

شبیه سازی رشد اقتصادی ایران با استفاده از مدل رشد اوزاوا - لوکاس با به کارگیری کنترل بهینه ی پویا

دکتر محمد حسین پورکاظمی و احمد لطفی مزرعه شاهی*

تاریخ وصول: 89/9/28 تاریخ پذیرش: 90/3/25

چکیده:

مطالعه‌ی حاضر ضمن تشریح مدل رشد درونزای دو بخشی اوزاوا-لوکاس، که علاوه بر بخش تولید کالا و خدمات بر تولید سرمایه‌ی انسانی نیز تأکید دارد، به شبیه سازی مسیره‌های زمانی متغیرهای کلان اقتصاد ایران تحت فروض مدل مذکور می‌پردازد. برای این منظور با استفاده از اصل ماکزیمم پونتتری اگین به بهینه سازی پویا و حل مسأله‌ی کنترل حداکثر سازی ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود با توجه به قیود موجود در تشکیل سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی پرداخته و برای سیستم معادلات دیفرانسل حاصل از بهینه سازی پویایی‌ها، وجود و معلوم بودن وضعیت پایدار و تحلیل مسیره‌های رشد هم به صورت پارامتریک و هم به صورت عددی، با توجه به مقادیر برآورد شده برای پارامترهای اقتصادی ایران، بررسی می‌شود. بر اساس داده‌های موجود اقتصاد ایران طی سال‌های 86-1353، علاوه بر محاسبه‌ی ضرایب مختلف، مسیر زمانی GDP و سایر متغیرهای کلان شبیه سازی شده است. نتایج بیانگر آنست که متوسط نرخ رشد بلند مدت GDP واقعی روی مسیر رشد متوازن حدود 4/7% می‌باشد و افزایش در ضریب تکنولوژیکی بخش آموزش و کسش تولید نسبت به سرمایه‌ی انسانی می‌تواند باعث افزایش این نرخ رشد و قرار گرفتن اقتصاد روی مسیر رشد متوازن بالاتر گردد که این موضوع مؤید نقش و اهمیت سرمایه‌ی انسانی در رشد اقتصادی می‌باشد.

طبقه‌بندی JEL: C02، D92، C63

واژه‌های کلیدی: مدل رشد اوزاوا - لوکاس، سرمایه‌ی انسانی، اصل ماکزیمم پونتتری اگین، شبیه سازی رشد اقتصادی ایران، مسیر رشد متوازن

* به ترتیب، دانشیار دانشکده علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی و دانشجوی دکترای اقتصاد دانشگاه پیام نور

(h_pourkazemi@yahoo.com.au)

۱- مقدمه

موضوع رشد اقتصادی جایگاه ویژه‌ای در مطالعات اقتصادی و اجتماعی دارد به طوری که تحقیقات نظری و تجربی روی دو موضوع اصلی تمرکز دارند: ۱- یافتن مکانیسمی که رشد اقتصادی را تضمین نماید و نقش و سهم عوامل مختلف را برای فرایند رشد مشخص نماید و ۲- اتخاذ سیاست‌های کلان و خرد اقتصادی به طوری که رشد اقتصادی بلند مدت با ثبات را تضمین نماید (آلتار^۱ و سایرین، ۲۰۰۸، ص ۱۱۵). به عبارتی دیگر، در رابطه با سیاست‌هایی که رشد اقتصادی را تضمین می‌نماید، یک نکته‌ی مهم تعیین عواملی است که موجب رشد اقتصادی می‌شوند و نکته‌ی دیگر روش‌های مناسبی می‌باشد که اثر این عوامل می‌تواند تشدید شود (دلالی اصفهانی و دیگران، ۱۳۸۷، ص ۱۴). یکی از مهمترین عوامل رشد اقتصادی آموزش نیروی انسانی می‌باشد به طوری که سرمایه گذاری در آن سرمایه انسانی نامیده می‌شود. سرمایه‌ی انسانی را به صورت دانش، مهارت و توانایی‌های افراد که باعث پیشرفت فرد، جامعه و اقتصاد می‌شود تعریف نموده‌اند (OECD، ۲۰۰۱^۲، ص ۳۲). همچنین، اصطلاح تمرکز و تشکیل سرمایه‌ی انسانی ناظر است بر «روند تشکیل و افزایش تعداد افرادی که دارای مهارت‌های فنی، آموزش و تجربه می‌باشند و وجود آنها برای توسعه‌ی اقتصادی و سیاسی کشور ضروری است» (قره باغیان، ۱۳۷۱، ص ۶۵۶).

مقاله‌ی حاضر مدل رشد درونزای اوزاوا - لوکاس را که اهمیت سرمایه انسانی را در رشد اقتصادی مورد تأکید قرار می‌دهد بررسی می‌نماید. این مدل تقریب مناسبی برای اقتصادهایی است که رشد آموزش را در یک دوره‌ی زمانی داشته و روی مسیرهای انتقالی به سمت وضعیت پایدار بلند مدت قرار دارند (آلتار و دیگران، ۲۰۰۸، ص ۱۲۶). در این مدل اقتصاد را شامل دو بخش تولید کالاها و خدمات و تولید سرمایه‌ی انسانی در نظر می‌گیرند. در تولید کالاها و خدمات، تابع تولید با بازدهی ثابت نسبت به مقیاس با بخشی از سرمایه‌ی انسانی به جای نیروی کار استفاده می‌شود و بخشی از سرمایه‌ی انسانی نیز برای تولید بیشتر خود در بخش آموزش مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که متوسط سال‌های تحصیل نیروی کار شاخصی مناسب برای سرمایه‌ی انسانی است، بنابراین موجودی

^۱ Altar

^۲ Organisation for Economic Co-operation and Development

سرمایه‌ی انسانی از حاصل ضرب تعداد نیروی کار ضربدر متوسط سال‌های تحصیل³ نیروی کار قابل حصول است. همچنین برای محاسبه‌ی سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش آموزش می‌توان از نسبت فارغ التحصیلان (یا دانشجویان) آموزش عالی به جمعیت فعال (یا نیروی کار) استفاده نمود (گانگ⁴ و دیگران، 2002، ص 10).

هدف این مدل حداکثر سازی ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود با توجه به قیود موجود در تشکیل سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی با استفاده از اصل ماکزیمم پونتیری اگین است و برای سیستم معادلات دیفرانسل حاصل از بهینه سازی، پویایی‌ها، وجود و معلوم بودن وضعیت پایدار، تحلیل مسیرهای رشد متوازن و شرایط ضمنی قابل قبول رشد هم به صورت پارامتریک و هم با توجه به مقادیر برآورد شده برای پارامترهای اقتصادی ایران بررسی می‌شود. به وسیله‌ی تنظیم مدل با وضعیت اقتصاد ایران، قادر به شبیه سازی و پیش بینی مسیر زمانی *GDP* و سایر متغیرهای کلان خواهیم بود.

در این مقاله، پس از مروری مختصر بر مطالعات انجام گرفته، چارچوب اصلی مدل رشد اوزاوا - لوکاس ارائه و پویایی‌های مدل با تمرکز بر مسیر رشد متوازن مطالعه می‌شود. در ادامه، پارامترهای مدل با اقتصاد ایران تنظیم و مسیر *GDP*، مصرف و موجودی سرمایه‌ی انسانی و فیزیکی شبیه سازی می‌شود و در نهایت نتیجه گیری ارائه می‌گردد.

2- پیشینه‌ی تحقیق

اهمیت آموزش و سرمایه‌ی انسانی نخستین بار توسط اوزاوا⁵ (1965) در ادبیات اقتصادی عنوان گردید و بعداً توسط لوکاس (1988) تصریح شد. اوزاوا نشان داد که چگونه در مدل نئوکلاسیک می‌توان به نرخ درون‌زا در رشد مداوم نائل شد. او سرمایه‌ی انسانی نیروی کار را معرفی و فرض کرد برای رشد آن، خدماتی به شکل نهاده‌ی آموزش ضرورت دارد و بر این اساس مسیر رشد بهینه را تجزیه و تحلیل کرد. لوکاس نیز در مدل خود، سرمایه‌ی انسانی را در کنار سرمایه‌ی فیزیکی به عنوان یکی از عوامل تولید وارد کرد و در نتیجه رشد سرمایه گذاری در سرمایه‌ی

³ Average years of schooling

⁴ Gong

⁵ Uzawa

انسانی مانند نرخ سرمایه گذاری فیزیکی به عنوان تعیین کننده‌ی ثروت جوامع معرفی شد.

