مدل و الگوریتم یک مساله کنترل موجودی با در نظر گرفتن هزینه حمل و نقل

فریبرز جولای*[1] و رضا توکلی مقدم[2] ، جعفر رزمی[3] و پدارم صهبا[4]
[1]دانشيار گروه مهندسي صنايع - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
[2]دانشيار گروه مهندسي صنايع - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
[3]استاديار گروه مهندسي صنايع - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
[4]دانش آموخته كارشناسي ارشد مهندسي صنايع - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران
(تاریخ دریافت ۸۴/۴/۲۶ ، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۵/۳/۳۰ ، تاریخ تصویب ۸۵/۱۰/۲)

چکیده

در این مقاله، یک سیستم لجستیکی تامین کننده/خرده فروش، به عنوان یک محیط دوسطحی مورد بررسی قرار گرفته است. در هر یک از سطوح، یک موقعیت وجود دارد؛ تامین کننده یکتا در سطح اول مسئول تامین سفارشات خرده فروش در سطح دوم می باشد. ضمنا از حالت کمبود باید اجتناب شود. در این راستا یک مدل بر اساس مدل سنتی EOQ ارائه شده است. هزینه موجودی، هزینه سفارش دهی، هزینه حمل و نقل و ... در مدل منظور می گردند. در مدل، حمل چند مرحله ای در خلال دوره های سفارش دهی با تعدادی مشخص از وسایل نقلیه مجاز است. تصمیمات مدل برای مدیریت سیستم شامل تصمیمات طراحی (تعداد بهینه وسایل نقلیه مورد نیاز) و تصمیمات عملیاتی (اندازه سفارش بهینه و تعداد و مراحل حمل) می باشد. الگوریتمی جهت حل مدل ارائه گردیده است که پیاده سازی گردیده و در وب سایت این مقاله (www.PedramSahba.com) قابل دسترس و اجرا می باشد. مثال عددی و تحلیل حساسیت جهت نشان دادن قابلیت های مدل و نیز تصدیق و تعیین اعتبار آن ارائه شده است.

واژه های کلیدی: مدل های یکپارچه[1] – سیستم دو سطحی[2] – کنترل موجودی – حمل ونقل

مقدمه

در دنياي رقابتي امروز طراحي محصولات جديد، توليد و توزيع سرعت گرفته است؛ همزمان نياز به افزايش بازدهي و كاهش هزينه ها به وجود آمده است. اين عوامل باعث مي شود تا شركت ها به طور مستمر به دنبال راه هاي بهبود عمليات باشند. مدل ها و الگوريتم هاي بهينه سازي، سيستم هاي پشتيبان تصميم گيري، ابزارهاي تحليل كامپيوتري نمونه هايي از تلاش سازمان ها براي افزايش كارايي و بقاء در بازار رقابتي مي باشند.

اخيرا ديدگاهي جديد درباره توليد و توزيع به وجود آمده است كه نتايج خيره كننده اي در سازمان هاي استفاده كننده از اين ديدگاه داشته است. اين ديدگاه عبارت است از يكپارچه سازي تصميم گيري در كاركردهاي[3] مختلفي نظير مكانيابي، برنامه ريزي توليد، مديريت موجودي، توزيع و فرآيند تامين. در سال هاي اخير، در نظر گرفتن توام مشخصات و احتياجات از كاركردهاي مختلف براي انجام يک بهينه سازي جامع، مورد توجه محققين قرار گرفته است كه حاصل آن مدل هايي يكپارچه است. ايده پشت اين مدل ها، بهينه سازي همزمان متغيرهاي تصميم گيري از فرآيندهاي مختلف بر خلاف بهينه سازي متوالي سنتي است. در بهينه سازي متوالي سنتي خروجي بهينه يک مرحله، ورودي مرحله ديگري است.

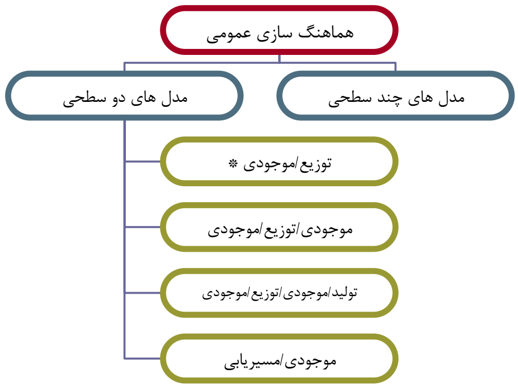
مرور مراجع

در مقوله هماهنگ سازي در سازمان ها[4]، دو نوع مساله وجود دارد:

۱. مسائل هماهنگ سازي عمومي[5]: هماهنگي ميان كاركردهاي مختلف
۲. مسائل هماهنگ سازي چند سطحي[6]: هماهنگي ميان كاركردهاي مشابه در چند سازمان مختلف

