نشريه دانشكده فني, جلد ۴۱, شماره ۳, شهريورماه ۱۳۸۶, از صفحه ۲۷۳ تا ۲۸۵

بررسي تحليل ديناميكي و تصحيح قيود تماس نقطه به وجه با استفاده از روش لاگرانژ افزوده در 3D DDA

سيد اميررضا بيابانكي*[1] و احمد جعفري[2]

[1]دانشجوي دكتري دانشكده مهندسي معدن - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
[2]استاديار دانشكده مهندسي معدن - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
(تاريخ دريافت ۸۵/۴/۳ , تاريخ دريافت روايت اصلاح شده ۸۶/۱/۱۸, تاريخ تصويب ۸۶/۲/۲۶)

چكيده

در اين مقاله، ابتدا صحت تحليل ديناميكي توسط روش آناليز تغيير شكل ناپيوسته[1] (DDA) در حالت سه بعدي با مقايسه نتايج بدست آمده از اين روش با حل تحليلي بررسي مي شود. بدين منظور جابجايي يک بلوک بر روي يک سطح شيبدار که تحت يک بار ديناميكي قرار دارد مورد بررسي قرار مي گيرد. نتايج بدست آمده توسط روش 3D DDA تطابق بسيار خوبي را با حل تحليلي نشان مي دهد. همچنين در اين مقاله، تصحيح قيود تماس بلوكها در حالت نقطه به وجه كه شامل سه نوع تماس ميشود، مورد مطالعه قرار مي گيرد. در فرمولهاي ارائه شده براي اين سه حالت تماس، قيود تماس با به كارگيري روش جريمه[2] ارضاء مي شوند. اين روش نسبتاً ساده مي باشد ولي منجر به يكسري عدم دقت در حل مي شود كه براي مقادير كم عدد جريمه مي تواند خيلي زياد باشد. روش جريمه همچنين سبب نفوذ بلوكها در هم مي شود كه باعث نقض قيود فيزيكي مسأله مي شود. اين دو محدوديت با به كار گيري روش لاگرانژ افزوده[3] برطرف شده است. فرمولهاي مربوط به اين روش در 3D DDA بدست آمده و با C^{++} برنامه نويسي شده است. به كارگيري اين روش نتايج خوبي را در مدلسازي تماس ها ارائه مي كند كه توسط يک مثال نشان داده شده است.

واژه هاي كليدي: آناليز تغيير شكل ناپيوسته - تحليل ديناميكي - قيود تماس - روش جريمه - لاگرانژ افزوده

مقدمه

پر استفاده ترين روش هاي عددي كه در مكانيک سنگ براي مدل كردن بارگذاري يا بار برداري مورد استفاده قرار مي گيرند شامل روش اجزاي محدود (FEM)[4]، روش اجزاي مرزي (BEM)[5] و روش اجزاي مجزا (DEM)[6] مي باشد. مدلسازي ناپيوستگيهاي توده سنگ به صورت يک محيط ناپيوسته با استفاده از المانهاي درزه خاصي در روشهاي اجزاي محدود و اجزاي مرزي امكانپذير است[1]. اما در اين روش ها تعريف ناپيوستگي ها مشكل بوده و معمولاً درجه تغيير شكل پذيري محدودي قابل تحليل ميباشد. به علاوه تعداد ناپيوستگي هايي كه ميتواند تعريف شود نيز بسيار محدود است. روش DEM به طور كلي براي مسائلي كه ناپيوستگي زيادي دارند و مدلسازي تماس ها در آنها مهم است، مناسب تر ميباشد. DEM همچنين اجازه تغيير شكل هاي بزرگ در امتداد ناپيوستگي ها را داده و مي تواند حركت بلوكها (انتقال و چرخش) را به خوبي مدل كند.

آناليز تغيير شكل ناپيوسته (DDA) يک تكنيک نسبتاً جديدي است كه جزء خانواده روش هاي تحليل ناپيوسته مي باشد. 2D DDA براي اولين بار توسط شي (Shi) براي محاسبه جابجايي سيستم هاي بلوكي در قالب يک تز دكترا در سال ۱۹۸۸ ارائه شد [۲]. در اين روش، يک توده سنگ همانند تركيبي از بلوكهاي مجزا و درزه ها به عنوان فصل مشترک بين بلوكهاي مجزا در نظر گرفته مي شوند. نيروهاي تماس و جابجايي توسط انجام يكسري محاسبات به دست مي آيند.

اين روش عددي به سرعت براي كاربردهاي عملي توسعه يافته است و امروزه از اين روش براي مدل كردن فضاهاي حفاري شده در محيط هاي ناپيوسته استفاده مي شود.

تاكنون تصحيحات و پيشرفت هاي زيادي بر روي فرمول هاي اوليه ارائه شده توسط شي (Shi) صورت گرفته است تا اين روش را براي محاسبات مهندسي كارا و مناسب نمايد. فرمول هاي ابتدائي اين روش در حالت سه بعدي

* نويسنده مسئول : تلفن : ۰۹۱۲۵۵۰۷۸۳۴ , فاكس : ________ Email: a.beyabanaki@gmail.com

در سال ۲۰۰۱ توسط شي (Shi) [۳] ارائه شد. در سالهاي ۲۰۰۴ و ۲۰۰۵ روش حل براي سه حالت مرسوم تماس (رأس به وجه، لبه به وجه و وجه به وجه) از هفت حالت تماس ممكن بين بلوكها بدست آمد [۴، ۵]. از آنجايي كه هنوز فرمولبندي كلي سه بعدي براي تمامي حالات تماس در اين روش ارائه نشده است، لذا اين روش، در حالت سه بعدي، در ابتداي راه خود قرار دارد و نياز به اصلاحات زيادي دارد تا بتواند مانند حالت دو بعدي به صورت عملي مورد استفاده قرار گيرد. در اين مقاله قابليت مدل كردن ديناميكي توسط روش DDA در حالت سه بعدي مورد مطالعه قرار گرفته و اصلاحاتي براي قيود تماس در سه حالت مرسوم تماس پيشنهاد شده است.

بررسي تحليل ديناميكي در 3D DDA

قبل از استفاده از روش DDA براي تحليل ديناميكي يک توده سنگ، نياز به بررسي دقت جابجايي هاي بدست آمده از اين روش در مقايسه با حل هاي تحليلي است. هاتزر و فينتاچ (Hatzor & Feintuch) [۶] صحت نتايج 2D DDA را براي تحليل ديناميكي يک بلوک بر روي يک سطح شيبدار با اعمال بار ديناميكي مورد بررسي قرار دادند. حل ديناميكي يک بلوک روي يک سطح شيبدار با در نظر گرفتن تنها بار ثقلي (شتاب ثابت) قبلاً توسط سيتار و مک لالين (Sitar & MacLaghlin) [۷] بررسي شده بود. آنها براي يک سطح شيبدار با شيب ۲۶ درجه، چهار مطالعه جابجايي را براي زواياي اصطكاک ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درجه انجام داده و خطايي بين ۱ تا ۲ درصد براي نتايج 2D DDA بدست آورده بودند. هاتزر و فينتاچ (Hatzor & Feintuch) [۶] سه تابع سينوسي مختلف را به عنوان ورودي بارگذاري ديناميكي انتخاب كردند و نتايج 2D DDA را با حل هاي ساد ه تحليلي كه اثر اصطكاک سطح شيبدار را در نظر نمي گرفت مقايسه كردند. نتايج در تمامي حالات خطايي بين ۵ تا ۱۰ درصد را نشان داد. تسارسكي و همكاران (Tsesarsky et al.) [۸] نتايج تحليل را با داده هاي بدست آمده از يک ميز لرزان مقايسه كردند. نتايج حاصل دقت بالاي اين روش را نشان دادند.

