Chen, J., Hong, H., Stein, J.C., 2001. Forecasting crashes: trading volume, past returns, and conditional skewness in stock prices. Journal of Financial Economics, 61, P. 345–351.
5- Cobb, L., Koppstein, P., Chen, N.H., Estimation and Moment recursion relations for multimodal distributions of the exponential family, J. Am. Stat. Assoc. 78. P.124–130.
6- Fernandes, Marcelo., 2006. Financial crashes as endogenous jumps: estimation, testing and forecasting. Journal of Economic Dynamics & Control, 30, P. 111–121.
7- Gilmore, R., 1981, Catastrophe Theory for Scientists and Engineers, New York, Dover, P.16-83.
8- Johansen, A., Sornette, D., 1998. Stock market crashes are outliers. European Phys. J. B 1, P.141–143.
9- Levy, Moshe., 2008. Stock market crashes as social phase transitions. Journal of Economic Dynamics & Control, 32, P.137–155.
10- Mantegna, R.N., Stanley, E. 1995. Scaling behavior in the dynamics of an economic index. Nature, 127, P. 376-381.
11- Mariani, M.C., Liu, Y., 2007. Normalized truncated Levy walks applied to the study of financial indices. Physica A 377, P. 590–598.
12- Oliva, T.A., Desarbo, W.S., Day, D.L., Jedidi, K., 1987. GEMCAT: a general multivariate methodology for estimating catastrophe models. Behavioral Science, 32, P. 121–137.
13- Poston, T., Stewart, I., 1978. Catastrophe Theory and Its Application. New York, Dover, P. 13-36.
14- Rosser Jr, J.B., 2007, The rise and fall of catastrophe theory applications in economics: Was the baby thrown out with the bathwater? Journal of Economic Dynamics and Control, 31, P.3255-3265.
15- Sornette, D., 2003, Critical market crashes, Physics Reports, 378, Pages 3–23.
16- Thom, R., 1975, Structural Stability and Morphogenesis, New York, Benjamin- Addison Wesley, P.17-29.
17- Grasman, R.P.P.P., Van Der Maas, L.J., Wagenmarkers, E.J., 2008. Fitting the cusp catastrophe in R: A cusp-package primer. Working paper, P.8-12.
18- Zeeman, E.C., 1974, on the unstable behavior of stock exchanges. Journal of Mathematical Economic, 21, P.39–49.