در اين مقاله هدف بررسي «مسائل هماهنگ سازي عمومي» بوده و دسته بندي مدل هاي تصميم گيري يكپارچه ارائه شده در اين زمينه بر اساس تعداد سطوح و نوع تصميمات به عمل آمده در هر سطح نظير مديريت توليد، توزيع و يا موجودي، مي باشد. وجود حمل اضطراري[7] در مدل مي تواند به عنوان معيار جزئي تر به كار گرفته شود. (شكل ۱)

* نویسنده مسئول : تلفن : ۸۸۰۲۱۰۶۷ ، فاکس : ۸۸۰۱۳۱۰۲ ، Email: fjolai@ut.ac.ir



شکل ۱: دسته بندي مدل هاي يکپارچه.

در زمينه مدل هاي بيش از دو سطحي، کوهن و لي [۱] ساختار مدلي استراتژيك و يک راهکار تجزيه سلسله مراتبي را ارائه نمودند. محدوده کاري آنها تحليل تاثيرات متقابل کارکردهاي مختلف در يک شبکه کامل زنجيره تامين بود. براي مدلسازي اين تاثيرات متقابل، آنها چهار زيرمدل شامل کنترل مواد، کنترل توليد، موجودي محصول و کنترل شبکه توزيع که هر يک نماينده بخشي از کل زنجيره تامين مي باشد، ارائه نمودند. مک و وانگ [۲] راهکاري جهت حل مسائل موجودي/توليد/توزيع با استفاده از الگوريتم ژنتيک ارائه نموده اند. مدل ارائه شده شامل سه سطح بوده که به ترتيب دربردارنده چندين تامين کننده، يک کارخانه توليدي و چندين خرده فروش مي باشند. هدف اين مدل، رسيدن به جواب بهينه توام سطوح موجودي، مقادير توليدي و مقادير حمل مي باشد، بطوريکه هزينه کل سيستم شامل هزينه نگهداري موجودي، کمبود، توليد و حمل و نقل کمينه شود.

در مدل هاي توزيع/موجودي، توزيع به عنوان سطح اول و خرده فروش يا مشتري نهايي به عنوان سطح دوم در نظر گرفته شده است. در هر يک از سطوح اول و يا دوم ممکن است يک و يا چند عامل وجود داشته باشند. در اين دسته مسائل، سيستمي شامل يک انبار مرکزي وجود دارد که تامين کننده مشتري يا مشترياني است که از لحاظ جغرافياي پراکنده اند.لازم به ذکر است که مدل ارائه گرديده در اين مقاله در دسته مسائل توزيع/موجودي قرار مي گيرد. در حالت مشتري يکتا، بلومنفلد و همکاران [۳] طي تحليلي ميان ذخيره اطمينان در سطح دوم و هزينه هاي تسريع در سطح اول موازنه اي برقرار مي کنند. ظرفيت ناوگان حمل و نقل نامحدود در نظر گرفته شده است و در هر دوره تنها يک حمل مقدور است. يانو و گرچاک [۴] روشي ارائه نمودند که به صورت همزمان ذخيره اطمينان موقعيت مشتري در سطح دوم، تعداد وسايل نقليه مورد نياز براي حمل عادي و نيز زمان ميان انجام حمل ها را ضمن کمينه کردن هزينه کل عملياتي، محاسبه مي نمايد. ژائو و همکاران [۵] در يک سيستم دو سطحي مدلي ارائه نمودند که هزينه کل موجودي در سطح دوم و حمل و نقل در سطح اول را بهينه مي کند. در اين مدل فرضيات ساده سازي زيادي وجود دارد.

ارنست و پايک [۶] مدل يانو و گرچاک را توسعه داده و موجودي سطح اول را در آن لحاظ نمودند (موجودي/توزيع/موجودي). هدف کلي اين تحقيق دستيابي همزمان به سطح مبناي موجودي در هر دو سطح، ظرفيت بهينه وسايل نقليه و تناوب حمل بوده است.

در زمينه مدل هاي توليد/موجودي/توزيع/موجودي، بلومنفلد و همکاران [۷] علاقمند به موازنه ميان هزينه هاي حمل و نقل، موجودي و راه اندازي توليد در شبکه مي باشد. بدين ترتيب که با در نظر گرفتن سه حالت حمل مستقيم ميان نقاط، حمل نامنظم و روش ترکيبي به اندازه بهينه محموله دست مي يابند. چيين [۸] حالت حمل مستقيم ميان يک موقعيت تامين کننده و يک موقعيت مصرف کننده را مورد تحليل قرار داده است.

