

ارائه الگوریتمی برای کاهش نوفه فاز تداخل سنجی راداری مورد استفاده در تعیین میزان جابه‌جاییهای پوسته زمین، بر اساس تبدیل موجک در حوزه مختلط

نوشته: هیرش فتاحی*، محمد جواد ولدان زوج*، محمد رضا مباشری* و مریم دهقانی*

*گروه مهندسی سنجش از دور دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

Noise Reduction of the Radar Interferometric Phase Used for Surface Displacement Measurement Based on Wavelet Transform in the Complex Domain

By: H. Fattahi, M. J. Valadan Zouj*, M. R. Mobasheri* & M. Dehghani

*Remote Sensing Department, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

تاریخ دریافت: ۱۳۸۵/۱۲/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۶/۰۵/۱۳

چکیده

روش تداخل سنجی راداری با بهره‌گیری از اطلاعات فاز تصاویر مختلط SAR، توانایی بالایی در تهیه مدل ارتفاعی زمین با دقت متر و اندازه‌گیری جابه‌جاییها و تغییرشکل‌های پوسته زمین با دقت زیر سانتی‌متر در پوششی پیوسته و وسیع دارد. عوامل محدودکننده مختلفی چون عدم همبستگی هندسی و زمانی، تغییرات جوی و نوفه گرمایی سنجنده راداری موجب ایجاد نوفه در اینترفروگرام و ایجاد مشکل در عملیات بازیابی فاز و کاهش دقت نتایج می‌شود. در این پژوهش، از تبدیل موجک در حوزه مختلط برای کاهش نوفه اینترفروگرام استفاده شده است. بر خلاف روشهای دیگر چون روش چندمنظره و تبدیل فوری در پنجره‌های کوچک اینترفروگرام، روش پیشنهاد شده در این پژوهش، نوفه را با وجود حفظ قدرت تفکیک مکانی و بدون نیاز به پنجره‌ای کردن اینترفروگرام، کاهش می‌دهد. نتایج اعمال این فیلتر بر داده‌های شبیه‌سازی شده و واقعی و مقایسه آن با فیلترهای موجود، نشان‌دهنده توانایی بالای تبدیل موجک در کاهش نوفه اینترفروگرام است.

کلیدواژه‌ها: تداخل سنجی راداری، اینترفروگرام، حوزه مختلط، کاهش نوفه، تبدیل موجک

Abstract

Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) technique using phase information has demonstrated its abilities in topographic mapping and measuring surface deformation with the precision of meter and sub-centimeter, respectively in a very high spatial resolution. However, various limiting factors such as spatial and temporal decorrelation, atmospheric effects and thermal noise of the radar sensor introduce different types of noise into the interferograms, which makes the phase unwrapping too difficult to obtain the accurate results. In this study, an algorithm for noise suppression is presented based on wavelet transform in the complex domain. The high-frequency data due to the phase jumps is not appeared in the complex domain. Therefore, the wavelet coefficients obtained in the complex domain include mostly the noise. The wavelet coefficients of the noisy interferogram are then filtered using the threshold computed from the related wavelet band. In comparison with the other noise reduction methods such as multi-look processing and those based on Fourier transform in small windows, the proposed algorithm can reduce the noise while keeping the spatial resolution without the need for windowing the interferogram. Quantitative and qualitative evaluations of the results obtained by the new method applied on the simulated and real noisy data show high performance of the wavelet transform in noise reduction.

Keywords: InSAR, Interferogram, Complex Domain, Noise Reduction, Wavelet Transform

۱- مقدمه

تداخل سنجی راداری که اکنون فقط شامل فاز جابه‌جایی است، ممکن می‌شود. شکل ۲ چگونگی تغییرات فاز را بر اثر تغییر در سطح زمین نشان می‌دهد. لذا این فن توانایی مطالعه جابه‌جاییهای پوسته زمین پیش از رخداد زمین‌لرزه، ناشی از وقوع زمین‌لرزه و پس از وقوع آن را دارد (Stramondo et al., 2005; Wright et al., 2003; Liu et al., 2004; Wright et al., 2002).

همچنین امکان شناسایی مناطق فرونشست پوسته زمین ناشی از عوامل مختلفی همچون استخراج آبهای زیر زمینی و منابع و معادن مختلف زیرزمینی، با استفاده از این فن وجود دارد (Avallone et al., 1999). از دیگر کاربردهای این فن می‌توان به نمایش جابه‌جاییهای پوسته زمین ناشی از فعالیتهای آتش فشانی اشاره کرد (Froger et al., 2007). پوشش پیوسته و وسیع سطح در این فن، اقتصادی بودن و دقت مناسب در بسیاری از کاربردها، باعث ترغیب محققان در استفاده از تداخل سنجی راداری به منظور مطالعات جابه‌جاییها و تغییرشکلای پوسته زمین شده است. با وجود مزایای متعدد تداخل سنجی راداری، باید در نظر داشت که این فن، مستقل از روشهای دیگر چون مشاهدات GPS و یا نقشه برداری زمینی نیست. به عبارت دیگر مشاهدات پیوسته با پوشش وسیع تداخل سنجی راداری، مکمل مشاهدات نقطه ای و دقیق تر GPS است. لازم به ذکر است که فن تداخل سنجی راداری تحت تأثیر عوامل محدودکننده مختلفی چون عدم همبستگی هندسی (Geometrical Decorrelation)، عدم همبستگی زمانی (Temporal Decorrelation)، نوفه گرمایی سنجنده و جو قرار دارد (Zebker & Villasenor, 1992; Zebker et al., 1997; Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998).

این محدودیتهای باعث کاهش همبستگی تصاویر و در نتیجه افزایش نوفه اینترفروگرام و کاهش کیفیت نتایج می‌شود. با توجه به روابط ۵ و ۶، ملاحظه می‌شود که با افزایش نوفه فاز، میزان خطا در محاسبه ارتفاع و میزان جابه‌جایی، افزایش می‌یابد (Zebker & Villasenor, 1992; Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998).

$$\sigma_h = \frac{\lambda R \tan(\theta)}{4\pi B} \sigma_\phi \quad (5)$$

$$\sigma_{\Delta p} = \frac{\lambda}{4\pi} \sigma_\phi \quad (6)$$

در روابط فوق، R فاصله سنجنده تا هدف، σ_ϕ انحراف استاندارد

تداخل سنجی راداری (Interferometry SAR: InSAR) فنی است که در آن از ترکیب تصاویر مختلط راداری (تصاویر SAR) گرفته شده توسط آنتنهایی در موقعیتهای یا زمانهای مختلف، استفاده می‌شود. از اطلاعات ناشی از اختلاف فاز این تصاویر برای محاسبه مدل ارتفاعی و یا میزان جابه‌جاییها و تغییرشکلای پوسته زمین استفاده می‌شود. اینترفروگرام (interferogram) با ضرب پیکسل به پیکسل یک تصویر SAR در مزدوج مختلط تصویر دوم که نسبت به تصویر اول ثبت هندسی (Coregister) و هم‌اندازه (Resample) شده است، حاصل می‌شود (Hanssen, 2001). این مراحل در معادلات زیر خلاصه می‌شود:

$$y_1 = |y_1| \exp(j\phi_1) \quad (1)$$

$$y_2 = |y_2| \exp(j\phi_2)$$

$$(Complex Interferogram = y_1 y_2^* = |y_1|/|y_2| \exp(j(\phi_1 - \phi_2))) \quad (2)$$

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 \quad (3)$$

در این روابط y_1 و y_2 تصاویر مختلط SAR، ϕ_1 و ϕ_2 فازهای متناظر با تصاویر اول و دوم، $|y_1|$ و $|y_2|$ دامنه‌های متناظر با این تصاویر و ϕ فاز تداخل سنجی راداری (Interferometric Phase) یا فاز اینترفروگرام است.