همانطوريكه قبلاً نيز ذكر شد، 3D DDA در ابتداي راه خود قرار دارد و يک راه طولاني را در پيش رو دارد تا اينكه بتواند يک ابزار تحليل عملي براي مسائل مهندسي شود. در اين مقاله، نتايج تحليلي با حل عددي بدست آمده از 3D DDA براي جابجايي يک بلوک كه بر روي يک سطح شيبدار مي لغزد مقايسه مي شود. معادلات تحليلي بدست آمده توسط هاتزر و فينتاچ (Hatzor & Feintuch) [۶] بدون در نظر گرفتن اثر اصطكاک در سطح لغزش بوده است. در اين تحقيق، معادلات كامل تحليلي با در نظر گرفتن اثر اصطكاک با استفاده از روش نيومارک بدست آمده و با نتايج روش 3D DDA مقايسه مي شود. موسوي و همكاران (Moosavi et al.) [۹] تحقيقي در اين زمينه براي حالت سه بعدي انجام داده اند. در مطالعه مذكور، بر خلاف تحقيق حاضر، پارامترهاي عددي DDA كه تأثير به سزايي در نتايج تحليل ديناميكي دارد در نظرگرفته نشده و نيز نتايج تنها براي يک سيكل كامل مورد بررسي قرار گرفته اند. واضح است كه اين مقايسه تنها مي تواند عملكرد يک تک بلوک را تائيد كند و براي يک سيستم بلوكي نياز به مقايسه با مدل هاي فيزيكي است؛ با اين حال اين مطالعه براي يک تک بلوک اولين گام مورد نياز براي اين تحقيق مي باشد.

به طور كلي، خرابي ناشي از زلزله با جابجايي هاي محدود اجرام مجزاي بزرگ همراه است؛ از اين رو براي تحليل بايد جزئياتي بيش از يک ضريب ايمني كه از يک تحليل شبه ايستا بدست مي آيد، بررسي شود. ساده ترين حالتي را كه مي توان براي يک شيب سنگي در نظر گرفت، لغزش يک بلوک بر روي يک سطح شيبدار است. اين بررسي براي اولين بار توسط گودمن و سيد (Goodman & Seed) [۱۰] و نيومارک (Newmark) [۱۱] انجام گرفت كه امروزه به تحليل نيومارک معروف است. در تحليل نيومارک فرض ميشود كه جابجايي نسبي در يک سطح شيبدار هنگامي اتفاق مي افتد كه نيروهاي اينرسي جرمِ داراي پتانسيل لغزش، بر مقاومت برشي سطح شيبدار غلبه كند. شتاب افقي مربوط به اين موقعيت را "شتاب تسليم" مينامند. در اين روش جابجايي جرم در حال لغزش با محاسبه انتگرال سرعت نسبي بلوک در زمان لغزش به دست مي آيد. در اين مقاله، شكل كامل معادلات مربوطه بدست آمده و مورد استفاده قرار مي گيرد.

یک تابع ساده دینامیکی

در اين حالت، تابع شتاب افقي به صورت زير مي باشد:

$$\ddot{u}(t)=k.g.\sin(t)$$

(۱)

که در آن $\ddot{u}$ شتاب، t زمان، k ضريب ثابت و g شتاب ثقل است. براي محاسبه جابجايي و سرعت ناشي از اين تابع شتاب، بايد از محدوده t_0 تا t انتگرال گيري انجام شود. t_0 زماني است که:

$$\ddot{u}(t_0)=a_y$$

(۲)

در اين رابطه، a_y همان شتاب تسليم مي باشد. حل تحليلي براي جابجايي $U(t)$ در حالتي که اصطکاک سطح شيبدار هم مد نظر قرار گيرد، عبارت است از:

$$U(t)=g.\left[(\sin(\alpha)-\cos(\alpha).\tan(\phi))\left(\frac{t^2}{2}-t_0\cdot t\right)\right] + k.g.[(\cos(\alpha)+\sin(\alpha).\tan(\phi))(\cos(t_0)(t-t_0) - \sin(t)+\sin(t_0))]$$

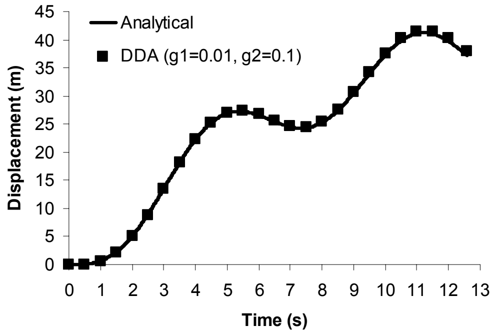
(۳)

که ϕ_{eq} زاويه اصطکاک وابسته به جابجايي است که براي تمامي مقاصد عملي در مکانيک سنگ با ϕ جايگزين مي شود. با فرض اينکه سطح شيبدار داراي زاويه ۲۰ درجه بوده و $k=0.5$ انتخاب شده باشد،

پارامترهاي به کار رفته براي اين مطالعه به صورت زير خواهد بود:

- زاويه اصطکاک (ϕ) = ۲۲ درجه
- شتاب تسليم (a_y) = ۰/۳۴۲۶ متر بر مجذور ثانيه
- زمان در $a_y(t)$ = ۰/۰۶۹۹ ثانيه

از آنجايي که براي سيکل هاي بيشتر مقدار خطا نيز بيشتر مي شود، لذا اين تحليل براي حالات متفاوت پارامترهاي عددي طي دو سيکل کامل که 4π ثانيه به طول مي انجامد، صورت گرفته است. اين پارامترها عبارتند از حداکثر فاصله زماني در هر مرحله (g_1) و نسبت جابجايي حداکثر مفروض[۷] (g_2) [۶]. اين پارامترها باعث محدود شدن جابجايي‌هاي محاسبه شده توسط DDA مي شوند. وجود اين پارامترها سبب مي شود که فرض جابجاييهاي کوچک در هر مرحله از حل ارضاء شود. براي ايجاد ارتباط بين دو پارامتر g_1 و g_2، از نسبت جابجايي ميانگين مراحل زماني (که توسط 3D DDA بدست مي آيد) به جابجايي حداکثر مجاز در هر مرحله زماني، R، استفاده مي شود. لازم به ذکر است که حداکثر جابجايي مجاز از رابطه $(g_2H)/2$ به دست مي آيد (H ارتفاع قائم مدل ايجاد شده ميباشد). محدوده g_1 و g_2 در حالت کلي به ترتيب ۰/۰۱-۰/۰۰۱ ثانيه و ۰/۱-۰/۰۰۱ مي باشد [۶]. در بررسي انجام شده مشخص شد که حل عددي در صورتي صحيح خواهد بود که نسبت R به عدد يک نزديک باشد؛ در مطالعه انجام شده حالتهايي که در آنها R از عدد يک فاصله زيادي دارد، نتايج غير قابل قبولي توليد کردند. براي نمونه در شکل (۱) مقايسه‌اي بين حل تحليلي و نتايج بدست آمده از DDA براي حالتي که g_1=۰/۰۱ و g_2=۰/۱ مي باشد، نشان داده شده است. همانطور که در اين شکل مشاهده مي شود حرکت بازگشتي (رو به بالاي) بلوک روي سطح شيبدار در انتهاي اين‌دوسيکل بادقت قابل توجهي مدل شده‌است.



شکل ۱: مقايسه بين نتايج 3D DDA **و حل تحليلي براي حالت** $\ddot{u}(t)=0.5\,g.\sin(t)$.

