بررسي فرايند نورد متقارن ورق هاي سه لايه با استفاده از تابع جريان و تئوري حد بالا

احمد عاصم‌پور*[۱] و سعيد اسدي[۲]

[۱] دانشيار دانشكده مهندسي مكانيك و قطب علمي طراحي, رباتيک و اتوماسيون - دانشگاه صنعتي شريف

[۲] دانش آموخته كارشناسی ارشد و قطب علمي طراحي, رباتيک و اتوماسيون- دانشكده مهندسي مكانيك دانشگاه صنعتي شريف

(تاريخ دريافت ۸۵/۷/۵ , تاريخ دريافت روايت اصلاح شده ۸۶/۵/۱۳ , تاريخ تصويب ۸۶/۷/۷)

چكيده

در اين مقاله يك مدل رياضي براي فرايند نورد متقارن ورق‌هاي پوشش‌دار يا چندلايه (سه لايه) كه لايه‌ها قبل از نورد به هم نچسبيده‌اند با استفاده از تابع جريان و تئوري حد بالا ارائه گرديده است. استفاده از اين مدل بررسي تغييرات پلاستيك ماده در فضاي بين دو غلطك و تاثير پارامترهاي نورد مانند ضخامت اوليه و نهايي ، ضريب اصطكاك، شعاع غلطك ها و سرعت آنها بر روي نيرو، گشتاور و توان نورد، نقطه اتصال و كاهش ضخامت لايه‌اي را ممكن مي‌سازد. با استفاده از تئوري Hill در آناليز فرايندهاي تغيير شكل بر پايه قانون نرخ انرژي و انجام تغييراتي متناسب با نوع مسئله، تغييرات سرعت افقي در ضخامت به صورت خطي در هر لايه در نظر گرفته مي‌شود. ميدان سرعت بدست آمده از تابع جريان پيشنهادي مي‌تواند به طور خودكار هم شرايط تراكم‌ناپذيري و هم شرايط مرزي سرعت را در فضاي تغييرات پلاستيك بين دو غلطك ارضاء نمايد. توان بدست آمده بر حسب پارامترهاي شبه وابسته،كمينه شده و ميدان سرعت بهينه را نتيجه مي‌دهد. نتايج بدست آمده با مقادير بدست‌آمده توسط ساير محققين مقايسه گرديده است و توافق خوبي بين اين دو مشاهده مي گردد. استفاده از اين نتايج كمك شاياني در طراحي مناسب تجهيزات نورد مي نمايد.

واژه‌هاي كليدي: ورق‌هاي چند لايه - نورد متقارن- تئوري حد بالا - تابع جريان

مقدمه

ورق هاي چندلايه (دو يا سه لايه) و پوشش دار با توجه به نوع ورق اصلي و پوشش به كار رفته و به علت داشتن خواص مختلفي از جمله ضدخوردگي، ضد زنگ و ضد سايش بودن به طور وسيعي در صنايع توليد و استفاده مي شوند . روشهاي مختلفي به منظور توليد اين ورق ها در صنعت وجود دارد. يكي از اين روش ها فرايند نورد است كه مي تواند به صورت داغ يا سرد صورت گيرد و نسبت به روش هاي ديگر مانند اتصال انفجاري يا اتصال به كمك جوش پوششي، اقتصادي تر و موثر تر است و در سال‌هاي اخير مورد مطالعه وسيعي قرار گرفته است [۳, ۱،۲].

در مقايسه با نورد ورق به صورت تنها (يك لايه ورق)، در بررسي فرايند نورد ورق‌هاي چندلايه پيچيدگي‌هاي بيشتري وجود دارد. اولاً به علت تفاوت در تنش سيلان لايه‌ها، ممكن است تغييرات نامتقارن در فضاي بين دو غلطك بوجود آيد كه سبب تفاوت در كاهش ضخامت‌هاي هرلايه، تغيير نسبت ضخامت لايه‌ها پس از نورد نسبت به قبل ار آن و گاهي تاب‌برداشتن محصول توليد شده گردد. ثانيا بررسي سطح تماس لايه‌ها با هم كه مخلوطي از اصطكاك حالت چسبنده و لغزنده مي‌باشد بسيار دشوار مي‌باشد. در اين فرايند مقادير طول اتصال و فشار ميانگين اتصال اثر تعيين كننده‌اي براي ايجاد يك محصول مناسب و مطمئن ايفا مي‌نمايند [٤, ٥].

فرايند نورد ورق ها به صورت گرم و سرد از جمله روش هاي توليد ورق با ضخامت هاي متفاوت براي كاربردهاي گوناگون مي باشد. در اين ميان بررسي اثر پارامترهاي نورد مانند ضخامت اوليه و نهايي، ضريب اصطكاك ، شعاع غلطك ها و سرعت آنها بر روي نيرو ، گشتاور و توان نورد، انحناي خروجي ، نقطه اتصال و كاهش ضخامت لايه‌اي از اهميت خاصي برخوردار است و ما را در طراحي بهينه تجهيزات نورد و تحت كنترل درآوردن فرايند ياري مي‌رساند[۸, ۷، ۱،۶].

در اين ميان تحقيقات بسياري انجام گرفته است. به دليل پيچيدگي‌هاي ذكر شده بررسي كه جميع جوانب تغيير

* نويسنده مسئول : تلفن : ۶۶۰۰۵۷۱۶ , فاكس : ۶۶۱۶۵۵۹۹ , Eamil: assem@sharif.edu

شكل پلاستيك ورق را در فضاي بين دو غلطك مد نظر قرار دهد، تا كنون ارائه نگرديده است. برخي بررسي‌ها بر روي فرايند توليد ورق‌هاي چند لايه تا كنون صورت پذيرفته است كه اكثر آنها كارهاي تجربي بوده‌اند. از ميان تحقيقات تئوري صورت گرفته در فرايند نورد ورق‌هاي چندلايه, دانش‌منش و كريمي طاهري [۱،۲] تئوري حد بالا را براي بررسي فرايند نورد ورق‌هاي دو و سه لايه مورد استفاده قرار داده و نتايج كار خود را با نتايج آزمايشگاهي بدست‌آورده مقايسه نمودند. لين و هوآنگ [۷] با استفاده از روش اجزاي محدود در بررسي سه بعدي فرايند با در نظر گرفتن پخش دما و تغيير شكل غلطك‌ها پارامترهاي فرايند را محاسبه نموده‌اند. آفونجا و سان‌سام [۱٤] و فرهت نيا و سليمي [۱۸, ۱۹] از روش قاچي براي بدست آوردن پخش فشار بر روي غلطك‌ها در خلال فرايند نورد ورق‌هاي چند لايه با اتصال اوليه ورق‌ها استفاده نموده‌اند. متاسفانه اين مدل‌ها توانايي تحليل مناسب تنش‌هاي برشي، نيروهاي اصطكاكي و بدست‌آوردن طول تماس را دارا نمي‌باشد. اما بررسي فرايند با استفاده از تابع جريان و تئوري حد بالا و ارائه يك مدل رياضي مناسب براي اين كار كمتر مورد توجه قرار گرفته است. در اين مقاله ابتدا يك مدل رياضي براي فرايند نورد متقارن ورق‌هاي پوشش‌دار يا چندلايه (سه لايه) كه دو لايه قبل از نورد به هم نچسبيده‌اند و با فرض اتصال كامل ورق‌ها پس از فرايند, با استفاده از تابع جريان و تئوري حد بالا ارائه گرديده است. با استفاده از تئوري Hill در آناليز فرايندهاي تغيير شكل بر پايه قانون نرخ انرژي [۱۷] و انجام تغييراتي متناسب با نوع مسئله و توابع پيشنهاد شده توسط محققين قبلي [٤, ۵, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۷]، تغييرات سرعت افقي در ضخامت به صورت خطي در هر لايه در نظر گرفته مي‌شود. توان بدست آمده بر حسب پارامترهاي شبه وابسته، توسط روش‌هاي اصلاح‌شده بهينه‌سازي، كمينه شده و ميدان سرعت بهينه را نتيجه مي‌دهد. در پايان نيز نتايج بدست آمده با مقادير بدست‌آمده توسط ساير محققين مقايسه گرديده است.