با توجه به هندسه تصویر برداری سنجنده راداری (شکل ۱) و با بهره‌گیری از توابع مثلثاتی، روابط زیر برای محاسبه ارتفاع هدف با استفاده از فاز اینترفروگرام قابل اثبات است (Graham, 1974; Hanssen, 1993; Zebker & Goldstein, 1986; Madsen & Zebker, 1993; Zebker & Werner, 1994):

$$\theta = \alpha - \arcsin\left(\frac{\lambda \phi}{4\pi B}\right) \quad (4)$$

$$h = H - \rho_1 \cos(\theta)$$

در روابط فوق، θ زاویه دید سنجنده، B فاصله مکانی بین دو موقعیت تصویربرداری α سنجنده موسوم به خط مبنای مکانی (Spatial Baseline)، α زاویه خط مبنا با افق، λ طول موج مورد استفاده سنجنده راداری، ρ_1 فاصله سنجنده (در حالت اول تصویربرداری) تا هدف، H ارتفاع سنجنده راداری از سطح مبنا و h ارتفاع هدف از همان سطح مبنا است.

چنانچه در فاصله زمانی گرفتن دو تصویر راداری تشکیل دهنده اینترفروگرام، اتفاقی همچون زمین‌لرزه باعث جابه‌جایی و دگرشکلی پوسته زمین در منطقه مورد نظر شود، آنگاه فاز تداخل سنجی راداری علاوه بر اطلاعات توپوگرافی، حاوی اطلاعات جابه‌جاییهای پوسته زمین نیز خواهد بود. لذا در صورت آگاهی از سهم توپوگرافی در فاز اینترفروگرام، با استفاده از اینترفروگرامهایی مربوط به زمانهای دیگر و یا با استفاده از مدل ارتفاعی موجود منطقه، و حذف آن از این فاز، محاسبه میزان جابه‌جاییهای پوسته زمین با استفاده از فاز



تقویت سیگنال تا حدی موجب بهبود اینترفروگرام می‌شود (Martinez & Fabergas, 2002).

لذا مسئله کاهش نوفه اینترفروگرام همچنان به عنوان یک مشکل مطرح است، به گونه‌ای که Zebker (2005) به منظور کاهش نوفه فاز اینترفروگرام برای تعیین دقیق همبستگی تصاویر از تبدیل فوری و پنجره‌ای کردن اینترفروگرام استفاده کرده است (Zebker & Chen, 2005). نرم‌افزارهای مختلف پردازش تداخل‌سنجی راداری، همچون DORIS و GAMMA، نیز الگوریتم Goldstein & Werner را مورد استفاده قرار می‌دهند.

در این مقاله به منظور کاهش نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری از تبدیل موجک با روش تجزیه Mallat استفاده می‌شود. هدف آن است تا با ارائه الگوریتمی در حوزه موجک، ضمن حفظ قدرت تفکیک مکانی و بدون نیاز به پنجره‌ای کردن اینترفروگرام، با تعیین آستانه‌ای برای ضرایب جزئیات موجک، نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری کاهش یابد. در بخش بعد ابتدا مدل نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری بررسی می‌گردد. سپس با معرفی تبدیل موجک، نوفه فاز در حوزه موجک بیان می‌شود. پس از آن الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش که بر اساس مدل نوفه فاز در حوزه موجک می‌باشد، تشریح شده و نتایج حاصل از اعمال این الگوریتم بر اینترفروگرامهای شبیه‌سازی شده و واقعی ارائه و با نتایج حاصل از اعمال فیلتر Goldstein & Werner مقایسه می‌شود.

شایان ذکر است در مواردی که از تداخل‌سنجی راداری به منظور بررسی وضعیت جابه‌جاییهای پوسته زمین در اثر عواملی چون زمین‌لرزه، فرونشست، آتشفشان و غیره استفاده می‌شود، از مشاهدات دیگر چون GPS و یا دیگر روشهای نقشه برداری همچون ترازیابی دقیق به منظور مقایسه و کنترل نتایج تداخل‌سنجی راداری بهره برده می‌شود.

اما در این پژوهش چنانکه عنوان شد هدف صرفاً بررسی توانایی تبدیل موجک در کاهش نوفه فاز تداخلی است و نه بررسی جابه‌جاییهای پوسته زمین. لذا عملکرد فیلتر پیشنهادی بر مبنای تبدیل موجک با استفاده از فیلتر موجود Goldstein & Werner که فیلتر معمول در پردازش تداخل‌سنجی راداری بوده و مورد استفاده نرم افزارهای مخصوص پردازش تداخل‌سنجی راداری چون DORIS و GAMMA است، کنترل می‌شود. در نهایت در بخش ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده ارائه می‌شود.

۲- مدل نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری

از آنجا که فاز تداخل‌سنجی راداری، حاصل تداخل دو تصویر مختلط SAR است، رفتار آماری نوفه آن به این تداخل وابسته است

فازاینترفروگرام، σ_H میزان خطای ارتفاع به دست آمده از روش تداخل‌سنجی راداری و σ_{sp} بیانگر بزرگی خطای جابه‌جایی تعیین شده با استفاده از روش تداخل‌سنجی راداری است.

شایان ذکر است که تصاویر SAR دارای فاز مطلق و پیوسته نبوده و فقط مقدار اصلی فاز در بازه $[-\pi, \pi]$ را به طور گسسته داراست (Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998). بنابراین، یکی از مراحل پردازش تداخل‌سنجی راداری، عملیات بازیابی فاز است. یکی از مشکلات بازیابی فاز در اینترفروگرام، وجود نقاطی است که عملیات بازیابی فاز در آنها ممکن نیست. این نقاط را اصطلاحاً باقیمانده (residue) گویند. وجود نوفه در اینترفروگرام باعث افزایش تعداد باقیمانده‌ها شده و عملیات بازیابی فاز را دچار مشکل و یا حتی ناممکن می‌سازد. از این رو به منظور کاهش نوفه، فیلتر کردن اینترفروگرام پیش عملیات بازیابی فاز امری ضروری است (Zebker & Lu, 1998). راههای مختلفی برای کاهش نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری ارائه شده است. اولین روش استفاده از تحلیل چند منظره (Multilooking) است. در این روش اینترفروگرام در هر دو جهت مختصات (line و pixel) با نسبت مورد نظر، میانگین‌گیری می‌شود. برای مثال، اگر اینترفروگرامی با نسبت ۲ و ۵ چند منظره شود، آنگاه در اینترفروگرام حاصل، فاز تداخل‌سنجی راداری در هر پیکسل، میانگین فاز ۱۰ پیکسل در اینترفروگرام اولیه است. برای مثال اینترفروگرامی با اندازه 100×100 پیکسل، پس از اعمال این فیلتر، دارای ابعاد 20×50 پیکسل خواهد بود. از این رو روش مذکور، نوفه را با هزینه کاهش قدرت تفکیک مکانی، کاهش می‌دهد (Martinez & Fabergas, 2002). روشهای دیگری بر اساس خصوصیات آماری محلی اینترفروگرام (Lee et al., 1998) و نیز بر اساس تبدیل فوری در پنجره‌های کوچک اینترفروگرام (Goldstein & Werner, 1998) ارائه شده است. دو روش اخیر تا حد زیادی نوفه را کاهش داده و قدرت تفکیک مکانی را حفظ می‌کنند. از آنجا که هر دو روش بر اساس پنجره‌ای کردن اینترفروگرام عمل می‌کنند، انجام فیلتر بسیار وابسته به اندازه پنجره می‌باشد. بدین معنی که اینترفروگرامهای مختلف، به پنجره‌هایی با اندازه‌های متفاوت نیاز دارد. (Martinez & Fabergas, 2002) نوفه فاز تداخل‌سنجی (اینترفرومتری) را در حوزه موجک (Wavelet) مدل کرده و با جداسازی سیگنال از نوفه، بدون حذف نوفه، سیگنال شناسایی شده را تقویت کرده‌اند. اگرچه در این روش قدرت تفکیک مکانی حفظ می‌شود و نیازی به پنجره‌ای کردن اینترفروگرام نیست، اما نوفه فاز به طور قابل قبولی کاهش نیافته و فقط



