

تعیین بهترین سیاست‌ها در قرارداد خدمات‌های سه سطحی با تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری

مریم اسمعیلی^۱، نفیسه شمسی گمچی^۲، محمدعلی صنّعی منفرد^۳

چکیده: امروزه، واراتتی به‌عنوان یک قرارداد خدمت نقش کلیدی در تولید، تجارت و معاملات قانونی بازای می‌کند؛ به‌طوری‌که بسیاری از پژوهشگران را بر آن داشته که با مدل‌سازی چنین خدماتی، بهترین استراتژی را برای چنین قراردادهایی ارائه کنند. در این مقاله، مدلی سه سطحی شامل تولیدکننده، واحد خارجی (تعمیرکننده) و مشتری تحت قراردادهای خدمت متفاوت ارائه شده و نشان داده می‌شود چگونه می‌توان چنین قراردادهای سه سطحی را تحلیل کرد. تولیدکننده با تعیین قیمت فروش، قیمت واراتتی و طول دوره واراتتی سود خود را بیشینه می‌کند، در حالی‌که، واحد خارجی یا تعمیرکننده به‌دنبال مشخص کردن هزینه‌های نگهداری و تعمیر بهینه است، به‌طوری‌که سود او بیشینه شود و درنهایت علاوه‌بر تولیدکننده و تعمیرکننده، مشتری نیز با انتخاب مناسب‌ترین گزینه پیشنهادی از سوی تولیدکننده و تعمیرکننده، می‌خواهد هزینه کمتری را متقبل شده یا به بیان دیگر رضایت بیشتری داشته باشد. با این حساب سه بازایکن به‌دنبال حداکثر کردن سود خود در عین رقابت هستند. در این مقاله، برای اولین بار تعاملات سه سطحی بین تولیدکننده، تعمیرکننده و مشتری در چارچوب نظریه بازای‌ها مدل‌سازی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: بازای سه سطحی، واراتتی، بهترین سیاست، قراردادهای خدماتی.

۱. استادیار دانشگاه الزهراء، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران

۲. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران

۳. دانشیار دانشگاه الزهراء، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۲/۰۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۰۶/۲۰

نویسنده مسئول مقاله: مریم اسمعیلی

E-mail: Esmaeili_m@alzahra.ac.ir

مقدمه

امروزه وارانته نقش بسیار مهمی در خرید محصولات دارد. اکثر مشتریان ترجیح می‌دهند محصولی بخرند که دارای وارانته قابل اطمینان در طول عمر خود باشد تا وی را در مورد خرید خود مطمئن تر سازد. به عبارتی دیگر، مشتریان علاقمند به خرید محصولاتی هستند که در صورت بروز خرابی با هزینه بسیار کمی (یا به صورت رایگان) تعمیر شوند. این موضوع می‌تواند تحت عنوان قرارداد خدمت مطرح شود که در خرید محصولات به مشتری پیشنهاد داده می‌شود. بنابراین، به‌تازگی تولیدکنندگان و واحدهای خارجی به‌عنوان عناصر خدمت‌دهنده، قراردادهای مختلفی را به مشتریان پیشنهاد می‌دهند تا سود خود را بیشینه نمایند. علاوه بر این عناصر، مشتری نیز با انتخاب یکی از قراردادهای خدمت به‌دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود هست. قراردادهای خدمت متفاوتی از سوی خدمت‌دهندگان ارائه می‌شود. در ادبیات موضوعی این مقاله، انواع مختلف قراردادهای خدمت وجود دارد که با توجه به موضوع این مقاله می‌توان آنها را به ۴ گروه تقسیم کرد:

برخی از پژوهشگران مطالعه‌ای در زمینه تعویض رایگان داشته‌اند که در آن، چنانچه در طول دوره وارانته خرابی رخ دهد، تولیدکننده برای اولین بار، محصول نو را با محصول خراب‌شده جایگزین می‌نماید و در خرابی‌های بعدی در طول دوره وارانته با هزینه پابینی تعمیر محصول را انجام می‌دهد [۱۱][۱۳][۱۴]. در برخی حالات، تولیدکننده باید علاوه بر تعویض محصول، خسارت وارده به مشتری را نیز جبران نماید [۳].

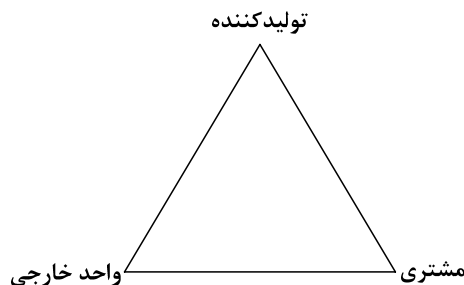
گروه دیگری از پژوهشگران، مسئله برون‌سپاری خدمات را مدنظر قرار داده‌اند. بر اساس این مسئله، هنگام بروز خرابی، یک واحد خارجی تمام خرابی‌ها را تحت قراردادهای خدمت متفاوت به عهده می‌گیرد [۲][۷][۹][۱۰]. در این پژوهش‌ها با استفاده از تئوری بازی‌ها ساختار بهینه‌ای برای قیمت‌گذاری ارائه شده است.