یک تابع همنوای دینامیکی

در تابع $\ddot{u}(t)=k.g.\sin(\omega t)$ مي توان با استفاده از پارامتر ω، بسامدهاي متفاوت حرکت زمين را مدل نمود. حل تحليلي براي جابجايي با در نظر گرفتن اصطکاک سطح لغزش در اين حالت به صورت زير خواهد بود:

$$U=g.\left[(\sin(\alpha)-\cos(\alpha).\tan(\phi))\left(\frac{t^2}{2}-t_0\cdot t\right)\right] + \frac{k.g}{\omega^2}.[(\cos(\alpha)+\sin(\alpha).\tan(\phi)) \times(\omega\cos(\omega t_0)(t-t_0)-\sin(\omega t)+\sin(\omega t_0))]$$

(۴)

با در نظر گرفتن شيب ۲۰ درجه براي سطح لغزش و $k=0.75$ و $\omega=2$، پارامترهاي به کار رفته در اين

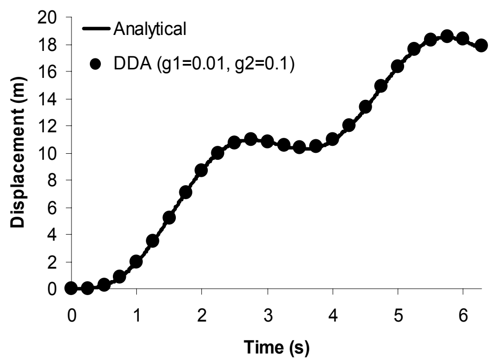
تحقيق به صورت زير خواهند بود:

- زاويه اصطكاک (ϕ) = ۲۲ درجه
- شتاب تسليم (a_y) = ۰/۳۴۲۶ متر بر مجذور ثانيه
- زمان در $a_y(t)$ = ۰/۰۲۳۳ ثانيه

از آنجايي كه $\omega = 2$ مي باشد، لذا يک سيكل كامل تنها π ثانيه طول مي كشد.

در اين مورد نيز حالات متفاوتي براي پارامترهاي عددي در نظر گرفته شده و نتايج بدست آمده با روابط تحليلي مقايسه شده است. نتايج حاكي از اين بودند كه در مواردي كه نسبت‌هاي R نزديک به عدد يک باشند خطايي كمتر از ۱% بدست آمده و براي ساير موارد نتايج غير قابل قبول بودند.

براي نمونه شكل (۲) نتايج را براي حالتي كه g_1=۰/۰۱ و g_2=۰/۱ هستند، نشان مي دهد. همانطور كه مشاهده مي شود 3D DDA به خوبي توانسته است اين موج سينوسي را مدل كند.



شكل ۲ : مقايسه بين نتايج 3D DDA و حل تحليلي براي حالت $\ddot{u}(t) = 0.75\, g.\sin(2t)$.

مجموع دو تابع سينوسي

از آنجايي كه معمولاً از اثرات جملات درجه بالا در يک سري سينوسي صرفنظر مي شود، لذا بررسي انجام شده براي مجموع بيش از دو تابع سينوسي انجام نمي شود. در حالت كلي براي مجموع دو تابع سينوسي داريم:

$$\ddot{u}(t) = k_1.g.\sin(\omega_1 t) + k_2.g.\sin(\omega_2 t) \tag{۵}$$

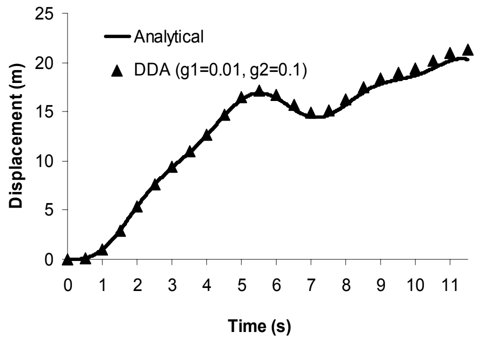
حل تحليلي براي اين حالت با در نظر گرفتن اثر اصطكاک به شرح زير مي باشد:

$$U = \int \dot{U} = g(\sin\alpha - \cos\alpha\, tg\,\varphi)[\frac{1}{2}(t^2 - t_0^2) - t_0(t - t_0)] + (\cos\alpha + \sin\alpha\, tg\,\varphi)[\frac{k_1 g}{\omega_1^2} \times (\sin\omega_1 t_0 - \sin\omega_1 t) + \frac{k_2 g}{\omega_2^2}(\sin\omega_2 t_0 - \sin\omega_2 t) + \left(\frac{k_1 g}{\omega_1}\cos\omega_1 t_0 + \frac{k_2 g}{\omega_2}\cos\omega_2 t_0\right)(t - t_0)] \tag{۶}$$

با فرض شيب ۲۰ درجه براي سطح شيبدار و مقادير $k_1 = 0.2$ ، $k_2 = 0.3$ ، $\omega_1 = 1$ و $\omega_2 = 2$ پارامترهاي مورد استفاده عبارتند از:

- زاويه اصطكاک (ϕ) = ۲۲ درجه
- شتاب تسليم (a_y) = ۰/۳۴۲۶ متر بر مجذور ثانيه
- زمان در $a_y(t)$ = ۰/۰۴۳۷ ثانيه

بررسي صورت گرفته نشان داد كه براي نسبت هايي كه نزديک به عدد يک هستند، خطا كم بوده و حداكثر آن در حدود ۵% مي باشد. شكل (۳) نتايج بدست آمده براي حالتي كه g_1=۰/۰۱ و g_2=۰/۱ مي باشد، را نشان مي دهد.



شكل ۳ : مقايسه بين نتايج 3D DDA و حل تحليلي براي حالت $\ddot{u}(t) = 0.2\, g.\sin(t) + 0.3\, g.\sin(2t)$.

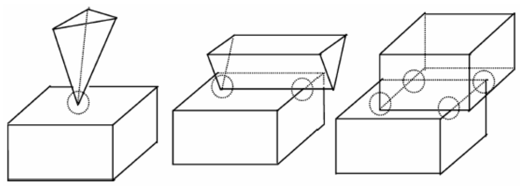
همانطور كه در قسمت هاي مختلف اين بخش از تحقيق ملاحظه مي شود براي حالات متفاوت توابع شتاب اعمالي به يک بلوک در حال لغزش، خطايي كمتر از ۵% بدست مي‌آيد. دليل اينكه در حالت دو بعدي خطاي بيشتري گزارش شده است [۶]، اين است كه اثر اصطكاک در روابط تحليلي دو بعدي در نظر گرفته نشده است.

تصحيح قيود تماس در 3D DDA

در روش DDA، لغزش بلوكهاي در تماس مجاز ميباشد اما نبايد نفوذي بين بلوكها صورت پذيرد. از پـــر

استفاده ترين روش هايي كه براي اعمال قيود استفاده مي شود مي توان به روش هاي جريمه، ضرب كننده لاگرانژ[8] و لاگرانژ افزوده اشاره نمود [۱۲]. در نسخه اوليه ارائه شده براي DDA، روش جريمه براي جلوگيري از نفوذ بين بلوكها به كار گرفته شد. كاي و همكاران (Cai et al.) [۱۳] در سال ۱۹۹۶ روش ضرب كننده لاگرانژ را براي ارضاي قيود تماس به كار بردند. لين و همكاران (Lin et al.) [۱۴] نيز روش لاگرانژ افزوده را مورد استفاده قرار دادند و نتايج رضايت بخشي بدست آوردند. آنها به اين نتيجه رسيدند كه روش لاگرانژ افزوده خيلي بهتر از روش ضرب كننده لاگرانژ مي تواند قيود تماس در 2D DDA را مدل كند.

همانطور كه قبلاً نيز ذكر شد، تاكنون براي روش 3D DDA تنها تحليل سه حالت تماس از هفت حالت تماس موجود (رأس به وجه، رأس به لبه، لبه به وجه، لبه به لبه (دو حالت)، وجه به وجه و رأس به رأس) ارائه شده است. اين سه نوع تماس كه شامل رأس به وجه، لبه به وجه و وجه به وجه مي باشد، همانطور كه در شكل (۴) نشان داده شده است قابل تبديل به حالت كلي نقطه به وجه مي باشد.



شكل ۴ : انواع تماس نقطه به وجه در سه بعدي [۴].