مدل سازي فرايند

فرضيات

با توجه به اينكه فرايند نورد ورق از نوع گرم مي باشد و از آنجايي كه ضخامت ورق در برابر طول و عرض آن بسيار كوچك است، در خلال بررسي فرايند فرضيات زير مد نظر قرار مي گيرد :

- خم و تخت شدن غلطك ها قابل صرف نظر كردن است (غلطك ها صلب فرض مي‌شوند .)
- معيار تسليم ، معيارهاي تسليم ورق هاي همسانگرد (مانند فون ميسز) مي باشد.
- ماده يكنواخت[۱]، همسانگرد[۲] و صلب-پلاستيك كامل[۳] در نظر گرفته مي شود.
- تغيير شكل ورق به صورت كرنش صفحه اي بدون در نظر گرفتن تعريض است.
- ضريب اصطكاك ثابت بين ورق و غلطك ها وجود دارد؛ اما فاكتور اصطكاك براي سطح تماس غلطك با ورق (m_1) و ورق‌ها با هم (m_2) متمايز مي‌باشد.
- در خروج ورق‌ها از فضاي بين دو غلطك، ورق‌ها داراي سرعت يكسان مي‌باشند.
- فرايند در حالت پايدار[۴] بررسي مي‌گردد.

تابع جريان

با توجه به مشابهت هاي سيالات تراكم ناپذير و فلزات در حالت تغيير شكل پلاستيك ، مي توان از روابط مربوط به اين سيالات در بررسي تغيير شكل پلاستيك مواد حين فرايند بهره برد. تابع جريان از جمله مفاهيمي است كه از مكانيك سيالات وارد مباحث مكانيك شكل دهي فلزات گرديده است. همانگونه كه در مكانيك سيالات داريم [۲۰] ، اگر در يك جريان دو بعدي (مطابق شكل ۱) دو نقطه مانند A و P در يك صفحه جريان مثلاً صفحه xy انتخاب كنيم و خطوط دلخواه ACP و ABP را رسم كنيم و عرض جريان عمود بر صفحه كاغذ را برابر واحد در نظر بگيريم، با فرض ثابت بودن دانسيته سيال و با توجه به اين نكته كه در ناحيه بين دو خط نه سيالي خلق مي شود و نه سيالي نابود مي شود، طبق معادله پيوستگي، دبي عبوري از خطوط ACP و ABP برابر است .

با فرض ثابت بودن A و متحرك بودن P ، دبي عبوري از هر خطي كه اين دو نقطه را به هم وصل كند، تابع موقعيت نقطه P است . اين تابع را كه برابر است با دبي عبوري از بين نقاط A و P به Φ نشان مي دهيم :

$$\phi = \phi(x, y, t) \qquad (۱)$$

Φ را كه تابعي از زمان و مكان مي‌باشد, تابع جريان

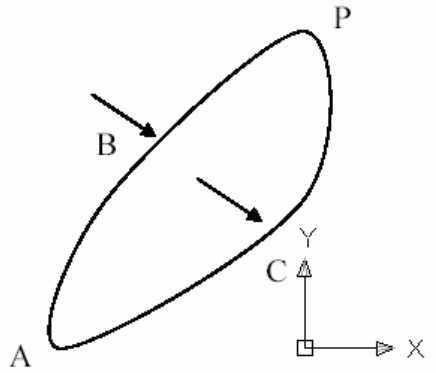
گويند. در جريان‌هاي پايا, تابع جريان تنها تابع مكان (x,y) خواهد بود.

براي بدست آوردن توزيع تنش و كرنش و انرژي فرايند مي توان از يك تابع جريان مناسب استفاده نمود . مي‌توان نشان داد [۲۰] مكان هندسي نقاط متناظر با يك مقدار ثابت از تابع جريان, چيزي غير از يك خط جريان نيست. لذا معادله سطوح جريان (خطوط جريان) را مي‌توان به صورت زير بدست آورد:

$$\phi = Cons.$$

(۲)

از آنجايي كه بردارهاي سرعت در امتداد مسير $\phi = Cons.$ بايد بر آن مماس باشند, لذا هر يك از خطوط جريان ميتواند نشان دهنده مرز جريان باشد.



شكل ۱ : ناحيه اي از جريان دوبعدي ، جهت قراردادي مثبت براي دبي با فلش نشان داده شده است .

با بدست آوردن فرم كلي تابع جريان ميتوان سرعت ها را محاسبه نمود [۲۰]:

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

(۳)

$$V = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

(۴)

كه در آن U سرعت در جهت x و V سرعت در جهت y مي باشد.

انرژي مورد نياز فرايند

يكي از مهمترين موضوعات مورد توجه در عمليات شكل دادن، تعيين بارهاي خارجي مورد نياز براي ايجاد شارش در فلز و تبديل آن به شكل مورد نظر است. غالبا محاسبه دقيق بارها يا نيروهايي كه سبب شارش مومسان فلز مي شوند، به دليل عدم قطعيت هاي ناشي از آثار اصطكاك، تغيير شكل ناهمگن و شيوه واقعي كرنش-سخت شدن در حين تغيير شكل هاي پيچيده، اگر ناممكن نباشد دشوار هست. راه حل هاي دقيق مستلزم آن است كه تعادل تنش و الگويي از لحاظ هندسي خودسازگار از شارش، در سرتاسر جسم تغيير شكل يابنده و روي سطح آن، به طور همزمان برقرار باشد. براي تعيين بارهاي مورد نياز روش هاي مختلفي، با استفاده از فرض‌هاي مناسب، ابداع شده است كه به كمك آنها مي‌توان بارهاي لازم را به طور تقريبي تعيين كرد. خوشبختانه با استفاده از قضيه هاي حد مي توان نيروهايي را محاسبه كرد كه مقادير آنها كمتر يا بيشتر از نيروهاي واقعي است. اين محاسبات حد هاي پائيني يا بالايي را نتيجه مي دهد.

تئوري حد بالا و تابع جريان

با محاسبه سرعت ها مي توان نرخ كرنش ها را بدست آورد[۲۰]:

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

(۵)

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

(۶)

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)$$

(۷)

كه در آن $\dot{\varepsilon}_{xx}$ نرخ كرنش در جهت x ، $\dot{\varepsilon}_{yy}$ نرخ كرنش در جهت y و $\dot{\varepsilon}_{xy}$ نرخ كرنش برشي مي باشد . همانگونه كه مشخص مي‌باشد به علت شرايط كرنش صفحه‌اي و تراكم‌ناپذيري ماده $\dot{\varepsilon}_{xx} = -\dot{\varepsilon}_{yy}$ است. از روابط لوي ميسز داريم كه τ_{xz} و τ_{yz} برابر با صفر هستند؛ بنابراين σ_z تنش اصلي است و مقدار آن برابر است با [۱۵و۱۶]:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

(۸)

نرخ كرنش معادل را نيز مي توان به صورت زير تعريف كرد:

$$\dot{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}\left(\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{xy}^2\right)}$$

(۹)

نرخ انرژي كرنش ايده آل در ناحيه پلاستيك عبارت است از [۱۵ , ۱۶] :

$$\dot{W}_{id} = \int_v \sigma \dot{\varepsilon}_{eq} dv$$

(۱۰)

كه در آن v حجم ناحيه پلاستيك مي باشد.