بارو⁶ (1991) دریافت که کسب دانش به صورت مستقیم با رشد اقتصادی ارتباط دارد. رشد سرانه‌ی تولید ناخالص داخلی طی سال‌های 1960 الی 1990 به صورت معنی داری به وسیله‌ی افزایش تعداد کل سال‌های تحصیل شده است (علمی و جمشید نژاد، 1386، ص 142).

گرینر، سملر و گانگ⁷ (2004) با استفاده از مدل اوزاوا - لوکاس، مطالعه‌ی تجربی را برای تعیین نقش آموزش در رشد اقتصادی آمریکا و آلمان انجام و پارامترهای مختلف را برای این دو کشور محاسبه نمودند. آنها برای محاسبه‌ی سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش تولید کالاها و خدمات از شاخص تعداد فارغ التحصیلان دانشگاهی به تعداد شاغلان استفاده نموده‌اند. نتایج، رابطه‌ی تقریباً غیر خطی را بین کوشش آموزشی، نرخ رشد سرمایه‌ی انسانی و تولید نشان می‌دهد (گرینر و دیگران، 2004، ص 21).

لی یوون⁸ (2006) نقش سرمایه‌ی انسانی در رشد درونزای کشورهای هند، اندونزی و ژاپن را طی سال‌های 1890 تا 2000 میلادی در دو مدل رومر (که سرمایه‌ی انسانی را به عنوان یک عامل تحقیق و توسعه در نظر می‌گیرد) و مدل لوکاس (که سرمایه‌ی انسانی را به عنوان یک عامل تولید در نظر می‌گیرد) بررسی می‌نماید. وی انباشت مخارج آموزشی (خصوصی و دولتی) را شاخص موجودی سرمایه‌ی انسانی و متوسط سال‌های تحصیل را برای سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش آموزش در نظر می‌گیرد. وی دریافت که اقتصادهای هند و اندونزی در زمینه‌ی سرمایه‌ی انسانی از مدل لوکاس تبعیت می‌کنند و لیکن برای اقتصاد ژاپن از اواسط قرن بیستم از مدل لوکاس به مدل رومر انتقال انجام گرفته است (لی یوون، 2006، ص 25).

آلتار، نیکولا و بوبیکا⁹ (2008) به مدل کردن رشد اقتصادی رومانی (طی سال‌های 2000 تا 2005 به صورت فصلی) با استفاده از مدل رشد اوزاوا - لوکاس پرداخته‌اند و با تأکید بر اهمیت سرمایه‌ی انسانی در رشد اقتصادی، مسیرهای رشد

⁶ Barro

⁷ Greiner, Semmler and Gong

⁸ Leeuwen

⁹ Altar, Necula, Bobeica

ممکن که اقتصاد رومانی بر طبق فروض این مدل رفتار می نماید را شبهه سازی نموده‌اند. با استفاده از تنظیم مدل با اقتصاد رومانی، مسیر GDP و سهم سرمایه‌ی انسانی که در تولید کالاها و خدمات استفاده خواهد شد را پیش بینی و نتیجه گیری نموده‌اند که اگرچه نرخ رشد جمعیت صفر در نظر گرفته می‌شود، متوسط نرخ رشد GDP واقعی حدود 6% به واسطه‌ی انباشت سرمایه‌ی انسانی است (آلتار و سایرین، 2008، ص 115).

در ایران نیز در رابطه با مدل رشد اوزاوا - لوکاس با استفاده از روش‌های اقتصادسنجی به نقش و اهمیت سرمایه‌ی انسانی توجه شده و لیکن به شبهه سازی مسیر رشد متغیرهای اقتصادی و روش‌های ریاضی کمتر توجه شده است. صادقی (1379) به بررسی نقش سرمایه‌ی انسانی بر رشد اقتصادی بر اساس تابع تولید کاب - داگلاس در ایران پرداخت. طبق نتایج پژوهش وی، کشش تولیدی عوامل سرمایه‌ی فیزیکی، نیروی کار شاغل و تحصیلات نیروی متخصص به ترتیب 0/41، 0/87 و 0/18 تولید ناخالص داخلی است (علمی و جمشید نژاد، 1386، ص 144).

درگاهی و قدیری (1382) به تجزیه و تحلیل تعیین کننده‌های رشد اقتصادی ایران پرداخته و نتیجه گیری کرده‌اند که مخارج دولت و درآمدهای ارزی نفت به عنوان تنها عوامل مؤثر و توضیح دهنده‌ی رشد اقتصادی ایران بوده و متغیرهای مؤثر بر سرمایه‌ی انسانی مانند آموزش، تحقیق و توسعه و بهره وری تأثیر چندانی بر رشد اقتصادی ایران ندارند (درگاهی و قدیری، 1382، ص 29). علمی و جمشید نژاد (1386) برای نشان دادن اثر آموزش بر رشد اقتصادی ایران در سال‌های 1351 تا 1382 در بعد نظری از مدل لوکاس و در مطالعه‌ی کاربردی، از میانگین سال‌های آموزش نیروی کار شاغل به عنوان شاخص آموزش و سرمایه‌ی انسانی استفاده نموده‌اند. نتایج، حاکی از تأثیر مثبت و معنی دار آموزش بر رشد اقتصادی ایران در طول دوره‌ی مورد بررسی است. همچنین برآورد ایشان از کشش تولیدی سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی طی سال‌های مذکور به ترتیب 0/55 و 0/4 بوده است (علمی و جمشید نژاد، 1386، ص 135).

متوسلی، ابراهیمی، شاهمرادی و کمیجانی (1389) یک مدل تعادل عمومی پویای تصادفی ($DSGE$ ¹⁰) را برای شبهه سازی رشد اقتصادی ایران با توجه به

¹⁰ Dynamic stochastic general equilibrium

آموزه‌های مکتب نیوکینزی ارائه نموده‌اند. اشاره به این مطالعه از آن جهت است که در آن با حداکثر کردن انطباق گشتاورهای پیش بینی شده‌ی مدل و گشتاورهای نمونه‌ی واقعی شامل داده‌های اقتصاد ایران طی سال‌های 86 - 1345، پارامترها و نسبت‌های مختلف مقدار دهی (کالیبراسیون¹¹) شده‌اند. از جمله «نسبت با ثبات مصرف خصوصی به تولید غیر نفتی» معادل 0/64 محاسبه شده (متوسلی و سایرین، 1389، ص 105)، که می‌تواند با نتایج مطالعه‌ی حاضر که در آن نسبت‌ها روی مسیر رشد متوازن بر اساس بهینه سازی پویا حاصل می‌شوند، مقایسه گردد.

طیبی و دیگران (1388) اثرات آزاد سازی و توسعه‌ی مالی بر رشد اقتصادی کشور را بررسی کردند.