است و با استفاده از رابطه ۱۳ به‌دست می‌آید (Kingsbury, 2001):

$$N_c = \frac{\pi}{4} |\rho| F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; |\rho|^2\right) \quad (13)$$

رابطه فوق بیانگر ارتباط مستقیم N_c با $|\rho|$ است. به عبارت دیگر N_c فقط به $|\rho|$ وابسته بوده و چنانکه Martinez و Fabergas ثابت کرده‌اند اختلاف کمی با آن دارد (Martinez & Fabergas, 2002). لذا N_c نیز همچون $|\rho|$ می‌تواند به عنوان پارامتری برای سنجش کیفیت فاز در نظر گرفته شود. با توجه به رابطه ۱۳ روشن است که با کاهش همبستگی تصاویر ($|\rho|$)، پارامتر N_c کاهش یافته و در نتیجه با توجه به روابط ۱۱ و ۱۲ سهم سیگنال اصلی در فاز مشاهداتی کاهش می‌یابد. برعکس با افزایش همبستگی، سهم سیگنال در فاز مشاهداتی افزایش می‌یابد. از آنجا که میزان همبستگی فاز در کل تصویر متغیر است، نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری فرایندی ناپایدار (nonstationary) بوده و برای کاهش آن، الگوریتمهایی با توان پردازش محلی لازم است. تبدیل موجک بر خلاف تبدیل فوریه دارای این خصوصیت مهم بوده و از این رو در این پژوهش از آن استفاده می‌شود.

در بخش بعد، با استفاده از مدل نوفه ارائه شده توسط روابط ۱۱ و ۱۲، مدل نوفه در حوزه موجک معرفی می‌شود و با توجه به آن، ایده اصلی الگوریتم پیشنهادی در حوزه موجک بیان می‌شود.

۳- تبدیل موجک

کمبودهای تبدیل فوریه در تحلیل سیگنالهای با خصوصیات ناپایدار، منجر به ارائه تحلیل بسامد-زمان توسط Gabor (1946) شد (Gonzalez & Woods, 2002; Mallat, 1998). این تبدیل اگرچه توانایی ارائه اطلاعاتی در مورد بسامد و زمان اتفاق خاصی در سیگنال را دارد، اما به واسطه استفاده از پنجره‌هایی با اندازه ثابت دچار محدودیت است. این مشکل، با ارائه تبدیل موجک رفع شد. تبدیل موجک در واقع یک تحلیل پنجره‌ای زمان (یا مکان) در مقیاس متغیر است. تبدیل موجک پیوسته تابع $f(t) \in L^2(R)$ به صورت انتگرالی روی $L^2(R)$ تعریف می‌شود (Gonzalez & Woods, 2002; Mallat, 1998):

$$WT_{f(u,s)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{u,s}^*(t) dt \quad (14)$$

در رابطه فوق $\psi_{u,s}^*$ بیانگر مردوج مختلط است. تاب $\psi_{u,s}(t)$ که با انتقال و تغییر مقیاس موجک مادر (ψ) به‌دست می‌آید، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (15)$$

(Martinez & Fabergas, 2002). نویسندگان مختلفی بر اساس مدل بازتاب گوسی برای بازتابنده‌های توزیع شده، تابع چگالی احتمال فاز تداخل‌سنجی راداری را به صورت زیر بیان کرده‌اند (Hanssen, 2001; Lee et al., 1998):

$$P_{\varphi}(\varphi) = \frac{\Gamma(n + \frac{1}{2})(1 - |\rho|^2)^n \beta}{2\sqrt{\pi} \Gamma(n)(1 - \beta^2)^{n+1/2}} + \frac{(1 - |\rho|^2)}{2\pi} F(n, 1; \frac{1}{2}; \beta^2) \quad (7)$$

که در آن $\theta = \beta |\rho| \cos(\varphi - \theta)$ موقعیت پیشینه توزیع، $|\rho|$ ضریب همبستگی، n تعداد منظرها (looks) و F تابع فوق هندسی گوسی است.

ضریب همبستگی دو تصویر مختلط SAR معیاری از کیفیت فاز تداخل‌سنجی به شمار می‌آید که به صورت زیر بیان می‌شود (Hanssen, 2001; Lee et al., 1998; Martinez & Fabergas, 2002):

$$\rho = \frac{E\{I_1 I_2^*\}}{\sqrt{E\{|I_1|^2\} E\{|I_2|^2\}}} = |\rho| e^{j\varphi} \quad (8)$$

که I_1 و I_2 دو تصویر مختلط SAR، $|\rho|$ ضریب همبستگی، φ فاز تداخل‌سنجی راداری متناظر، E عملگر امید ریاضی و $*$ بیانگر مزدوج مختلط است.

Lee و همکاران مدل نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری را به صورت یک مدل نوفه جمعی (additive) ثابت کرده‌اند (Lee et al., 1998).

$$\phi_z = \phi_x + v \quad (9)$$

که ϕ_z فاز اندازه‌گیری شده، ϕ_x فاز اولیه بدون نوفه و v نشانگر نوفه با میانگین صفر و وابسته به میزان همبستگی ($|\rho|$) و تعداد منظرها (n) است. فاز اندازه‌گیری شده می‌تواند در حوزه مختلط به صورت نقطه‌ای در دایره واحد بیان شود:

$$e^{j\varphi_z} = \cos(\varphi_z) + j \sin(\varphi_z) \quad (10)$$

فیلتر کردن فاز تداخل‌سنجی راداری در حوزه مختلط از تخریب الگوی فرینج، که خود دارای بسامد بالا است، در حین اعمال فیلتر جلوگیری می‌کند. این موضوع در بخش بعد بیشتر مورد توجه قرار خواهد گرفت.