پیشنهادهای مربوط به نگهداری و تعمیرات، نوع دیگری از قراردادهای خدمت را تشکیل می‌دهند که در گروه سوم بررسی شده‌اند. برای مثال بعضی از پژوهشگران، مدل‌هایی را ارائه داده‌اند که در آن مشتری می‌تواند در مورد پارامترهای مربوط نگهداری مانند سطح دسترسی، قابلیت اطمینان، بازه‌های زمانی کنترل و ... با خدمت‌دهنده به مذاکره بپردازد [۸][۱۲]. سیاست‌های وارانته در طول عمر محصول و مدل‌های پیش‌بینی خرابی‌ها و تخمین هزینه تعمیر برای وارانته طول عمر محصول، در برخی از مقاله‌ها بررسی شده‌اند [۴].

تعیین بهترین سیاست‌ها در قرارداد خدمات‌های سه سطحی با تولیدکننده، ... ۳

مهم‌ترین ضعف پژوهش‌های انجام شده، این است که قراردادهای خدمت را در تنها با در نظر گرفتن تولیدکننده یا واحد خارجی مدلسازی کرده‌اند. به عبارتی دیگر، آنها تعامل بین مشتری و تولیدکننده یا تعامل بین مشتری و واحد خارجی را در نظر گرفته‌اند. در حالی که، به تازگی تعامل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هر مشتری می‌تواند یکی از پیشنهادهای تولیدکننده و واحد خارجی را به‌طور دلخواه انتخاب نماید. برای مثال، بسیاری از محصولات جدید توسط دو واحد حمایت می‌شوند. iPad2، به‌عنوان یکی از محصولات کارخانه Apple، مثال شناخته شده‌ای است که از خدمات دو شرکت Applecare (وارانتی تولیدکننده) و Squaretrade (وارانتی واحد خارجی) بهره‌مند می‌شود.

در این مقاله، مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری تحت پیشنهادهای مختلف وارانتهی ارائه می‌شوند. تولیدکننده دو پیشنهاد زیر را به مشتری ارائه می‌دهد: (۱) تعویض رایگان به ازای هر خرابی در طول دوره وارانتهی (۲) فروش بدون وارانتهی. سود تولیدکننده با تعیین مقدار بهینه قیمت فروش، قیمت وارانتهی و طول دوره وارانتهی تحت پیشنهاد مختلف، بیشینه می‌شود. از طرف دیگر، واحد خارجی سه پیشنهاد زیر را به مشتری ارائه می‌دهد: (۱) تعمیر خرابی‌ها به‌ازای قیمت مشخص بعد از پایان طول دوره وارانتهی تولیدکننده، (۲) دریافت هزینه نگهداری و تعمیرات، و تعمیر تمامی خرابی‌ها در طول عمر محصول، به‌صورت رایگان، (۳) تعمیر خرابی‌ها به‌ازای قیمت مشخص در طول عمر محصول. در مدل واحد خارجی، با در نظر گرفتن پیشنهادهای مختلف، هزینه نگهداری و تعمیرات یا هزینه تعمیر بهینه مشخص می‌شود. به‌علاوه، مشتری به‌دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود از خرید محصول با انتخاب یکی از پیشنهادهای ارائه شده از سوی تولیدکننده یا واحد خارجی است. در این مقاله، تعامل بین تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری با استفاده از رویکرد تئوری بازی بررسی شده است [۱]. نمودار زیر تصویر ترسیمی از تعامل بین هر سه بازیکن (تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری) را نشان می‌دهد.



نمودار ۱. تعامل بازیکنان

بخش‌بندی این مقاله به صورت زیر است. نمادها و مفروضات مدل در بخش ۲ ارائه شده است. در بخش ۳، مسئله اصلی شامل مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری فرموله شده و در بخش ۴، تعادل نش با استفاده از رویکرد بازی غیرهمکارانه ایستا به دست می‌آید. برای روشن شدن مطلب، دو مثال عددی در بخش ۵ ارائه می‌شود. در نهایت، نتیجه حاصل از این مقاله به همراه پیشنهادها برای پژوهش‌های آتی در این زمینه، در بخش ۶ ارائه می‌شود.

نمادها و مفروضات

متغیرهای تصمیم، پارامترهای ورودی و مفروضات مدل به شرح زیر است.