در حال حاضر توجه به مسايل توام موجودي و توزيع رو به گسترش است. در اينگونه مسايل مديريت موجودي و حمل و نقل يکپارچه مي شوند. فدرگروئن و سيمچي-لوي [۹] مروري جامع در اين زمينه انجام داده اند. در زمينه اينگونه از مسايل، يک تصميم گيرنده مسئوليت برآورده نمودن تقاضا در موقعيت هاي گوناگون تقاضا را عهده دار است؛ اين تصميم گيرنده اين مهم را از طريق مديريت ناوگان وسايل نقليه انجام مي دهد. تصميم گيرنده بايد به طور مداوم سطح موجودي را در مکان هاي مصرف بسنجد و از مکان وسايل نقليه اطلاع حاصل نمايد. تصميم گيرنده به دنبال اين است که در چه زماني، چه مقدار و از چه مسيري موجودي کالا را از طريق وسايل نقليه انتقال دهد. اينگونه مسايل به طور کلي، مسايل مسيريابي موجودي (IRP) خوانده مي شوند که يکي از مسايل محوري در زمينه VMI[8] است [۱۰].

چنگ و دوران [۱۱] مساله حمل و نقل جهاني نفت خام را مورد بررسي قرار داده اند. در اين مقاله يک سيستم پشتيبان تصميم گيري مبتني بر يکپارچه سازي شبيه سازي[۹] و کنترل بهينه[۱۰] سيستم موجودي/حمل و نقل، ارائه گرديده است. ضمن اينکه مساله طراحي/کنترل بهينه به عنوان يک فرآيند تصميم گيري ماركوفي[۱۱] مدلسازي شده است.

تعريف مساله

زماني که محصولات از تامين کننده به مصرف کننده تحويل داده مي شوند، هزينه اي جهت حمل و نقل مصرف مي شود. در مدل سنتي مقدار سفارش اقتصادي[۱۲] هزينه حمل و نقل و هزينه توليد با هم در نظر گرفته شده است. در سيستم هاي لجستيکي واقعي، هزينه حمل و نقل شامل مولفه هاي ثابت و متغير است. مولفه هاي ثابت که در هر دوره ثابت در نظر گرفته مي شوند، مربوط به کرايه حمل، حقوق راننده و آماده سازي وسيله نقليه جهت حمل مي باشد. هزينه متغير مربوط به ميزان سوخت مصرف شده مي باشد که در تناسب مستقيم با ميزان مسافت طي شده است. به بياني مختصر، در نظر گرفتن هزينه حمل و نقل به صورت ثابت و يا متناسب با مقدار سفارش غير منطقي است [۵].

مساله ديگري که مديران لجستيک با آن مواجه مي باشند، تعيين تعداد وسايل نقليه مورد نياز در سطح استراتژيک سازمان مي باشد. تعداد وسايل نقليه بايد طوري تعيين گردد که ضمن پاسخگويي به تقاضا، با هزينه اي بهينه استفاده شوند. در حالت ساده و در سطح تاکتيکي، سازمان تعداد وسايل نقليه مشخصي در اختيار دارد و به دنبال نحوه حمل بهينه مي باشد.

اگر محيط تحت بررسي، دو سطحي فرض شود، بطوريکه در سطح اول تامين کننده اي واحد و در سطح دوم مصرف کننده اي واحد وجود داشته باشد، هدف مساله يکپارچه سازي تصميم گيري در سيستم حمل و نقل و توزيع سطح اول و تصميم گيري در سيستم موجودي سطح دوم مي باشد؛ با تعيين تعداد بهينه وسايل نقليه، نحوه حمل و مقدار سفارش بهينه است. با چنين توضيحي در صورت ابداع مدلي با قابليت تصميم گيري يکپارچه در اين زمينه، مي توان از آن در محيط VMI نيز استفاده نمود.

ديگر فرضيات مدل بدين شرح مي باشد:

۱. کمبود مجاز نيست.
۲. نرخ تقاضا قطعي است.
۳. ظرفيت وسايل نقليه يکسان است.
۴. تعداد وسايل نقليه مي تواند معلوم باشد و يا به صورت بهينه تعيين گردد.
۵. حمل مكرر در هر دوره ممکن مي باشد.
۶. يک وسيله نقليه مي تواند با تمام ظرفيت و يا کمتر از ظرفيت مبادرت به حمل نمايد.