با استفاده از تابع چگالی احتمال فاز تداخل‌سنجی راداری بیان شده با رابطه ۷ و با بهره‌گیری از خصوصیات توابع مثلثاتی، بخشهای حقیقی و موهومی رابطه ۱۰ را می‌توان به صورت زیر، که بیانگر مدل نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری می‌باشد، بیان کرد (Kingsbury, 2001):

$$\cos(\varphi_z) = N_c \cos(\varphi_x) + v_c \quad (11)$$

$$\sin(\varphi_z) = N_c \sin(\varphi_x) + v_s \quad (12)$$

در این روابط v_c و v_s بیانگر نوفه با میانگین صفر بوده و N_c میانگین

بودن همبستگی بین دو سیگنال (یعنی $|p|$ بیشتر)، طبق رابطه N_c, γ نیز دارای مقدار بیشتر بوده و با توجه به روابط ۱۷ و ۱۸ سهم سیگنال اصلی در ضریب موجک مربوطه بیشتر خواهد بود و شدت ضریب موجک نیز افزایش خواهد یافت. اما برعکس چنانچه همبستگی کم باشد، آنگاه N_c دارای مقداری کمتر بوده، سهم سیگنال در ضریب موجک کاهش یافته و شدت ضریب موجک مقدار کمی خواهد بود.

چنانکه اشاره شد تبدیل موجک یک تقسیم بسامدی را انجام می دهد. بدین ترتیب که باندهای باقیمانده شامل اطلاعات بسامد پایین و باندهای موجک شامل اطلاعات بسامد بالاست. لذا چنانچه سیگنال اصلی دارای بسامد پایین باشد، ضرایب مربوط به آن در باندهای باقیمانده دارای شدت زیاد و در باندهای موجک، دارای شدت کم خواهند بود. برعکس ضرایب نوفه در باندهای باقیمانده دارای شدت کم و در باندهای موجک شدت زیادی دارد. در مورد اینترفروگرام چنانچه به طور مستقیم تبدیل موجک فاز تداخل سنجی راداری در حوزه حقیقی پردازش شود، آنگاه بخشی از ضرایب سیگنال اصلی، مربوط به پرشهای فاز حاشیه‌ها که دارای بسامد بالا هستند، با شدت بالایی در باندهای موجک ظاهر می شوند. این مسئله موجب اختلال در شناسایی و تمیز ضرایب نوفه از ضرایب سیگنال می شود.

در صورت آستانه گذاری ضرایب موجک با وجود کاهش نوفه، اطلاعات بسامد بالا یعنی حاشیه‌ها تخریب می شوند. لذا به منظور جلوگیری از چنین پیشامد نامطلوبی، همچنان که پیش تر نیز اشاره شد، اینترفروگرام در حوزه مختلط پردازش شود، چرا که دیگر در این حوزه پرش فاز و لذا بسامدهای بالای ناشی از این پرشها وجود ندارد. بدین ترتیب سیگنال اصلی در باند باقیمانده و نوفه در باندهای موجک متمرکز می شود.

لذا در صورت استفاده از تبدیل موجک فاز تداخل سنجی راداری در حوزه مختلط، امکان شناسایی ضرایب نوفه در باندهای موجک و کاهش نوفه با آستانه گذاری این باندها ممکن می شود. در بخش بعد، جزئیات این الگوریتم و نتایج حاصل از اعمال آن بر روی داده های شبیه سازی شده و واقعی تشریح خواهد شد.

۴- کاهش نوفه فاز با استفاده از تبدیل موجک

همچنان که در بخش قبل بیان شد، با پردازش اینترفروگرام در حوزه مختلط، باندهای موجک حاوی ضرایب مربوط به نوفه است. لذا با آستانه گذاری باندهای موجک، نوفه اینترفروگرام کاهش خواهد یافت. شمای کلی الگوریتم مورد استفاده در این مقاله به منظور کاهش نوفه اینترفروگرام در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شمای کلی، φ فاز اینترفروگرام اولیه، I میدان نمای فاز اینترفروگرام در حوزه مختلط، WTC ضرایب تبدیل موجک، DWT

در رابطه فوق s پارامتر مقیاس بوده و با اطلاعات بسامد مرتبط است و u پارامتر انتقال و حاوی اطلاعاتی در مورد زمان (یا مکان) است. این تبدیل قابل تعمیم به حالت دوبعدی برای سیگنالهای گسسته (مانند تصویر رقمی) است (Gonzalez&Woods,2002;Mallat,1998).

Mallat ثابت می کند که تبدیل موجک گسسته سریع را می توان با استفاده از یک بانک فیلتری محاسبه کرد (Mallat,1998). در این الگوریتم، یک سیگنال یک بعدی در یک سطح تجزیه، به دو زیرباند a و d تبدیل می شود که در آن a باند باقیمانده بوده و شامل ضرایب تقریبات سیگنال است و d باند موجک بوده و شامل ضرایب جزئیات است. به همین ترتیب یک تصویر دوبعدی در یک سطح تجزیه به چهار زیرباند C_a, C_h, C_v, C_d تبدیل می شود که در آن C_a باند باقیمانده و C_h, C_v, C_d باندهای موجک هستند. باند باقیمانده در هر سطح تجزیه شامل اطلاعات بسامد پایین همچون اطلاعات سیگنال اصلی و باندهای موجک، شامل اطلاعات بسامد بالا همچون اطلاعات مربوط به نوفه می باشند.

شکل ۳ شمای کلی تجزیه یک تصویر را در دو سطح نشان می دهد. ملاحظه می شود که در سطح دوم باند تقریبات سطح اول خود به چهار باند دیگر تجزیه شده است. این روند در سطوح بعدی نیز تکرار می شود. تبدیل موجک، یک اپراتور خطی است (Mallat,1998). لذا تبدیل موجک میدان مختلط فاز را می توان به صورت زیر نوشت:

$$DWT2D(e^{j\varphi_c}) = DWT2D\{\cos(\varphi_c) + j \sin(\varphi_c)\} \\ = DWT2D\{(\cos(\varphi_c)) + j DWT2D(\sin(\varphi_c))\} \quad (16)$$

در این رابطه عملگر $DWT2D$ معرف تبدیل موجک دوبعدی گسسته با استفاده از الگوریتم Mallat است. لذا به منظور به دست آوردن مدل نوفه فاز در حوزه موجک کافی است این مدل را برای بخشهای حقیقی و موهومی میدان مختلط فاز به دست آوریم. با توجه به این موضوع و با در نظر گرفتن مدل نوفه فاز بیان شده در بخش پیش (روابط ۱۱ و ۱۲)، تبدیل موجک قسمتهای حقیقی و موهومی را می توان به صورت زیر بیان کرد (Martinez&Fabergas, 2002):

$$DWT2D(\cos(\varphi_c)) = DWT2D(N_c \cos(\varphi_c) + v_c) = 2^i N_c DWT2D(\cos(\varphi_c)) + v_c^w \quad (17)$$

$$DWT2D(\sin(\varphi_c)) = DWT2D(N_c \sin(\varphi_c) + v_c) = 2^i N_c DWT2D(\sin(\varphi_c)) + v_c^w \quad (18)$$

در روابط فوق i معرف سطح تجزیه v_c^w و v_s^w به ترتیب معرف ضرایب موجک جملات نوفه v_c و v_s است.

با در نظر گرفتن روابط فوق می توان چنین نتیجه گرفت که در صورت بالا



فیلتر شده (Interferogram Correlation) و در نهایت همبستگی لبه های اینترفروگرامهای بدون نوفه و فیلتر شده محاسبه شد. به منظور ارزیابی فیلتر پیشنهادی در این مقاله، فیلتر Goldstein & Werner نیز بر اینترفروگرام شبیه سازی شده اعمال گردید.

