

*

(تاریخ دریافت ۸۴/۷/۹ ، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۱۲/۷ ، تاریخ تصویب ۸۵/۱۲/۱۲)

چکیده

مقاله حاضر نتیجه یک کار پژوهشی جهت تخمین ضریب انتقال حرارت و نفوذ حرارتی با استفاده از داده های آزمایشگاهی و حل تحلیلی برای شکل های هندسی منظم (استوانه نامحدود ، صفحه نامحدود و کره) می باشد. روشهای تحلیلی برای شکل های هندسی منظم استفاده وسیعی در تعیین آزمایشگاهی این پارامترها دارند. این حل های تحلیلی با استفاده از داده های آزمایشگاهی ، فواید بیشتری نسبت به سایر روشهای دیگر برای نمونپروش انباشته یا معادلات تجربی دارد. در این پژوهش از روش تقریبی تغییر شکل محدود انتگرال جهت حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل استفاده شد. تغییرات دما در خط مرکزی میله هایی از جنس آلومینیم و برنجی در آب ۴۴ درجه سانتیگراد همراه با عمل همزدن سریع جهت تعیین ضریب نفوذ حرارتی و همچنین تعیین ضریب انتقال حرارت در محیط های آب و هوا ثبت شد. سپس با دانستن شیب منحنی های نسبت دما بدون بعد بر حسب زمان و شعاع میله مورد آزمایش ، ضریب نفوذ حرارتی و یا ضریب انتقال حرارت با استفاده از رابطه داده شده جهت عدد بیوت در این زمینه تعیین گردید. همه آزمایشها نشان داد که نتایج آزمایشگاهی با اطلاعات داده شده در منابع همخوانی دارد. این روش همچنین برای پیدا کردن مکان هندسی دقیق ترموکوپل هایی که برای اندازه گیری تغییرات دمایی در نمونه جای گذاری می شوند، بکار می روند. در این تحقیق محل قرار گرفتن ترموکوپل نیز برای یک جسم کروی تعیین گردید. این روش در مقایسه با دیگر روشها ساده تر و سریعتر می باشد.

واژه های کلیدی: حل تحلیلی - پارامترهای انتقال حرارت - روش تقریبی تغییر شکل محدود انتگرال - ضریب انتقال حرارت - ضریب نفوذ حرارتی

مقدمه

این پارامترها می باشد. برای نمونه یک روش تجربی در مطالعات انتقال حرارت، روش سیستم انباشته^۴ برای تعیین ضریب انتقال حرارت است ، با دانستن اینکه این روش فرآیند واقعی را بدلیل استفاده از مواد با رسانایی گرمایی بالا (مثل مس و آلومینیم) نشان نمی دهد، به دیگر روشها ترجیح داده می شود. روشهای تحلیلی برای شکل های هندسی منظم (استوانه نامحدود ، صفحه نامحدود و کره) با شرایط مرزی و اولیه همراه با داده هایی که توسط آزمایش بدست می آیند، برای تعیین این ویژگی ها از طریق آزمایش استفاده می شوند. در واقع استفاده صحیح از راه حل های تحلیلی همراه با داده های بدست آمده از طریق آزمایش ممکن است فواید بیشتری نسبت به سایر روشهای دیگر برای نمونه روش انباشته یا معادلات تجربی دارد. این روش همچنین برای پیدا کردن مکان هندسی دقیق ترموکوپل هایی که برای اندازه گیری تغییرات دمایی در

ضریب انتقال حرارت و نفوذ حرارتی پارامترهایی هستند که در بسیاری از صنایع ، برای مشخص کردن ، مدل نمودن عملیات فرآیندی مهم می باشند. نفوذ حرارتی ($\alpha = k/\rho C_p$) جزء خواص ماده است و مخصوصا ترکیب محصول و دمای فرآیند تحت تاثیر این ویژگی قرار می گیرند. از طرفی دیگر ضریب انتقال حرارت (h) وابسته به خواص فیزیکی - حرارتی محیط، ویژگی های محصول (اندازه، شکل، دمای سطح و زبری سطح)، خواص جریان سیال (سرعت و ناآرامی) و ابزار انتقال حرارت بستگی دارد [۱]. با دانستن اینکه، اطلاعات بیشماری در متن برای مشخص کردن این ویژگی ها (روابط بیشماری از عدد ناسلت^۱ به عنوان تابعی از رینولدز^۲ و پرانتل^۳) وجود دارند، یافته های آزمایشگاهی برای نشان دادن پارامترهای فرآیند مهم می باشند. امکان دیگر، استفاده از داده های آزمایشگاهی دما - زمان برای مشخص کردن

استفاده از قانون فوریه^۷ برای شکل‌های هندسی منظم است. ما در اینجا به کاربرد روش تغییرشکل محدود انتگرال، جهت مسائل انتقال حرارت بوسیله هدایت در حالت گذرا برای یک صفحه، استوانه و کره توجه می‌نماییم.