3- تبیین مدل

در این بحث مدل دو بخشی رشد درونزای¹² اوزاوا (1965) - لوکاس (1988) مورد استفاده قرار می‌گیرد، به طوری که دو عامل تجدید پذیر¹³ تولید شامل سرمایه‌ی فیزیکی¹⁴ (K) و سرمایه‌ی انسانی¹⁵ (H) وجود دارد. سرمایه‌ی انسانی می‌تواند به عنوان تعداد کارگران ضربدر سرمایه‌ی انسانی کارگر تفسیر شود. در اینجا فرض می‌کنیم کمیت کارگران و کیفیت آنها جانشین کامل در تولید هستند. دو بخش به بخش کالاها و بخش آموزش اشاره دارد. در بخش تولید فرض می‌شود کالاها براساس تکنولوژی کاب-داگلاس¹⁶ تولید می‌شوند:

$$Y = AK^a (uH)^{1-a}$$

به طوری که: Y تولید بخش کالاها، A پارامتر تکنولوژی، α سهم سرمایه فیزیکی و u کسری از سرمایه انسانی تخصیص داده شده به بخش کالاهاست. تابع تولید بخش آموزش در سرمایه انسانی خطی است:

$$E = B(1-u)H$$

¹¹ Calibration

¹² Two-sector model of endogenous growth

¹³ Reproducible

¹⁴ Physical capital

¹⁵ Human capital

¹⁶ Cobb-Douglas technology

به طوری که E شکل گیری¹⁷ سرمایه انسانی و B پارامتر تکنولوژیکی بخش آموزش می باشد. فرض می شود $0 \leq u \leq 1$ و $1-u$ را بخشی از سرمایه‌ی انسانی تخصیص داده شده به تولید سرمایه‌ی انسانی بیشتر در نظر می گیرند و به عبارتی کسری از زمان سرمایه‌ی انسانی است که به آموزش اختصاص می یابد و u کسری از سرمایه‌ی انسانی است که در بخش تولید کالاها و خدمات نهایی صرف می شود.

کالاها می توانند مصرف شوند (C) یا به موجودی سرمایه‌ی فیزیکی اضافه شوند. بنابراین، معادله‌ی حرکت¹⁸ موجودی سرمایه‌ی فیزیکی به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{K} = AK^a (uH)^{1-a} - dK - C \quad (1)$$

به طوری که δ نرخ استهلاک¹⁹ سرمایه می باشد. برای معادله‌ی حرکت سرمایه‌ی انسانی، رابطه‌ای خطی بین بخشی از زمان تخصیص داده شده به تولید سرمایه‌ی انسانی و مهارت بیشتر ($1-u$) و نرخ رشد سرمایه‌ی انسانی در نظر گرفته می شود و بنابراین معادله‌ی حرکت H نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\dot{H}}{H} = B(1-u) - d \quad (2)$$

به طوری که پارامتر تکنولوژیکی B می تواند بیانگر حداکثر رشد ممکن برای سرمایه‌ی انسانی و شاخصی برای بهره وری بخش آموزش باشد. به علاوه، بدون اینکه به کلیت موضوع خدشه‌ای وارد شود، فرض می کنیم که نرخ استهلاک سرمایه‌ی انسانی نیز با سرمایه‌ی فیزیکی δ برابر باشد.

در مدل رشد اوزاوا - لوکاس، تابعی هدف²⁰ مشابه اکثر الگوهای درون‌زا به صورت زیر مورد استفاده قرار می گیرد و برای یافتن مسیر بهینه‌ی رشد به دنبال حداکثر نمودن ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود²¹ هستیم. بنابراین، با توجه به معادلات (1) و (2) به عنوان قید و تابعی هدف (3)، مسأله‌ی کنترل بهینه مدل اوزاوا - لوکاس به صورت زیر خواهد بود:

¹⁷ Formation

¹⁸ Evolution

¹⁹ Depreciation rate

²⁰ Target functional

²¹ Infinite time horizon

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{C,u} \int_0^{\infty} \frac{C(t)^{1-q}}{1-q} e^{-rt} dt \\ & \text{s.t. } \dot{H} = B(1-u)H - dH \\ & \quad \dot{K} = AK^a (uH)^{1-a} - dK - C \end{aligned} \quad (3)$$

معادلات (1) و (2) معادله‌ی حرکت متغیرهای K و H و شرایط اولیه‌ی آنها به صورت $K(\cdot) = K_0 > 0$ و $H(\cdot) = H_0 > 0$ می‌باشد. ρ نرخ ذهنی ثابت ترجیحات زمانی²² و $\theta \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ معکوس کشش جانشینی بین زمانی ثابت²³ می‌باشد. مدل شامل دو متغیر وضعیت K و H و دو متغیر تصمیم‌گیری²⁴ (کنترل) u و C می‌باشد. با در نظر گرفتن λK و λH به عنوان متغیرهای دوگانه‌ی²⁵ مدل که متغیر هم وضعیت نیز نامیده می‌شوند، تابع هامیلتونین²⁶ سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$J = \frac{C^{1-q}}{1-q} e^{-rt} + I_H [b(1-u)H - dH] + I_K [AK^a (uH)^{1-a} - dK - C] \quad (4)$$

برای حل این مسأله بهینه سازی پویا²⁷ با استفاده از اصل ماکزیمم پونتری²⁸، از شروط مرتبه‌ی اول²⁹ شش معادله‌ی زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{\partial J}{\partial C} = C^{-q} e^{-rt} - I_K = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial u} = -I_H B H + (1-a) I_K A K^a u^{-a} H^{1-a} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial J}{\partial H} = I_H (B(1-u) - d) + (1-a) I_K A K^a u^{1-a} H^{-a} = -\dot{I}_H \quad (7)$$

$$\frac{\partial J}{\partial K} = I_K (a A K^{a-1} (uH)^{1-a} - d) = -\dot{I}_K \quad (8)$$

$$\frac{\partial J}{\partial I_H} = B(1-u)H - dH = \dot{H} \quad (9)$$

²² Constant subjective rate of time preference

²³ Inverse of the constant intertemporal elasticity of substitution

²⁴ Decision variables

²⁵ Dual variables

²⁶ Hamiltonian function

²⁷ Dynamic optimization

²⁸ Pontryagin's maximum principle

²⁹ First-order conditions

$$\frac{\partial J}{\partial I_K} = AK^a (uH)^{1-a} - dK - C = \dot{K} \quad (10)$$

به علاوه، از شرایط تراگردی³⁰ (تقاطع) دو معادله‌ی زیر را داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_K(t) \cdot K(t) = 0 \quad (11)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I_H(t) \cdot H(t) = 0 \quad (12)$$

معادلات 5 الی 10 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$I_K = C^{-q} e^{-rt} \quad (13)$$

$$\frac{I_H}{I_K} = \frac{A}{B} (1-a) \left(\frac{K}{uH} \right)^a \quad (14)$$

$$\frac{\dot{I}_H}{I_H} = -B + d \quad (15)$$

$$\frac{\dot{I}_K}{I_K} = -aA \left(\frac{K}{uH} \right)^{a-1} + d \quad (16)$$

$$\frac{\dot{H}}{H} = B(1-u) - d \quad (17)$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = A \left(\frac{K}{uH} \right)^{a-1} - d - \frac{C}{K} \quad (18)$$

به طوری که رابطه‌ی (15) از روابط (6) و (7) حاصل شده است.

بررسی شرط کافی: می‌دانیم اگر تابع هامیلتونین نسبت به K و H مقعر

باشد، شروط لازم فوق برای بهینگی کافی نیز می‌باشند. اما داریم:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial K^2} = I_K (a-1) (aAK^{a-2} (uH)^{1-a}) < 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial H^2} = -a(1-a) I_K AK^a u^{1-a} H^{-a-1} < 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial K \partial H} = (1-a) I_K (aAK^{a-1} u^{1-a}) H^{-a} = \frac{\partial^2 J}{\partial H \partial K} > 0 \quad (21)$$

ماتریس هشین مدل به صورت زیر است:

³⁰ Transversality conditions

$$H = \begin{bmatrix} I_K (a-1)(aAK^{a-2}(uH)^{1-a}) & (1-a)I_K (aAK^{a-1}u^{1-a})H^{-a} \\ (1-a)I_K (aAK^{a-1}u^{1-a})H^{-a} & -a(1-a)I_K AK^a u^{1-a} H^{-a-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

و با توجه به اینکه $|H_1| < 0$ ، $|H_2| > 0$ است، ماتریس هشین معین منفی است و تابع هامیلتونین نسبت به H و K مقعر می‌باشد.

یک مسیر رشد متوازن (BGP)³¹ به صورت مسیری تعریف می‌شود که همه‌ی متغیرهای درونزای Y ، K و H و C با نرخ یکسانی روی آن رشد می‌نمایند و شامل مجموعه‌ای از توابع زمانی $\{K(t), H(t), C(t), u(t)\}$ است که از حل معادلات مربوط به مسأله‌ی کنترل بهینه حاصل می‌شود.

