

بررسی اعتبار برآوردگرهای کریجینگ خطی و غیرخطی در پهنه‌بندی بلوک‌های کانسنگ و باطله در معدن مس سرچشمه

محمد جلالی^۱، غلام‌رضا رحیمی‌پور^۱، محمدرضا دیان‌تی^۲ و مجتبی تقوایی‌نژاد^۱

^۱گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران.
^۲مجمع مس سرچشمه، رفسنجان، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۱۰/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۰۷/۱۲

چکیده

در ارزیابی تناژ و عیار کانسارهای مختلف، اگر مسئله برآورد، محدود به برآورد عیار در یک نقطه باشد، به‌طور معمول، برآوردگرهای خطی کریجینگ، نتایج رضایت‌بخشی ارائه می‌دهند؛ اما اگر هدف، برآورد توزیع احتمال مورد نظر برای کنترل آمیختگی بلوک‌های باطله و کانسنگ باشد، حتی استفاده از بهترین برآوردگرهای خطی با پراش کمینه نیز نتایج قابل قبولی به‌دست نمی‌دهد. هدف از پژوهش حاضر، برآورد مرز بهینه کانسنگ و باطله در پله ۲۴۶۲/۵ معدن مس سرچشمه به کمک برآوردگر غیرخطی کریجینگ شاخص و ارزیابی اعتبار برآوردگر خطی کریجینگ معمولی نسبت به آن است. برای برآورد بلوک‌های داده‌ها توسط کریجینگ خطی معمولی به دلیل پیروی نکردن داده‌ها از حالت عادی و وجود تابع توزیع دو مدی، ابتدا داده‌ها به وسیله نقشه‌های زمین‌شناسی و نرم‌افزار mine sight به دو گروه کانسنگ و باطله تقسیم شدند و سپس با توجه به عادی شدن داده‌های کانسنگ از این برآوردگر برای برآورد استفاده شد. نگاه آماری به این دو برآوردگر نشان داد که از مجموع ۲۵۶۲۹ بلوک برآوردی در فضای مورد نظر، ۲۹۰۵ بلوک، با استفاده از کریجینگ شاخص به‌طور صد در صد باطله اعلام شد. در حالی که برآوردگر خطی کریجینگ معمولی، ۲۴۷۵ بلوک را به‌عنوان باطله معرفی کرد. در پایان، استفاده از کریجینگ غیرخطی شاخص به‌عنوان بهترین برآوردگر برای جدایش بلوک‌های کانسنگ و باطله معرفی شد. بنابراین، پس از جدایش این دو جامعه آماری می‌توان با اعتماد بیشتری برآوردگرهای کریجینگ خطی معمولی را برای کنترل عیار کانسنگ‌های فضای برآوردی به کاربرد برد.

کلیدواژه‌ها: کنترل عیار، کریجینگ شاخص، کریجینگ معمولی، واریوگرام شاخص، منحنی تناژ-عیار

*نویسنده مسئول: محمد جلالی

E-mail: mohammadls2005@gmail.com

۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین اهداف برنامه‌ریزی کوتاه مدت، محاسبه ذخیره کانسار، حدود اطمینان به آن و ارائه محتمل‌ترین شکل فضایی توده معدنی است، به‌طوری که بتوان مرز کانسنگ از باطله را با دقت هر چه بیشتر از هم جدا کرد. از این راه، نقشه‌های توزیع عیار و ذخیره را می‌توان به نحوی رسم کرد که در طراحی استخراج معدنی مورد استفاده قرار گیرد. در معمول‌ترین روش‌های زمین‌آماري برآورد (که به اصطلاح کریجینگ نامیده می‌شود)، امکان دستیابی به توزیع خطا در فضای برآورد وجود دارد. برخلاف برآوردهای مبتنی بر آمار کلاسیک که به‌طور معمول با خطای نظام‌دار همراه هستند، روش‌های زمین‌آمار اساساً نامایل و بدون چنین خطایی هستند. لازمه انجام‌پذیری کریجینگ در هر فضایی، وجود ساختار فضایی در آن است که از راه رسم واریوگرام حاصل می‌شود. از آنجایی که هدف اصلی یک برنامه‌ریزی کوتاه مدت، تأمین خوراک مناسب برای کارخانه فراوری است، بنابراین، نخستین گام برای رسیدن به این مهم، دستیابی به مرز دقیق کانسنگ و باطله است. پس از تعیین مرز دقیق کانسنگ، تعیین عیار هر بلوک استخراجی برای کنترل عیار بار ورودی به کارخانه اهمیت ویژه‌ای دارد (Deutsch & Journel, 1998). از نظر منطق محاسبات، دو روش کریجینگ خطی و غیرخطی وجود دارد. در روش خطی فرض بر آن است که توزیع عیار ماده معدنی از توزیع عادی پیروی کند و در حالت غیرخطی محاسبات مستقل از تابع توزیع عیار است (Goovaerts, 1997). متداول‌ترین نوع کریجینگ که در روش‌های خطی برآورد ذخیره به کار می‌رود، کریجینگ معمولی است. در این روش بر اساس داده‌های موجود، دقیق‌ترین برآورد ممکن برای عیار بلوک‌های استخراجی به‌همراه خطای مربوط به مقدار عیار هر بلوک محاسبه می‌شود. در میان روش‌های غیرخطی کریجینگ نیز، روش کریجینگ شاخص (Indicator Kriging) در بررسی ذخایر معدنی بیشترین کاربرد را دارد. در این روش بر اساس یک عیار حد مشخص، کلیه داده‌های موجود به صفر (کمتر از عیار حد) یا یک (بیشتر از عیار حد) تبدیل و سپس بر اساس داده‌های تبدیل شده به صفر و یک، کلیه مراحل کریجینگ انجام می‌شود. نتایج حاصل می‌تواند معرف