طبق روابط موجود در تئوري حد بالا [۱۵ , ۱۶] ، نرخ انرژي مصرف شده($\dot{W}$) در مرز ناپيوستگي سرعت (Γ) براي تغييرات سرعت(V^*) برابر است با:

$$\dot{W} = \int_\Gamma k V^* ds$$

(۱۱)

مطابق رابطه (۱۱)، توان اصطكاك مصرفي در مرز سطوح تماس متحرك نسبي ، به صورت زير بدست مي آيد :

$$\dot{W}_{fr} = \int_{s_f} \tau_{xy} |\Delta u|_{s_f} ds_f$$

(۱۲)

و توان برشي مصرفي در مرز سطوح ناحيه صلب و پلاستيك ، به صورت زير حاصل مي‌گردد :

$$\dot{W}_{sh} = \int_{s_s} \tau_{xy} |\Delta u|_{s_s} ds_s$$

(۱۳)

كه در آنها s سطح تماس (براي عرض واحد، طول تماس) و $|\Delta u|$ قدر مطلق تفاضل سرعت ها مماس بر مرز مي باشد.

مقدار كل توان مورد نياز براي فرايند، J ، به صورت حاصل مجموع توان كرنش ايده آل, برشي و اصطكاك مصرفي به صورت زير حاصل مي گردد:

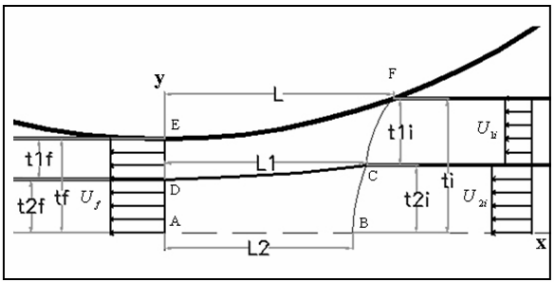
$$J = \dot{W}_{id} + \dot{W}_{fr} + \dot{W}_{sh}$$

(۱۴)

با مينيمم كردن J [۱۵ , ۱۶] كه تابعي از متغيرهاي فرايند مي‌باشد ، مي توان ثابت هاي تابع جريان را بدست آورد. فلوچارت استفاده از تابع جريان و تئوري حد بالا براي فرايند نورد را در ضميمه الف مشاهده مي‌كنيد.

فرمول بندي

شماتيكي از فرايند نورد متقارن كه در آن ورق‌ها قبل از نورد به هم متصل نشده‌اند، را در (شكل ۲) مشاهده مي نمائيد. منطقه پلاستيك در فضاي بين دو غلطك به دو بخش تقسيم مي‌گردد كه مربوط به لايه‌هاي خارجي (CDEF) و مياني (ABCD) مي‌باشد.



شكل ۲: شماتيك فرايند نورد متقارن ورق سه لايه.

طبق تئوري هيل [۱۷], بهترين ميدان سرعت مجاز در نورد تختال با فرض نرخ حجم ورودي ثابت $(t_0\ b_0\ U_0)$=Q′ و ثابت بودن حجم ($t_0.b_0.U_0 = t.b.U = Q'$) به صورت زير تعريف مي‌گردد:

$$U = \frac{Q'}{t.b} = \frac{Q}{t}$$

(۱۵)

كه در آن Q′ دبي جريان و با فرض كرنش صفحه‌اي و ثابت بودن عرض ، Q دبي جريان در واحد عرض و t وb ضخامت و عرض قطعه در هر مقطع و t_0 و b_0 ضخامت و عرض اوليه قطعه مي‌باشد و متناسب با آن مي‌توان تابع جرياني به فرم زير تعريف كرد:

$$\phi = U_m.t$$

براي شبيه‌سازي بيشتر مسئله با شرايط واقعي, بايستي تغييرات سرعت در ضخامت و طول قطعه نيز در نظر گرفته شود. براي اين كار ترم ديگري به معادله سرعت افزوده مي‌شود كه اين تغييرات را بدون افزودن هرگونه دبي در جريان, لحاظ مي‌نمايد. ميدان جريان ، كه فرض مي گردد توزيع سرعت افقي در هر مقطع عمودي آن به صورت خطي باشد, با استفاده از يك تابع جريان يكتا بيان مي‌گردد.

تابع جريان كه ميدان جريان را در لايه خارجي (CDEF) تعريف مي‌كند، به صورت زير بيان مي‌گردد :

$$\phi_1 = U_{m1}[(y - y_2) + A_1(x)(y - y_1)(y - y_2)]$$

(۱۶)

كه در آن :

$$U_{m1} = \frac{\phi_{y1} - \phi_{y2}}{y_1 - y_2} = \frac{Q_1}{y_1 - y_2}$$

(۱۷)

U_{m1} ميانگين سرعت افقي در هر مقطع عمودي ورق در لايه خارجي، Q_1 دبي جريان در لايه خارجي، $(y_1 - y_2) = t_1$، ضخامت ورق لايه خارجي در هر

مقطع، y_1 تابع مشخص كننده مرز جريان بر روي غلطك بالا (EF) و y_2 تابع مشخص كننده مرز جريان در سطح تماس دو ورق (CD) ميباشد.

$$y_1 = y_1(x) = R + t_f - \sqrt{R^2 - x^2}$$

(١٨)

$$y_2 = y_2(x) = \frac{t_{2i} - t_{2f}}{L_1^{\,2}} x^2 + t_{2f}$$

(١٩)

كه به واسطه آنها ϕ_{y1} و ϕ_{y2} برابر مقدار ثابت مي گردد و:

$$A_1(x) = a_1 x^2 + b_1$$

(٢٠)

نشان دهنده تغييرات سرعت افقي, با فرض تابع درجه دو بودن، مي باشد كه در نورد متقارن به علت عدم وجود انحناي خروجي و براي كاهش پارامترهاي شبه‌وابسته مي‌توان $b_1 = 0$ در نظر گرفت.

در معادلات بالا همچنين t_f ضخامت نهايي ورق ، R شعاع غلطك و a_1 شبه متغيري مي‌باشند كه با مينيمم كردن تابع توان مصرفي كل، J ، حاصل مي گردند.

به عبارت ديگر، تابع جريان تركيبي از دو الگوي جريان مي‌باشد كه اولي يك جريان يكنواخت در هر مقطع عمودي $\phi_{11} = U_{m1}(y - y_2)$ و دومي يك جريان تغيير يابنده خطي با نرخ جريان عبوري صفر از هر مقطع عمودي $\phi_{12} = U_{m1}[A_1(x)(y - y_1)(y - y_2)]$ است.