برای تحلیل BGP ، دو متغیر جدید را معرفی می‌کنیم: اگر $c = C/K$ نشان‌دهنده‌ی نسبت مصرف به موجودی سرمایه‌ی فیزیکی باشد ملاحظه می‌شود که

$$g_c = g_c - g_K \quad (23)$$

شرایط تعادل پایدار³² شامل نرخ‌های رشد برابر در مصرف و موجودی سرمایه هنگامی تأمین می‌شود که نسبت C ساکن باشد زیرا

$$g_c = g_K \Rightarrow g_c = 0$$

اگر $w = K/H$ نسبت سرمایه‌ی فیزیکی به سرمایه‌ی انسانی باشد، داریم:

$$g_w = g_K - g_H \quad (24)$$

در نتیجه، شرایط تعادل پایدار که مستلزم برابری نرخ‌های رشد موجودی سرمایه‌ی فیزیکی و موجودی سرمایه‌ی انسانی است هنگامی تأمین می‌شود که نسبت w ساکن باشد زیرا

$$g_K = g_H \Rightarrow g_w = 0$$

با تعریف $z = A(K/uH)^{a-1} = Y/K$ و از روابط قبلی، پویایی‌های

متغیرها را به صورت زیر داریم:

$$g_K = \frac{\dot{K}}{K} = z - d - c \quad (25)$$

$$g_H = \frac{\dot{H}}{H} = B(1-u) - d \quad (26)$$

³¹ Balanced growth path (BGP)

³² Steady-state equilibrium

$$g_u = \frac{\dot{u}}{u} = \frac{B(1-a)}{a} + Bu - c \quad (27)$$

$$g_c = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{q}(az - d - r) \quad (28)$$

$$g_c = \frac{\dot{c}}{c} = \left(\frac{a-q}{q}\right)z + c - \frac{1}{q}((1-q)d + r) \quad (29)$$

$$g_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{(1-a)}{a}B + az - c - d \quad (30)$$

$$g_z = \frac{\dot{z}}{z} = (a-1)z + \left(\frac{1-a}{a}\right)B \quad (31)$$

به طوری که روابط (25) و (26) از روابط (17) و (18) و روابط (27) الی (31) با استفاده از روابط (5) الی (10) (شروط مرتبه‌ی اول بهینه سازی) حاصل شده‌اند.

³³ حال با استفاده از روابط حاصل از بهینه سازی می‌توان پویایی‌های انتقالی³³ متغیرها را بررسی نمود.

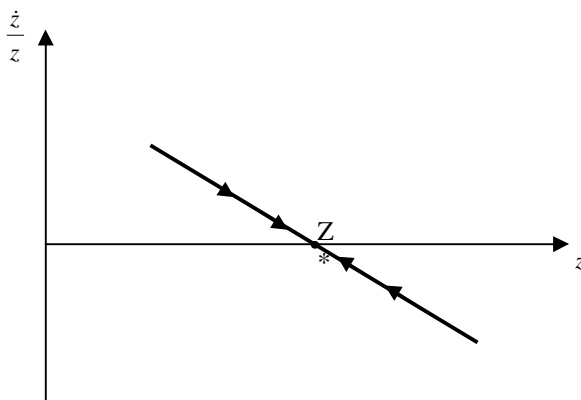
3-1- بررسی پویایی متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی³⁴

نمودار \dot{z}/z بر حسب z خطی با شیب منفی ($\alpha < 1$) و عرض از مبدأ مثبت می‌باشد. در پایین محور افقی \dot{z}/z منفی و با توجه به $z > 0$ ، $dz/dt < 0$ و کاهش می‌یابد. در بالای محور افقی نیز \dot{z}/z مثبت و با توجه به $z > 0$ ، $dz/dt > 0$ و افزایش می‌یابد. بنابراین، نقطه $z^* = B/\alpha$ نقطه‌ی تعادل پایدار است (نمودار 1).

³³ Transitional dynamics

³⁴ Average product of physical capital

نمودار 1: تعیین مقدار تعادلی متوسط سرمایه‌ی فیزیکی



$$\frac{\dot{z}}{z} = (a-1)z + (1-a)z^* = -(1-a)(z-z^*) \quad (32)$$

معادله‌ی (32) یک معادله‌ی دیفرانسیل با متغیر z می‌باشد که از حل آن

مسیر زمانی متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{z-z^*}{z} = e^{-(1-a)z^*.t} \left(\frac{z(0)-z^*}{z(0)} \right) \quad (33)$$

این معادله نشان می‌دهد که مسیر حرکت z از مقدار اولیه $z(0)$ شروع و به

مقدار تعادلی خود z^* ختم می‌شود، به طوری که اگر $z(0) < z^*$ باشد z افزایش

می‌یابد و برعکس. با توجه به اینکه نرخ بازده r ³⁵ (تولید نهایی سرمایه‌ی فیزیکی

منهای استهلاک) از رابطه‌ی $r = az - \delta$ به دست می‌آید:

$$r = \frac{\partial Y}{\partial K} - d = aAK^{a-1}(uH)^{1-a} - d = az - d \quad (34)$$

r تابعی خطی و مثبت از z می‌باشد، بنابراین رفتار z رفتار r را نیز مشخص

می‌نماید. نرخ دستمزد سرمایه‌ی انسانی w نیز با تولید نهایی سرمایه‌ی انسانی به

کار گرفته شده در تولید کالاها برابر و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$w = (1-a)A^{1-a} z^{1-a} \quad (35)$$

بنابراین، اگر $z(0) < z^*$ و $w(0) > w^*$ باشد، دستمزد در طول زمان در جهت

مخالف z به سمت مقدار تعادلی خود کاهش می‌یابد و برعکس.

³⁵ Rate of return

2-3- بررسی پویایی نسبت مصرف به سرمایه‌ی فیزیکی

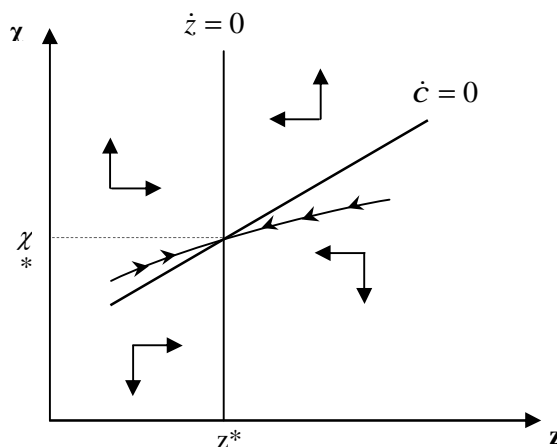
با استفاده از رابطه‌ی (29) می‌توان در فضای (z, χ) نمودار فازی³⁶ را رسم نمود:

$$c = \left(1 - \frac{a}{q}\right)z + \frac{1}{q}((1-q)d + r) \quad (36)$$

با توجه به اینکه معمولاً فرض می‌شود $\theta > 1$ و همچنین $\alpha \leq 1$ می‌باشد، θ فرض می‌شود. بنابراین نمودار $\dot{c} = 0$ به صورت نمودار خطی χ بر حسب z با شیب مثبت کمتر از 1 می‌باشد. همچنین از رابطه‌ی (32) مشخص می‌شود که در $\dot{z} = 0$ و نمودار آن در فضای (z, χ) عمودی می‌باشد.