متغیرهای تصمیم

P_{ip}	قیمت فروش تولیدکننده با توجه به پیشنهاد i
T_w	طول دوره وارانتی - تولیدکننده
P_w	قیمت وارانتی - تولیدکننده
P_a	هزینه نگهداری دریافتی توسط واحد خارجی
C_{ir}	هزینه تعمیر به‌ازای هر واحد خرابی با توجه به پیشنهاد i - واحد خارجی
R_i	درآمد مشتری به‌ازای هر واحد زمانی با توجه به انتخاب i

پارامترها

L	طول عمر محصول
C_p	هزینه تولید به‌ازای هر واحد
P_s	ارزش اسقاطی محصولات خراب شده
C'_r	هزینه تعمیر هر واحد خرابی برای واحد خارجی
N_1	تعداد خرابی‌ها در طول عمر محصول
N_2	تعداد خرابی‌ها در طول دوره وارانتی
N_3	تعداد خرابی‌ها بعد از طول عمر وارانتی تا پایان عمر محصول
X_i	زمان کارکرد محصول بعد از تعمیر i ام و قبل از خرابی $(i+1)$ ام
λ	نرخ خرابی
r	نرخ کهنگی محصول

$$\begin{aligned} \Pi_{Mi} & \text{ سود تولیدکننده تحت پیشنهاد } i \text{ ام} \\ \Pi_{Ai} & \text{ سود واحد خارجی تحت پیشنهاد } i \text{ ام} \\ \Pi_{Ci} & \text{ سود مشتری تحت انتخاب } i \text{ ام} \end{aligned}$$

مفروضات

۱. یک تولیدکننده، یک واحد خارجی (تعمیرکننده) و یک مشتری وجود دارد.
۲. قیمت وارانتهی تابعی خطی از طول دوره وارانتهی است.

$$P_w = \beta T_w \quad (1)$$

- که در رابطه بالا $\beta > 0$ به تعداد خرابی‌ها در طول دوره وارانتهی بستگی دارد و توسط تولیدکننده تعیین می‌شود.
۳. تعداد خرابی‌ها از توزیع پواسون پیروی می‌کند.

$$P(N) = \frac{e^{-\lambda(t)} \lambda(t)^N}{N!} \quad (2)$$

۴. رخ خرابی به صورت تابعی صعودی نسبت به زمان است: [۷]

$$\lambda(t) = \lambda_0 + rt \quad (3)$$

که در آن λ_0 نرخ خرابی اولیه در $t = 0$ است و t زمان کارکرد محصول است.

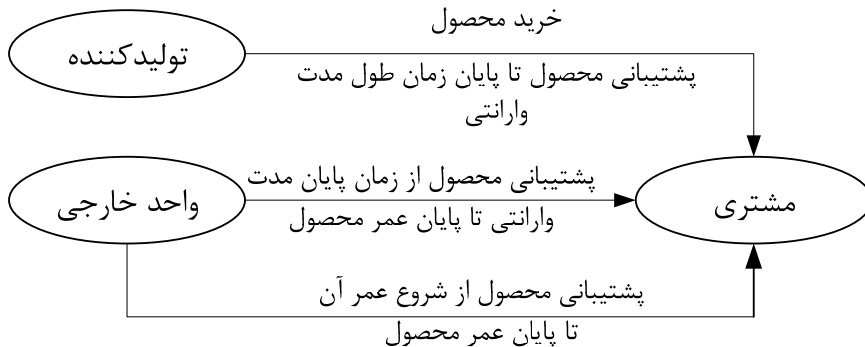
مدل ارائه شده

در این بخش، مدل‌های تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری ارائه می‌شود. نمودار ۲ چکیده تصویری از پیشنهاد‌های مطرح شده از سوی بازیکنان را نمایش می‌دهد.

مدل تولیدکننده

تولیدکننده دو پیشنهاد زیر را برای مشتری ارائه می‌دهد:

- M 1: جایگزینی محصول نو با محصول خراب‌شده به صورت رایگان در طول دوره وارانتهی
- M 2: عدم ارائه وارانتهی



نمودار ۲. نمایی از ارتباط مشتری با خدمت‌دهنده‌ها

سیاست بهینه تولیدکننده تحت پیشنهاد $M1$

هنگامی که تولیدکننده پیشنهاد $M1$ را انتخاب کند، تابع سود به صورت زیر خواهد بود:

سود تولیدکننده = قیمت فروش محصول + قیمت وارانته - هزینه تولید محصول - (هزینه تولید محصول - ارزش اسقاطی محصول خراب شده) × تعداد خرابی‌های محصول در طول دوره وارانته

$$\Pi_{M1} = (P_{1p}) + (P_w) - (C_p) - (C_p - P_s)E(N_2) \quad (4)$$

با توجه به رابطه بالا، باید قیمت فروش، P_{1p} ، طول دوره وارانته، T_w و قیمت وارانته، P_w تعیین شود. با توجه به فرض (۳) امید ریاضی N_2 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$E(N_2) = \sum_{N_2=0}^{\infty} (N_2) \left(\frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^{N_2}}{N_2!} \right) = \lambda_2 = \int_0^{T_w} (\lambda_0 + rt) dt = (\lambda_0 T_w) + \left(\frac{1}{2} r T_w^2 \right) \quad (5)$$