سرعت هاي افقي و عمودي مي توانند به طور مستقيم از مشتق گيري از تابع جريان به صورت زير بدست آيند :

$$U_1 = \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = U_{m1}[1 + A_1(x)(2y - (y_1 + y_2))]$$

(٢١)

$$\begin{aligned} V_1 = -\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = U_{m1} \frac{(y_1' - y_2')}{(y_1 - y_2)}[(y - y_2) \\ + A_1(y - y_1)(y - y_2)] \\ - U_{m1}[-y_2' + A_1'(y - y_1)(y - y_2) \\ - A_1 y_1'(y - y_2) - A_1 y_2'(y - y_1)] \end{aligned}$$

(٢٢)

كه در آنها :

$$A_1'(x) = 2a_1 x$$

(٢٣)

$$y_1' = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

(٢٤)

$$y_2' = y_2'(x) = 2\frac{t_{2i} - t_{2f}}{L_1^{\,2}} x$$

(٢٥)

$$t_1 = y_1 - y_2$$

(٢٦)

مي‌باشد. تابع جريان كه ميدان جريان را در لايه خارجي قبل از ورود ورق به فضاي دو غلطك بيان مي‌كند، به صورت زير تعريف مي‌گردد :

$$\phi_3 = U_{1i}(y - t_{2i})$$

(٢٧)

با توجه به پيوستگي خطوط جريان در مرز جداكننده ناحيه صلب و پلاستيك در ورودي ورق به فضاي بين دو غلطك در لايه خارجي داريم:

$$\phi_1 = \phi_3$$

لذا مي‌توان تابع مشخص كننده مرز ناحيه صلب و پلاستيك در ورودي ورق به فضاي بين دو غلطك در لايه خارجي (CF) را به صورت زير مشخص كرد:

$$y_3 = y_3(x) = \frac{-B_{1i} + \sqrt{B_{1i}^{\,2} - 4A_{1i}C_{1i}}}{2A_{1i}}$$

(٢٨)

$$A_{1i} = A_1(x)$$

$$B_{1i} = 1 - A_1(x)(y_1 + y_2) - \frac{y_1 - y_2}{t_{1i}}$$

$$C_{1i} = A_1(x) y_1 y_2 - y_2 + \frac{t_{2i}}{t_{1i}}(y_1 - y_2)$$

كه در آن t_{2i}, t_{1i} به ترتيب بيان كننده ضخامت اوليه ورق لايه خارجي و نصف ضخامت اوليه ورق در لايه مياني مي‌باشد. پيوستگي مولفه سرعت عمود بر مرز ناحيه صلب و پلاستيك در ورودي ورق به فضاي بين دو غلطك در لايه خارجي (y_3) را مي‌توان با معادله زير چك نمود:

$$U_1 \sin\theta - V_1 \cos\theta = U_{1i} \sin\theta$$

(٢٩)

كه در آن به علت ثابت بودن دبي جريان در هر مقطع از ورق، داريم :

$$U_{1i} t_{1i} = U_1 t_1 = U_{1f} t_{1f} = Q_1$$

(٣٠)

كه در آن U_{1f}, U_{1i} به ترتيب سرعت در ورودي و خروجي لايه خارجي مي‌باشد و :

$$\theta = \tan^{-1} y_3'(x)$$

(٣١)

در خروج ورق از فضاي بين غلطك مي‌توان مرز جداكننده ناحيه صلب و پلاستيك در لايه خارجي (DE) را به صورت خط مستقيم گذرنده از مركز دو غلطك در نظر گرفت.
با داشتن توزيع سرعت ها مي توان نرخ كرنش ها در لايه خارجي را از روابط (۵) ، (۶) و (۷) بدست آورد.
با محاسبه نرخ كرنش‌ها، ملاحظه مي گردد:

$$\dot{\varepsilon}_{xx1} + \dot{\varepsilon}_{yy1} = 0$$

(۳۲)

$$\dot{\varepsilon}_{xx1} = -\dot{\varepsilon}_{yy1}$$

(۳۳)

و اين به علت آن است كه تابع جريان به صورت اتوماتيك شرايط تراكم ناپذيري را ارضاء مي نمايد. به همين دليل و همچنين به دليل اينكه ميدان سرعت حاصل از تابع جريان شرايط مرزي سرعت را ارضاء مي‌كند لذا توابع توزيع سرعتي كه از تابع جريان حاصل مي گردند يك ميدان سرعت سازگار مي باشد. به سادگي با جايگزيني توابع مرزي y_1 و y_2 به ترتيب با y_2 و y = 0 ، تابع جريان كه ميدان جريان را در لايه ميانی (ABCD) مشخص مي‌كند، به صورت زير تعريف مي‌گردد :

$$\phi_2 = U_{m2}[y + A_2(x)y(y - y_2)]$$

(۳۴)

كه در آن :

$$U_{m2} = \frac{\phi_{y2} - \phi_{y0}}{y_2} = \frac{Q_2}{y_2}$$

(۳۵)

U_{m2} ميانگين سرعت افقي در هر مقطع عمودي ورق در لايه ميانی، Q_2 دبي جريان در لايه ميانی، $y_2 = t_2$ ، نصف ضخامت ورق لايه ميانی در هر مقطع و:

$$A_2(x) = a_2 x^2 + b_2$$

(۳۶)

نشان دهنده تغييرات سرعت افقي مي باشد كه همانند شرايط لايه خارجي، در نورد متقارن به علت عدم وجود انحناي خروجي و براي كاهش پارامترهاي شبه‌وابسته مي‌توان $b_2 = 0$ در نظر گرفت. در معادلات بالا همچنين a_2 شبه متغيري مي‌باشد كه با مينيمم كردن تابع توان مصرفي كل، J ، حاصل مي گردد.
همانند لايه خارجي، سرعت هاي افقي و عمودي مي توانند به طور مستقيم از مشتق گيري از تابع جريان به صورت زير بدست آيند :

$$U_2 = \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = U_{m2}[1 + A_2(x)(2y - y_2)]$$

(۳۷)

$$V_2 = -\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = U_{m2}\frac{y_2'}{y_2}[y + A_2(x)y(y - y_2)] - U_{m2}[A_2'(x)y(y - y_2) - A_2(x)y_2'(y)]$$

(۳۸)

كه در آنها :

$$A_2'(x) = 2a_2 x$$

(۳۹)

$$t_2 = y_2$$

(۴۰)

تابع جريان كه ميدان جريان را در لايه ميانی قبل از ورود ورق به فضاي دو غلطك بيان مي‌كند، به صورت زير تعريف مي‌گردد :

$$\phi_4 = U_{2i} y$$

(۴۱)

با توجه به پيوستگي خطوط جريان در مرز جداكننده ناحيه صلب و پلاستيك در ورودي ورق به فضاي بين دو غلطك در لايه ميانی داريم:

$$\phi_2 = \phi_4$$

لذا مي‌توان تابع مشخص كننده مرز ناحيه صلب و پلاستيك در ورودي ورق به فضاي بين دو غلطك در لايه ميانی (BC) را به صورت زير مشخص كرد:

$$y_4 = y_4(x) = y_2 + \frac{\frac{y_2}{t_{2i}} - 1}{A_2(x)}$$

(۴۲)

به علت ثابت بودن دبي جريان در هر مقطع از ورق، داريم:

$$U_{2i} t_{2i} = U_2 t_2 = U_{2f} t_{2f} = Q_2$$

(۴۳)

كه در آن U_{2f}, U_{2i} به ترتيب سرعت در ورودي و خروجي لايه ميانی مي‌باشد. مطابق رفتار ورق در لايه خارجي، در خروج ورق از فضاي بين غلطك مي‌توان مرز جداكننده ناحيه صلب و پلاستيك در لايه ميانی (AD) را به صورت خط مستقيم گذرنده از مركز دو غلطك در نظر گرفت. با داشتن توزيع سرعت ها مي توان نرخ كرنش ها در لايه ميانی را از روابط (۵) ، (۶) و (۷) بدست آورد.
همانگونه كه مانند لايه خارجي ملاحظه مي گردد:

$$\dot{\varepsilon}_{xx2} + \dot{\varepsilon}_{yy2} = 0$$

(۴۴)

$$\dot{\varepsilon}_{xx2} = -\dot{\varepsilon}_{yy2}$$

(۴۵)

و اين به علت آن است كه تابع جريان به صورت اتوماتيك شرايط تراكم ناپذيري را ارضاء مي نمايد. به همين دليل و همچنين به دليل اينكه ميدان سرعت حاصل از تابع جريان شرايط مرزي سرعت را ارضاء مي‌كند لذا توابع توزيع سرعتي كه از تابع جريان حاصل مي گردند يك ميدان سرعت سازگار مي باشد.