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial z} = \left(\frac{a-q}{q}\right)c < 0 \quad , \quad \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = a - 1 \leq 0$$

نمودار 2: تعیین مقدار تعادلی مصرف به سرمایه‌ی فیزیکی



بنابراین جهت حرکت متغیرها در چهار ناحیه‌ی مختصات به صورت نمودار 2 و محل تقاطع منحنی‌های $\dot{c} = 0$ و $\dot{z} = 0$ نقطه‌ی تعادل زینی است و در صورتی که z و χ مقادیر اولیه مناسب داشته باشند روی مسیر زینی³⁷ به سمت مقادیر تعادلی پایدار (روی BGP) حرکت خواهند نمود و مقدار تعادلی χ از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$c^* = \left(1 - \frac{a}{q}\right)z^* + \frac{1}{q}((1-q)d + r) \quad (37)$$

³⁶ Phase diagram

³⁷ Saddle path

با توجه به اینکه $z^* = B/\alpha$ ، می‌باشد χ^* به صورت زیر خواهد بود:

$$c^* = B \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{q} + j \right) \quad (38)$$

به طوری که $z = \frac{d(1-q) + r}{Bq}$ می‌باشد. پویایی‌های χ نیز قابل حصول

است.

$$c = c^* + \left(1 - \frac{a}{q}\right)(z - z^*) \quad (39)$$

بنابراین نرخ رشد χ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\dot{c}}{c} = (c - c^*) + \left(\frac{a}{q} - 1\right)(z - z^*) \quad (40)$$

از تقسیم رابطه‌ی (29) به (31) و جایگذاری مقادیر z^* و χ^* و انجام محاسبات جبری مربوطه، با حذف زمان معادله‌ی دیفرانسیل زیر برای تعیین مسیر زینی $\tilde{c}(z)$ در فضای z و χ حاصل می‌شود:

$$\frac{dc}{dz} = \frac{c}{z} \left(\frac{a-q}{q(a-1)} + \frac{1}{a-1} \frac{c-c^*}{z-z^*} \right) \quad (41)$$

3-3- بررسی پویایی سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش کالاها³⁸

با استفاده از رابطه‌ی (27) می‌توان در فضای (u, χ) نمودار فازی را ترسیم نمود:

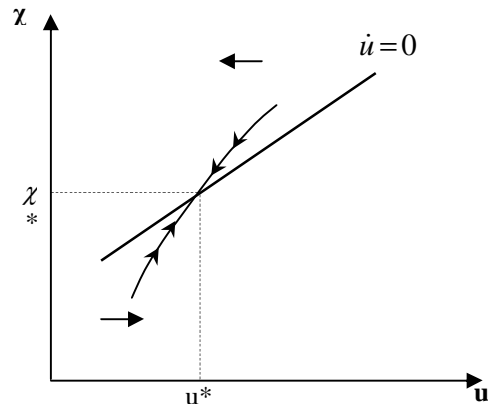
$$u = \frac{1}{B} c + \frac{a-1}{a} \quad \text{or} \quad c = Bu + \frac{B(1-a)}{a} \quad (42)$$

بنابراین منحنی $\dot{u} = 0$ به صورت نمودار خطی χ بر حسب u با شیب مثبت است. منحنی $\dot{u} = 0$ صفحه مختصات را به دو قسمت تقسیم می‌کند و چون $\partial \dot{u} / \partial c = -u < 0$ ، در قسمت بالا χ افزایش می‌یابد و بنابراین u کاهش می‌یابد و در قسمت پایین برعکس (نمودار 3). با مشخص بودن مقدار تعادلی χ ، مقدار تعادلی u نیز مشخص می‌شود.

$$u^* = \frac{1}{B} c^* + \frac{a-1}{a} \quad (43)$$

³⁸ Fraction of human capital used in production

نمودار 3: تعیین مقدار تعادلی سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش کالاها



با توجه به مقدار χ^* ، مقدار u^* به صورت زیر خواهد بود:

$$u^* = j + \frac{q-1}{q} \quad (44)$$

بنابراین پویایی‌های u نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$u = u^* + \frac{1}{B}(c - c^*) \quad (45)$$

نرخ رشد u را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\dot{u}}{u} = B(u - u^*) - (c - c^*) \quad (46)$$

از تقسیم رابطه‌ی (27) به (31) و جایگذاری مقادیر z^* و χ^* و انجام محاسبات جبری مربوطه، با حذف زمان معادله‌ی دیفرانسیل زیر برای تعیین مسیر زینی $\tilde{u}(z)$ در فضای z و u حاصل می‌شود:

$$\frac{du}{dz} = \frac{u}{z} \frac{B(u - u^*) - (c - c^*)}{(a-1)(z - z^*)} \quad (47)$$

3-4- بررسی پویایی نسبت سرمایه‌ی فیزیکی به سرمایه‌ی انسانی

اگر $w = K/H$ نشان دهنده‌ی نسبت موجودی سرمایه‌ی فیزیکی به موجودی سرمایه‌ی انسانی باشد، با انجام محاسبات خواهیم داشت:

$$\frac{\dot{w}}{w} = (z - z^*) + B(u - u^*) - (c - c^*) \quad (48)$$

روی مسیر رشد متوازن (که سرمایه‌ی فیزیکی و سرمایه‌ی انسانی با نرخ

یکسانی رشد می‌کنند) $\dot{w} = 0$ می‌باشد. بنابراین روی BGP خواهیم داشت:

$$(z - z^*) = B(u - u^*) - (c - c^*) = \frac{\dot{u}}{u} \quad (49)$$

3-5- بررسی پویایی سرمایه‌ی فیزیکی، سرمایه‌ی انسانی و مصرف
با مشخص شدن پویایی‌های متغیرهای z ، χ و u می‌توان مقادیر تعادلی متغیرهای K ، H و C را روی مسیر رشد متوازن به دست آورد. نرخ رشد سرمایه‌ی فیزیکی K روی BGP به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$g_K^* = z^* - d - c^* = \frac{B}{a} - d - B\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{q} + j\right)$$

با توجه به اینکه $j = (d(1-q) + r)/Bq$ می‌باشد:

$$g_K^* = \frac{1}{q}(B - d - r) \quad (50)$$

همچنین، نرخ رشد سرمایه‌ی انسانی روی BGP به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$g_H^* = B(1 - u^*) - d = B\left(1 - j - \frac{q-1}{q}\right) - d$$

با جایگذاری φ و انجام محاسبات جبری معمولی خواهیم داشت:

$$g_H^* = \frac{1}{q}(B - d - r) \quad (51)$$

که با نرخ رشد K برابر است. برای نرخ رشد مصرف C روی BGP نیز داریم:

$$g_C^* = \frac{1}{q}(az^* - d - r) = \frac{1}{q}\left(a\frac{B}{a} - d - r\right) \Rightarrow$$

$$g_C^* = \frac{1}{q}(B - d - r) \quad (52)$$

و در نهایت نرخ رشد تولید Y روی BGP نیز داریم:

$$g_Y^* = g_z^* + g_K^* = g_K^* = \frac{1}{q}(B - d - r)$$

بنابراین، نرخ رشد متغیرهای کلان روی BGP به صورت زیر خواهد بود:

$$g_Y^* = g_K^* = g_H^* = g_C^* = \frac{1}{q}(B - d - r) \quad (53)$$

با توجه به اینکه $z^* = B/\alpha$ ، افزایش ضریب تکنولوژیکی (کارایی) بخش آموزش (B) و افزایش کشش تولیدی عامل سرمایه‌ی انسانی $(1-\alpha)$ می‌تواند باعث افزایش مقدار تعادلی متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی (z) شود و با انتقال منحنی

$\dot{z} = 0$ به سمت راست در فضای z و χ ، مقدار تعادلی نسبت مصرف به سرمایه‌ی فیزیکی (χ^*) و به تبع آن مقدار تعادلی سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش تولید کالاها و خدمات (u^*) نیز افزایش می‌یابند. این امر باعث می‌شود که نرخ رشد تولید ناخالص داخلی، مصرف، موجودی سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی نیز افزایش یابد و اقتصاد روی مسیر رشد متوازن بالاتری قرار گیرد که این موضوع مؤید نقش و اهمیت سرمایه‌ی انسانی در رشد اقتصادی می‌باشد.