معادله اولیه بصورت زیر است:

$$1/\alpha (\partial T/\partial t) = L/x^n (\partial/\partial x) [x^n (\partial T/\partial x)] \quad 0 < x < 1 \quad (2)$$

شرط اولیه و شرایط مرزی برای این معادله دیفرانسیل به صورت زیر است:

$$t = 0 \quad \text{at} \quad T = T_i \quad (3)$$

$$x = 0 \quad \text{at} \quad \partial T/\partial x = 0 \quad (4)$$

$$x = 1 \quad \text{at} \quad \partial T/\partial x = Bi (T_\infty - T) \quad (5)$$

در این معادله n یک عدد مشخصه یا فاکتور شکل است که صفر برای صفحه نامحدود، یک برای استوانه نامحدود و ۲ برای کره می‌باشد. همچنین اگر به شرط مرزی (۵) توجه نماییم، ملاحظه می‌شود که این یک شرط مرزی ناممکن است و باید شرایط مرزی به نوع همگن تبدیل گردد. بنابراین نیاز است که مسئله در حالت پایدار حل شود:

$$1/x^n (\partial/\partial x) [x^n (\partial u/\partial x)] = 0 \quad (6)$$

با شرایط مرزی:

$$x = 0 \quad \text{at} \quad \partial T/\partial x = 0 \quad (7)$$

$$x = 1 \quad \text{at} \quad \partial T/\partial x = Bi (T_\infty - T) \quad (8)$$

حل معادله دیفرانسیل (۶) ساده است و برابر است با:

$$T = T_\infty \quad (9)$$

درواقع متغیر جدید θ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = T_\infty - T \quad (10)$$

$$\left(\quad \right) \quad \left(\quad \right)$$

$$(\partial \theta / \partial t) = 1/x^n (\partial/\partial x) [x^n (\partial \theta / \partial x)] \quad (11)$$

$$t = 0 \quad \text{at} \quad \theta = \theta_i \quad (12)$$

نمونه جایگذاری می‌شوند، بکار می‌روند در واقع، مکان دقیق ترموکوپل‌ها در مطالعات ارزشمندتر از تعیین پارامترهای انتقال حرارت میباشد.

بنابراین هدف از این مطالعه، توضیح روشهایی است که برای استفاده از راه حل‌های تحلیلی شکل‌های هندسی منظم همراه با داده‌های آزمایشگاهی برای مشخص کردن پارامترهای انتقال حرارت و مکان ترموکوپل، یعنی جایی که اندازه‌گیری دما انجام می‌شود بکار می‌روند.

معادلات دیفرانسیل مورد استفاده و حل آن برای

شکل-های هندسی منظم نامحدود با شرط اولیه توضیح یکنواخت دما و شرط مرزی رسانش سطح در زیر داده شده است.

معادله دیفرانسیل بصورت زیر می‌باشد:

$$(1/x^n) (\partial/\partial x) [x^n (\partial T/\partial x)] = (1/\alpha) (\partial T/\partial t) \quad (1)$$

که در این معادله T دما، x مکان مشخص کردن دما در هندسه مورد نظر و فاصله آن از مرکز (برحسب متر در m)، n یک عدد مشخصه می‌باشد (صفر برای صفحه نامحدود، یک برای استوانه نامحدود و ۲ برای کره) و α نفوذ حرارتی را نشان می‌دهد. روش حل معادله (۱) و جوابهای حاصل از آن، با شرایط اولیه توزیع دمای یکنواخت و شرط مرزی تقارن مرکزی و مرز رسانا در سطح، برای این شکل‌های هندسی منظم در زیر آورده شده است [۲].