۲- شرح روش مطالعه

داده‌های موجود در این مقاله مربوط به داده‌های عیارسنجی چال‌های استخراجی حفر شده در پله ۲۴۶۲/۵ است. برای دستیابی به برآوردهای دقیق‌تر، داده‌های اکتشافی هم‌مختصات با این چال‌ها نیز پس از بررسی پراش و میانگین این دو جامعه آماری و اثبات نداشتن اختلاف معنی‌دار در سطح اعتماد ۹۵ درصد توسط آزمون‌های فیشر و تی‌استیودنت، به این داده‌ها افزوده شده‌اند (جدول ۱). برای انجام آزمون فیشر نسبت پراش دو جامعه استفاده می‌شود. توزیع نسبت پراش دو جامعه، توزیع F یا توزیع فیشر نامیده می‌شود. این توزیع دو متغیر دارد که درجه آزادی جامعه اول و جامعه دوم هستند و با حروف v_1 و v_2 معرفی می‌شوند. اگر جامعه اول n_1 نمونه و جامعه دوم n_2 نمونه داشته باشند، آنگاه $v_1 = n_1 - 1$ و $v_2 = n_2 - 1$ خواهند بود. با فرض اینکه $S_1^2 > S_2^2$ (مقادیر واریانس مربوط به هر جامعه)، مقدار $F_C = \frac{\text{var}(2)}{\text{var}(1)}$ محاسبه و با F_1 (که مقدار توزیع بحرانی به‌ازای درجه آزادی و سطح اعتماد محاسبه شده است و از جدول فیشر به‌دستی می‌آید) مقایسه می‌شود. اگر $F_1 < F_C$ باشد، خط تصادفی و اگر $F_1 > F_C$ باشد، خط سیستماتیک است. هرگاه اختلاف معنی‌داری بین پراش دو جامعه وجود نداشته باشد، می‌توان از آزمون تی‌استیودنت برای مقایسه میان میانگین‌ها

برازش داده شد شکل های ۴- الف تا ۴- و نمونه‌ای از این تغییر نماها را نشان می‌دهند. همان‌گونه که از تغییر نماهای زیر بر می‌آید، اثر قطعه‌ای و سقف تقریباً یکسان و شعاع تأثیر متغیر در سواهای مختلف از ویژگی‌های این تغییر نماهاست.

۳-۲. رسم نقشه رویه واریوگرام (Variogram surface) برای بیان ناهمسانگردی

همان‌گونه که از نظر گذشت، واریوگرام برای چند سوی مختلف در محدوده مورد مطالعه رسم شده است. روشن است که رسم واریوگرام در تمام جهات (برای مثال با فواصل ۵ درجه) امری زمان‌بر است. اما می‌توان با استفاده از فن رسم رویه واریوگرام، تصمیم روشن‌تر و موجه‌تری در مورد ناهمسانگردی کانسار و همچنین میانگین واریوگرام در هر مکان گرفت (Pincock, 2007). مبنای رسم این نقشه دو بعدی به این صورت است که هر جفت نقطه در محاسبه واریوگرام، توسط بردار h به هم ارتباط پیدا می‌کنند. این بردار مانند تمام بردارها دو ویژگی دارد:

الف) بزرگی بردار ($|h|$) و ب) زاویه بردار h با افق (منظور از افق به صورت قراردادی سوی مثبت محور X هاست، یعنی زاویه‌ای که بردار دو بعدی تغییر نما با سوی مثبت محور X می‌سازد). پس:

$$h_x = |h| \cos \theta$$

$$h_y = |h| \sin \theta$$

حال برای رسم این بردار از همین ویژگی استفاده کرده و انتهای بردار (Variogram Tail) با رنگ خاصی معرفی شده است. اگر این رویه برای تمام گام‌ها و زوایا ادامه داده شود، یک نقشه دو بعدی به دست می‌آید که نقشه رویه واریوگرام نامیده می‌شود (Iwashita et al., 2005). این نقشه توسط نرم‌افزار Variowin2.2 برای محدوده مورد مطالعه محاسبه و رسم شده است (شکل ۵). یادآوری این نکته ضروری است که تنها واریوگرافی دو بعدی، برای بیان نمادین ناهمسانگردی مفید واقع می‌شود (Bohling, 2005). شکل ۵ نشان‌دهنده وجود ناهمسانگردی هندسی با شعاع تأثیر بیشینه ۴۰ متر در راستای N30E و کمینه ۱۲ متر عمود بر این راستاست.