با استفاده از روابط (25)، (26)، (40)، (46)، (48)، (49) و (53) و انجام محاسبات لازم با استفاده از مقادیر تعادلی، نرخ رشد سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی و تولید را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{c}}{c} = g^* - (c - c^*) + (z - z^*) \quad (54)$$

$$\frac{\dot{H}}{H} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{w}}{w} = g^* - B(u - u^*) \quad (55)$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = a \frac{\dot{K}}{K} + (1-a) \left(\frac{\dot{u}}{u} + \frac{\dot{H}}{H} \right) = g^* + a(z - z^*) - (c - c^*) \quad (56)$$

4- تنظیم مدل با اقتصاد ایران

در این بخش مدل را برای به دست آوردن نرخ رشد روی مسیر رشد متوازن و همچنین پویایی‌های انتقالی برای اقتصاد ایران تنظیم می‌نمائیم. فرایند شبیه سازی³⁹ شامل مراحل زیر می‌باشد (آلتار و سایرین، 2008، ص 124):

- 1- تعیین مکان هندسی⁴⁰ $\dot{z} = 0$ و $\dot{c} = 0$ ، $\dot{u} = 0$
- 2- محاسبه‌ی مقادیر وضعیت پایدار برای u ، χ و z
- 3- به دست آوردن شاخه پایدار⁴¹ مسیر زینی به وسیله‌ی حل معادلات دیفرانسیل (41) و (47)؛ شاخه‌ی پایدار شامل توابع $\tilde{c}(z)$ و $\tilde{u}(z)$
- 4- به دست آوردن مقادیر اولیه سازگار⁴² برای متغیرهای u ، χ و z ؛ از آنجا که سیستم پویایی‌های مسیر زینی را ارائه می‌دهد، یک ترکیب منحصر به فرد از مقادیر اولیه (u ، χ و z) همگرایی⁴³ به سمت مسیر رشد متوازن (BGP) را

³⁹ Simulation

⁴⁰ Loci

⁴¹ Stable arm

⁴² Consistent initial values

⁴³ Convergence

تضمین می‌کند: $u = u(z)$ و $\chi = \chi(z)$

5- حل عددی سیستم با شرایط اولیه حاصله از مرحله قبل و به دست آوردن

u و χ و z به صورت تابعی از زمان

6- پیش بینی مسیر GDP ⁴⁴، مصرف، سرمایه‌ی فیزیکی و سرمایه‌ی انسانی

به این منظور با استفاده از داده‌های متغیرهای کلان اقتصاد ایران در یک

دوره‌ی 34 ساله طی سال‌های 86-1353، مراحل شبیه سازی مسیرهای زمانی

متغیرها براساس مراحل فوق انجام می‌گیرد:

در مرحله‌ی اول باید پارامترهای مدل $\{\theta, \rho, A, B, \alpha, \delta, z(\cdot)\}$ مقدار دهی

(کالیبراسیون) شوند. در مطالعات مشابه خارجی عمدتاً از مقادیر عددی سایر

مطالعات استفاده می‌شود و لیکن این مقدار دهی در ایران به ندرت انجام گرفته یا

در صورت وجود از لحاظ بازه‌های زمانی داده‌ها متفاوتند. در اینجا، با تطبیق

روندهای واقعی (محقق شده) با روابط مدل اوزاوا - لوکاس برآوردهایی با استفاده از

رگرسیون خطی معمولی برای مقدار دهی این پارامترها انجام می‌شود. برآورد

تقریبی این پارامترها خللی در روند اصلی مطالعه ایجاد نمی‌کند، به طوری که

جایگزینی مقادیر حاصل از مطالعات احتمالی موجود یا آتی در مسیرهای حاصله و

انجام تحلیل حساسیت به راحتی قابل انجام است.

برای مقادیر متغیرهای GDP واقعی (Y)، موجودی سرمایه‌ی فیزیکی

ناخالص (K)، سرمایه گذاری ناخالص (I)، هزینه‌های مصرفی (C) (همگی به

قیمت‌های ثابت سال 76 و میلیارد ریال) و تعداد نیروی کار (L) از بانک اطلاعات

سری‌های زمانی اقتصادی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران طی سال‌های 53

الی 86 استفاده شده است. از آنجا که متوسط سال‌های تحصیل نیروی کار

شاخصی مناسب برای سرمایه‌ی انسانی می‌باشد، بنابراین موجودی سرمایه‌ی انسانی

H از حاصل ضرب تعداد نیروی کار ضربدر متوسط سال‌های تحصیل نیروی کار قابل

حصول است. $H = h.L$ بدین منظور برای متوسط سال‌های تحصیلی h (برای

جمعیت بالای 15 سال) از منبع موجود استفاده شده است (نیلی و نفیسی، 1384،

16). همچنین برای سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش آموزش $(1-u)$ از نسبت تعداد

دانشجویان (دانشگاه‌های دولتی و آزاد) به جمعیت فعال هر سال استفاده شده

است.

⁴⁴ Evolution

برای برآورد سهم سرمایه‌ی فیزیکی در تولید (کشش تولید نسبت به سرمایه‌ی فیزیکی α) از لگاریتم طبیعی تابع تولید کاب - داگلاس داریم:

$$\ln(Y) = \ln(A) + \alpha \ln(K) + (1-\alpha) \ln(uH) \quad (57)$$

بنابراین با رابطه‌ی خطی حاصله، رگرسیون خطی (روش *OLS*) به صورت زیر انجام و نتیجه برآورد ضرایب با نرم افزار *Eview6* به صورت زیر خواهد بود:

$$\ln(Y_t) - \ln(U_t H_t) = -3/2344 + 0/556748(\ln(K_t) - \ln(U_t H_t)) + 0/575930Dum$$

$$(-7/8791) \quad (5/6715) \quad (9/0400)$$

$$R^2 = 0/924 \quad \bar{R}^2 = 0/919 \quad F = 187/619$$

یعنی کشش تولیدی سرمایه‌ی فیزیکی حدود $\alpha=0/56$ می‌باشد (با توجه به سرمایه گذاری‌ها و *GDP* قابل توجه سال‌های 53 الی 58 ناشی از افزایش قیمت نفت یک متغیر موهومی *Dum* با مقدار 1 برای این سال‌ها و مقدار صفر برای بقیه‌ی سال‌ها لحاظ شده است). برای ضریب تکنولوژی *A* نیز می‌توان مقدار 0/04 را می‌توان در نظر گرفت. همچنین، برای نرخ استهلاک داریم:

$$K(t+1) = (1-d)K(t) + I(t) \quad (58)$$

که رابطه‌ی زیر را می‌توان بر اساس متغیرهای گسسته رگرس نمود:

$$K_t - I_{t-1} = (1-d)K_{t-1} + u_t \quad \Rightarrow \quad K_t - I_{t-1} = 0/955 K_{t-1}$$

بنابراین نرخ استهلاک $\delta=4/5\%$ در نظر گرفته می‌شود. برای به دست آوردن ضریب تکنولوژی بخش آموزش (*B*) با استفاده از رابطه‌ی (31) و جایگذاری $\alpha=0/557$ رگرسیون خطی با استفاده از متغیرهای گسسته به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{z(t) - z(t-1)}{z(t-1)} = -0/443 * z(t-1) + 0/796 * B$$

(در اینجا نیز از متغیر موهومی *Dum* به دلیل وجود متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی استفاده شده است). با انجام رگرسیون مربوطه مقدار $B=0/152$ حاصل می‌شود. همچنین، از رابطه‌ی (28) به صورت گسسته و مقادیر پارامترهای α و δ و انجام رگرسیون خطی معمولی برای به دست آوردن پارامترهای ρ و θ بهره می‌بریم:

$$\frac{c(t) - c(t-1)}{c(t-1)} = \frac{0/557}{q} * z(t-1) - \frac{(0/045 + r)}{q} + u_t$$

$$\frac{c(t) - c(t-1)}{c(t-1)} = 0/509 * z(t-1) - 0/091$$

حاصل به صورت $\theta=1/09$ و $\rho=0/055$ خواهد بود. همچنین با استفاده از

رابطه‌ی $z = A(K/uH)^{\alpha-1} = Y/K$ و جایگذاری مقادیر α و A ، تولید متوسط سرمایه‌ی فیزیکی را طی سال‌های 53 الی 86 شبیه سازی نموده که مقدار $z(0)=0/220$ حاصل می‌شود.