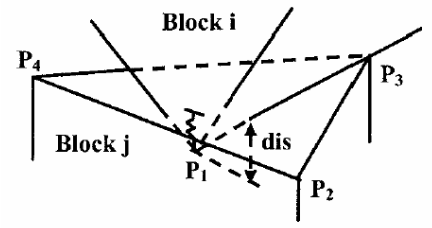
فرمولهاي ارائه شده براي اين نوع تماس در 3D DDA با به كارگيري روش جريمه ارائه شده اند. در اين تحقيق، با به كارگيري روش لاگرانژ افزوده قيود تماس براي اين سه حالت تماس تصحيح شده است. با استفاده از اين روش، دقت حل 3D DDA بالا رفته و محدوديت هاي موجود در اثر استفاده روش جريمه برطرف مي شود. در ادامه، ضمن ارائه فرمول هاي مربوطه، سه مثال نيز براي نشان دادن صحت عملكرد آنها آورده شده است. بيابانكي و جعفري (Beyabanaki & Jafari) [۱۵] مزاياي روش لاگرانژ افزوده را در حالت ساده نشان دادند، اگرچه آن مطالعات اثر اصطكاک را در نظر نگرفته است. در تحقيق حاضر اثر اصطكاک در نظر گرفته شده است و فرمول هاي مربوط به تماس برشي نيز ارائه مي شوند.

زيرماتريس هاي تماس نرمال

در روش لاگرانژ افزوده با تركيب دو روش ضرب كننده لاگرانژ و جريمه، معايب اين دو روش به حداقل ميرسد [۱۲]. اين روش مستقل از بزرگي اعداد جريمه بوده و نياز به هيچ معادله اضافي براي حل ندارد.

با به كارگيري اين روش در 3D DDA، نيروي تماس در نقطه تماس مي تواند با دقت خوبي توسط يكسري محاسبات تكرار شونده بدست آيد. اين تكرارها تا وقتي انجام مي شوند كه فاصله نفوذ يک بلوک در بلوک ديگر، از يک مقدار مشخص كوچكي كمتر شود.

همانطور كه در شكل (۵) نشان داده شده است، يک فنر فرضي بين رأس نفوذ كننده P_1 و صفحه $P_2P_3P_4$ كه نفوذ در آن انجام مي گيرد، در نظر گرفته مي شود. فاصله dis بين اين رأس و اين صفحه بايد بعد از يک افزايش جابجايي صفر شود.



شكل ۵ : مدل كردن تماس نقطه به وجه [۵].

اين فاصله برحسب مختصات نقاط $P_1(x_1,y_1,z_1)$ $P_2(x_2,y_2,z_2),P_3(x_3,y_3,z_3),P_4(x_4,y_4,z_4)$ به صورت زير به دست مي آيد [۳]:

$$dis=\frac{V_0}{A}+\frac{1}{A}\begin{vmatrix}1 & u_1 & y_1 & z_1\\ 1 & u_2 & y_2 & z_2\\ 1 & u_3 & y_3 & z_3\\ 1 & u_4 & y_4 & z_4\end{vmatrix}+\frac{1}{A}\begin{vmatrix}1 & x_1 & v_1 & z_1\\ 1 & x_2 & v_2 & z_2\\ 1 & x_3 & v_3 & z_3\\ 1 & x_4 & v_4 & z_4\end{vmatrix}+\frac{1}{A}\begin{vmatrix}1 & x_1 & y_1 & w_1\\ 1 & x_2 & y_2 & w_2\\ 1 & x_3 & y_3 & w_3\\ 1 & x_4 & y_4 & w_4\end{vmatrix}$$

(۷)

كه در آن:

$$A=\left(\begin{vmatrix}y_3-y_2 & z_3-z_2\\ y_4-y_2 & z_4-z_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}x_3-x_2 & z_3-z_2\\ x_4-x_2 & z_4-z_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}x_3-x_2 & y_3-y_2\\ x_4-x_2 & y_4-y_2\end{vmatrix}^2\right)$$

(۸)

همچنين (u_i,v_i,w_i) جابجايي نقطه P_i بوده و نيز:

$$V_0 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

(۹)

چنانچه فرض شود که:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}^T = V_0 \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}^{-1}$$

(۱۰)

$$\begin{aligned} [E_i]^T &= [g_{12} \quad g_{13} \quad g_{14}][T_i(x_1, y_1, z_1)]/A \\ [G_j]^T &= [g_{22} \quad g_{23} \quad g_{24}][T_j(x_2, y_2, z_2)]/A \\ &+ [g_{32} \quad g_{33} \quad g_{34}][T_j(x_3, y_3, z_3)]/A \\ &+ [g_{42} \quad g_{43} \quad g_{44}][T_j(x_4, y_4, z_4)]/A \end{aligned}$$

(۱۱)

آنگاه:

$$dis = \frac{V_0}{A} + [E_i]^T [D_i] + [G_j]^T [D_j]$$

(۱۲)

مقدار به روز شده ضريب لاگرانژ، λ^*_n، مي تواند براي تماس نرمال به صورت زير نوشته شود:

$$\lambda_n \approx \lambda^*_{n_{k_n+1}} = \lambda^*_{n_{k_n}} + P_n(dis)$$

(۱۳)

که در آن P_n عدد جريمه مي باشد که مي تواند متغير بوده و نيازي نيست مانند روش جريمه داراي مقدار زيادي باشد. در تکرار k_n اُم، انرژي پتانسيل کرنش ناشي از نيروي تماس، Π_{an}، به صورت زير خواهد بود:

$$\Pi_{an} = \lambda^*_{n_{k_n}}(dis) + \frac{1}{2} P_n (dis)^2$$

(۱۴)

اين معادله از دو جزء تشکيل شده است؛ جزء اول انرژي کرنش ناشي از ضريب لاگرانژ تکرار شونده، $\lambda^*_{n_{k_n}}$، بوده و جزء دوم ناشي از قيد جريمه مي باشد. جزء دوم که سبب ايجاد يکسري زيرماتريس مي شود در بخش قبلي بحث شد، لذا در اين بخش تنها جزء اول اين معادله مورد بررسي قرار مي گيرد. مي توان جزء اول را به صورت زير نوشت:

$$\begin{aligned} \Pi^*_{an} &= \lambda^*_{n_{k_n}}(dis) \\ &= \lambda^*_{n_{k_n}} \left(\frac{V_0}{A} + e_r [D_i] + g_r [D_j] \right), \ r = 1-12 \end{aligned}$$

(۱۵)

که در آن e_r و g_r مؤلفه هاي ماتريسهاي معادلات (۱۱) مي باشند. پس از مشتق گيري داريم:

$$f_{ri} = -\frac{\partial \Pi^*_{an}(0)}{\partial d_{ri}} = -\lambda^*_{n_{k_n}} e_r , \qquad r = 1-12$$

(۱۶)

$$f_{rj} = -\frac{\partial \Pi^*_{an}(0)}{\partial d_{rj}} = -\lambda^*_{n_{k_n}} g_r , \qquad r = 1-12$$

(۱۷)

اين معادلات توليد دو ماتريس ۱*۱۲ مي کنند که به ترتيب به زير ماتريسهاي $[F_i]$ و $[F_j]$ در ماتريس کلي اضافه مي شوند. لازم به ذکر است که مقادير λ^*_n معلوم بوده و از تکرار قبلي محاسبه مي شود.