۳-۴. اعتبار سنجی مدل‌های برازش داده شده به واریوگرام‌ها

در برآورد های کریجینگ به دلیل وابستگی شدید دقت نتایج به مدل فرض شده، ارزیابی حساسیت متغیرهای برآوردگر، اهمیت دو چندان دارد. کنترل اعتبار در واقع، برآورد هر نقطه نمونه برداری شده در یک ناحیه با استفاده از مقادیر نمونه‌های همسایه (بدون در نظر گرفتن مقدار خود آن نمونه) با روش کریجینگ است. به منظور آگاهی از این که آیا مدل واریوگرام متغیرهای تجسس همسایگی در برآورد کریجینگ، به درستی تغییرات فاصله‌ای مقادیر اندازه‌گیری شده نمونه‌ها را لحاظ می‌کنند، مقادیر برآوردی با مقادیر واقعی مقایسه می‌شوند. در این روش برآورد کریجینگ که به نام برآورد جک‌نایف نامیده می‌شود، هر نقطه معلوم با استفاده از نمونه‌های همسایگی پیرامون آن نمونه برآورد می‌شود (HasaniPak, 2003). در پایان، مقادیر اندازه‌گیری شده از مقادیر واقعی کم می‌شود. در صورتی که توزیع فراوانی داده‌های یاد شده که در اصطلاح به آن مانده گفته می‌شود، میانگین صفر و پراش کمی داشتند، می‌توان به صحت متغیرهای برازش داده شده به تغییر نما اطمینان کرد (HasaniPak, 2005). این نتایج در شکل ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند و همان‌گونه که دیده می‌شود، نمودار توزیع مانده‌ها از ویژگی یاد شده پیروی می‌کند. بنابراین، می‌توان با اطمینان از متغیرهای تغییر نما در برآورد کریجینگ استفاده کرد.

۳- بحث

۳-۱. بلوک‌بندی فضای برآورد توسط برآوردگر زمین آماری خطی (کریجینگ دو بعدی)

با معلوم بودن متغیرهای بهینه واریوگرام برازش داده شده به داده‌های مربوط به هر پله و ابعاد بلوک استخراجی که توسط واحد کنترل سنگ معدن مس سرچشمه ۱۲۵/۳×۱۲۵/۳×۱۲/۵ اعلام شده است (Dianati, 2006)، می‌توان از برآوردگر

استفاده کرد. این آزمون بر اساس مقدار سه آماره در دو جامعه آماری انجام می‌شود که شامل تعداد نمونه، میانگین و پراش آنهاست. طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$t_c = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{Var(1)}{n_1} + \frac{Var(2)}{n_2}}}$$

که در آن \bar{X}_1, \bar{X}_2 میانگین‌ها، $var(1)$ و $var(2)$ پراش‌ها و n_1 و n_2 تعداد نمونه‌های دو جامعه آماری هستند. t_c که مقدار بحرانی تابع تی‌استودنت است نیز از جدول به دست می‌آید، در صورتی که $t_c < t_c$ باشد، اختلاف موجود میان دو جامعه را می‌توان تصادفی در نظر گرفت (HasaniPak, 2003).

بررسی آماری داده‌های شرکت‌کننده در برآورد و شناخت ویژگی‌های آماری جامعه داده‌های خام بویژه ماهیت تابع توزیع آنها، کمک زیادی به نحوه صحیح به کار بردن آنها و تجزیه و تحلیل مناسب‌تر نتایج حاصل از برآورد می‌کند. برای این منظور، شناخت متغیرهای آماری جامعه شامل میانگین، پراش، ضریب تغییرات و بویژه چولگی که دلالت بر عادی بودن یا غیر عادی بودن تابع تبدیل توزیع داده‌ها دارد، مفید خواهد بود. در میان همه این عوامل، شکل تابع توزیع و میزان انحراف آن از توزیع عادی و امکان تبدیل داده‌ها به توزیع عادی در فرایند برآورد اهمیت خیلی زیادی دارد (HasaniPak, 2003). بنابراین، رسم نمودار و توزیع فراوانی داده‌ها برای بررسی این متغیرها ضرورت دارد. همان‌گونه که از شکل ۱- الف بر می‌آید، توزیع داده‌ها، از خود حالت عادی نشان نمی‌دهد. رسم نمودار تابع توزیع تجمعی داده‌ها (شکل ۱- ب) نیز این مطلب را ثابت می‌کند.