بر اساس فرض شماره ٦ كه در بالا ذكر گرديد، اتصال ورق‌ها در خروج از فضاي بين دو غلطك، كه به معناي داشتن سرعت برابر ورق‌ها مي‌باشد، كامل مي‌گردد و رابطه بين دبي‌هاي جريان در لايه خارجي (Q_1) و لايه مياني (Q_2) به صورت زير مي‌شود:

$$U_{1f} = U_{2f} = U_f \Rightarrow \frac{Q_1}{t_{1f}} = \frac{Q_2}{t_{2f}}$$

(۴۶)

نرخ انرژي كرنش تغيير شكل در ناحيه پلاستيك از رابطه (١٠) حاصل مي گردد كه در آن σ تنش معادل سيلان ماده مي باشد و با توجه به اينكه ماده صلب پلاستيك كامل در نظر گرفته شده است مقدار σ ثابت فرض مي‌شود.

توان اصطكاك مصرفي در مرز بين سطح غلطك ها و ناحيه پلاستيك ماده و بين دو ورق در فضاي بين دو غلطك از رابطه (١٢) حاصل مي گردد و در صورتي كه فرض كنيم لايه خارجي نرم‌تر مي باشد، داريم :

$$\tau_{xy1} = m_1 k_1 \quad \text{و} \quad \tau_{xy2} = m_2 k_1$$

(۴۷)

كه در آن m_1 و m_2 به ترتيب براي سطوح تماس ورق‌ها با غلطك ها و ورق‌ها باهم هستند و با توجه به معيار تسليم فون ميسز داريم :

$$k_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{3}}$$

(۴۸)

در محاسبه توان اصطكاكي مصرفي در مرز بين دو ورق در فضاي بين دو غلطك از روش سعي و خطا استفاده مي‌گردد؛ يعني ابتدا تمام طول مرز را براي انتگرال‌گيري در نظر مي‌گيريم و با محاسبه طول تماس، مقدار را به آن كاهش مي‌دهيم. توان برشي مصرفي در مرز سطوح ناحيه صلب و پلاستيك (y_4, y_3) از رابطه (١٣) حاصل مي گردد.

حال با استفاده از رابطه (١٤) مقدار كل توان مورد نياز براي فرايند ، J ، را محاسبه مي كنيم. توان ارائه شده توسط معادله (١۴) تابعي از متغيرهاي مستقل فرايند ($R, \omega, \sigma_1, \sigma_2, t_{i1}, t_{i2}, t_f, m_1, m_2$) و متغيرهاي شبه وابسته ($a_1, a_2, L_1, Q_1, t_{2f}$) مي باشد و با استفاده از روش عددي سيمپلكس [١٢ و ١٣] مي توان مقدار بهينه پارامترهاي شبه وابسته را محاسبه نمود و با استفاده از آن مقدار مينيمم انرژي مورد نياز براي فرايند را بدست آورد.

نيروي نورد

نيروي نورد تئوري براي عرض واحد در صورت وجود نيروي كشش ورق از عقب ، از رابطه زير محاسبه مي گردد [۴, ٩ ١٠]:

$$F = \frac{J - [(T_{b1}.t_{1i} + T_{b2}.t_{2i}).R.\omega]}{L.\omega}$$

(۴٩)

كه در آن T_b نيروي كشش اعمالي به ورق از عقب (Back Tension Force) ، F نيروي نورد در عرض واحد و ω سرعت زاويه اي غلطك ها مي باشد.

در صورت عدم وجود نيروي كششي اعمالي به ورق از عقب، نيروي نورد براي عرض واحد از رابطه زير محاسبه مي گردد [١, ٢ و ٩]:

$$F = \frac{J}{L.\omega}$$

(۵٠)

كه در آن L طول تماس ورق با غلطك ها :

$$L = \sqrt{2 * R.t_i.r}$$

(۵١)

و r درصد كاهش ضخامت به صورت زير تعريف مي‌گردد:

$$r = 1 - \frac{t_f}{t_i}$$

(۵٢)

كاهش ضخامت لايه‌اي

كاهش ضخامت در لايه‌هاي خارجي و مياني, كه تاثير بسزايي در ايجاد يك اتصال مناسب ايفا مي‌نمايند, به صورت زير محاسبه مي‌گردد:

$$r_1 = \frac{(t_{1i} - t_{1f})}{t_{1i}}$$

(۵٣)

$$r_2 = \frac{(t_{2i} - t_{2f})}{t_{2i}}$$

(۵۴)

فشار ميانگين اتصال

فشار ميانگين اعمالي بين دو ورق به صورت زير محاسبه مي گردد [۴] :

$$P_m = \frac{F}{L_1}$$

(۵۵)

كه در آن P_m فشار ميانگين اتصال[5] در سطح تماس بين دو ورق و L_1 مختصات افقي شروع ناحيه پلاستيك در محور افقي در مرز بين دو ورق (شكل ۲) مي باشد.

نقطه اتصال

با توجه به اينكه در نقطه اتصال (1) ، سرعت ورق‌ها با هم برابر مي گردد، لذا براي محاسبه نقطه اتصال بر روي ورق‌ها بايستي مكان برابر شدن سرعت سطحي ورق‌ها را در منحني تماس آنها (y_2) بدست آوريم. مي‌توان براي اين كار مولفه هاي افقي سرعت را برابر هم قرار داد كه در نتيجه پيوستگي سطحي، مولفه هاي عمودي نيز در اين حال با هم برابر خواهند گرديد:

$$U_{1@y2} = U_{m1}[1 + A_1(x)(y_2 - y_1)]$$
$$U_{2@y2} = U_{m2}[1 + A_2(x)y_2]$$

حال با توجه به برابر بودن سرعت ها داريم :

$$U_{m1}[1 + A_1(y_2 - y_1)] = U_{m2}[1 + A_2 * y_2]$$

(۵۶)

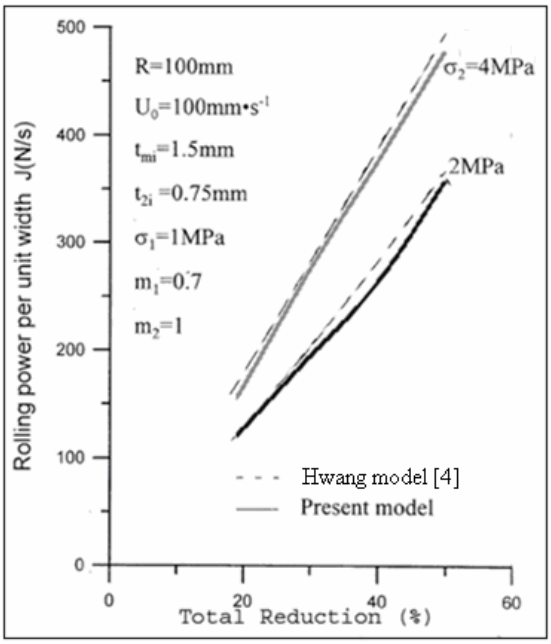
با حل معادله بالا براي x ، مي توان طول نقطه اتصال(1) بر روي منحني تماس دو غلطك را بدست آورد.