در جزء دوم، انرژي پتانسيل نيروي فنر برابر است با:

$$\Pi_n = \frac{P_n}{2}(dis)^2 = \frac{P_n}{2}\left(\frac{V_0}{A} + [E_i]^T [D_i] + [G_j]^T [D_j] \right)^2$$

(۱۸)

که در آن P_n سختي فنر مي باشد. با کمينه کردن Π_n، چهار زيرماتريس ۱۲*۱۲ و دو زير ماتريس ۱*۱۲ بدست مي آيد:

$$\begin{aligned} & P_n [E_i][E_i]^T \to [K_{ii}] \\ & P_n [E_i][G_j]^T \to [K_{ij}] \\ & P_n [G_j][E_i]^T \to [K_{ji}] \\ & P_n [G_j][G_j]^T \to [K_{jj}] \\ & -\frac{P_n V_0}{A} [E_i] \to [F_i] \\ & -\frac{P_n V_0}{A} [G_j] \to [F_j] \end{aligned}$$

(۱۹)

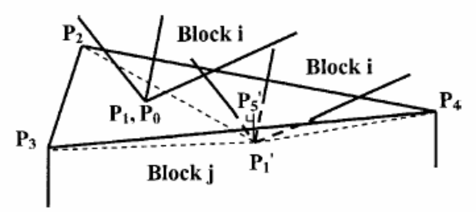
از ترکيب نتايج جزء اول و دوم، زير ماتريس هاي زير به دست مي آيند که به صورت زير به ماتريس هاي سختي و نيرو در معادله (۴) اضافه مي شوند:

$$\begin{aligned} & P_n [E_i][E_i]^T \to [K_{ii}] \\ & P_n [E_i][G_j]^T \to [K_{ij}] \\ & P_n [G_j][E_i]^T \to [K_{ji}] \end{aligned}$$

$$P_n\left[G_j\right]\left[G_j\right]^T \rightarrow [K_{jj}]$$
$$-\left(\lambda^*_{n_{k_n}} + \frac{P_n V_0}{A}\right)\left[E_i\right] \rightarrow [F_i]$$
$$-\left(\lambda^*_{n_{k_n}} + \frac{P_n V_0}{A}\right)\left[G_j\right] \rightarrow [F_j]$$
(۲۰)

زيرماتريس هاي تماس برشي

فرض مي شود مطابق شكل (۶)، رأس P_1 از بلوك i با جابجايي (u_1, v_1, w_1) به نقطه P_1' منتقل شود و نيز نقطه P_0 تصوير P_1 بر روي وجه $P_2P_3P_4$ باشد، در اين حالت براي حذف جابجايي نسبي دو بلوك هنگاميكه نيروي برشي كمتر از مقاومت برشي يک ناپيوستگي باشد ازفنرهاي برشي استفاده مي‌شود:



شكل ۶ : تماس برشي در حالت نقطه به وجه [۱۶].

$$F_s < C + F_n \tan(\varphi)$$
(۲۱)

كه در آن F_s نيروي تماس برشي، C چسبندگي، F_n نيروي تماس نرمال و φ زاويه اصطكاک ناپيوستگي مي باشد. براي جلوگيري از جابجايي نسبي، سه فنر برشي با سختي P_s در جهات X، Y و Z به كار ميروند. با فرض اينكه d برابر فاصله P_0P_1' (پس از تغييرشكل) باشد، داريم:

$$d = [(x_1 + u_1 - x_0 - u_0)\ (y_1 + v_1 - y_0 - v_0)\ (z_1 + w_1 - z_0 - w_0)]$$
(۲۲)

در اين حالت ، مقدار به روز شده ضريب لاگرانژ، $\lambda^*{}_s$ ، به صورت زير نوشته مي شود:

$$\lambda_s \approx \lambda_{s_{k_s+1}}^* = \lambda^*_{s_{k_s}} + P_s d_s$$
(۲۳)

كه در آن P_s عدد جريمه مربوط به تماس برشي بوده و d_s همان فاصله P_0P_5' در شكل (۶) مي باشد. چنانچه مختصات نقطه P_5' (كه تصوير قائم P_1' بر صفحه $P_2P_3P_4$ مي باشد) برابر (x_5, y_5, z_5) باشـــد، طول بردار $\mathbf{P_0P_5'}$ عبارت خواهد بود از:

$$l = [(x_5 + u_5 - x_0 - u_0)^2 + (y_5 + v_5 - y_0 - v_0)^2 + (z_5 + w_5 - z_0 - w_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$
(۲۴)

بنابراين:

$$d_s = \left|\mathbf{P_0P_5'}\right| = \frac{1}{l}\mathbf{P_0P_1'}.\mathbf{P_0P_5'} = \frac{1}{l}[(x_1+u_1)-(x_0+u_0)\ \ (y_1+v_1)-(y_0+v_0)\ \ (z_1+w_1)-(z_0+w_0)] \times \begin{Bmatrix} (x_5+u_5)-(x_0+u_0) \\ (y_5+v_5)-(y_0+v_0) \\ (z_5+w_5)-(z_0+w_0) \end{Bmatrix}$$
(۲۵)

چنانچه فرض شود كه:

$$S_0 = [(x_1 - x_0)\ (y_1 - y_0)\ (z_1 - z_0)] \times \begin{Bmatrix} (x_5 - x_0) \\ (y_5 - y_0) \\ (z_5 - z_0) \end{Bmatrix}$$
(۲۶)

و از درجات دوم جابجايي به دليل كوچک بودن صرفنظر شود، معادله (۲۵) به صورت زير در مي آيد:

$$d_s = \frac{S_0}{l} + \frac{1}{l} \times [(2x_0 - x_1 - x_5)\ (2y_0 - y_1 - y_5)\ (2z_0 - z_1 - z_5)] \times \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} + \frac{1}{l}[(x_5 - x_0)\ (y_5 - y_0)\ (z_5 - z_0)].\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} + \frac{1}{l}[(x_1 - x_0)\ (y_1 - y_0)\ (z_1 - z_0)].[u_5\ \ v_5\ \ w_5]^T$$
(۲۷)

كه با فرض:

$$[H_j] = \frac{1}{l}[T_j(x_0, y_0, z_0)]^T \begin{Bmatrix} (2x_0 - x_1 - x_5) \\ (2y_0 - y_1 - y_5) \\ (2z_0 - z_1 - z_5) \end{Bmatrix}$$

$$[R_i] = \frac{1}{l}[T_i(x_1, y_1, z_1)]^T \begin{Bmatrix} (x_5 - x_0) \\ (y_5 - y_0) \\ (z_5 - z_0) \end{Bmatrix}$$

$$[Q_j] = \frac{1}{l}[T_j(x_5, y_5, z_5)]^T \begin{Bmatrix} (x_1 - x_0) \\ (y_1 - y_0) \\ (z_1 - z_0) \end{Bmatrix}$$
(۲۸)

داریم:

$$d_s = \frac{S_0}{l} + [R_i]^T [D_i] + \left([H_j]^T + [Q_j]^T\right)[D_j]$$

(۲۹)

در تکرار k_s اُم، انرژي پتانسیل کرنش ناشي از نیروي تماس برشي، Π_{as}، به صورت زیر خواهد بود:

$$\Pi_{as} = \lambda^*_{s_{k_s}} d_s + \frac{1}{2} P_s d_s^{\,2}$$

(۳۰)

این معادله نیز مانند حالت تماس نرمال از دو جزء تشکیل شده است؛ پس از انجام عملیات همانند حالت تماس نرمال و ترکیب نتایج دو جزء داریم:

$$P_s[T_i]^T[T_i] - P_s[E_i][E_i]^T \rightarrow [K_{ii}]$$
$$-P_s[T_i]^T[T_j] - P_s[E_i][G_j]^T \rightarrow [K_{ij}]$$
$$-P_s[T_j]^T[T_i] - P_s[G_j][E_i]^T \rightarrow [K_{ji}]$$
$$P_s[T_j]^T[T_j] - P_s[G_j][G_j]^T \rightarrow [K_{jj}]$$
$$-P_s[T_i]^T \begin{Bmatrix} (x_1 - x_0) \\ (y_1 - y_0) \\ (z_1 - z_0) \end{Bmatrix} + P_s \frac{V_0}{A}[E_i] - \lambda^*_{s_{k_s}} [R_i]^T \rightarrow [F_i]$$
$$P_s[T_j]^T \begin{Bmatrix} (x_1 - x_0) \\ (y_1 - y_0) \\ (z_1 - z_0) \end{Bmatrix} + P_s \frac{V_0}{A}[G_j] - \lambda^*_{s_{k_s}} ([H_j]^T + [Q_j]^T) \rightarrow [F_j]$$

(۳۱)

از دید فیزیکي، λ_n و λ_s، به ترتیب بیانگر نیروهاي نرمال و برشي تماس بین دو بلوک بوده و اعداد جریمه، P_n و P_s، سختي فنرهاي تماس مي باشد. نیروهاي تماس مي توانند با دقت توسط این روش تکرارشونده بدست آیند، حتي اگر مقدار اولیه براي اعداد جریمه کوچک باشد. دقت حل به نیروهاي باقي مانده که در طول محاسبات تکرار شونده نیروهاي تماس بوجود مي آیند بستگي دارد. معیار همگرایي در این حالت ارضاي همزمان این دو شرط است:

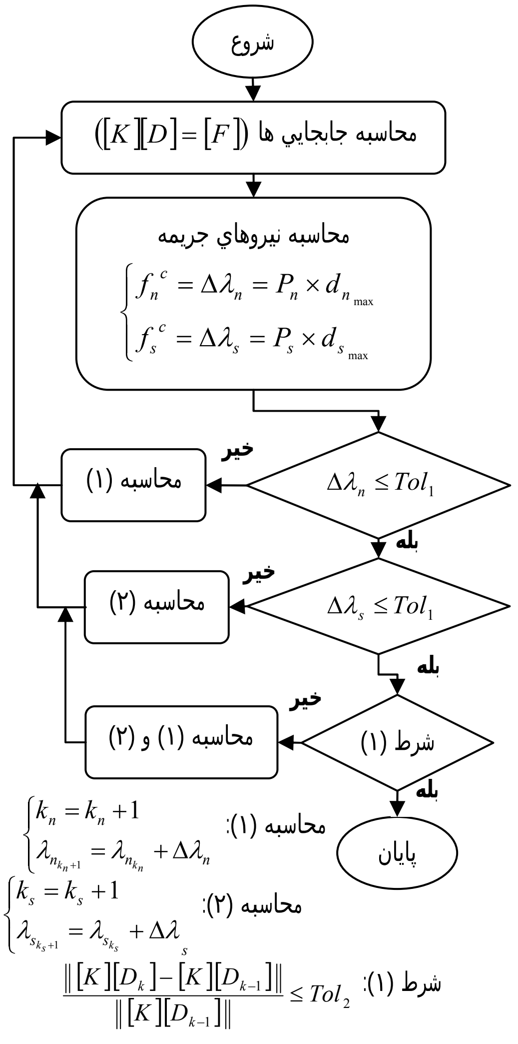
- مقدار نفوذ کمتر از حد تعیین شده باشد
- نیروهاي باقیمانده تماس به حداقل مورد نظر برسد

روندنماي (۱)، عملیات تکرارشونده مورد نیاز در این روش را نشان مي دهد.

با اینکه در این روش نیاز به انجام تکرارهاي متوالي است ولي اندازه سیستم معادلات (۴) اضافه نمي شود. همچنین سادگي روش جریمه حفظ شده و محدودیتهاي آن به حداقل مي رسد.

ویژگیهاي روش لاگرانژ افزوده به شرح زیر مي باشد [۱۲]:

- نیاز به هیچ معادله اضافي نیست
- اعداد بزرگ جریمه نیاز نمي باشد؛ این امر از ایجاد مشکلات حل ماتریس ها جلوگیري مي کند. با این حال اگر مقدار اولیه عدد جریمه خیلي کوچک باشد، تعداد زیادي تکرار مورد نیاز خواهد بود
- قیود طبق یک محدوده از پیش تعیین شده توسط کاربر ارضاء مي شوند.



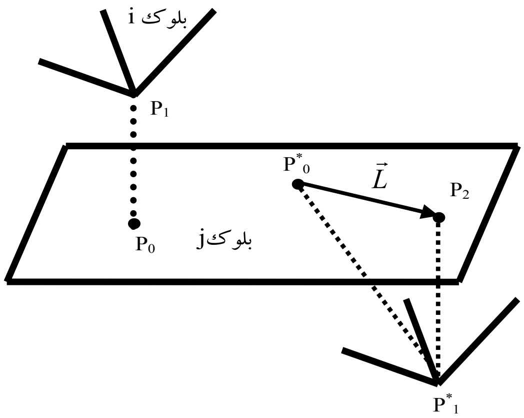
روندنماي ۱: روش لاگرانژ افزوده در 3D DDA.

زيرماتريس هاي نيروي اصطکاک

هنگام لغزش در تماس نقطه به وجه، يک جفت نيروي اصطکاکي با مقادير يکسان ولي در خلاف جهت هم در راستاي لغزش به نقاط P_1 و P_0 (تصوير نقطه P_1 بر وجه بلوک j) اعمال مي شوند (شکل ۷). بزرگي و راستاي اين نيروها از مرحله قبلي بدست مي آيند. نيروي اصطکاک F به صورت زير از تکرار قبلي بدست مي آيد [۴]:

$$F = P_n \left| d'_n \right| tg\varphi$$

(۳۲)



شکل ۷: تماس سه بعدي در حالت نقطه به وجه.

که در آن P_n سختي فنر نرمال، d'_n فاصله قائم نفوذ پس از تکرار قبلي بوده و φ زاويه اصطکاک مي باشد.
انرژي پتانسيل نيروي اصطکاک به صورت زير بدست مي آيد:

$$\pi_f = \frac{F}{\left|\vec{L}\right|}[u_1 - u_0 \;\; v_1 - v_0 \;\; w_1 - w_0]\vec{L}$$
$$= F.([D_i]^T[M] - [D_j]^T[N])$$

(۳۳)

که در آن :

$$[M] = \frac{1}{\left|\vec{L}\right|}[T_i(x_1, y_1, z_1)]^T \vec{L}^T$$

و

$$[N] = \frac{1}{\left|\vec{L}\right|}[T_j(x_1, y_1, z_1)]^T \vec{L}^T$$

که $\vec{L}$ جهت نيروي اصطکاک است (شکل ۷). پس از کمينه کردن انرژي پتانسيل داريم:

$$f_{ri} = -\frac{\partial \pi_f(0)}{\partial d_{ri}}$$
$$= -F\frac{\partial}{\partial d_{ri}}[D_i]^T[M] \qquad r = 1-12$$

و

$$f_{rj} = -\frac{\partial \pi_f(0)}{\partial d_{rj}}$$
$$= F\frac{\partial}{\partial d_{rj}}[D_j]^T[N] \qquad r = 1-12$$

(۳۴)

که دو ماتريس ۱*۱۲ را تشکيل مي دهند که به ترتيب به زيرماتريس هاي $[F_i]$ و $[F_j]$ در ماتريس معادلات تعادل کلي اضافه مي شوند:

$$-F[M] \rightarrow [F_i]$$
$$F[N] \rightarrow [F_j]$$

(۳۵)

مثال ها

الگوريتم شرح داده شده در قسمت قبلي، توسط زبان VC^{++}.Net برنامه نويسي شده است. براي بررسي صحت روش پيشنهادي، سه مثال مورد مطالعه قرار گرفته است.

لغزش يک بلوک بر سطح شيبدار

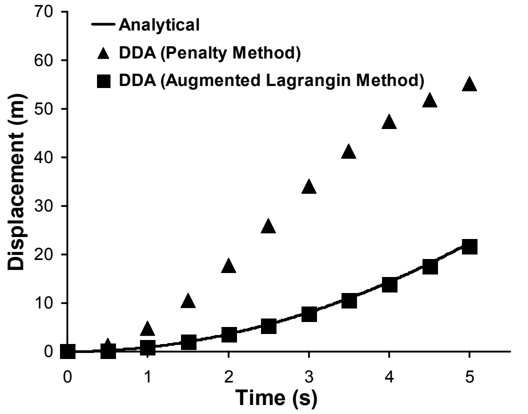
چنانچه تنها بار وارده به بلوک واقع بر سطح شيبدار نيروي ثقل باشد، جابجايي بلوک، s، به صورت تابعي از زمان، t، به صورت زير خواهد بود:

$$s(t) = \frac{1}{2} g\left(\sin\alpha - \cos\alpha \tan\phi\right) t^2$$

(۳۶)

که در آن α شيب سطح لغزش مي باشد و در اين مثال ۲۰ درجه در نظر گرفته شده است و ϕ زاويه اصطکاک مي باشد که ۱۰ درجه فرض شده است. شکل (۸) مقايسه نتايج بدست آمده از 3D DDA با حل تحليلي براي مقادير کم سختي نرمال و برشي ($P_s = 20MN/m, \;\; P_n = 50MN/m$) و شکل (۹) خروجي گرافيکي آنها در دو روش جريمه و لاگرانژ افزوده را در ۵ ثانيه نشان مي دهد. همانطور که در اين اشکال ملاحظه مي شود، در روش جريمه، کم بودن اعداد جريمه باعث بروز خطاي قابل توجهي مي شود درحاليکه

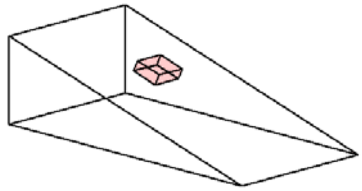
در صورت استفاده از روش لاگرانژ افزوده خطاي محسوسي بوجود نمي آيد.