با دقت در نمودار فراوانی داده‌ها و شکستگی در نمودار توزیع تجمعی داده‌ها، احتمال وجود دو جامعه آماری در داده‌ها پیش می‌آید. با استفاده از نقشه زمین‌شناسی منطبق بر پله مورد مطالعه، نرم‌افزار mine sight و عیار حد گزارش شده ۰/۲۵ درصد مس در واحد تولید و کنترل معدن مس سرچشمه، باطله‌ها که بیشتر دایک هستند از داده‌ها جدا شدند. البته یادآوری این نکته ضروری است که دایک‌های موجود در پله مورد مطالعه به دلیل این که پس از کانه‌زایی تزریق شده‌اند، بدون ارزش هستند و ماهیت دو مدی این جامعه نیز به همین علت است. پس از جدا کردن این دو جامعه، نمودار فراوانی این داده‌ها همان‌گونه که از (شکل ۲- الف) بر می‌آید، بسیار به حالت عادی نزدیک شد که رسم نمودار تجمعی این داده‌ها (شکل ۲- ب) در نرم‌افزار Spss و مقایسه با حالت عادی (که با منحنی سفید رنگ در این شکل نشان داده شده است). نیز این مطلب را تأیید کرد. در این حالت چولگی نمودار ۰/۴۱ و کشیدگی آن ۱/۴۲ به دست آمد.

۳-۱. بررسی واریوگرافی دو بعدی برای به دست آوردن متغیرهای کریجینگ خطی دو بعدی

اولین گام برای تعیین متغیرهای کریجینگ معمولی به دست آوردن پارامترهای بهینه تغییر نماهای جهتی و غیرجهتی است. تغییر نماهای دو بعدی توسط نرم‌افزار Variowin2.2 رسم و مدل‌های تئوری مناسبی بر آنها برازش داده شد. نمونه‌ای از این تغییر نماها در سواهای مختلف در شکل های ۳- الف تا ۳- و آورده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تغییر نماهای جهتی در سواهای مختلف، سقف و اثر قطعه‌ای یکسان اما شعاع تأثیر متفاوتی داشته‌اند که این امر وجود ناهمسانگردی هندسی در داده‌ها را تأیید کرده است.

۳-۲. بررسی واریوگرافی شاخص برای به دست آوردن متغیرهای کریجینگ غیر خطی

برای رسم واریوگرام شاخص، ابتدا یک عیار حد مانند X_g انتخاب می‌شود (در مطالعه حاضر ۰/۲۵٪ گزارش شده است). سپس داده‌ها نسبت به آن سنجیده و بر طبق شرایط زیر تبدیل می‌شوند (HasaniPak, 2005):

$$I = \begin{cases} 1 & \text{if } x_i > x_g = 0.25 \\ 0 & \text{if } x_i < x_g = 0.25 \end{cases}$$

این تغییر نماها نیز توسط نرم‌افزار wingslib محاسبه و مدل‌های تئوری مناسب بر آنها

۴- نتیجه گیری

با توجه به نتایج کریجینگ شاخص، تعداد بلوک‌های باطله در فضای برآورد مورد نظر تعیین شد. بنابراین، بلوک‌هایی که احتمال برآورد عیار بیش از ۰/۲۵ درصد مس آنها میان ۰ تا ۲۰ درصد است، صد در صد باطله و بلوک‌هایی که در آنها احتمال برآورد یاد شده بالای ۸۰ درصد است، صد در صد کانسنگ هستند. بلوک‌هایی که میان این مقادیر قرار گرفته‌اند باید با احتیاط در مورد آنها تصمیم گرفت (Goovaerts, 1997). همچنین تعداد بلوک‌هایی که با توجه به برآوردگر کریجینگ دو بعدی به عنوان باطله طبقه‌بندی شده‌اند نیز محاسبه شد. در کل ۲۵۶۲۸ بلوک توسط این دو برآوردگر پهنه‌بندی شدند. در فضای برآورد مورد نظر، کریجینگ شاخص، ۲۹۰۵ بلوک را به طور صد در صد باطله اعلام کرده است. در حالی که برآوردگر خطی کریجینگ معمولی، ۲۴۷۵ بلوک را به عنوان باطله در نظر گرفته است. چنین اختلافی به خاطر خاصیت نرم‌کنندگی کریجینگ معمولی است که عیارهای کمتر از میانگین را بیشتر و عیارهای بیشتر از میانگین را کمتر برآورد می‌زند (البته یادآوری این نکته ضروری است که باز هم کریجینگ بهترین برآوردگر نامایل است، یعنی توزیع فراوانی خطای برآورد آن، همواره دارای میانگین صفر و پراش کمینه است). با توجه به اینکه در مرحله برنامه‌ریزی کوتاه مدت، مسئله آمیختگی کانسنگ و باطله بسیار مهم است، توصیه می‌شود به دلیل وابسته نبودن متغیرهای کریجینگ غیر خطی در ابتدا از این برآوردگر برای شناسایی مرز کانسنگ و باطله میان بلوک‌هایی که پس از انجام جدایش مقدماتی باطله (همان دایک‌هایی که پس از مرحله کانه‌سازی تزریق شده‌اند) جدا می‌شوند و طبق گزارش واحد کنترل کارخانه فرآوری عیار حدی که در خواست می‌شود، استفاده شود و پس از جدایش این دو جامعه با برآوردگرهایی همچون کریجینگ معمولی به بلوک‌بندی کانسنگ اهتمام ورزید.