[]

روش تغییرشکل محدود انتگرال^۵ جهت حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای روشی است که مربوط به یک نماد می‌گردد که معادله دیفرانسیل اولیه را به یک نوع دیگر (مانند روش لاپلاس) تغییر شکل داده بطوری که حل آن ساده‌تر گردد. جهت بدست آوردن مقدار عملی و کاربردی آن مجدداً باید به فضای اولیه برگشت داده شود. این عملیات تغییر شکل معکوس همراه بانماد اولیه، آن را زوج تغییرشکل انتگرال^۶ می‌نامند. یکی از راه‌هایی که جهت تشریح زوج تغییرشکل در کار عملی و کاربردی به آن توجه می‌شود، مسائل انتقال حرارت بوسیله هدایت با

.....

$$\langle 1, K_n \rangle = J_1(\lambda_n) / \lambda_n \quad (27)$$

$$\langle K_n, K_n \rangle = \frac{1}{2} J_1^2(\lambda_n) [1 + (\lambda_n / Bi)^2] \quad (28)$$

برای کره:

$$K_n(x) = \sin(\lambda_n x) / x \quad (29)$$

$$\lambda_n \cos(\lambda_n) = (1 - Bi) \sin(\lambda_n) \quad (30)$$

$$\langle 1, K_n \rangle = [\sin(\lambda_n) - \lambda_n \cos(\lambda_n)] / (\lambda_n)^2 \quad (31)$$

$$\langle K_n, K_n \rangle = \frac{1}{2} [1 + \cos^2(\lambda_n) / (Bi - 1)] \quad (32)$$

و نهایتاً نسبت دمای بدون بعد برای شکل‌های هندسی منظم به صورت زیر می باشد:

برای صفحه نامحدود

$$\psi = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2 \sin \lambda_n}{\lambda_n + \sin \lambda_n \cos \lambda_n} \cdot \cos\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) \cdot \exp(-\lambda_n^2 Fo) \right] \quad (33)$$

برای استوانه نامحدود

$$\psi = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\lambda_n} \cdot \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} \cdot J_0\left(\lambda_n \frac{r}{R}\right) \cdot \exp(-\lambda_n^2 Fo) \right] \quad (34)$$

برای کره

$$\psi = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2 (\sin \lambda_n - \lambda_n \cos \lambda_n)}{\lambda_n - \sin \lambda_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{\sin\left(\lambda_n \frac{r}{R}\right)}{\lambda_n \frac{r}{R}} \cdot \exp(-\lambda_n^2 Fo) \right] \quad (35)$$

در اینجا $Fo = \alpha t / \zeta^2$ عدد فوریه^۹ (ζ همان L است برای صفحه نامحدود که نصف ضخامت آن می باشد و برابر با R شعاع استوانه یا کره نیز است، α نشان دهنده نفوذ حرارتی یا ضریب نفوذ است و λ_n ها ریشه های معادلات (۳۶) تا (۳۸) می باشند .

برای صفحه نامحدود:

$$Bi = \lambda \cdot \tan \lambda \quad (36)$$

برای استوانه نامحدود:

$$Bi = \lambda \cdot J_1(\lambda) / J_0(\lambda) \quad (37)$$

$$x = 0 \quad \text{at} \quad \partial \theta / \partial x = 0 \quad (13)$$

$$x = 1 \quad \text{at} \quad \partial \theta / \partial x + Bi \cdot \theta = 0 \quad (14)$$

اکنون می توان از معادله (۱۱) همراه با شرایط اولیه و مرزی همگن (۱۲) تا (۱۴) به آسانی جهت حل معادله با روش تغییرشکل محدود انتگرال استفاده نمود. روش تغییرشکل محدود انتگرال به صورت زیر است:

$$\langle \theta, K_n \rangle = \int_0^1 x^n \theta(x, t) K_n(x) dx \quad (15)$$

جایی که تابع کرنل^{۱۰} از معادلات زیر بدست آمده است:

$$L K_n(x) + (\lambda_n)^2 K_n(x) = 0 \quad (16)$$

$$x = 0 \quad \text{at} \quad \partial K_n / \partial x = 0 \quad (17)$$

$$x = 1 \quad \text{at} \quad \partial K_n / \partial x + Bi \cdot K_n = 0 \quad (18)$$

حل معادله به آسانی برای θ بصورت زیر است

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n \langle 1, K_n \rangle \exp(-\lambda_n^2 \frac{\alpha}{L^2} t) \frac{K_n}{\langle K_n, K_n \rangle} \quad (19)$$

و بنابراین:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \sum_{n=1}^{\infty} \langle 1, K_n \rangle \exp(-\lambda_n^2 \frac{\alpha}{L^2} t) \frac{K_n}{\langle K_n, K_n \rangle} \quad (20)$$

برای شکل‌های هندسی منظم مختلف، روابط برای $\langle K_n(x), K_n(x) \rangle$ ، $\langle 1, K_n \rangle$ ، λ_n ، $\langle K_n(x), K_n(x) \rangle$ به صورت زیر است:

برای صفحه نامحدود

$$K_n(x) = \cos(\lambda_n x) \quad (21)$$

$$\lambda_n \sin(\lambda_n) = Bi \cos(\lambda_n) \quad (22)$$

$$\langle 1, K_n \rangle = \sin(\lambda_n) / \lambda_n \quad (23)$$

$$\langle K_n, K_n \rangle = \frac{1}{2} [1 + \sin^2(\lambda_n) / Bi] \quad (24)$$

برای استوانه نامحدود

$$K_n(x) = J_0(\lambda_n x) \quad (25)$$

$$\lambda_n J_1(\lambda_n) = Bi J_0(\lambda_n) \quad (26)$$

$$\ln\left[\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right] = A_1 - \frac{\lambda_1^2 \cdot \alpha}{R^2} \cdot t = A_1 - \frac{(2.4048)^2 \cdot \alpha}{R^2} \cdot t \quad (39)$$

که در این معادله داریم :

$$A_1 = \ln\left[\frac{2 \cdot J_1(\lambda_1)}{\lambda_1 \cdot [J_0^2(\lambda_1) + J_1^2(\lambda_1)]} \cdot J_0\left(\lambda_1 \frac{r}{R}\right)\right] \quad (40)$$

همانطور که از معادله (۳۹) دیده می شود شیب m مربوط به نسبت دما بر حسب زمان برابر با

$$m = -\frac{\lambda_1^2 \alpha}{R^2} = -(2.4048)^2 \frac{\alpha}{R^2} \text{ است.}$$

سپس با دانستن شیب وشعاع استوانه مقدار نفوذ حرارتی تعیین می شود. همانطور که مشخص است در این روش نیاز به دانستن مکانی که در آن داده ها ثبت می شوند نیست .

چون بدون توجه به مکان، منحنی های نسبت دمایی بعد از این که خطی می شوند دارای شیب یکسانی هستند [۴].

ضریب انتقال حرارت را می توان در هر محیطی (مثلا آب ویا هوا) بوسیله راه حل های تحلیلی، هنگامی که نفوذ حرارتی ماده معلوم باشد تعیین نمود. در این حالت با استفاده از شیب منحنی دمایی بر حسب زمان (m)، مقدار λ_1 که برابر با $(-m/\alpha)^{0.5}$ است تعیین شده و از آن مقدار عدد Bi با استفاده از معادله های (۳۶) تا (۳۸) برای هر یک از شکلهای هندسی منظم محاسبه می شود و سپس ضریب انتقال حرارت از روی عدد بیوت (Bi) که برابر $Bi = h \zeta / k$ است بدست می آید. البته، علاوه بر نفوذ حرارتی، ضریب هدایت گرمایی ماده آزمایشی نیز باید معلوم باشد. بر خلاف استفاده راحت از این روش، شیوه عمومی ارائه شده در بالا، باید یک ضریب انتقال حرارت نامحدود فرض نموده تا سپس بتوان ضریب نفوذ حرارتی را تعیین کرد.

در مطالعات انتقال حرارت دانستن مکانهای ترموکوپل، جایی که داده های آزمایشگاهی بدست

$$Bi = 1 - (\lambda / \tan \lambda)$$

(۳۸)

که در این معادلات $Bi = h \zeta / k$ عدد بیوت^{۱۰} است. J_0 و J_1 توابع بسل^{۱۱} از درجه صفر و یک می باشد. در محاسبات مربوط به انتقال حرارت، استفاده از معادلات (۳۳) تا (۳۵) کفایت می کند چون که تغییرات دمایی در مکان خاص در شکل مورد نظر مورد نیاز است ویا از طریق آزمایش بدست می آید. همانطور که از معادلات (۳۳) تا (۳۵) دیده می شود، دانستن اینکه در بدست آوردن یک جواب دقیق چند جمله از سری نامحدود مورد نیاز است مهم می باشد. در حالت کلی هنگامی که عدد فوریه بزرگتر از $0/2$ باشد تنها اولین جمله کفایت می نماید چون تغییرات کسر حرارتی بعد از آن زمان خاص خطی است. تا هنگامی که نفوذ حرارتی ثابت باشد روش بکار بردن اولین جمله برای مشخص کردن این پارامترها با دانستن مقدار ضریب انتقال حرارت به آسانی بکار برده می شود.