در اعمال فیلتر موجک، از خانواده موجک daubechies با مرتبه ده استفاده و چنانکه اشاره شد ضرایب موجک در سه سطح محاسبه شد. همچنین فیلتر Goldstein & Werner با پنجره های 32×32 با پوشش ۶ پیکسل بر اینترفروگرام نوفه‌ای اعمال شد. با توجه به نتایج نمایش داده شده در جدول ۱، توانایی بالای هر دو فن در کاهش نوفه و تعداد باقیمانده‌ها روشن است. لازم به ذکر است که تعداد باقیمانده‌ها در اینترفروگرام نوفه‌ای برابر با ۱۵۹۹۲ بوده و عملاً بازیابی فاز از آن ناممکن است.

شکل‌های ۶-الف و ۶-ب به ترتیب اینترفروگرامهای فیلتر شده با روش تبدیل موجک و روش Goldstein & Werner را نشان می‌دهند. نتایج اعمال هر دو فیلتر مذکور بر روی اینترفروگرام شبیه سازی شده، در جدول ۱ ارائه شده است. بالاتر بودن معیارهای سیگنال به نوفه (SNR)، همبستگی اینترفروگرام فیلتر شده و بدون نوفه و همچنین همبستگی لبه های اینترفروگرام فیلتر شده و بدون نوفه برای روش موجک نسبت به روش دیگر نشان‌دهنده توانایی بالاتر الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش Goldstein & Werner در کاهش نوفه با وجود حفظ سیگنال است.

شکل ۷-الف تصویر یک اینترفروگرام واقعی مربوط به زلزله شهر بم در تاریخ ۲۶/۱۲/۲۰۰۳ است. مناطق تیره در تصویر همبستگی شکل ۷-ب نشان‌دهنده مناطق با همبستگی پایین و لذا دارای نوفه شدید در اینترفروگرام است. بخش اعظم نوفه این اینترفروگرام، ناشی از عدم همبستگی زمانی حاصل از تخریب ساختمانهای شهرهای بم و براوات بر اثر زمین‌لرزه در فاصله زمانی اخذ تصاویر راداری است.

شکل ۷-ج شدت ضرایب باندهای تبدیل موجک فاز اینترفروگرام در حوزه حقیقی و شکل ۷-د شدت ضرایب باندها را برای فاز اینترفروگرام در حوزه مختلط نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در باندهای موجک در شکل ۷-ج ضرایب مربوط به مرز فرینجها، یعنی مناطق دارای پرش فاز، به مانند ضرایب نوفه، دارای شدت بالایی هستند در حالی که در شکل ۷-د، در باندهای موجک فقط ضرایب نوفه شدت بالایی دارند. لذا چنانکه قبلاً نیز اشاره شد با پردازش اینترفروگرام در حوزه مختلط، شناسایی ضرایب نوفه در باندهای موجک ممکن شده و از تخریب فرینجها جلوگیری می‌شود. الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش بر روی اینترفروگرام واقعی نشان داده شده در شکل ۷-الف که دارای خصوصیات متنوعی چون فرینجهای متراکم و

عملگر تبدیل موجک، σ برآوردی از نوفه، MAD عملگر انحراف مطلق میانه، C_{dl} باند موجک قطری در سطح اول تجزیه، $SURE$ الگوریتم تعیین آستانه مورد استفاده در این پژوهش، DC_i آمین باند موجک، λ_{DC_i} آستانه آمین باند موجک، DC_i ضرایب جزئیات آستانه گذاری شده $\delta_{\lambda_{DC_i}}^s$ ، تابع آستانه گذاری، WTC ضرایب آستانه گذاری شده تبدیل موجک، $IDWT$ معکوس تبدیل موجک، \hat{I} میدان فاز نمایی مختلط فیلتر شده، arg عملگر محاسبه آرگومان یک عدد مختلط و $\hat{\phi}$ فاز اینترفروگرام فیلتر شده است. چنانکه مشاهده می‌شود ابتدا اینترفروگرام به حوزه مختلط منتقل شده و سپس تبدیل موجک آن در سه سطح محاسبه می‌شود. پس از آن، با توجه به محتویات نوفه ضرایب موجک، انحراف مطلق میانه (MAD) باند موجک قطری در سطح اول (C_{dl}) به عنوان برآوردی از نوفه محاسبه می‌شود. در مرحله بعد با استفاده از روش $SURE$ آستانه محاسبه می‌شود. این روش بر اساس کمینه کردن برآورد ریسک نارایب Stein است. به عبارت دیگر در هر زیرباند (w_s)، برای تابع آستانه گذاری $Soft$ ، آستانه (λ_s^s) به گونه‌ای انتخاب می‌شود که برآورد ریسک نارایب Stein ($SURE(\lambda, w_s)$) کمینه شود (Fodor, 2001):

$$\lambda_s^s = \arg \min_{\lambda \geq 0} SURE^s(\lambda, w_s) \quad (19)$$

که:

$$SURE^s(\lambda, w_s) = N_s + \sum_{n=1}^{N_s} [\min(w_n/\lambda, 1)]^2 - 2[\# of \{ w_n : |w_n| \leq \lambda \}] \quad (20)$$

و تعداد N_s ضرایب موجک در زیرباند w_s است.

پس از برآورد نوفه و تعیین آستانه‌ها، باندهای موجک (DC_i) در سطوح مختلف آستانه گذاری می‌شوند. به منظور آستانه گذاری باندهای موجک از تابع $soft$ که به صورت زیر است، استفاده می‌شود:

$$\delta_{\lambda}^s(w) = \text{sgn}(w)(|w| - \lambda) I_{\{|w| > \lambda\}} \quad (21)$$

که $I_{\{\alpha\}}$ شاخص $\{0,1\}$ مطابق با $\{\alpha = false, \alpha = true\}$ است. w و λ نیز به ترتیب ضرایب جزئیات و مقدار آستانه هستند. پس از آستانه گذاری باندهای موجک، تبدیل معکوس موجک در سطوح مختلف محاسبه شده و میدان نمایی فیلتر شده اینترفروگرام (\hat{I}) به دست می‌آید. در نهایت فاز فیلتر شده با محاسبه آرگومان \hat{I} استخراج می‌شود.

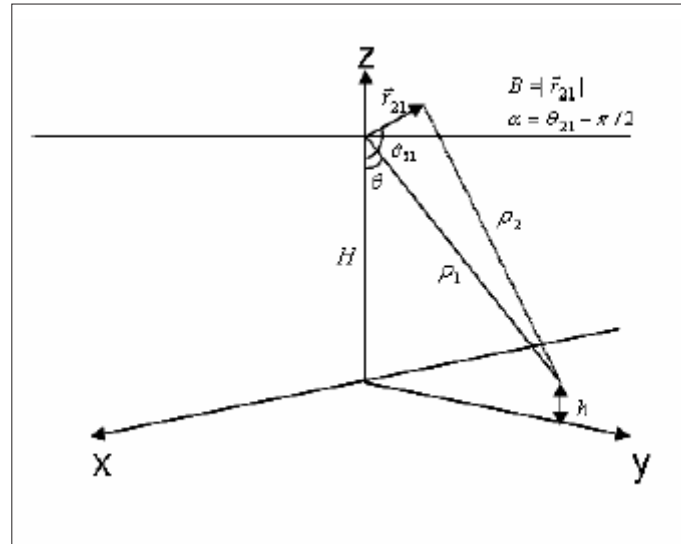
الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله ابتدا بر یک اینترفروگرام شبیه سازی شده که نوفه نرمال با انحراف استاندارد ۲ به آن افزوده شده بود، شکل ۵-ب، اعمال شد و معیارهای مختلفی چون تعداد باقیمانده‌ها، نسبت سیگنال به نوفه، خطای کمترین مربعا (RMSE)، همبستگی اینترفروگرامهای بدون نوفه و