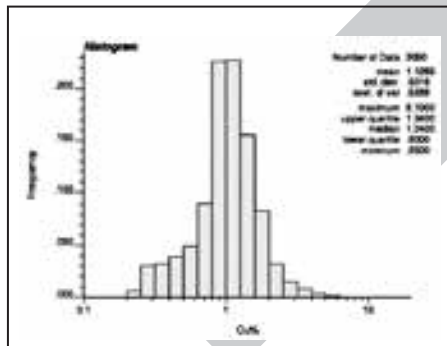
کریجینگ استفاده کرد. کریجینگ یک میانگین متحرک وزن دار است. این برآوردگر به این صورت تعریف می‌شود:

$$Z_V^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_{V_i}$$

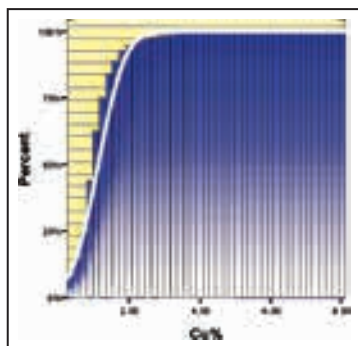
که در آن، Z_V^* عیار برآوردی، λ_i وزن یا اهمیت کمیت وابسته به نمونه نام و Z_{V_i} عیار نمونه نام است (HasaniPak, 2003). این کار به کمک نرم‌افزار wingslib انجام شد (Deutsch & Journel, 1998). سپس توسط این نرم‌افزار داده‌ها به وسیله تبدیل وارون امتیازهای عادی به بازه اولیه تبدیل شدند و در انتها نقشه توزیع عیار برای محدوده مورد مطالعه رسم شد. نتایج این برآورد به صورت نقشه بلوک‌بندی در شکل ۸ آمده است.

۳-۲. مرزبندی بلوک‌های کانسنگ و باطله با استفاده از کریجینگ شاخص

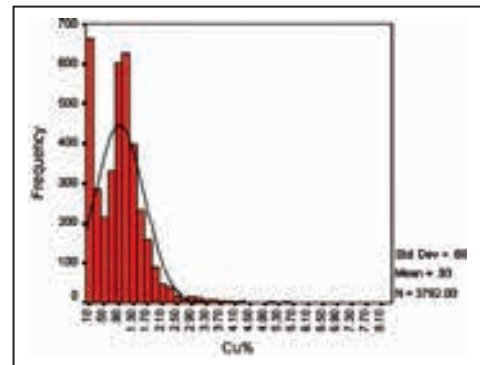
به دلیل وابسته نبودن متغیرهای کریجینگ غیر خطی (در این مقاله کریجینگ شاخص) به تابع توزیع داده‌ها، نتایجی که از این برآورد به دست می‌آید، قابل اعتمادتر هستند. دستگاه معادلات کریجینگ شاخص همانند دستگاه معادلات کریجینگ معمولی است با این تفاوت که در کریجینگ شاخص از مقادیر واریوگرام شاخص به جای واریوگرام معمولی استفاده می‌شود. از این روش می‌توان برای تعیین ذخیره کانسار با عیار بالاتر از حد مورد نظر همراه با احتمال پیدایش آن استفاده کرد. همچنین می‌توان نقشه توزیع فضایی را که احتمال پیدایش بلوک‌هایی از کانسار را که عیار آنها بالاتر از عیار حد مورد نظر است، به راحتی رسم کرد (HasaniPak, 2003). با معلوم بودن متغیرهای واریوگرام شاخص، کریجینگ شاخص در فضای برآوردی یاد شده (محدوده استخراجی شش ماهه اول سال ۸۶) به کار برده می‌شود. نتایج این برآورد به صورت نقشه احتمال در شکل ۹ آمده است. همچنین با توجه به نتایج کریجینگ دو بعدی، منحنی تناژ-عیار مربوط به فضای برآورد مطلوب در محدوده‌های عیاری مورد نظر واحد تولید و کنترل، رسم شده است (شکل ۱۰)