فرض می کنیم تغییرات دما در ناحیه محور طولی در یک جسم استوانه ای (از جنس آلومینیم ویا برنج با قطر $5/08$ سانتی متر) در یک ظرف حاوی آب با دمای 42 درجه سانتیگراد که خوب بهم زده شده برای مشخص کردن ضریب نفوذ حرارتی ثبت شده است. بدلیل هم زدن تند، ضریب انتقال حرارت و به دنبال آن عدد بیوت (Bi) نامحدود فرض می شوند. سپس ریشه های معادله (۳۷)، وقتی که عدد Bi نامحدود باشد، برای یک استوانه نامحدود برابر با $(2/4048, 5/5200, 8/6537, \dots)$ است. همچنین این ریشه ها برای یک صفحه نامحدود برابر با $(\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots)$ و برای یک کره برابر با $(\pi, 2\pi, 3\pi, \dots)$ بدست می آید. بدلیل اینکه نسبت دمایی $(T - T_\infty) / (T_i - T_\infty)$ بعد از زمان خاصی خطی می شود، برای استوانه، اولین جمله معادله (۳۴) برای مشخص کردن تغییرات خطی در آن ناحیه استفاده می شود. هنگامی که از طرفین معادله (۳۴) با استفاده از یک جمله لگاریتم طبیعی گرفته می شود معادله زیر بدست می آید.

۱- یک میله آلومینیومی به قطر ۵/۰۸ سانتیمتر و به طول ۲۰ سانتیمتر که یک ترموکوپل جهت تعیین درجه حرارت در محور طولی استوانه به آن متصل است .

۲- یک میله برنجی به قطر ۵/۰۸ سانتیمتر و به طول ۲۰ سانتیمتر که یک ترموکوپل جهت تعیین درجه حرارت در محور طولی استوانه به آن متصل است .

۳- یک مخزن آب آستوانه ای به قطر ۷۰ سانتیمتر و ارتفاع ۶۰ سانتیمتر شامل یک المنت حرارتی

۴- یک همزن مکانیکی جهت بهم زدن و یکنواخت کردن دما در سرتاسر حمام آب

۵- سیم های ارتباطی، ترموکوپل و دماسنج دیجیتالی

ابتدا مخزن را تا مقدار لازم پر از آب نموده و میله مورد نظر (مثلا میله آلومینیومی) را درون حمام قرارداده و سر دیگر ترموکوپل را به دماسنج دیجیتالی متصل کرده تا بوسیله آن دمای محور طولی در زمانهای مختلف خوانده شود. پس از آن المنت حرارتی را جهت گرم نمودن حمام آب روشن کرده تا در اثر گرم شدن آب بتدریج میله نیز گرم شود. دمای محور طولی میله بوسیله ترموکوپل متصل شده به آن از طریق دماسنج دیجیتالی در زمانهای مختلف یادداشت می گردد. این عمل ادامه یافته تا دمای میله دیگر بالاتر نرود. این روش نیز برای نمونه میله برنجی نیز تکرار می شود. با اطلاعات ذخیره شده منحنی نسبت دمایی بدون بعد نسبت به زمان رسم میگردد. به جای گرم نمودن میله ها می توان از سردن نمودن آنها نیز استفاده کرد بدین صورت که وقتی در مرحله بالا میله گرم شد المنت حرارتی را خاموش نموده و آب درون مخزن را با آب سرد تعویض کرده و درجه حرارت سرد شدن محور طولی استوانه در زمانهای مختلف یادداشت می شود. مشابه همین روش، برای وقتی که از هوا به جای آب استفاده می شود نیز برای نمونه های میله ای شکل تکرار می گردد. همچنین جهت تعیین مکان ترموکوپل برای یک کره نیز مشابه روش بالا افت درجه حرارت در زمانهای مختلف برای شعاع های مختلف اندازه گیری می شود تا منحنی نسبت دمایی بدون بعد بر حسب زمان رسم گردد .

می آیند، بسیار مهم است. چون یافتن جایی که نوک ترموکوپل قرار می گیرد آسان نیست، گرفتن اشعه X از ماده مورد نظر هنگامی که ترموکوپل هنوز در آن قرار دارد و سپس تعیین مکان آن یک روش معمول است [۵]. روش دیگر، بریدن ورقه های نازک از ماده تا هنگامی که به نوک ترموکوپل برسیم می باشد [۶]. هر دو روش به مدت زمان زیاد نیاز دارد و وقت گیر می باشد. روشهای تحلیلی شیوه دیگری جهت تعیین مکان ترموکوپل می باشد. مثلا، اگر نسبت تغییرات دما بدست آمده در مکانهای مختلف ($r/R=0$ ، $r/R=0.5$ ، و $r/R=0.97$) از یک جسم کره ای با شعاع ۳۰ میلیمتر را که در یک حمام آب گرم همراه با هم زدن همراه است ثبت گردد و نقاط برخورد سه منحنی دمایی با محور عمودی یادداشت شود می توان مکان ترموکوپل ها (r/R) را با استفاده از اطلاعات بدست آمده تعیین نمود. سپس با استفاده از معادله ای شبیه به معادله ۳۹ که در مورد اجسام کروی صادق است (معادله ۴۱) و با استفاده از رابطه خطی برای قسمت خطی منحنی ها، مکان هندسی ترموکوپل ها را تعیین می شود.