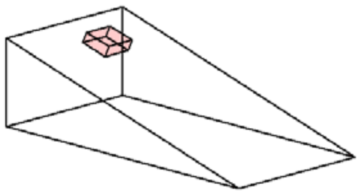
شکل ۸ : نتايج 3D DDA با روش جريمه و لاگرانژ افزوده.

حرکت بلوک تحت اثر نيروهاي زمان تابع

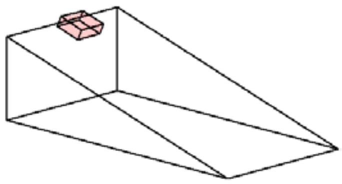
براي نشان دادن اثر روش لاگرانژ افزوده در تصحيح قيود تماس برشي مسأله نشان داده شده در شکل (۱۰) مورد بررسي قرار مي گيرد.



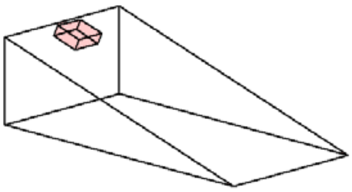
(الف)



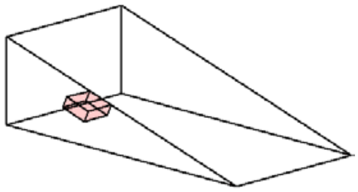
(ب)



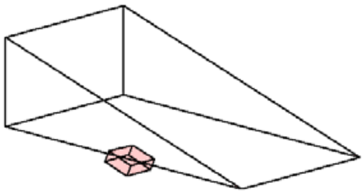
(ج)



(د)

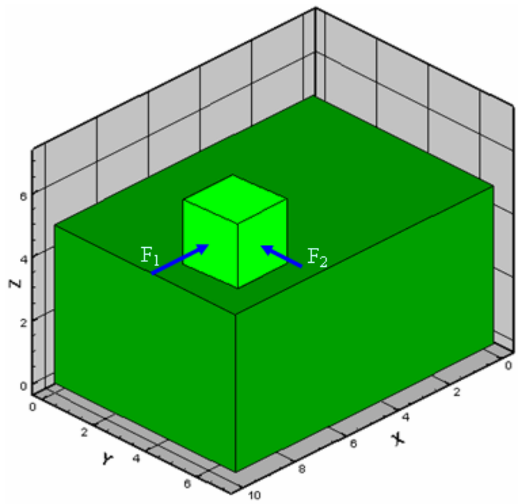


(هـ)



(ي)

شکل ۹: حل با روش لاگرانژ افزوده (الف: پس از يک ثانيه، ب: پس از سه ثانيه، ج: پس از پنج ثانيه) و روش جريمه (د: پس از يک ثانيه، ه: پس از سه ثانيه، ي: پس از پنج ثانيه) .



شکل ۱۰: حرکت بلوک تحت اثر نيروهاي زمان تابع.

همانگونه که در شکل نشان داده شده است، يک بلوک مکعبي به ابعاد ۲m*۲m*۲m بر روي بلوک ديگري به ابعاد ۱۰m*۷m*۵m قرار گرفته و تحت اثر نيروي F_1 در جهت محور x ها و نيروي F_2 در جهت محور y ها قرار دارد. اين نيروها زمان تابع هستند و به صورت $F_1 = b.t^4 \ (N)$ تعريف مي شوند که در آن b مقدار ثابتي است. چنانچه زاويه اصطکاک بين دو بلوک φ باشد، جابجايي بلوک بالايي بر حسب زمان، $d(t)$ ، به صورت زير خواهد بود:

$$a(t) = \frac{F(t)}{m} - g.tg\varphi \qquad (۳۷)$$

$$d(t)=\int_{t_0}^{t}\left[\int_{t_0}^{t}a(t)dt\right]dt$$
$$=\frac{b}{30m}(t^6-t_0^6)-\frac{1}{2}g(t^2-t_0^2)tg\varphi-\frac{b}{5m}t_0^5$$
$$\times(t-t_0)+g\,t_0\,(t-t_0)\,tg\varphi$$

(۳۸)

كه در آن:

$a(t)$ = شتاب بلوک بر حسب زمان

m = جرم بلوک

g = شتاب ثقل زمين

t_0 = زمان حركت بلوک كه طبق روش نيومارک به صورت زير بدست مي آيد:

$$a_y=g.tg\varphi=\frac{F(t)}{m}-g.tg\varphi$$

(۳۹)

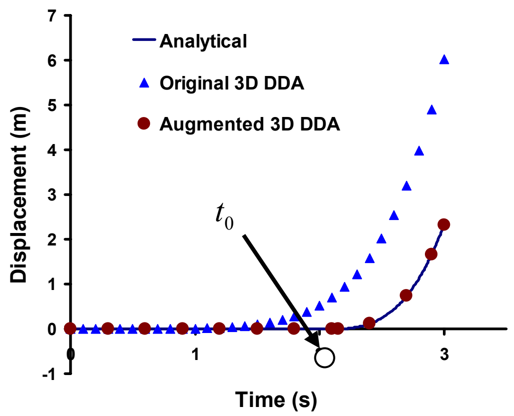
$$t_0=\sqrt[4]{\frac{2m.g.tg\varphi}{b}}$$

(۴۰)

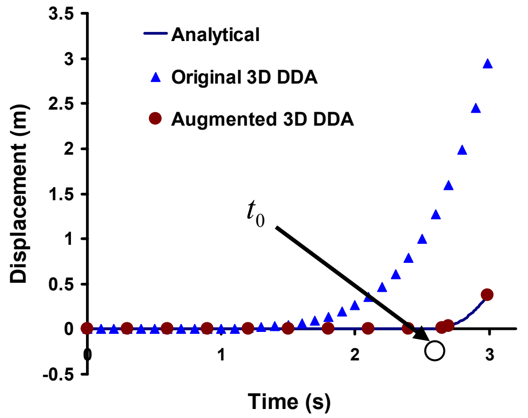
كه در آن a_y شتاب تسليم مي باشد.

در اين مثال زاويه اصطكاک بين اين دو بلوک برابر ۱۵ درجه بوده و مدول الاستيسيته و ضريب پواسن آنها به ترتيب برابر ۰/۳ و Pa 10^7 مي باشد. همچنين وزن مخصوص بلوكها برابر t/m^3 ۱ و مقدار b براي جهات x و y به ترتيب برابر ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ فرض شده است.

نتايج بدست آمده از حل با 3D DDA با روش هاي جريمه و لاگرانژ افزوده براي جابجايي برحسب زمان در جهات x و y در اشكال (۱۱) و (۱۲) ترسيم شده است.



شكل ۱۱: نتايج 3D DDA با روش جريمه و لاگرانژ افزوده در جهت x.

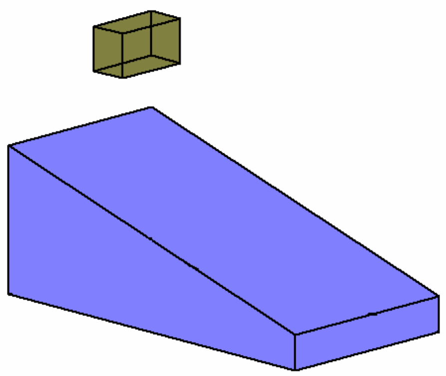


شكل ۱۲: نتايج 3D DDA با روش جريمه و لاگرانژ افزوده در جهت y.