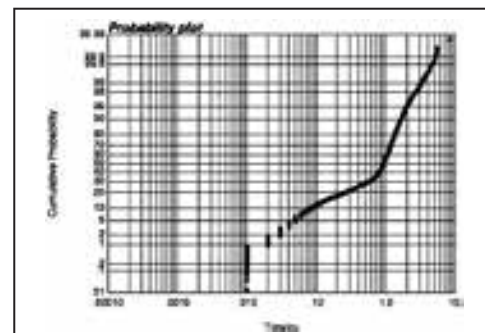
الف) نمودار داده‌های تبدیل شده



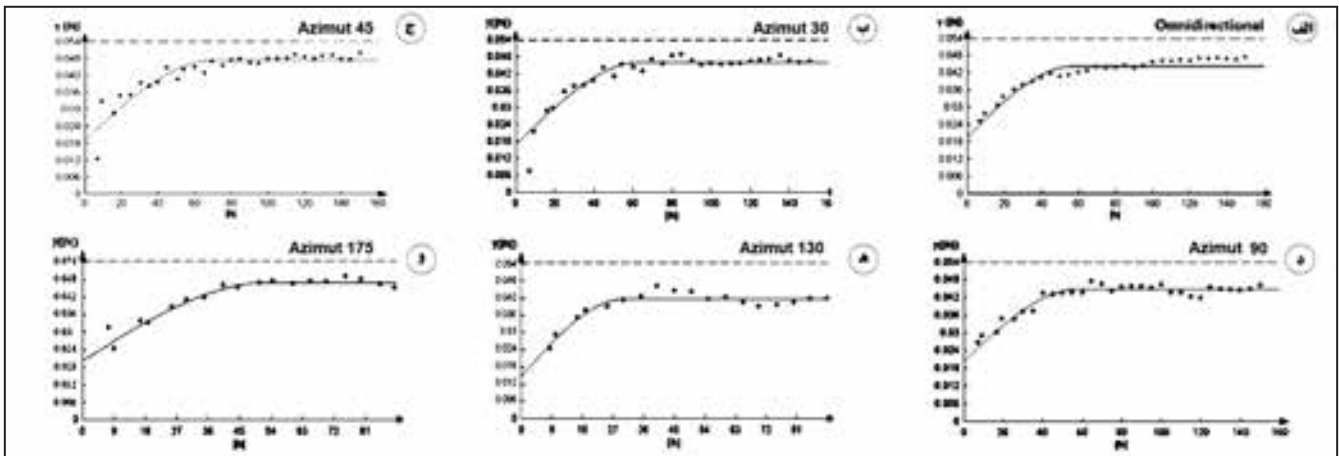
ب) نمودار توزیع تجمعی داده‌های تبدیل شده