بنابراین رابطه (4) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\Pi_{M1} = (P_{1p}) + (P_w) - (C_p) - (C_p - P_s) \left(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w^2 \right) \quad (6)$$

باید توجه داشت که تابع سود تولیدکننده یک تابع مقعر است. بنابراین با صفر قرار دادن مشتق اول آن، مقدار T_w به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_w^* = \frac{\frac{\partial P_w}{\partial T_w} - (C_p - P_s) \lambda_0}{r(C_p - P_s)} = \frac{\beta - (C_p - P_s) \lambda_0}{r(C_p - P_s)} \quad (7)$$

تعیین بهترین سیاست‌ها در قرارداد خدمات‌های سه سطحی با تولیدکننده، ... γ

همچنین با توجه به فرض (۲)، قیمت وارانتهی تابعی از طول دوره وارانتهی است. در نتیجه:

$$P_w^* = \beta T_w^* \quad (۸)$$

قیمت فروش محصول با حل $\Pi_{M1} = 0$ ، به‌ازای سود صفر تولیدکننده، به‌دست می‌آید:

$$P_{1p} = C_p - (\beta T_w) + (C_p - P_s)(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w^2) \quad (۹)$$

با توجه به اینکه رابطه (۶) تابع خطی صعودی نسبت به P_{1p} است، قیمت فروش بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که تولیدکننده می‌تواند به مشتری تحمیل کند؛ بنابراین:

$$P_{1p}^* = k_1 [C_p - (\beta T_w) + (C_p - P_s)(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w^2)] \quad (۱۰)$$

به‌ازای $K_1 > 1$.

سیاست بهینه تولیدکننده تحت پیشنهاد M2

مدل تولیدکننده تحت پیشنهاد M2 به‌صورت زیر است:

سود تولیدکننده = قیمت فروش محصول - هزینه تولید محصول

$$\Pi_{M2}(P_{2p}) = P_{2p} - C_p \quad (۱۱)$$

قیمت فروش محصول، P_{2p} ، با حل $\Pi_{M2} = 0$ به‌ازای سود صفر تولیدکننده عبارتست از:

$$P_{2p} = C_p \quad (۱۲)$$

با توجه به اینکه رابطه (۱۱) تابع خطی صعودی نسبت به P_{2p} است، قیمت فروش بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که تولیدکننده می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$P_{2p}^* = k_2 C_p \quad (۱۳)$$

به‌ازای $K_2 > 1$.

مدل واحد خارجی

واحد خارجی سه پیشنهاد مختلف زیر را به مشتری ارائه می‌دهد:

A1: تعمیر خرابی‌ها با دریافت هزینه C_{1r} به‌ازای هر خرابی بعد از پایان طول دوره وارانتهی؛

A2: دریافت هزینه نگهداری P_a و تعمیر خرابی‌ها به صورت رایگان در طول عمر محصول و پرداخت جریمه به‌ازای هر واحد زمانی دیرکرد به مشتری در صورت تأخیر در تعمیر؛
 A3: تعمیر خرابی‌ها با دریافت هزینه C_{3r} به‌ازای هر خرابی در طول عمر محصول.

سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A1

سود واحد خارجی در صورتی که پیشنهاد A1 را ارائه دهد به صورت زیر است:

سود تعمیرکننده = (هزینه دریافتی از مشتری به‌ازای هر واحد خرابی - هزینه تعمیر هر واحد خرابی برای خود تعمیرکننده) × تعداد خرابی‌های محصول بعد از طول دوره وارانتی تا پایان عمر محصول

$$\Pi_{A1}(C_{1r}) = (C_{1r} - C'_r)E(N_3) \quad (14)$$

تعداد خرابی‌ها بعد از پایان طول دوره وارانتی N_3 ، متغیر تصادفی با توزیع پواسون است. بنابراین امید ریاضی آن به صورت زیر است:

$$E(N_3) = \lambda_3 = \int_0^{L-T_w} \lambda(t) dt = \lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2}r(L - T_w)^2 \quad (15)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۵)، رابطه (۱۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\Pi_{A1}(C_{1r}) = (C_{1r} - C'_r)(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2}r(L - T_w)^2) \quad (16)$$

هزینه تعمیر محصول، C_{1r} با حل $\Pi_{A1} = 0$ به‌ازای سود صفر واحد خارجی، عبارتست از:

$$C_{1r} = C'_r \quad (17)$$

با توجه به اینکه رابطه (۱۶) تابع خطی صعودی نسبت به C_{1r} است، هزینه تعمیر بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$C_{1r}^* = k_3 C'_r \quad (18)$$

به‌ازای $K_3 > 1$.

سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A2

مدل واحد خارجی در این پیشنهاد به صورت زیر است:

سود تعمیرکننده = هزینه نگهداری دریافتی از مشتری - هزینه تعمیر محصول برای خود
تعمیرکننده × تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن - جریمه پرداختی به مشتری به‌ازای هر
واحد زمانی تأخیر.

$$\Pi_{A2}(P_a) = P_a - E(N_1)C'_r - \alpha \left(\sum_{i=1}^{N_1} \max\{0, Y_i - \tau\} \right) \quad (19)$$

با توجه به فرض (۱) تنها یک مشتری در مدل وجود دارد. بنابراین، صفی برای دریافت تعمیر
تشکیل نشده و تأخیری در تعمیر رخ نمی‌دهد و عبارت آخر رابطه بالا قابل حذف است. N_1 نیز
متغیر تصادفی با توزیع پواسون بوده و امید ریاضی آن به‌صورت زیر است:

$$E(N_1) = \lambda_1 = \int_0^L \lambda(t) dt = \lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2 \quad (20)$$

بنابراین رابطه (۱۹) به‌صورت زیر می‌شود:

$$\Pi_{A2}(P_a) = P_a - \left(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2 \right) C'_r \quad (21)$$

هزینه نگهداری و تعمیرات با حل $\Pi_{A2} = 0$ بازای سود صفر واحد خارجی، عبارتست از:

$$P_a = C'_r \left(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2 \right) \quad (22)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۱) تابع خطی صعودی نسبت به P_a است، هزینه نگهداری و
تعمیرات در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند:

$$P_a^* = k_4 C'_r \left(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2 \right) \quad (23)$$

به‌ازای $K_4 > 1$.

سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A2

مدل واحد خارجی تحت پیشنهاد A2، به‌صورت زیر است:

سود تعمیرکننده = (درآمد حاصل از تعمیر محصول خراب شده - هزینه ناشی از تعمیر محصول
خراب شده) × تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن

$$\Pi_{A3}(C_{3r}) = (C_{3r} - C'_r) E(N_1) \quad (24)$$

با حل $\Pi_{A2} = 0$ به ازای سود صفر واحد خارجی، هزینه تعمیر محصول، C_{3r} عبارتست از:

$$C_{3r} = C_r' \quad (25)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۴) تابع خطی صعودی نسبت به C_{3r} است، هزینه تعمیر بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$C_{3r}^* = k_5 C_r' \quad (26)$$

به‌ازای $K_5 > 1$.

مدل مشتری

با توجه به پیشنهادهایی که از سوی تولیدکننده و واحد خارجی ارائه شده است، مشتری با انتخاب‌های زیر روبه‌رو می‌شود:

- C1: (M1 و A1)، خرید وارانتهی تولیدکننده برای تعویض محصول خراب شده در طول دوره وارانتهی و بعد از اتمام آن، پرداخت هزینه تعمیر به‌ازای هر خرابی به واحد خارجی؛
 C2: (M2 و A2)، خرید قرارداد خدمت ارائه شده از سوی واحد خارجی برای دریافت خدمات رایگان در طول عمر محصول؛
 C3: (M3 و A3)، پرداخت هزینه تعمیر به‌ازای هر خرابی در طول عمر محصول.

سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد C1

با انتخاب C1 توسط مشتری، مدل وی به‌صورت زیر خواهد بود:
 سود مشتری = درآمد حاصل از کارکرد محصول برای مشتری در مدت زمان کارکردی - قیمت خرید محصول - قیمت وارانتهی - هزینه تعمیر هر واحد محصول شده \times تعداد محصولات خراب شده بعد از انقضای وارانتهی تولیدکننده.

$$\Pi_{C1}(R_1) = R_1(T_w + \sum_{i=1}^{N_3} X_i + X) - P_{1p} - P_w - C_{1r}E(N_3) \quad (27)$$

باید توجه داشت که زمان جایگزینی محصول و همچنین زمان از کار افتادگی محصول خراب شده قابل چشم‌پوشی است [۳]. بنابراین داریم:

$$R(T_w + \sum_{i=1}^N X_i + X) \approx RL \quad (28)$$

که در رابطه فوق N نشان دهنده تعداد خرابی‌هاست. با توجه به روابط قبل، رابطه (۲۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$\Pi_{C1}(R_1) = R_1L - P_{1p} - P_w - C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2}r(L - T_w)^2) \quad (29)$$

با حل $\Pi_{C1} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، R_1 عبارتست از:

$$R_1 = \frac{1}{L}(P_{1p} + P_w + C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2}r(L - T_w)^2)) \quad (30)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۹) تابع خطی صعودی نسبت به R_1 است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_1^* = \frac{k_6}{L}(P_{1p} + P_w + C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2}r(L - T_w)^2)) \quad (30)$$

به‌ازای $K_6 > 1$.

سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد C2

در این انتخاب، مدل مشتری به صورت زیر است:

سود مشتری = درآمد حاصل از کارکرد محصول خریداری شده - قیمت خرید محصول - هزینه نگهداری پرداختی به تعمیرکننده + جریمه دریافتی از تعمیرکننده

$$\Pi_{C2}(R_2) = R_2L - P_{2p} - P_a \quad (31)$$

با حل $\Pi_{C2} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، R_2 برابرست با:

$$R_2 = \frac{1}{L}(P_{2p} + P_a) \quad (32)$$

با توجه به اینکه رابطه (۳۱) تابع خطی صعودی نسبت به R_2 است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_2^* = \frac{k_7}{L}(P_{2p} + P_a) \quad (33)$$

به‌ازای $k_7 > 1$.

۱.۱. سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد C3

مدل مشتری به‌صورت زیر است:

سود مشتری = درآمد حاصل از مدت زمان کارکردی محصول - قیمت خرید محصول - تعمیر هر واحد خرابی × تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن.

$$\Pi_{C3}(R_3) = R_3L - P_{2p} - C_{3r}E(N_1) \quad (34)$$

با قراردادن رابطه (۲۵) در رابطه (۳۳)، عبارت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Pi_{C3}(R_3) = R_3L - P_{2p} - C_{3r}(\lambda_0L + \frac{1}{2}rL^2) \quad (35)$$

با حل $\Pi_{C3} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، R_3 برابرست با:

$$R_3 = \frac{1}{L}(P_{2p} + C_{3r}(\lambda_0L + \frac{1}{2}rL^2)) \quad (36)$$

با توجه به اینکه رابطه (۳۴) تابع خطی صعودی نسبت به R_3 است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_3^* = \frac{k_8}{L}(P_{2p} + C_{3r}(\lambda_0L + \frac{1}{2}rL^2)) \quad (37)$$

به‌ازای $k_8 > 1$.

بازای غیر همکارانه

مجموعه‌ای از بازیکنان وجود دارد ($N = 3$) که برای هر بازیکن، مجموعه‌ای از استراتژی‌ها و پیامد حاصل از آن‌ها در نظر گرفته می‌شود [۵]. اجزای بازای سه نفره عبارتست از:

- $N = \{M, A, C\}$ که در آن تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری به‌ترتیب با M ، A و C نشان داده می‌شوند.

- مجموعه‌ای از استراتژی‌های در دسترس برای هر بازیکن، S_i ، به‌صورت زیر است:

$$S_M = \{M1, M2\} \quad S_A = \{A1, A2, A3\} \quad S_C = \{C1, C2, C3\}$$

- پیامد حاصل از استراتژی هر بازیکن، عبارتست از:

$$u(M) = \{\Pi_{M1}(P_{1p}, P_w, T_w), \Pi_{M2}(P_{2p})\}$$

$$u(A) = \{\Pi_{A1}(C_{1r}), \Pi_{A2}(P_a), \Pi_{A3}(C_{3r})\}$$

$$u(C) = \{\Pi_{C1}(R_3), \Pi_{C2}(R_2), \Pi_{C3}(R_3)\}$$

در ادامه دو مثال عددی برای به دست آوردن تعادل نش ارائه می‌شود.

مثال عددی

مثال‌های عددی زیر برای نشان دادن ویژگی‌های مهم مدل‌های ارائه شده، بررسی شده‌اند.

مثال ۱. پارامترهای زیر را برای مدل ارائه شده در نظر بگیرید:

$\lambda_0 = 0.6$ در سال، $r = 0.3$ در مجذور سال، $L = 6$ سال، $C_r' = 100000$ واحد پولی، $\beta = 450000$ واحد پولی، $P_s = 500000$ واحد پولی.

C_p واحد پولی، $\beta = 450000$ واحد پولی در سال و $P_s = 500000$ واحد پولی.

پارامترهای دیگر بر طبق فرض به صورت زیر است:

$$k_1 = 1.1, \quad k_2 = 1.2, \quad k_3 = 1.1$$

$$k_4 = 1.2, \quad k_5 = 1.1, \quad k_6 = 1.1$$

$$k_7 = 1.1, \quad k_8 = 1.1$$

جدول ۱. سود تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در مثال ۱ (هزار واحد پولی)