نتايج و بحث و بررسي

در اين بررسي فرايند نورد ورق‌هاي سه لايه متقارن مورد تحليل قرار گرفته و تغييرات نيرو،توان نورد، كاهش ضخامت هركدام از لايه‌ها، نقطه اتصال و ... بر اساس تغييرات كاهش ضخامت كلي، شعاع و سرعت غلطك‌ها، شرايط اصطكاكي و ... در مدل حاضر و مدل‌هاي گوناگون قبلي و نتايج آزمايشگاهي مورد بررسي و مقايسه قرار گرفته است.

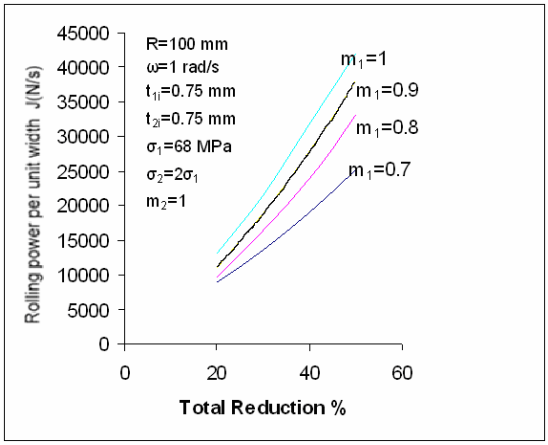
توان نورد

مقادير بدست آمده از مدل حاضر تطابق خوبي را با مدل قبلي (مقاديري در حدود ۴% كمتر) و مقادير آزمايشگاهي مشاهده‌شده در بررسي ساير محققين نشان مي‌دهد(شكل ۳).



شكل ۳: اثرات تغييرات تنش تسليم لايه‌ها (مقايسه مدل حاضر با مدل وانگ).

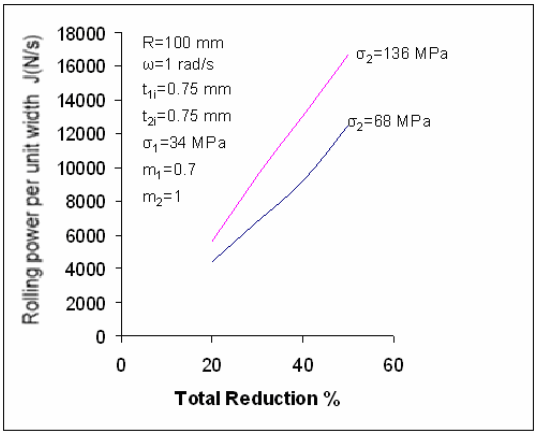
در شكل‌هاي (۴) و (۵) تغييرات توان نورد بر اساس كاهش ضخامت و تغييرات تنش‌هاي تسليم لايه‌ها مورد بررسي قرار گرفته است.



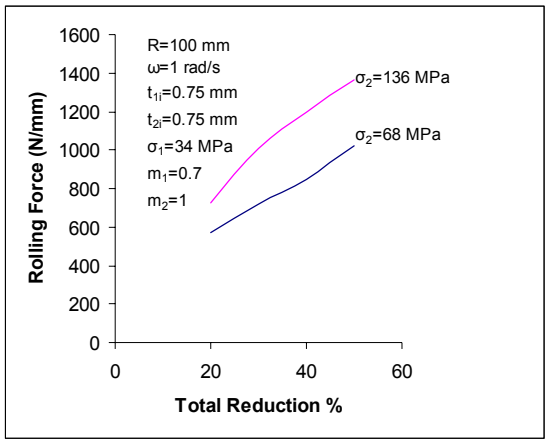
شكل ۴ : اثرات تغييرات ضريب اصطكاك بين لايه خارجي و غلطك‌ها بر روي توان نورد.

همانگونه كه مشاهده مي‌گردد توان نورد با افزايش مقاومت هر يك از لايه‌ها و يا با افزايش كاهش ضخامت، افزايش مي‌يابد. در اين بررسي‌ها ضريب اصطكاك بين لايه‌ها يك در نظر گرفته مي‌شود (m_2=1) كه اصولاً در شرايط عملي اتفاق مي‌افتد. ضريب اصطكاك بين لايه

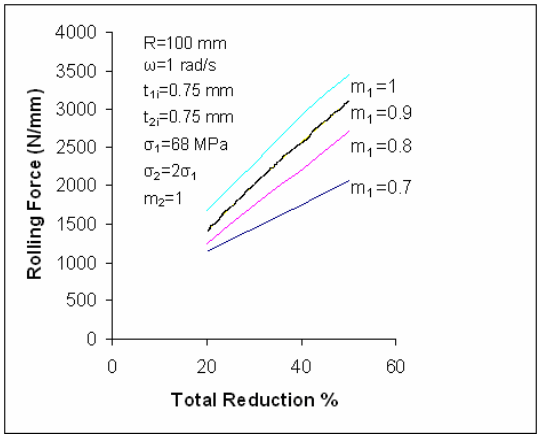
خارجي و غلطك‌ها (m_1) با توجه به صافي سطح ورق‌ها و غلطك‌ها و همچنين روانكارهاي موردر استفاده, اصولاً بين ٠/٧ تا ١ تغيير مي‌كند [١, ٢, ١١ , ١٥]. اثرات تغيير ضريب اصطكاك بر روي توان فرايند را مي‌توان در شكل (۴) مشاهده نمود. مشاهدات مبين افزايش توان فرايند در صورت افزايش ضريب اصطكاك بين لايه خارجي و غلطك‌ها, در كاهش ضخامت معلوم, مي‌باشند.



شكل ۵ : اثرات تغييرات تنش تسليم لايه‌ها بر روي توان نورد.



شكل ۶: اثرات تغييرات ضريب اصطكاك بين لايه خارجي و غلطك‌ها بر روي نيروي نورد.



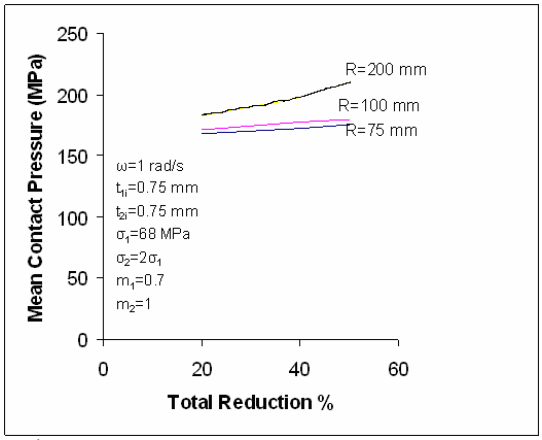
شكل ۷ : اثرات تغييرات تنش تسليم لايه‌ها بر روي نيروي نورد.

نيروي نورد

با در نظر گرفتن معادلات ۵۰, ۵۱ و ۵۲ مي‌توان نيروي نورد را از توان مورد نياز براي فرايند محاسبه نمود. همانگونه كه از معادلات پيداست, رفتار مشاهده‌شده از نيروي نورد در قبال پارامترهاي فرايند بسيار شبيه رفتار توان نورد مي‌باشد. در شكل (۶) تغييرات نيروي نورد بر اساس كاهش ضخامت كلي ورق بررسي شده است. به وضوح مشاهده مي‌گردد كه با كاهش بيشتر ضخامت، نيروي كلي نورد نيز افزايش مي‌يابد. همانگونه كه در نمودار مشاهده مي‌گردد با افزايش ضريب اصطكاك بين لايه خارجي و غلطك‌ها نيروي نورد افزايش مي‌يابد. همچنين با بررسي نمودار (۷) مشاهده مي‌گردد كه با افزايش مقاومت هر كدام از لايه‌ها، نيروي بيشتري براي تغيير شكل پلاستيك در ورق به منظور انجام فرايند نورد در يك كاهش ضخامت ثابت, مورد نياز است.