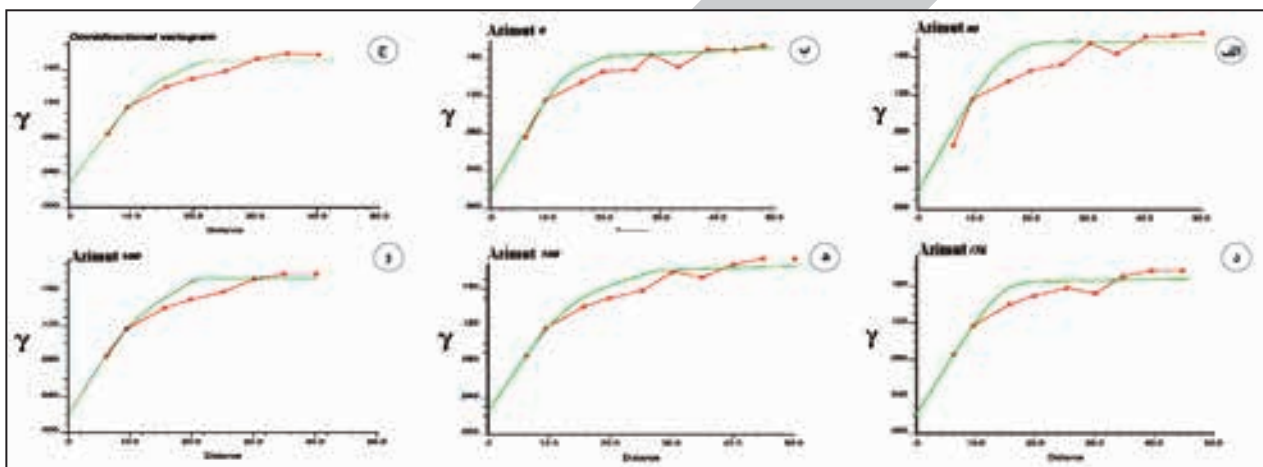
الف) نمودار فراوانی داده‌ها



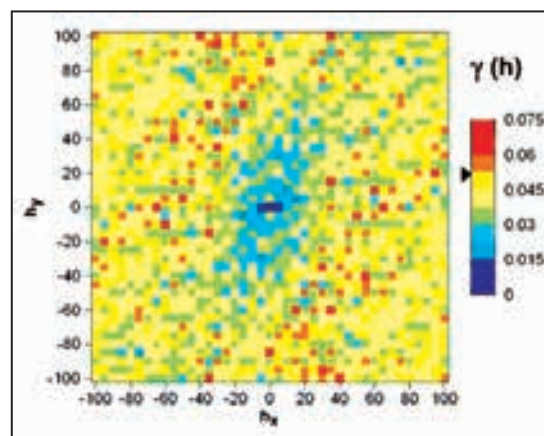
ب) نمودار توزیع تجمعی داده‌ها



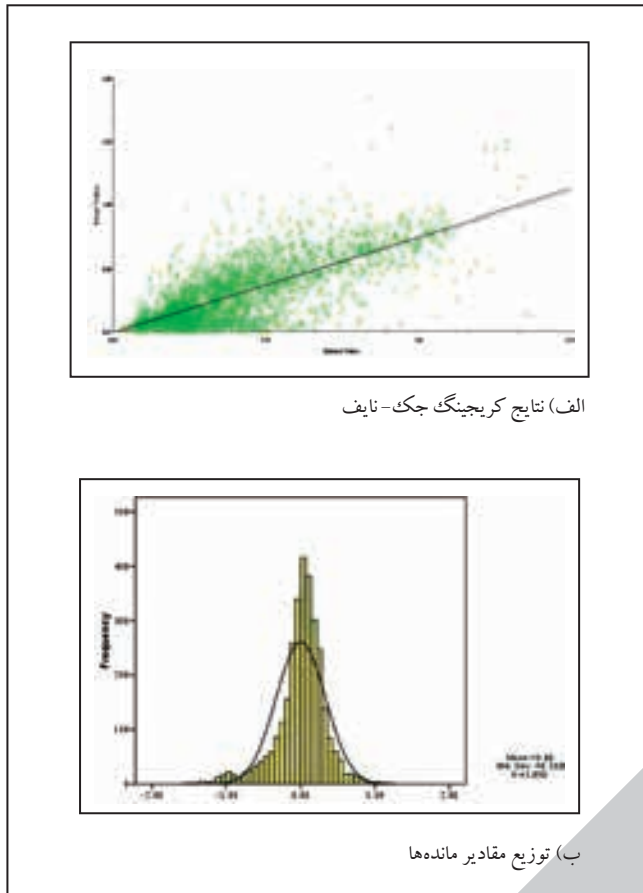
شکل ۳- نمونه‌ای از تغییرنماهای غیرجهتی رسم شده و مدل‌های کروی برازش داده شده به آنها.



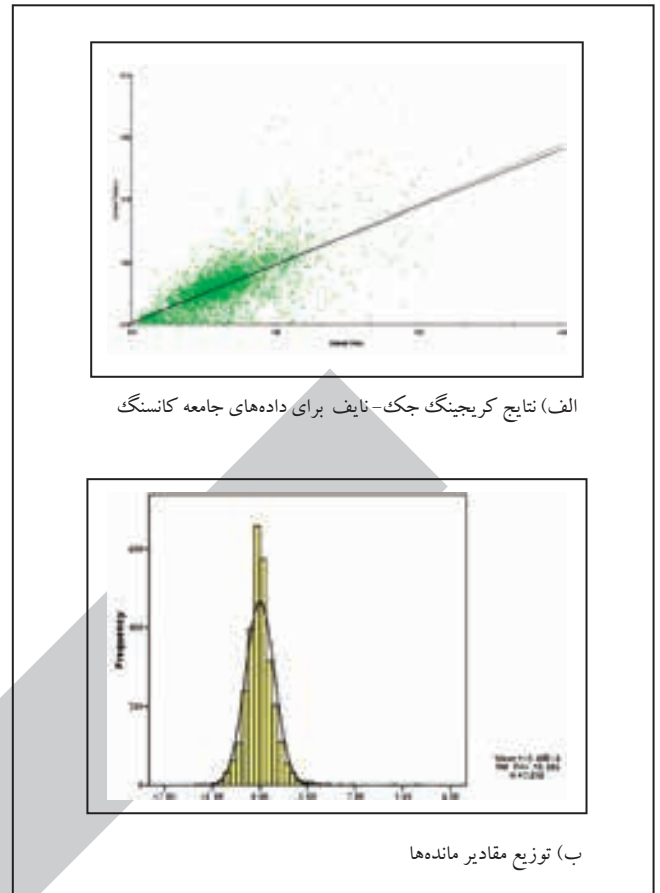
شکل ۴- نمونه‌ای از تغییرنماهای شاخص رسم شده و مدل‌های کروی برازش داده شده به آنها.



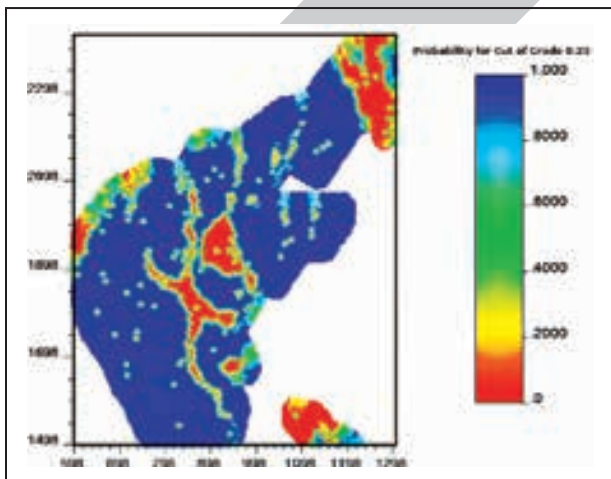
شکل ۵- نقشه واریوگرام رسم شده در فضای برآورد.