و واقعی در حوزه مختلط توانایی بالای این فن در کاهش نوفه و تعداد باقیمانده‌های اینترفروگرام را بدون تخریب حاشیه‌ها نشان می‌دهد. این فیلتر نسبت سیگنال به نوفه اینترفروگرام شبیه سازی شده را به اندازه ۰/۵۷ دسی‌بل بیش از فیلتر Goldstein&Werner ارتقا داده است. نتایج عددی دو معیار جذر خطای کمترین مربعا و میزان همبستگی اینترفروگرامهای فیلتر شده و بدون نوفه نیز با نتایج نسبت سیگنال به نوفه سازگارند. لذا با توجه به این سه معیار مشخص است که فیلتر موجک بهتر از فیلتر Goldstein&Werner نوفه فاز اینترفروگرام راداری را کاهش داده است. میزان همبستگی لبه‌ها برای اینترفروگرام حاصل از فیلتر موجک ۰/۳ و برای نتایج فیلتر Goldstein&Werner برابر با ۰/۲۶ است. لذا با توجه به این معیار توانایی بالای فیلتر موجک در حفظ جزئیات و مرز حاشیه‌های موجود در اینترفروگرام در مقایسه با فیلتر Goldstein&Werner مشخص است. علاوه بر این، نتایج حاصل از اعمال فیلتر پیشنهادی مبتنی بر تبدیل موجک و نیز فیلتر موجود Goldstein&Werner بر روی اینترفروگرام واقعی مربوط به زمین‌لرزه قشم بیانگر توانایی بالاتر فیلتر موجک در کاهش نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری و آسان‌سازی عملیات بازیابی فاز تداخلی است. به گونه‌ای که تعداد باقیمانده‌های موجود در اینترفروگرام حاصل از فیلتر موجک ۱۲۵۱ عدد کمتر از تعداد باقیمانده‌های موجود در نتایج حاصل از فیلتر Goldstein&Werner است. همچنین فیلتر موجک انحراف استاندارد فاز تداخلی را از ۰/۸۱ رادیان به ۰/۳۹ رادیان کاهش داده که مقداری کمتر از انحراف استاندارد فاز تداخلی حاصل از فیلتر Goldstein برابر با ۰/۴۱ رادیان است. لذا نتایج عددی پارامترهای مختلف حاصل از اعمال فیلتر موجک و فیلتر Goldstein&Werner بر داده‌های شبیه سازی شده و واقعی نشان دهنده توانایی بالای الگوریتم موجک در کاهش نوفه با وجود حفظ سیگنال اولیه و بدون نیاز به تقسیم اینترفروگرام به قطعات کوچک و جداگانه پردازش کردن این قطعات است.

غیرمترکم و مناطق با نوفه کم، متوسط و شدید است، اعمال شد. شکل ۸- الف اینترفروگرام فیلتر شده با استفاده از فیلتر موجک را نشان می‌دهد. به منظور معتبرسازی بیشتر الگوریتم پیشنهادی، فیلتر Goldstein&Werner نیز بر اینترفروگرام نوفه‌ای اعمال شد که حاصل آن در شکل ۸- ب نشان داده شده است. برای ارزیابی میزان نوفه اینترفروگرامهای اولیه و فیلتر شده، انحراف استاندارد فاز تداخل‌سنجی در پنجره های ۵×۵ در کل اینترفروگرام محاسبه شد و میانگین آنها به عنوان معیاری از نوفه در نظر گرفته شد. جدول ۲ اطلاعات تعداد باقیمانده‌ها و میزان انحراف معیار فاز تداخل‌سنجی راداری، قبل و بعد از اعمال فیلترهای موجک و Goldstein&Werner را ارائه می‌دهد. چنانکه مشاهده می‌شود، فیلتر پیشنهاد شده در این مقاله نوفه فاز و تعداد باقیمانده‌ها را در یک اینترفروگرام نوفه‌ای به طور چشمگیری کاهش داده و بدین ترتیب باعث آسان‌سازی عملیات بازیابی فاز و نیز افزایش دقت نتایج حاصل از تداخل‌سنجی راداری می‌شود. با این وجود حضور نوفه در قسمتهایی از اینترفروگرام (شهر بم) حتی پس از فیلتر کردن اینترفروگرام آشکار است. دلیل این مسئله شدید بودن نوفه در این مناطق است به طوری که با توجه به شکل ۷- ب میزان همبستگی در این نواحی بسیار کم و در حد ۰/۱ است.

۵- نتیجه گیری

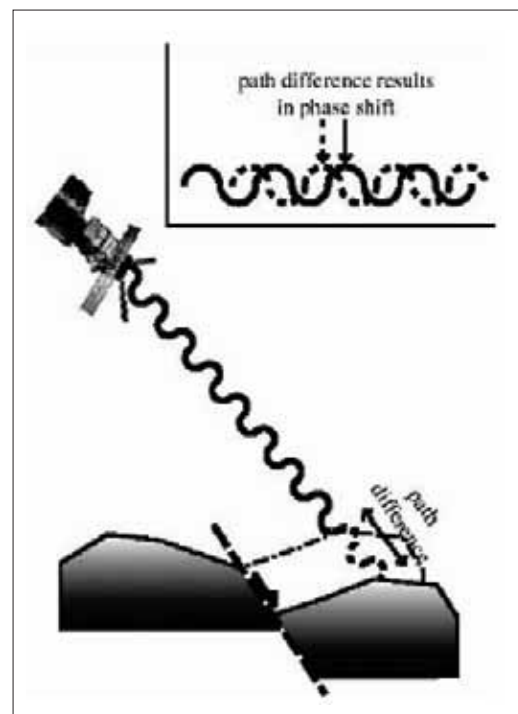
در این مقاله، محدودیتهای فن تداخل‌سنجی راداری برای تهیه مدل ارتفاعی زمین و تعیین میزان جابه‌جاییهای پوسته زمین بررسی شد. با توضیح مدل نوفه فاز تداخل‌سنجی راداری، این مدل در حوزه موجک معرفی و بر اساس آن الگوریتمی برای کاهش نوفه فاز اینترفروگرام ارائه شد. حفظ قدرت تفکیک مکانی و عدم نیاز به پنجره‌ای کردن اینترفروگرام از مزایای مهم الگوریتم پیشنهادی بر اساس تبدیل موجک نسبت به الگوریتمهای موجود همچون روش چند منظره و روش Goldstein&Werner به شمار می‌آید. نتایج حاصل از اعمال فیلتر موجک بر اینترفروگرامهای شبیه سازی شده