$$\ln\left[\frac{T-T_{\infty}}{T_i-T_{\infty}}\right] = A_1 - \frac{\lambda_1^2 \cdot \alpha}{R^2} \cdot t = A_1 - \frac{\pi^2 \alpha}{R^2} \cdot t \quad (41)$$

A_1 محل برخورد منحنی دمایی با محور عمودی می باشد و برای یک جسم کروی این مقدار برابر است با :

$$A_1 = \ln [2 \sin (\pi r/R) / (\pi r/R)] \quad (42)$$

اکنون با استفاده از روش نیوتن - رافسون و معادله های زیر می توان مقدار r/R که همان معرف مکان ترموکوپل است را بدست آورد:

$$f(r/R) = 2 \cdot \sin (\pi r/R) - (\pi r/R) \cdot \exp (A_1) \quad (43)$$

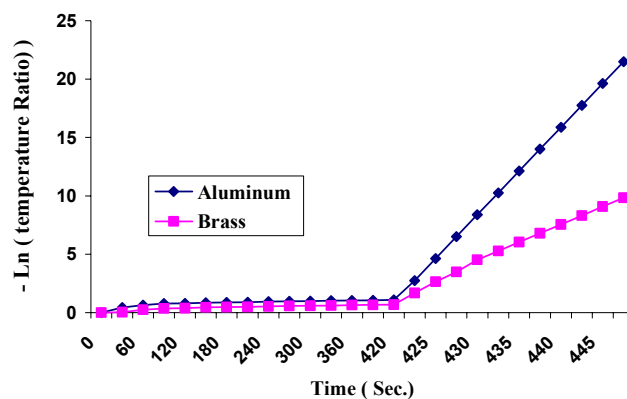
$$f'(r/R) = 2 \cdot \pi \cdot \cos (\pi r/R) - \pi \cdot \exp (A_1) \quad (44)$$

$$(r/R)_{n+1} = (r/R)_n - [f(r/R) / f'(r/R)] \quad (45)$$

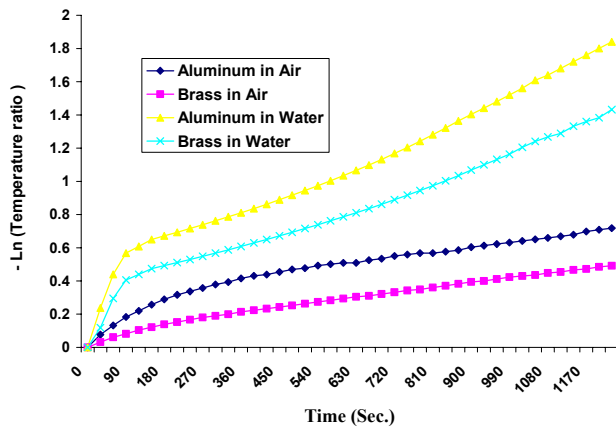
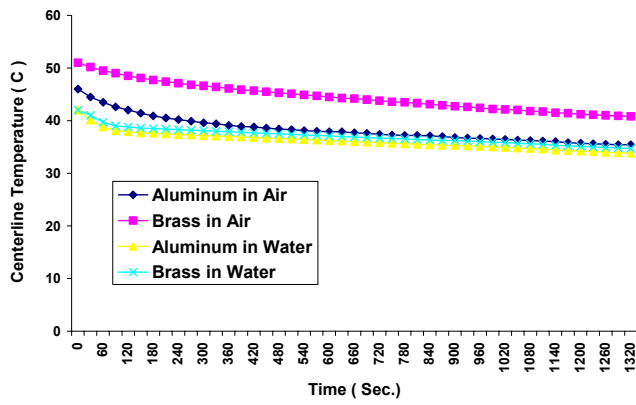
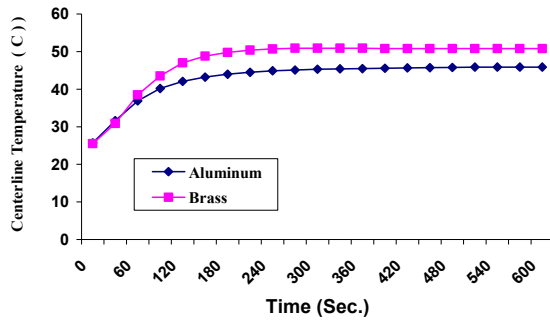
جهت تعیین ضریب انتقال حرارت و یا ضریب نفوذ حرارتی از مواد و وسایل زیر استفاده شد :