با استفاده از روابط و مقادیر حاصله، محاسبه‌ی مقادیر وضعیت پایدار برای

u ، χ و z به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\dot{z}}{z} = 0 \Rightarrow -0/443z + 0/121 = 0 \Rightarrow z^* = 0/272$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = 0 \Rightarrow c = 0/490z + 0/047 \Rightarrow c^* = 0/180$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = 0 \Rightarrow c = 0/152u + 0/121 \Rightarrow u^* = 0/391$$

نسبت χ^* به z^* بیانگر نسبت باثبات مصرف به تولید می‌باشد که مقدار 0/66 نزدیک به مقادیر حاصله در سایر مطالعات می‌باشد (متوسلی و سایرین، 1389، ص 105). مرحله‌ی بعد به دست آوردن شاخه پایدار مسیر زینی به وسیله‌ی حل معادلات دیفرانسیل می‌باشد. با جایگذاری مقادیر z^* ، χ^* ، u^* و پارامترهای α ، B و θ معادلات دیفرانسیل مربوطه به صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{dc}{dz} = \frac{c}{z} \left(\frac{1}{1104} - 2/256 \left(\frac{c-0/180}{z-0/272} \right) \right)$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{u}{z} \frac{0/152(u-0/391) - (c-0/180)}{-0/443(z-0/272)}$$

از حل معادلات دیفرانسیل (41) و (47) و به دست آوردن ثابت‌های

انتگرال، با جایگذاری مقادیر z^* ، χ^* ، u^* معادلات مسیرهای زینی به صورت زیر خواهند بود.

$$c = \frac{2/251 z^{1/104}}{1 + 2/256 z^{0/104}} \quad u = \frac{3/401 z^{1/541}}{1 + 0/343 z^{0/541}}$$

برای به دست آوردن مقادیر اولیه سازگار برای متغیرهای u ، χ و z ، از آنجا

که سیستم پویایی‌های مسیر زینی را ارائه می‌دهد، یک ترکیب منحصر به فرد از مقادیر اولیه (u ، χ و z) همگرایی به BGP را تضمین می‌نماید: $u = u(z)$ و $\chi = \chi(z)$

$\chi =$ ، به طوری که z در بخش قبلی اندازه گیری شد. با مقدار $z=0/22$ حاصله قبل، مقادیر $\chi = 0/145$ و $u = 0/287$ به دست می آید.

به منظور به دست آوردن u ، χ و z به صورت تابعی از زمان، با توجه به رابطه‌ی سرعت همگرایی، متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی از هر مقدار $z(\cdot)$ به سمت مقدار تعادلی $z^*=0/272$ برابر است با $\lambda=(1-\alpha).z^*=0/121$ و بنابراین مسیر زمانی متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی به سمت مقدار تعادلی خود، بعد از خلاصه شدن و با جایگذاری $z(\cdot)=0/220$ ، به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$z = \frac{0/272}{1+0/236e^{-0/121t}}$$

با توجه به روابط خطی حاصل شده برای مسیرهای زینی، می‌توان مسیرهای زمانی χ و u را به صورت زیر نوشت.

$$c = \frac{0/1858}{1+0/236e^{-0/121t}} - 0/0058 \quad u = \frac{0/5506}{1+0/236e^{-0/121t}} - 0/1596$$

در نهایت، برای پیش بینی مسیر GDP ، مصرف، سرمایه‌ی فیزیکی و سرمایه‌ی انسانی با استفاده از رابطه‌ی (53) و جایگذاری پارامترها، نرخ رشد متغیرهای کلان روی مسیر رشد متوازن حدوداً 4/7% به دست می‌آید:

$$g^* = g_Y^* = g_K^* = g_H^* = g_C^* \approx 4/7\%$$

با استفاده از روابط (54) الی (56) و نرخ رشد g^* ، مسیر زمانی نرخ رشد سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی، تولید ناخالص داخلی و مصرف به صورت زیر خواهد بود:

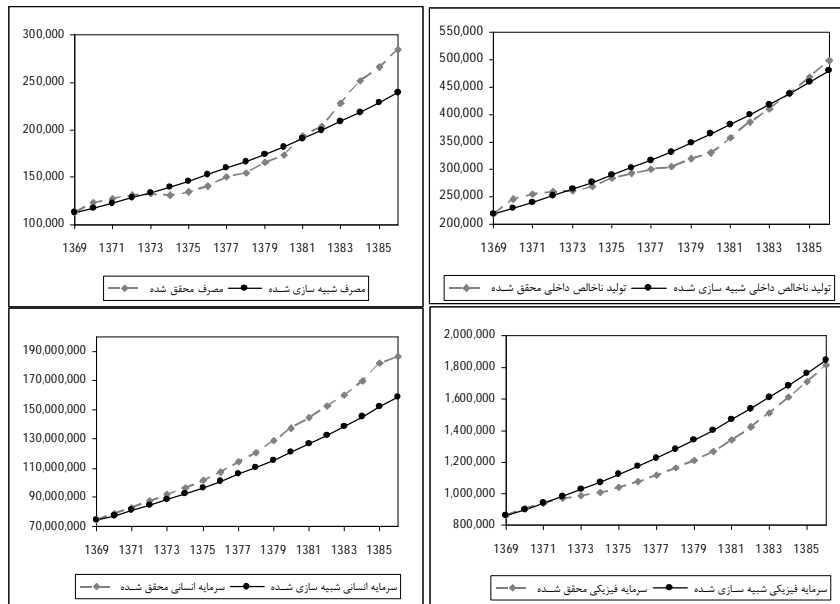
$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{0/047 - 0/009e^{-0/121t}}{1+0/236e^{-0/121t}} \quad \frac{\dot{H}}{H} = \frac{0/047 - 0/009e^{-0/121t}}{1+0/236e^{-0/121t}}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{0/047 + 0/019e^{-0/121t}}{1+0/236e^{-0/121t}} \quad \frac{\dot{C}}{C} = \frac{0/047 - 0/022e^{-0/121t}}{1+0/236e^{-0/121t}}$$

با مشخص شدن مسیر زمانی نرخ رشد متغیرهای درونزای K ، H ، C و Y می‌توان مسیر رشد زمانی این متغیرها و در نتیجه مقدار آنها را با داشتن مقدار اولیه (در زمان صفر) شبیه سازی و برای سال‌های آتی نیز مقدار آنها را پیش بینی نمود. با توجه به مسیرهای زمانی حاصله، نمودارهای K ، H ، C و GDP شبیه سازی شده ایران طی سال‌های 1369 الی 1386 و مقایسه‌ی آن با مسیر محقق شده به صورت نمودار 4 خواهد بود (انتخاب این محدوده به دلیل یک نقطه‌ی صفر

مناسب یعنی پایان جنگ و آغاز برنامه‌های توسعه می‌باشد). مقایسه‌ی مسیرهای شبیه‌سازی شده و واقعی بیانگر آنست که مسیر زمانی انباشت سرمایه‌ی انسانی واقعی بالاتر از شبیه‌سازی شده آن و مسیر زمانی انباشت سرمایه‌ی فیزیکی واقعی پایین‌تر از شبیه‌سازی شده آن می‌باشد و لیکن مسیر GDP و مصرف محقق شده حول مسیر شبیه‌سازی شده نوسان دارند. با این حال، در مجموع روندهای شبیه‌سازی شده برای متغیرهای کلان همگام و متناسب با مقادیر محقق شده می‌باشند و بنابراین مدل اوزاوا - لوکاس می‌تواند تقریب مناسبی برای اقتصاد ایران باشد.