فشار ميانگين

انتظار مي‌رود كه فشار ايجاد شده در سطح تماس لايه‌ها با هم بر روي پيوند لايه‌ها تاثيرگذار باشد و با افزايش آن پيوند مستحكمتري ايجاد گردد. اثرات تغييرات شعاع غلطك‌ها و كاهش ضخامت كلي در شكل (۸) مشاهده مي‌گردد. همانگونه كه ديده مي شود، با افزايش شعاع غلطك‌ها يا با افزايش در كاهش ضخامت كلي، فشار ميانگين بين لايه‌ها افزايش مي‌يابد.



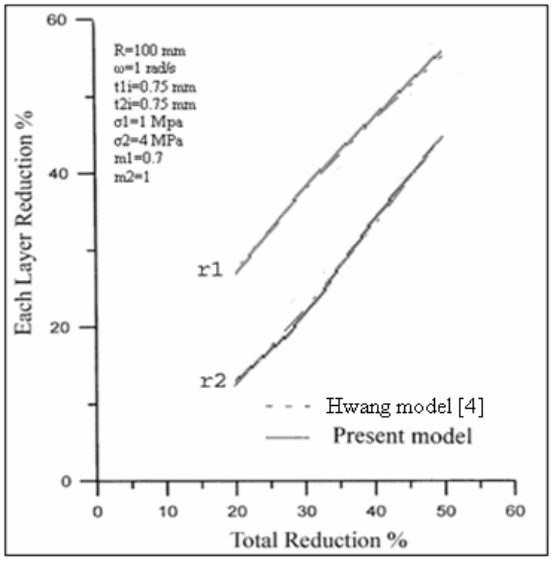
شكل ۸ : اثرات تغييرات شعاع غلطك‌ها بر روي فشار ميانگين تماس لايه‌ها.

كاهش ضخامت هر لايه

در بررسي كاهش ضخامت‌ها, مقادير بدست آمده از مدل حاضر تطابق خوبي را با مدل قبلي نشان مي‌دهد

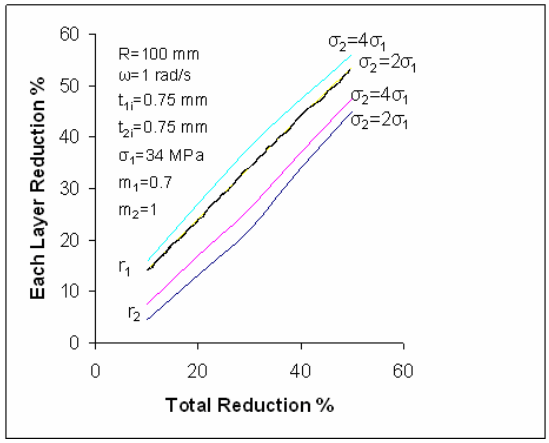
(شكل ۹).

همانگونه كه در شكل (۹) مشاهده مي‌گردد كاهش ضخامت لايه‌ها در يك كاهش ضخامت كلي ثابت با هم متفاوت مي‌باشد. اين پديده به خاطر اثر تفاوت مقاومت لايه‌ها با يكديگر مي‌باشد. در نتيجه در يك كاهش ضخامت كلي ثابت، كاهش ضخامت لايه نرم‌تر (لايه خارجي) بيشتر از لايه مياني مي‌باشد.



شكل ۹: اثرات كاهش ضخامت كلي بر كاهش ضخامت هر لايه (مقايسه مدل حاضر با مدل وانگ).

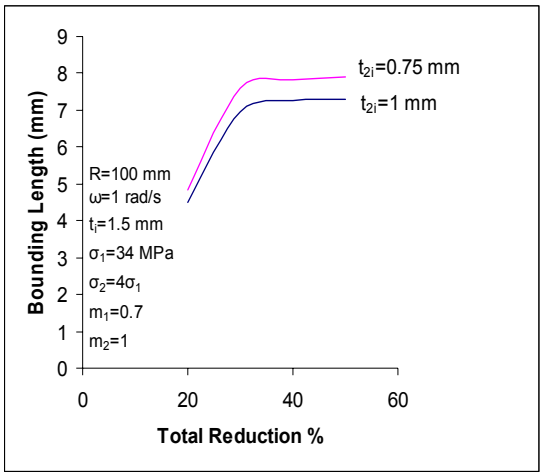
اثرات كاهش ضخامت كلي و مقاومت لايه‌ها بر روي كاهش ضخامت هر كدام از لايه‌ها را مي‌توان در شكل ۱۰ مشاهده نمود. به وضوح مي‌توان ديد كه با افزايش در كاهش ضخامت كلي, كاهش ضخامت هر كدام از لايه‌ها افزايش مي‌يابد كه در اين ميان سهم لايه نرم‌تر (لايه خارجي), متناسب با نسبت مقاومت دو لايه, بيشتر خواهد بود.



شكل ۱۰ : كاهش ضخامت هر لايه با توجه به كاهش ضخامت‌هاي كلي.

نقطه اتصال

به طور كلي مي‌توان گفت تركيب لايه خارجي نرم‌تر (پوشش) با لايه مياني مقاوم‌تر (فلز اصلي) مي‌تواند به راحتي نورد شده و *طول اتصال* غير صفري را ايجاد كند. طول اتصال فاصله‌اي است كه در آن اتصال دو لايه ورق به هم تكميل شده و هيچگونه سرعت نسبي بين لايه‌ها در اين فاصله وجود ندارد. انتظار مي‌رود كه با افزايش طول اتصال ورق‌ها، اتصال مناسب‌تري بين ورق‌ها ايجاد گردد. اثرات تغييرات ضخامت لايه‌ها را با توجه به تغييرات كلي ضخامت، بر روي طول اتصال لايه‌ها در شكل (۱۱) مشاهده مي‌كنيد. طول اتصال ابتدا با افزايش كاهش ضخامت، افزايش مي‌يابد، به يك مقدار بيشينه رسيده و سپس تقريباً بدون تغيير باقي مي‌ماند. لذا در محاسبات نورد ورق‌هاي چند لايه بايد اين مقدار بيشينه مورد توجه خاص قرار گيرد.



شكل ۱۱ : تغييرات طول اتصال بر اساس ضخامت هر لايه.