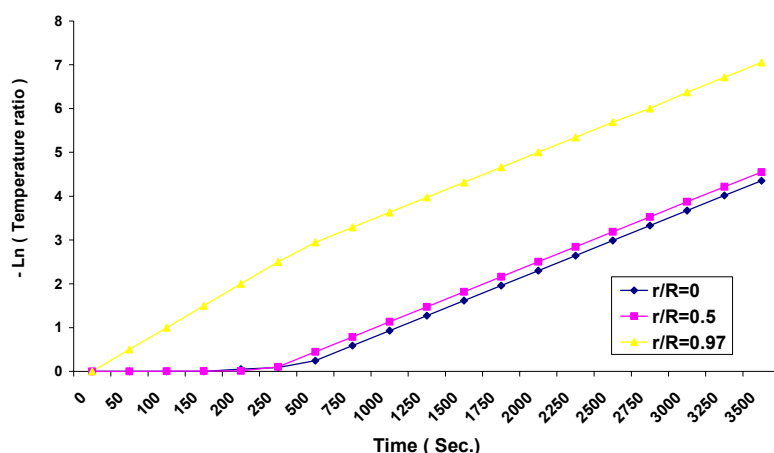
برابر با 0.000314 و 0.000312 است که در نتیجه ضریب انتقال حرارت این دو جسم در هوا مساوی 74 $W/m^2.C$ و $13/63$ خواهد شد. همچنین در محیط آب شیب منحنی ها به ترتیب برابر با 0.0067 و 0.0035 می باشد که در نتیجه ضریب انتقال حرارت استوانه آلومینیومی و برنجی مساوی 210 و 193 $W/m^2.C$ به دست می آید. لازم به ذکر است که در منابع برای محیط هوا مقدار ضریب انتقال حرارت بوسیله جابجایی آزاد بین 1 تا 4 و برای محیط آبی بین $113/56$ تا $861/4$ $W/m^2.C$ ذکر شده است. همچنین جهت تعیین مکان هندسی ترموکوپل، نسبت تغییرات درجه حرارت بدست آمده در مکانهای مختلف ($t/R=0$ ، $t/R=0.5$ و $t/R=0.97$) از یک جسم کره ای با شعاع 30 میلیمتر را که در یک حمام آب گرم همراه با هم زدن همراه بود ثبت شد که شکل (۵) این اطلاعات را نشان می دهد. اگر با هدف تعیین مکان ترموکوپل به این شکل نگاه کنیم، نقاط برخورد سه منحنی دمایی به ترتیب برابر با 0.6821 ، 0.2416 و $-2/6727$ می باشد. که برای نمونه برای نقطه دوم ($t/R=0.5$) مقدار A_1 برابر با 0.2416 است. در نتیجه مکان هندسی ترموکوپل (t/R) برای این نقطه با استفاده از معادله های 41 و 42 با حدس اولیه t/R برابر با یک و حل تکراری معادله های 43 تا 45 به مقدار نهایی 0.5 می رسیم.

تغییرات دما در ناحیه محور طولی یا خط مرکزی در یک جسم استوانه ای تو پر از جنس آلومینیوم و یا برنج با قطر $5/08$ سانتیمتر در یک ظرف حاوی آب با دمای 42 درجه سانتیگراد که خوب بهم زده شده برای مشخص کردن ضریب نفوذ حرارتی ثبت گردید. همانطوری که در شکل (۱) دیده می شود، شیب قسمت خطی منحنی برای استوانه آلومینیومی و برنجی به ترتیب برابر با 0.75 و 0.303 است. بنابراین با استفاده از رابطه داده شده برای شیب منحنی $m = -(\lambda_1)^2 \alpha / R^2 = [(2.4048)^2 \alpha / R^2]$ برای این دو جسم به ترتیب برابر با $10^{-5} \times 8/367$ و $10^{-5} \times 3/412$ متر مربع بر ثانیه می شود. همچنین ضریب انتقال حرارت برای هر دو استوانه در هوا و در آب 42 درجه سانتیگراد با استفاده از حل تحلیلی و داده های بدست آمده در محور طولی یا خط مرکزی استوانه ها، با توجه به اینکه نفوذ حرارتی آنها معلوم است تعیین شد. در این حالت با استفاده از شیب منحنی نسبت دما $(T-T_{\infty})/(T_i-T_{\infty})$ برحسب زمان، مقدار λ_1 با استفاده از رابطه $\lambda_1 = (mR^2 / \alpha)^{0.5}$ محاسبه شده و سپس مقدار عدد Bi با استفاده از معادله شماره 37 محاسبه نموده که با محاسبه مقدار $Bi = h \zeta / k$ از رابطه Bi مقدار Bi از انتقال حرارت (h) تعیین شد. همانطوری که در شکل های (۲) و (۳) دیده می شود، برای استوانه های آلومینیومی و برنجی، به ترتیب شیب منحنی ها در قسمت خطی آن