نمودار 4: مسیرهای شبیه‌سازی شده و محقق شده تولید ناخالص داخلی، سرمایه‌ی فیزیکی و مصرف بر حسب میلیارد ریال و سرمایه‌ی انسانی بر حسب نفرسال



مأخذ: محاسبات محققان

با مسیر زمانی شبیه‌سازی شده طبق مدل اوزاوا - لوکاس، پیش‌بینی GDP به قیمت ثابت سال پایه طی سال‌های 87 تا 96 مطابق جدول زیر می‌باشد:

جدول 1: نتایج پیش‌بینی GNP

1391	1390	1389	1388	1387	سال
605	578	552	527	503	GDP به قیمت ثابت (هزار میلیارد ریال)
1396	1395	1394	1393	1392	سال
762	727	694	663	633	GDP به قیمت ثابت (هزار میلیارد ریال)

مأخذ: محاسبات محققان

5- نتایج

این مطالعه مدل رشد درونزای اوزاوا - لوکاس را با تأکید بر نقش سرمایه‌ی انسانی در رشد اقتصادی را تبیین و تشریح نمود و اقتصاد ایران را تحت فروض آن شبیه سازی نمود. در اجرای مدل برای اقتصاد ایران، در مرحله‌ی اول با استفاده از داده‌های آماری طی سال‌های 86-1353، برآورد پارامترهای اقتصادی برونزا با استفاده از روش‌های اقتصاد سنجی جهت تنظیم مدل برای اقتصاد ایران نتایج زیر را به دست داد: کشش تولید نسبت به سرمایه‌ی فیزیکی $\alpha=0/56$ ، ضریب تکنولوژیکی بخش تولید $A=0/04$ ، ضریب تکنولوژیکی بخش آموزش $B=0/15$ ، نرخ استهلاک $\delta=0/045$ ، نرخ ترجیحات ذهنی $\rho=0/055$ و نرخ ریسک‌گریزی $\theta=1/09$. در مرحله‌ی بعد با بهینه سازی و حل مسأله‌ی کنترل حداکثر سازی ارزش فعلی جریان مطلوبیت آتی عامل نمونه (ناشی از مصرف) در یک افق زمانی نامحدود با توجه به قیود موجود در تشکیل سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی (با متغیرهای وضعیت K و H و متغیرهای کنترل u و C) با استفاده از اصل ماکزیمم پونتری اگین وضعیت پایدار متغیرهای سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش تولید کالا و خدمات (u)، نسبت مصرف به سرمایه‌ی فیزیکی (χ) و متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی (z) به علاوه نرخ رشد آنها روی مسیر رشد متوازن (که همه‌ی متغیرهای درونزای Y ، K ، H و C با نرخ یکسانی روی آن رشد می‌نمایند) با تعیین مکان هندسی $\dot{u}=0$ ، $\dot{c}=0$ و $\dot{z}=0$ محاسبه شد.

با حل دستگاه معادلات دیفرانسل حاصل از بهینه سازی شاخه‌ی پایدار (مسیر زینی) شامل توابع $u(z)$ و $\chi(z)$ حاصل گردید که به همراه تعیین ترکیبی منحصر به فرد از مقادیر اولیه‌ی متغیرهای مذکور (u ، χ و z) مسیرهای زمانی u ، χ و z حاصل و در نهایت مسیر زمانی متغیرهای تولید ناخالص داخلی (GDP)،

مصرف (C)، سرمایه‌ی انسانی (H) و سرمایه‌ی فیزیکی (K) شبیه سازی شد و قابلیت پیش بینی برای سال‌های آتی مطابق با مسیر شبیه سازی شده فراهم شد. با توجه به مقدار تعادلی حاصل شده برای متوسط تولید سرمایه‌ی فیزیکی ($z^*=0/272$)، افزایش ضریب تکنولوژیکی (کارایی) بخش آموزش ($B=0/152$) و افزایش کشش تولیدی عامل سرمایه‌ی انسانی ($1-\alpha=0/44$) می‌تواند باعث افزایش z و به تبع آن مقدار تعادلی نسبت مصرف به سرمایه‌ی فیزیکی ($\eta^*=0/181$) شود و سهم سرمایه‌ی انسانی در بخش تولید کالاها و خدمات ($u^*=0/391$) نیز افزایش یابد. این امر باعث می‌شود که نرخ رشد فعلی تولید ناخالص داخلی، مصرف، موجودی سرمایه‌ی فیزیکی و انسانی روی مسیر رشد متوازن (حدود 4/7%) نیز افزایش یابد و اقتصاد روی مسیر رشد متوازن بالاتری قرار گیرد که این موضوع مؤید نقش و اهمیت سرمایه‌ی انسانی در رشد اقتصادی می‌باشد.

نتایج حاصل از روندهای شبیه سازی شده برای متغیرهای کلان بیانگر آنست که با توجه به اینکه این روندها با روندهای واقعی همگام و متناسب می‌باشند، مدل اوزاوا - لوکاس می‌تواند تقریب مناسبی برای اقتصاد ایران باشد و مسیرهای شبیه سازی شده برای پیش بینی‌های آتی مورد استفاده قرار گیرند.

فهرست منابع:

- بانک اطلاعات سرپه‌های زمانی اقتصادی. (1389). بانک جمهوری اسلامی ایران.
- بیدرام، رسول. (1381). همگام با اقتصاد سنجی. چاپ اول. تهران: منشور بهره وری.
- درگاهی، حسن و امرالله قدیری. (1382). تجزیه و تحلیل عوامل تعیین کننده رشد اقتصادی ایران با مروری بر الگوهای رشد درون زا. فصلنامه پژوهش‌های بازرگانی. تهران: مؤسسه ی مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی، 26: 33-1.
- دلالی اصفهانی، رحیم، محمد واعظ برزانی، و رضا رفیعی کهرودی. (1387). تأثیر واسطه‌های مالی بر رشد اقتصادی ایران. پژوهشنامه علوم اقتصادی، 28: 30-13.
- طیبه، سید کمیل، مرتضی سامتی، یاسر عباسلو و فرشته اشراقی سامانی. (1388). اثرات آزادسازی و توسعه مالی بر رشد اقتصادی کشور. اقتصاد مقداری (بررسی‌های اقتصادی سابق)، 6(3): 78-55.
- علمی، زهرا و امیر جمشید نژاد. (1386). اثر آموزش بر رشد اقتصادی ایران در سال‌های 1350-1382. پژوهشنامه‌ی علوم انسانی و اجتماعی، ویژه اقتصادی، 26: 154-135.
- قره باغیان، مرتضی. (1371). اقتصاد رشد و توسعه. جلد دوم. چاپ اول. تهران: نشر نی.
- گجراتی، دامودار. (1378). مبانی اقتصادسنجی. جلد دوم. ترجمه حمید ابریشمی. چاپ دوم. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
- متوسلی، محمود، ایلناز ابراهیمی، اصغر شاهمرادی و اکبر کمیجانی. (1389). طراحی یک مدل تعادل عمومی پویای تصادفی نیوکینزی برای اقتصاد ایران به عنوان یک کشور صادر کننده نفت. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، 40: 116-87.
- نیلی، مسعود و شهاب نفیسی. (1384). تخمین سرمایه انسانی بر مبنای متوسط سال‌های تحصیل نیروی کار برای ایران (1345-1379). فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، 25: 22-1.

Altar, M., C. Necula & G. Bobeica. (2008). Modeling the Economic Growth in Romania. The Role of Human Capital. Romanian Journal of Economic Forecasting, 5(3):115-128.

Barro, R. & X. Sala-I-Martin. (1995). Economic Growth. Second Edition. McGraw-Hill Inc. New York Press.

Ben-Gad, M. (2009). The Two Sector Endogenous Growth Model: An Atlas. City University London. Department of Economics. Discussion Paper Series, 09/02: 1-27.

Chiang, A.C. (1992). Elements of Dynamic Optimization. McGraw-Hill. New York.

- Gong G., A. Greiner & W. Semmler. (2002). Estimating the Uzawa-Lucas Model for the U.S. and Germany. Center for Empirical Macroeconomics Working Paper 10.
- Greiner, A., W. Semmler & G. Gong. (2004). Estimating an Endogenous Growth Model with Public Capital and Government Borrowing: US and Germany 1960-1995. *Computational Economics*, 23(1): 21- 44.
- Leeuwen, B. V. (2006). The Role of Human Capital in Endogenous Growth in India, Indonesia and Japan, 1890-2000. XIV International Economic History Congress. Helsinki 2006. Session 19.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2001). *The Well-Being of Nations. The role of human and social capital*, Paris: OECD