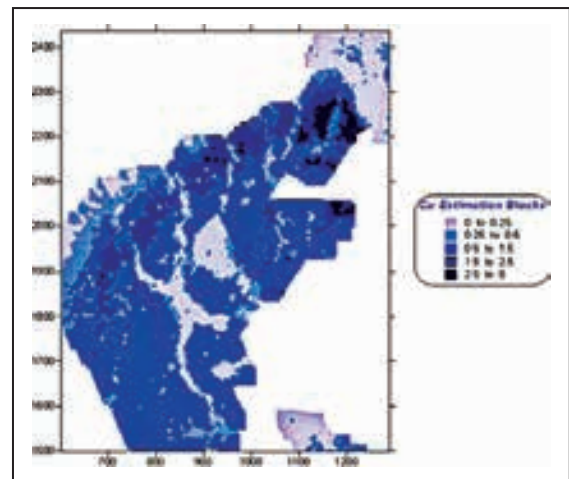
شکل ۷- بررسی اعتبار پارامترهای تغییرنماهای شاخص برازش داده شده



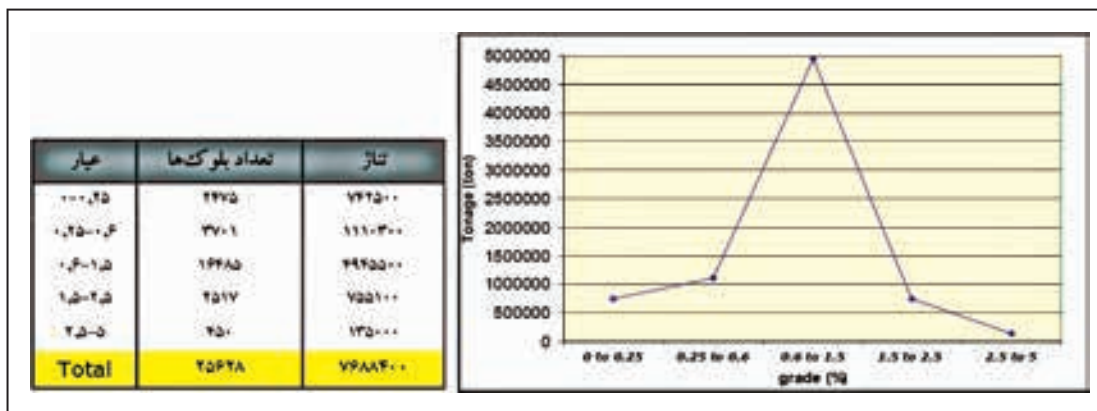
شکل ۶- بررسی اعتبار پارامترهای تغییرنماهای برازش داده شده



شکل ۹- مرزبندی بلوک‌های کانسنگ و باطله در فضای مورد برآورد توسط کریجینگ شاخص



شکل ۸- مدل نهایی بلوک‌های عیاری در فضای مورد برآورد به روش کریجینگ.



شکل ۱۰- نتایج مربوط به منحنی تناژ-عیار در پله ۰/۲۴۶۲/۵.

جدول ۱- نتایج آزمون‌های فیشر و تی- استیودنت بر روی داده‌های چال‌های استخراجی و گمانه‌های اکتشافی

t_1	F_1	t_c	F_c	میانگین داده‌های استخراجی	میانگین داده‌های اکتشافی	پراش داده‌های استخراجی	پراش داده‌های اکتشافی	تعداد داده‌های استخراجی	تعداد داده‌های اکتشافی
۱/۶۴	۱/۲۵	۱/۲۵	۱/۰۶	۱/۰۷	۱/۰۲	۰/۴۷۶۱	۰/۴۴۸۹	۳۴۰۸	۳۸۴

References

- Bohling, G., 2005- Introduction to Geostatistics and variogram analysis; Kansas geological survey, 20p.
- Deutsch, C. V. & Journel, A. G., 1998- Geostatistical software library and user's guide; Oxford university press, 325p.
- Dianati, M. R., 2006- Block modeling and estimation parameters updating report; Sarcheshmeh copper mine, ore control unit.
- Goovaerts, P., 1997- Geostatistics for Natural Resources Evaluation; Oxford University Press, Applied Geostatistics Series; 483 p.
- HasaniPak, A. A., 2003- Error and risk management in exploration; Tehran university press, 272p.
- HasaniPak, A. A., 2005- Exploration data analyze; Tehran university press, 950p.
- HasaniPak, A. A., 2003- Geostatistics; Tehran university press, 325p.
- Iwashita, F., Monteiro, R. C. & Landim, P. M., 2005- An alternative method for calculating variogram surfaces using polar coordinates; Elsevier applied science publishers, pp1-3.
- Pincock, A., 2007- Basics of variogram analysis; Issue no.84; Consultants for Mining and Financial Solutions,
- Snowden, V., 2000- Grade control and reconciliation; Snowdn associates ltd; west Perth WA6005.