:





:

A : یک ثابت

α : ضریب نفوذ حرارتی (مترمربع برثانیه)

C_p : گرمای ویژه (J/kg- K)

ζ : طول مشخصه (متر)

h : ضریب انتقال حرارت (W/m² K)

J_0, J_1 : توابع بسل از درجه صفر و یک

k : ضریب هدایت حرارتی (W / m - K)

L : نصف ضخامت صفحه نامحدود (متر)

λ : ریشه های معادله های (۳۶) تا (۳۸)

m : شیب منحنی دما نسبت به زمان (ثانیه /)

T : دما

T_i : دما اولیه

T_∞ : دما محیط

Ψ : نسبت دما بدون بعد

r, X : فاصله از مرکز (متر)

R : شعاع استوانه نامحدود و یا کره (متر)

ρ : چگالی (kg / m³)

θ : تفاضل دمای محیط با دما در هر مکان (T_∞- T)

پارامترهای انتقال حرارت (ضریب انتقال حرارت و نفوذ حرارتی) برای مشخص کردن، مدل نمودن و بهینه کردن فرآیند های انتقال حرارت مهم می باشند. شیوه های متفاوتی با جزئیات برای تعیین تجربی این پارامترها توضیح داده شد. به دلیل اینکه این شیوه ها با راه حل های تحلیلی نیازمند داده های آزمایشگاهی از ماده مورد نظر است، لذا فواید بیشتری نسبت به بسیاری از روشهای دیگر مانند روش سیستم انباشته یا معادلات تجربی برای تعیین این پارامترها دارد. همانطور که دیده شد در این روشها، دانستن یکی از پارامترها برای تعیین پارامتر دیگر مورد نیاز است. مثلاً ضریب انتقال حرارت برای تعیین ضریب نفوذ حرارتی باید معلوم باشد. بنابراین هنوز گسترش و بهینه کردن روشی برای تعیین همزمان این دو پارامتر مهم است. علاوه بر پارامترهای انتقال حرارت، روشهای تحلیلی نیز برای تعیین مکان ترموکوپل برای استفاده در مطالعات بیشتر، معتبر سازی مدل، استفاده می شوند. این روش در مقایسه با دیگر روشها ساده تر و سریعتر می باشد.

مراجع

- 1- Rahman , S. (1995). *Food properties handbook*, Boca Raton, FL: CRC Press Inc.
- 2 - Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. (1986). *Conduction of heat in solids*, New York, NY: Oxford.
- 3 - Rice, Richard G. and Duong, D. Do. (1995). *Applied mathematics and modeling for chemical Engineers*, PP.485 – 454 , John Wiley & Sons Inc.

-
- 4 - Chau, K. V. (1995-2000). *Personal Communication. Department of Biological and Agricultural Engineering, University of Florida, Gainesville FL.*
 - 5 - Anderson, B. and Singh, R. P. (2002). "Air Impingement heat transfer on a cylindrically shaped object." *The IFT Annual Meeting and Food Expo*, Presentation No, 9IC-22.
 - 6 - Erdogdu, F., Balaban, M. O. and Chau , K. V. (1998). "Modeling of heat conduction in elliptical cross section: II. Adaptation to thermal processing of shrimp." *Journal of Food Engineering*, Vol. 28, PP.241-258.

- 1 - Nusselt number
- 2 - Reynolds number
- 3 - Prandtl number
- 4 - Lumped method
- 5 - Finite Integral Transform
- 6 -Integral transform pair
- 7 - Fourier Law
- 8 - Kernel
- 9 - Fourier number
- 10 - Biot number
- 11 -Bessel function