بحث و نتيجه گيري

يك مدل رياضي براي فرايند نورد ورق‌هاي پوشش‌دار سه‌لايه با استفاده از تابع جريان كه به صورت خودكار شرايط تراكم‌ناپذيري و سرعت در مرزها را ارضاء مي‌نمايد و تئوري حد بالا براي بررسي تغييرات پلاستيك ماده در فضاي بين دو غلطك و تاثير پارامترهاي نورد بر روي نيرو و توان نورد ، نقطه اتصال و ... ارائه گرديد. ميدان سرعت بدست‌آمده در اين بررسي با ميدان‌هاي ارائه شده قبلي مقايسه گرديد. فرمولاسيون و مفاهيم مورد استفاده در اين تئوري نسبت به تئوري‌هاي گذشته, ساده‌تر و قابل فهم‌تر مي‌باشد. نتايج زير حاصل گرديد:

- در نورد ورق‌هاي چندلايه، كاهش ضخامت هركدام از لايه‌ها با لايه ديگر متفاوت مي‌باشد كه اين امر به علت تفاوت در تنش تسليم هركدام از لايه‌ها مي‌باشد. در نتيجه لايه نرم‌تر كاهش ضخامت بيشتري نسبت به لايه سخت‌تر دارد. علاوه بر اين با افزايش كاهش ضخامت، تفاوت كاهش ضخامت‌هاي لايه‌ها نيز بيشتر مي‌گردد. استفاده از اين مدل رياضي ما را قادر مي‌سازد كه ضخامت نهايي هركدام از لايه‌ها را در محصول نهايي مشخص كنيم.
- در يك ضخامت اوليه و كاهش ضخامت ثابت، با افزايش ضخامت لايه سخت‌تريا افزايش تنش تسليم آن، نيروي نورد افزايش مي‌يابد.
- با افزايش كاهش ضخامت، تفاوت كاهش ضخامت‌هاي لايه‌ها نيز بيشتر مي‌گردد.

مي‌توان اينگونه نتيجه‌گيري كرد كه مدل رياضي ارائه شده، قابل قبول و مناسب مي باشد و قادر است اطلاعات مفيدي راجع به طراحي تجهيزات نورد و توليد ورق‌هاي چندلايه در اختيار ما قرار دهد.

فهرست علائم

b : عرض ورق

F : نيروي تئوري نورد براي عرض واحد

J : كل توان مورد نياز براي فرايند

l : طول اتصال

L : طول تماس ورق با غلطك ها

L_1 : مختصات افقي شروع ناحيه پلاستيك در محور افقي در مرز بين دو ورق

L_2 : مختصات افقي شروع ناحيه پلاستيك بر روي محور افقي

L_n : طول نقطه خنثي بر روي غلطك ها

m_1, m_2 : فاكتور اصطكاك براي سطوح تماس ورق‌ها با غلطك ها و ورق‌ها باهم

P_m : فشار ميانگين[٤] اتصال

Q : دبي جريان در واحد عرض

r : درصد كاهش ضخامت

R : شعاع غلطك

s : سطح تماس (براي عرض واحد ، طول تماس)

t : ضخامت ورق در هر مقطع

U : سرعت در جهت x

U_m : ميانگين سرعت افقي در هر مفطع عمودي ورق

v : حجم ناحيه پلاستيك

V : سرعت در جهت y

$\dot{W}_{id}$: نرخ انرژي كرنش ايده آل در ناحيه پلاستيك

$\dot{W}_{fr}$: توان اصطكاك مصرفي

$\dot{W}_{sh}$: توان برشي مصرفي

y_1, y_2 : تابع مشخص كننده مرز غلطك با ورق و سطح تماس دو ورق

Δu : تفاضل سرعت ها مماس بر مرز

Φ : تابع جريان

$\dot{\varepsilon}_{xx}$: نرخ كرنش در جهت x

$\dot{\varepsilon}_{yy}$: نرخ كرنش در جهت y

$\dot{\varepsilon}_{xy}$: نرخ كرنش برشي در صفحه xy

$\dot{\varepsilon}_{eq}$: نرخ كرنش معادل

τ_{xz} و τ_{yz} : تنش برشي در صفحات xz و yz

زيرنويس‌ها

١ : لايه خارجي

٢ : لايه مياني

i : قبل از نورد (ورود)

f : پس از نورد (خروج)

مراجع

1 - Danesh Manesh, H. and Karimi Taheri, A. (2005). "Theoretical and experimental investigation of cold rolling of tri – layer strip." *Journal of Materials Processing Technology, Vol.* 166, PP. 163–172.

2 - Danesh Manesh, H. and Karimi Taheri, A. (2005). "An investigation of deformation behavior and bonding strength of bimetal strip during rolling." *Mechanics of Materials*, Vol. 37, PP.531–542.

3 - Liane Smith, Mario Celant, (1083). *Practical Handbook of Cladding Technology*, PP.3-45.

4 - Yeong–Maw Hwang, Hung-Hsiou Hsu, Yuh-Lin Hwang, (2000). "Analytical and experimental study on bonding behavior at the roll gap during complex rolling of sandwich sheets." *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 42, PP. 2417-2437.

5 - Huang, M. N., Tzou, G. Y. and Syu, S. W. (2003). "Investigation on comparisons between two analytical models of sandwich sheet rolling bonded before rolling." *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 140 . PP.598–603.

6 - Tzou, G. Y., Tieu, A. K., Huang, M. N., Lin, C. Y. and Wu, E. Y. (2002). "Analytical approach to the cold - and - hot bond rolling of sandwich sheet with outer hard and inner soft layers." *Journal of Material Processing Technology,* Vol. 125-126, PP.664-669.

7 - Zone-Ching Lin, Tang-Gau Huang, (2000). "Different degree of reduction and sliding phenomenon study for three- dimensional hot rolling with sandwich flat strip." *International Journal of Mechanical Science* Vol. 42.

8 - Jiang Yong, Peng Dashu, Lu Dong, Li luoxing, (2000). "Analysis of clad sheet bonding by cold rolling." *Journal of Material Processing Technology*.

9 - Manabu Kiuchi, Ken Shintani, Yeong-Maw Hwang, (1992). "Mathematical simulation of clad sheet rolling and sandwich sheet rolling." *J. of the CIRP*, Vol. 41, PP.289-292.

10 - Yeong-Maw Hwang, Manabu kiuchi, (1992). "Analysis of asymmetrical complex rolling of multi-layer sheets by upper-bound method." *J. of the Chinese Society of Mechanical Engineering* ,Vol. 13, PP.33-45.

11 - Taherzadeh, A. and Daneshi, G. H. (2005). *Mechanical Analysis of Hot Strip Rolling Process – A New Approach by Using Velocity Function,* TICME2005.

12 - Lagarias, J. C., Reeds, J. A., Wright, M. H. and Wright, P. E. (1998). "Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions." *SIAM Journal of Optimization,* Vol. 9 Number 1.

13 - Rao, S. S. (1984). *Optimization (Theory and Applications),* Second Edition.

14 - Afonja, A. A. and Sansome, D. H. (1973). "A theoretical analysis of the sandwich sheet rolling process." *International J. of Mechanical Science*.

15 - Johnson, W. and Mellor, P. B. (1973). *Engineering Plasticity,* New York: Van Nostrand Reinhold.

16 - Hosford, W. F. and Caddle, R. M. (1993). *Metal Forming (Mechanics and Metalorgy)*, Second Edition, Prentice Hall, (in persian).

17 -Behbahani, E. (1999). *Analytical and Experimental Analysis of Spreading in Slab Rolling*, Ms thesis.

18 - Farhatnia, F. and Salimi, M. (2004). *Effect of Asymmetrical Characteristics on Rolling Process and Outgoing Curvature*, Esteghlal , J., (in persian).

19 - Farhatnia, F. and Salimi, M. (2004). *Rolling Analysis of Clad Sheet by the Modified Slab Method,* Esteghlal J., (in persian).

20 - Irving, H. (1992). *Shames, Mechanics of Fluids*, Third Edition, Mc Graw-Hill, PP.304-310.

واژه هاي انگليسي به ترتيب استفاده در متن

1 - Homogeneous
2 - Isotropic
3 - Rigid-Perfectly Plastic
4 - Steady State
5 - Mean Contact Pressure
6 - Mean Pressure

ضميمه الف: نمودار فرايند