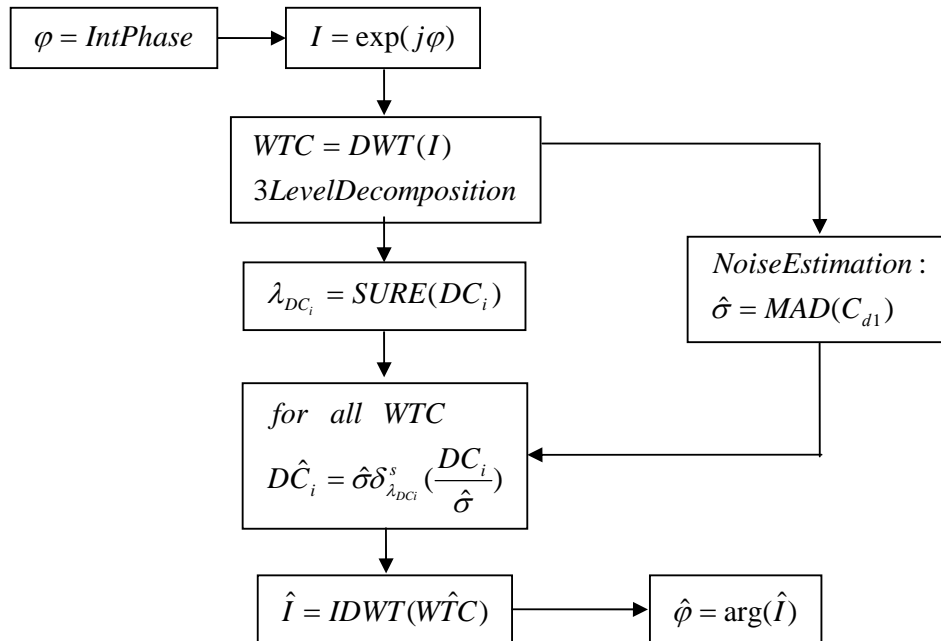
شکل ۱- هندسه تصویر برداری سنجنده راداری

C_{a2}	C_{h2}	C_{h1}
C_{v2}	C_{d2}	
C_{v1}		C_{d1}

شکل ۳- شمای تجزیه موجک در دو سطح



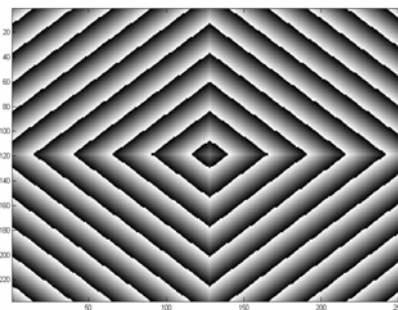
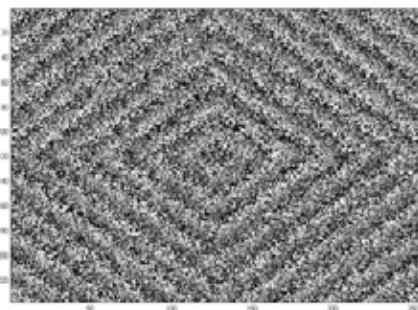
شکل ۲- تغییرات فاز سیگنال در اثر جابه‌جایی‌های پوسته زمین



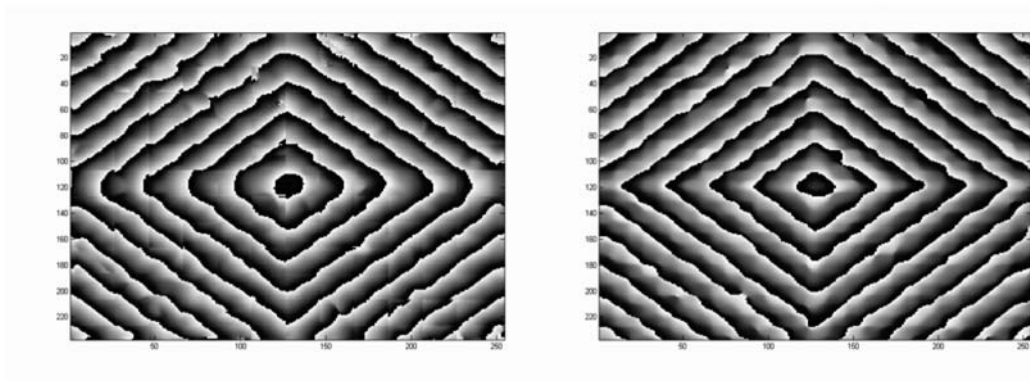
شکل ۴- شمای کلی الگوریتم موجک برای کاهش نوفه اینترفروگرام

	# of residues	SNR(db)	RMSE	Interferogram Correlation	Edge Correlation
Wavelet	۱۴	۳/۳۹	۰/۶۸	۰/۷۷	۰/۳
Goldstein&Werner	۱۷	۲/۸۲	۰/۷۲	۰/۷۴	۰/۲۶

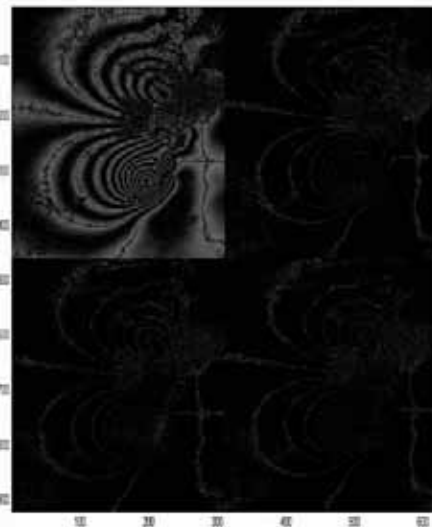
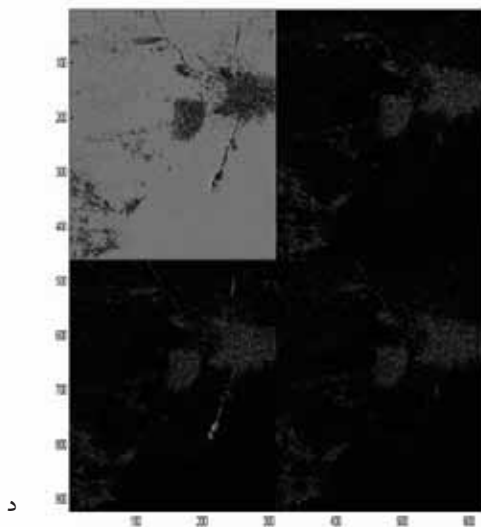
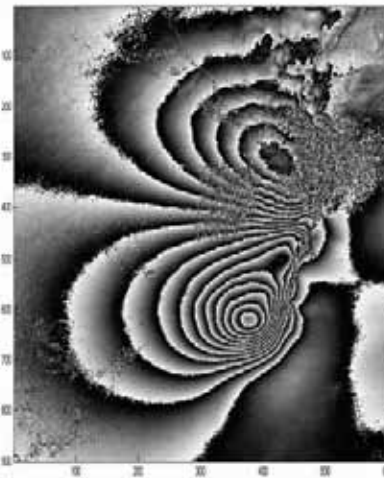
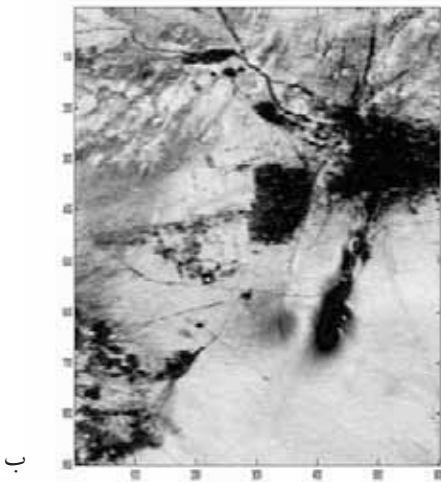
جدول ۱- نتایج اعمال دو فیلتر موجک و فیلتر Goldstein & Werner بر روی اینترفروگرام شبیه سازی شده