در اين تحليل مقدار عدد سختي نرمال و برشي به ترتيب GN/m ۱ و MN/m ۱ در نظر گرفته شده است. همانطور كه ملاحظه مي شود به دليل نامناسب بودن عدد سختي برشي، روش پنالتي نمي تواند نتايج مطلوبي را ارائه نمايد و برخلاف انتظار، بلوک قبل از زمان t_0 ($t_0=2.1517\,s$ در جهت x و $t_0=2.5588\,s$ در جهت y) شروع به حركت ميكند ولي با همين مقدار عدد سختي برشي روش لاگرانژ افزوده به خوبي توانسته است اين مسأله را مدل كند.

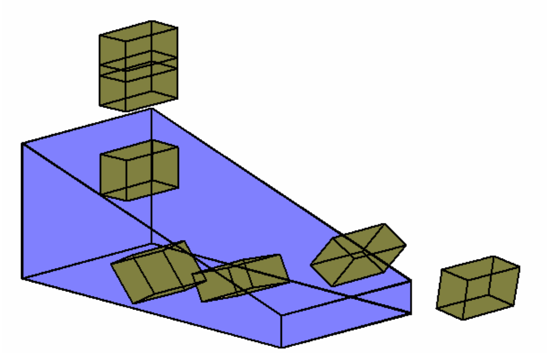
سقوط آزاد بلوک

اين مثال كه مشابه آن توسط Jiang & Yeung [۴] بررسي شده است شامل سقوط آزاد يک بلوک بر روي يک سطح شيبدار است. همانطوريكه در شكل (۱۳) نشان داده شده است، يک بلوک بر روي يک سطح شيبدار رها مي شود. زاويه اين سطح شيبدار ۲۰ درجه انتخاب شده و زاويه اصطكاک ۱۰ درجه در نظر گرفته شده است.

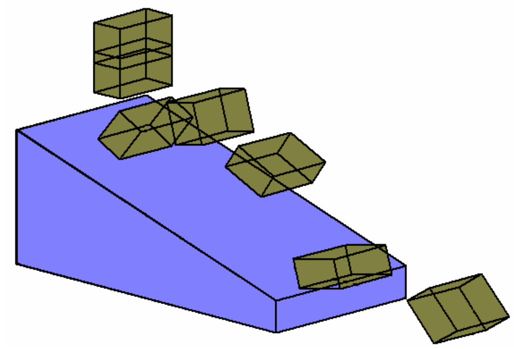


شكل ۱۳: موقعيت اوليه بلوک در حال سقوط.

اشكال (۱۴) و (۱۵) نتايج بدست آمده از تحليل با 3D DDA با استفاده از روش جريمه و لاگرانژ افزوده وقتي كه اعداد سختي كمي انتخاب شده اند را نشان ميدهند.



شکل ۱۴: نتايج بدست آمده از 3D DDA با به كارگيري روش جريمه.



شکل ۱۵: نتايج بدست آمده از 3D DDA با به كارگيري روش لاگرانژ افزوده.

همانطوريكه مشاهده مي شود با استفاده از روش جريمه بلوک بالايي داخل بلوک زيرين نفوذ مي كند و اين روش نمي تواند از نفوذ بلوكها جلوگيري كند.

خلاصه و نتيجه گيري

در اين مقاله، صحت تحليل يک بلوک در حال لغزش بر روي يک سطح شيبدار تحت بار ديناميكي با استفاده از سه موج سينوسي متفاوت به عنوان بار ديناميكي با روش 3D DDA مطالعه شد. مشاهدات نشانگر اين بودند كه در صورت نزديک بودن نسبت تعريف شده R به عدد يک، تطابق بسيار خوبي در همه حالات بين نتايج بدست آمده و حل تحليلي وجود دارد. همچنين با استفاده از روش لاگرانژ افزوده قيود تماس كه قبلاً توسط روش جريمه اعمال مي شد، تصحيح شد. معايب روش جريمه از جمله امكان نفوذ بلوكها درهم و عدم دقت در حل، در صورت كم بودن عدد جريمه، با به كارگيري روش لاگرانژ افزوده برطرف شد. ارائه سه مثال مختلف، صحت عملكرد روش پيشنهادي و برتري آن را نسبت به روش جريمه نشان مي دهد.

مراجع

1 - Jing, L. (2003). "A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering." *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 40, No. 3, PP. 283-353.

2 - Shi, G. H. (1988). *Discontinuous deformation analysis: a new numerical model for the statics and dynamics of block systems*, PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

3 - Shi, G. H. (2001). "Three dimensional discontinuous deformation analysis." *Proceedings of the 38th US Rock Mechanics Symposium*, Washington D.C., PP.1421-1428.

4 – Jiang, Q. H. and Yeung, M. R. (2004). "A model of point-to-face contact for Three-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis." *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 37, PP.95-116.

5 – Wu, J. H., Juang, C. H. and Lin, H. M. (2005). "Vertex-to-face contact searching algorithm for three-dimensional frictionless contact problems." *Int. J. Numer. Meth. Engng.,* Vol. 63, No. 6, PP.876-897.

6 – Hatzor, Y. H. and Feintuch, A. (2001). "The validity of dynamic displacement prediction using DDA." *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 38, No. 4, PP.599-606.

7 - Sitar, N. and McLaughlin, M. M. (1997). "Kinematics and discontinuous deformation analysis of landslide movement." *II Pan-American Symposium on Landslides,* Rio de Janeiro, 10-14 November.

8 - Tsesarsky, M., Hatzor, Y. H. and Sitar, N. (2005). "Dynamic displacement of a block on an inclined plane: analytical,experimental and DDA results." *Rock Mechanics and rock Engineering,* Vol. 38, No. 2, PP.153-167.

9 - Moosavi M., Jafari A. and Beyabanaki S. A. (2005). "Dynamic three-dimensional discontinuous deformation analysis (3-D DDA) validation using analytical solution." *Proceedings of the Seventh International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation,* Hawaii, USA, Dec. 10-12, PP.37-48.

10 - Goodman, R. E. and Seed, H. B. (1955). "Earthquake induced displacements in sands and embankments." *J. soil Mech. Foundation Div. ASCE, 92: SM2,* PP.125-46.

11 - Newmark, N. M. (1965). "Effects of earthquakes on dams embankments." *Geotechnique,* Vol. 15, No. 2, PP.139-60.

12 - Mohammadi, S. (2003). *Discontinuous mechanics using Finite and Discrete elements.* WIT Press.

13 - Cai, Y., Liang, G. P., Shi, G. H. and Cook, N. G. W. (1996). "Studying on impact problem by using LDDA method." *Proceedings of the 1st International Forum on Discontinuous Deformation Analysis (DDA) and Simulations of Discontinuous Media,* Albuq-Verque, TSI Press, PP.288-294.

14 - Lin, C. T., Amadei, B., Jung, J. and Dwyer, J. (1996). "Extensions of discontinuous deformation analysis for jointed rock masses." *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, Vol. 33, No. 7, PP.671-694.

15 - Beyabanaki, S. A. and Jafari, A. (2005). "Modified point-to-face frictionless contact constraints for three-dimensional Discontinuous Deformation Analysis (3-D DDA)." *Proceedings of the Seventh International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation,* Hawaii, USA, Dec. 10-12, PP.24-36.

16 - Wu, J. H., Ohnishi, Y., Shi, G. H. and, Nishiyama, S. (2005). "Theory of Three-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis and Its Application to a Slope Toppling at Amatoribashi, Japan." *International Journal of Geomechanics,* PP.179-195.

واژه هاي انگليسي به ترتيب استفاده در متن

1 - Discontinuous Deformation Analysis
2 - Penalty Method
3 - Augmented Lagrangian Method
4 - Finite Element Method
5 - Boundary Element Method
6 - Discrete Element Method
7 - Assumed Maximum Displacement Ratio
8 - Lagrange Multiplier