		A1	A2	A3
C1	M1	(۱۴۵، ۶۷.۵، ۳۴.۶)	(۱۴۵، ۱۸۰، ۳۴.۶)	(۱۴۵، ۹۰، ۳۴.۶)
	M2	(۸۰، ۶۷.۵، ۳۴.۶)	(۸۰، ۱۸۰، ۳۴.۶)	(۸۰، ۹۰، ۳۴.۶)
C2	M1	(۱۴۵، ۶۷.۵، ۳۲.۶)	(۱۴۵، ۱۸۰، ۳۲.۶)	(۱۴۵، ۹۰، ۳۲.۶)
	M2	(۸۰، ۶۷.۵، ۳۲.۶)	(۸۰، ۱۸۰، ۳۲.۶)	(۸۰، ۹۰، ۳۲.۶)
C3	M1	(۱۴۵، ۶۷.۵، ۳۴.۲)	(۱۴۵، ۱۸۰، ۳۴.۲)	(۱۴۵، ۹۰، ۳۴.۲)
	M2	(۸۰، ۶۷.۵، ۳۴.۲)	(۸۰، ۱۸۰، ۳۴.۲)	(۸۰، ۹۰، ۳۴.۲)

استراتژی بهینه تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در جدول ۱ ارائه می‌شود. با توجه به جدول ۱، تعادل نش در نقطه (M1, A2, C1) اتفاق می‌افتد. به این معنی است که تولیدکننده ترجیح می‌دهد پیشنهاد اول خود را ارائه دهد. از سوی دیگر، ترجیح واحد خارجی این است که

پیشنهاد دوم خود را به مشتری ارائه کند. و در نهایت، مشتری با انتخاب اول خود به بالاترین سطح رضایت دست می‌یابد. تولیدکننده که پیشنهاد اول خود را ارائه می‌کند، توسط مشتری انتخاب می‌شود؛ بنابراین واحد خارجی به بیشینه سود خود نخواهد رسید. در نتیجه مقادیر بهینه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \Pi_{M1}^* &= 145000 \text{ واحد پولی،} & T_w^* &= 1 \text{ سال،} \\ P_W^* &= 450000 \text{ واحد پولی،} & P_{1p}^* &= 870000 \text{ واحد پولی} \\ \Pi_{A1}^* &= 67500 \text{ واحد پولی،} & C_{1r}^* &= 110000 \text{ واحد پولی} \\ \Pi_{C1}^* &= 34600 \text{ واحد پولی،} & R_1^* &= 346000 \text{ واحد پولی} \end{aligned}$$

مثال ۲. پارامترهای زیر را برای مدل ارائه شده در نظر بگیرید:

$\lambda_0 = 0.7$ در سال، $r = 0.4$ در مجذور سال، $L = 6$ سال، $C_r^1 = 50000$ واحد پولی،
 $C_p = 450000$ واحد پولی، $\beta = 260000$ واحد پولی در سال و $P_s = 250000$ واحد پولی.
 پارامترهای دیگر بر طبق فرض به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} k_1 &= 1.1 & k_2 &= 1.1 & k_3 &= 1.1 \\ k_4 &= 1.1 & k_5 &= 1.1 & k_6 &= 1.1 \\ k_7 &= 1.1 & k_8 &= 1.1 & & \end{aligned}$$

جدول ۲. سود تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در مثال ۲ (هزار واحد پولی)

		A1	A2	A3
C1	M1	(۳۶، ۳۳، ۱۸۶)	(۳۶، ۵۷، ۱۸۶)	(۳۶، ۳۳، ۱۸۶)
	M2	(۴۵، ۳۳، ۱۸۶)	(۴۵، ۵۷، ۱۸۶)	(۴۵، ۵۶.۵، ۱۸۶)
C2	M1	(۳۶، ۳۳، ۱۸.۷)	(۳۶، ۵۷، ۱۸.۷)	(۳۶، ۵۶.۵، ۱۸.۷)
	M2	(۴۵، ۳۳، ۱۸.۷)	(۴۵، ۵۷، ۱۸.۷)	(۴۵، ۵۶.۵، ۱۸.۷)
C3	M1	(۳۶، ۳۳، ۱۵.۲)	(۳۶، ۵۷، ۱۵.۲)	(۳۶، ۵۶.۵، ۱۵.۲)
	M2	(۴۵، ۳۳، ۱۵.۲)	(۴۵، ۵۷، ۱۵.۲)	(۴۵، ۵۶.۵، ۱۵.۲)

استراتژی بهینه تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در جدول ۲ ارائه می‌شود. با توجه به جدول ۲، تعادل نش در نقطه $(M2, A2, C2)$ اتفاق می‌افتد. به این معنی است که تولیدکننده ترجیح می‌دهد پیشنهاد دوم خود را ارائه دهد. از سوی دیگر، ترجیح واحد خارجی این است که پیشنهاد دوم خود را به مشتری ارائه کند. در نهایت، مشتری با انتخاب دوم خود به بالاترین سطح رضایت دست می‌یابد. بنابراین تمامی واحدها به بیشینه سود خود رسیده و مقادیر بهینه هر یک از متغیرها برابرست با:

$$\begin{aligned} \Pi_{M2}^* &= 45000 \text{ واحد پولی،} & P_{2p}^* &= 495000 \text{ واحد پولی.} \\ \Pi_{A2}^* &= 57000 \text{ واحد پولی،} & P_a^* &= 627000 \text{ واحد پولی.} \\ \Pi_{C2}^* &= 18700 \text{ واحد پولی،} & R_2^* &= 206000 \text{ واحد پولی.} \end{aligned}$$