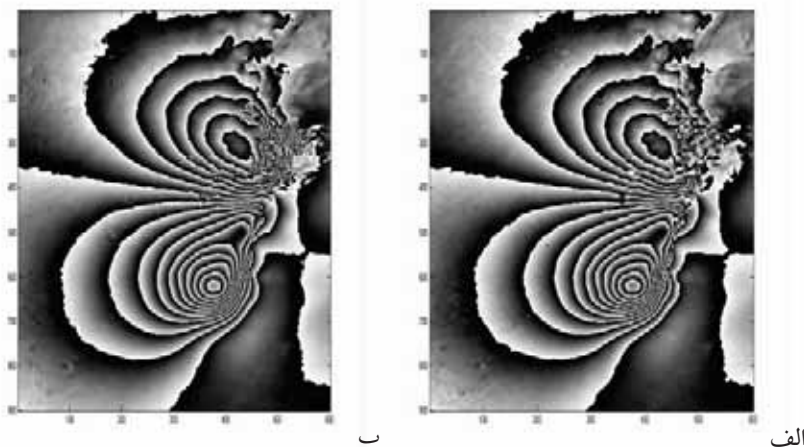
شکل ۵- اینترفروگرامهای شبیه سازی شده الف) بدون نوفه ب) نوفه‌ای با سطح نوفه ۲



شکل ۶- اینترفروگرامهای فیلتر شده الف) روش موجک و ب) روش Goldstein & Werner



شکل ۷- الف) اینترفروگرام واقعی حاوی فرینجهای جابه جایی ناشی از زمین لرزه بم، ب) تصویر همبستگی، ج) شدت ضرایب موجک فاز در حوزه حقیقی، د) شدت ضرایب موجک فاز در حوزه مختلط



شکل ۸- اینترفروگرامهای فیلترشده الف) روش موجک
ب) روش Goldstein & Werner

	# of residues	Phase std(rad)
Initial Interferogram	۱۳۴۷۲	۰/۸۱
Wavelet	۴۳۶	۰/۳۹
Goldstein&Werner	۱۶۸۷	۰/۴۱

جدول ۲- نتایج اعمال فیلتر موجک بر اینترفروگرام واقعی

References

- Avallone, A., Zollo, A., Birole, P., Delacourt, C., Beauducel, F., 1999- Subsidence of Campi Flegrei (Italy) detected by SAR interferometry. *Geophysical Research Letters*, Vol. 26, No. 15
- Fodor, I.K., Kamath, C., 2001- Denoising Through Wavelet Shrinkage: An Empirical Study. *Journal of Electronic Imaging*
- Froger, J.-L., Remy, D., Bonvalot, S. & Legrand, D., 2007- Two scales of inflation at Lastarria-Cordon del Azufre volcanic complex, central Andes, revealed from ASAR-ENVISAT interferometric data. *Earth and Planetary Science Letters*, Vol. 255, Issues 1-2, pp 148-163
- FUK, K.LI. & Goldstein, R.M., 1990- Studies of Multibaseline Spaceborne Interferometric Synthetic Aperture Radars. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 28, No 1
- Goldstein, M.R. & Werner, C.L., 1998- Radar Interferogram Filtering for geophysical applications. *Geophysical Research Letters*, Vol. 25, No. 21
- Gonzalez, R.C. & Woods, R.E., 2002- *Digital Image processing*. 2nd ed. New York : Prentice-Hall
- Graham, L.C., 1974- Synthetic Interferometer Radar for Topographic Mapping. *Proceeding of the IEEE*, Vol. 62, No 6
- Hanssen, R., 2001- *Radar Interferometry: Data interpretation and error analysis*. Kluwer Acad, Netherlands
- Henderson, F.M. & Lewis, A.J., 1998- *Principles and Applications of Imaging Radar*. Vol. 2 of *Manual of Remote Sensing*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 3rd Edition
- Kingsbury, N.G., 2001- Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, pp.234-253
- Lee, J.S., Papathanassiou, K.P., Ainsworth, T.L., Grunes, M.H., Reigber, A., 1998- A new technique for noise filtering of SAR interferometric phase images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 36, pp. 1456-1465

- Lee, T.S., 1996- Image Representation Using 2D Gabor Wavelets”, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 18, No. 10
- Liu, G.X., Ding, X.L., Li, Z.L, Li, Z.w., Chen, Y.Q. & Yu, S.B., 2004- Pre- and Co-seismic ground deformations of the 1999 Chi-Chi, Taiwan earthquake, measured with SAR interferometry. Computers & Geosciences. Vol.30 , pp 333-343
- Madsen, S.N. & Zebker, H.A., 1993- Topographic Mapping Using Radar Interferometry: Processing Techniques. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 31, No 1
- Mallat, S., 1998- A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press
- Martinez, C.L. & Fabergas, X., 2002- Modeling and Reduction of SAR Interferometric Phase Noise in the Wavelet Domain. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 40, No 12
- Raucoules, D., Maisons, C., Carnec, C., Mouelic, S.L., King, C. & Hosford, S., 2003- Monitoring of slow ground deformation by ERS radar interferometry on the Vauvert salt mine (France): Comparison with ground-based measurement. Remote Sensing of Environment, Vol. 88, Issue. 4 , pp 468-478
- Stramondo, S., Moro, M., Tolomei, C., Cinti, F.R., Doumaz, F., 2005- InSAR Surface displacement field and fault modeling for the 2003 Bam earthquake (southeastern Iran). Journal of Geodynamics Vol.40 , pp 347-353
- Wright, T.J., 2002- Remote monitoring of the earthquake cycle using satellite radar interferometry. Phil. Trnas. R. Soc. Lond. A, 360, 2873-2888
- Wright, T.J., Lu, Z. & Wicks, C., 2003- Source Model for the 6.7, 23 October 2002, Nenana Mountain Earthquake (Alaska) from InSAR. Geophysical Research Letters, Vol. 30, No. 18
- Wright, T.J., Parsons, B.E., Jackson, J.A., Haynes, M., Fielding, E.J., England, P.C., Clarke, P.J., 1999- Source parameters of the 1 October 1995 Dinar (Turkey) earthquake from SAR interferometry and seismic bodywave modeling. Earth and Planetary Science Letters. Vol.172 , pp 23-37
- Zebker, H.A. & Chen, K., 2005- Accurate Estimation of Correlation in InSAR Observations. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Vol. 2, No.2
- Zebker, H.A. & Goldstein, R.M., 1986- Topographic Mapping From Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations. J. Geophys. Res., Vol. 91, 4993-4999
- Zebker, H.A. & Lu, Y., 1998- Phase Unwrapping algorithms for radar interferometry: residue-cut , least squares , and synthesis algorithm. J.opt.soc.Am.A/ Vol. 15, No.3
- Zebker, H.A. & Villasenor, J., 1992- Decorrelation in Interferometric Radar Echoes. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 30, No 5
- Zebker, H.A. & Werner, C.L., 1994- Accuracy of Topographic Maps Derived from ERS1 Interferometric Radar. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 32, No 4
- Zebker, H.A., Rosen, P., Richard, M., Goldstein, R.M. & Werner, C.L., 1994- On the derivation of coseismic displacement fields using differential radar interferometry: the Landers earthquake. J.Geophys. Res., Vol. 99,B10. 19617-19634
- Zebker, H.A., Rosen, P.A. & Hensley, S., 1997- Atmospheric effects in interferometric synthetic aperture radar surface deformation and topographic maps. J. Geophys. Res., Vol. 102 , p 4993-4999.