نتیجه‌گیری و پیشنهاد‌های آتی

در این مقاله، مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری تحت قراردادهای خدمت مختلف ارائه شده است. سود تولیدکننده با تعیین قیمت فروش، قیمت وارانتهی و طول دوره وارانتهی بیشینه می‌شود. علاوه بر این، مقدار بهینه هزینه نگهداری و تعمیرات یا هزینه تعمیر برای واحد خارجی با هدف بیشینه کردن سود واحد خارجی، مشخص می‌شود. همچنین، مشتری نیز به دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود با انتخاب یکی از پیشنهاد‌های ارائه شده از سوی تولیدکننده یا واحد خارجی است. تعامل بین تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری با استفاده از رویکرد تئوری بازی در نظر گرفته شده و تعادل نش تحت بازی غیرهمکارانه به دست آمده است. همچنین همانطور که در مثال‌های بیان شده مشخص است، هر سه بازیکن به دنبال بیشینه کردن سود خود هستند ولی در همه موارد این اتفاق رخ نمی‌دهد و یکی از بازیکنان به بالاترین سود ممکن دست نخواهد یافت.

پیشنهاد‌های زیادی برای گسترش مقاله کنونی وجود دارد. برای مثال، می‌توان بیش از یک تولیدکننده و واحد خارجی و مشتری در نظر گرفت. بین تولیدکننده و واحد خارجی، همکاری در نظر گرفته شود. مشتری بتواند بیش از یک محصول خریداری نماید و در نتیجه با سببی از قراردادهای خدمت مواجه می‌شود. ارزش زمانی پول برای هر یک از اجزا در نظر گرفته شود. هر یک از اجزای شبکه دارای قدرت متفاوتی باشد، در نتیجه برای فرموله کردن روابط آنها از مدل استکلبرگ استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن چندین مشتری، پارامتر ریسکی برای آنها در نظر گرفته شود به طوری که میزان خطرپذیری یا خطرگریزی وی در انتخاب نوع قرارداد مؤثر باشد.

منابع

۱. شمسی گمچی نفیسه، اسمعیلی مریم (۱۳۹۰). ارائه مدل قیمت‌گذاری در مبحث وارانتی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه الزهراء.
1. Asgharizadeh E, Murthy D.N.P (2000). Service contracts: A stochastic model, *Mathematical and Computer Modeling*; 31: 11-20.
 2. Boom A (1998). Product risk sharing by warranties in a monopoly market with risk-averse consumers, *Journal of Economic Behavior and Organization* 33: 241-257.
 3. Chattopadhyay G, Rahman A (2008). Development of lifetime warranty policies and models for estimating costs, *Reliability Engineering and System Safety*; 93: 522-529.
 4. Esmaeili M, Aryanezhad M.B, Zeephongsekul P (2009). A game theory approach in seller-buyer supply chain, *European Journal of Operational Research*; 195: 442-448.
 5. Hartman J.C, Laksana K (2008). Designing and Pricing menus of extended warranty contracts, *Naval Research Logistics*; 56: 199-214.
 6. Jackson C, Pascual R. (2008). Optimal maintenance service contract negotiation with aging equipment, *European Journal of Operational Research*; 189: 387-398.
 7. Maronick T.J (2008). Consumer perceptions of extended warranties, *Journal of Retailing and Consumer Services*; 14: 224-231.
 8. Murthy D.N.P., Asgharizadeh E. (1996). A stochastic model for service contracts, *International Journal of Reliability, Quality and Safety*; 5: 29-45.
 9. Murthy D.N.P., Yeung V (1995). Modeling and analysis of maintenance service contracts, *Mathematical and Computer Modeling*; 22: 219-225.
 10. Rinsaka K, Sandoh H (2006). A stochastic model on an additional warranty service contract. *Computers and Mathematics with Applications*; 51: 179-188.
 11. Wang W (2010). A model for maintenance service contract design, negotiation and optimization, *European Journal of Operational Research*; 201: 239-246.
 12. Wu Ch.-Ch, Lin P.-Ch, Chou Ch.-Y (2006). Determination of price and warranty length for a normal lifetime distributed product, *International Journal of Production Economics*; 102: 95-107.
 13. Zhou Zh, Li Y, Tang K (2009). Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime, *European Journal of Operational Research*; 196: 940-948.