پارامترها و متغيرها

پارامترهاي بکار رفته در مدل، به شرح زيرند:

K_f: هزينه سفارش دهي ثابت (به ازاي هر دوره)

K_v: هزينه سفارش دهي متغير (به ازاي هر مرحله حمل)

s: هزينه توليد (قيمت هر واحد)

β: ميزان تقاضا در واحد زمان

c: هزينه متغير هر سفر

f: هزينه کرايه هر وسيله در واحد زمان (حمل ثابت نوع ۱)

w: هزينه آماده سازي هر وسيله در هر دوره براي حمل (حمل ثابت نوع ۲)

h: هزينه نگهداري هر واحد در واحد زمان

p: ظرفيت حمل هر وسيله نقليه

t: زمان مورد نياز هر حمل

m: تعداد وسايل نقليه در دسترس

در ابتدا فرض مي شود دو متغير تصميم گيري وجود دارند:

y: مقدار سفارش

n: تعداد حمل هاي مورد نياز جهت حمل y

توسعه مدل

مدل ارائه شده، توسعه اي از مدل استاندارد EOQ است؛ به عنوان مثال از برخي فرضيات ساده سازي، نظير ورود يکباره کالا به انبار، صرف نظر شده است. همچنين تعيين تعداد وسايل نقليه و تعداد حمل وارد مدل و انواع هزينه هاي حمل و نقل در مدل در نظر گرفته شده است. نحوه محاسبه هزينه هاي سفارش دهي و موجودي نيز با مدل استاندارد متفاوت است. محدوديت هايي نيز در نظر گرفته شده است:

محدوديت اول مشخص كننده تعداد حمل هاي لازم براي حمل كل سفارش y است:

$$(n-1)p < y \le np \quad (١)$$

محدوديت هاي ديگر كمي پيچيده تر هستند. فرض كنيد m وسيله نقليه در اختيار سازمان است. فرض مي شود در طول دوره، وسايل نقليه مجاز باشند هر تعداد كه مقدور باشد، حمل انجام دهند. اين حمل ها آنقدر ادامه خواهد يافت تا در آن دوره اندازه سفارش اقتصادي به طور كامل حمل شود؛ بديهي است تعداد حمل هر وسيله در هر دوره داراي محدوديت زماني خواهد بود. اگر y اندازه سفارش و β نرخ مصرف باشد آنگاه زمان مجاز حمل، برابر با زمان يک دوره يا y/β خواهد بود. (شكل ٢) اگر d تعداد حمل هاي مجاز هر وسيله نقليه در هر دوره باشد، بنابراين محدوديتي به اين شكل وجود دارد:

$$d \le \frac{y}{\beta.t} \quad (٢)$$

از طرفي تعداد كل حمل هاي يک دوره (n) محدود به تعداد وسايل نقليه و تعداد حمل هاي مجاز آنهاست:

$$md \ge n \Rightarrow d \ge \frac{n}{m} \quad (٣)$$

محدوديت (٢) و (٣) در رابطه زير خلاصه مي شوند:

$$\frac{n}{m} \le d \le \frac{y}{\beta.t} \quad (۴)$$

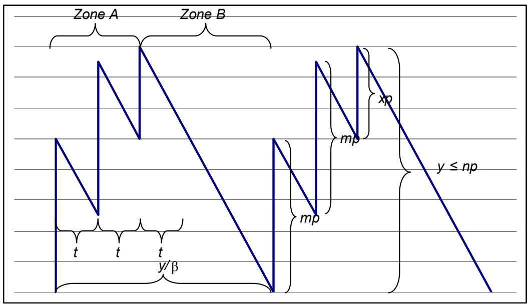
از آنجا كه d عددي صحيح است، محدوديت جديد با حذف d، اينچنين مي شود:

$$\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \le \frac{y}{\beta.t} \Rightarrow y \ge \beta.t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \quad (۵)$$

مي توان اين محدوديت را تفسير و از صحت آن اطمينان حاصل كرد. در محدوديت، $\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil$ به معنايي تعداد مراحل حمل در يک دوره است اگرچه ممكن است $\frac{n}{m}$ غير صحيح باشد. مطابق شكل (٢) هر افزايش موجودي به معني ورود وسايل نقليه است. از آنجا كه هر يک از اين حمل ها t واحد زمان به طول خواهد انجاميد، فرآيند حمل t واحد زمان قبل از شروع دوره سفارش دهي شروع مي شود و $t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil$ واحد زمان به طول مي انجامد؛ به همين دليل لزوما دوره بعد بايد حداقل t واحد زمان بعد از پايان فرآيند حمل آغاز گردد. بنابراين طول يک دوره حداقل $t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil$ واحد زمان خواهد بود و درنتيجه در اين مدت ميزان مصرف برابر است با:

$$\beta.t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil$$

بنابراين محدوديت دوم (رابطه ۵)، به اين معني است كه مقدار سفارش (y) طوري تعيين شده است كه حداقل كفاف تقاضاي دوره حمل را بدهد.



شكل ٢ : موجودي نسبت به زمان.

از طرف ديگر از محدوديت اول (رابطه ١) و دوم (رابطه ۵) داريم:

$$\left.\begin{array}{l}(n-1)p \le y \le np\\ \beta.t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \le y\end{array}\right\} \Rightarrow \beta.t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \le np \quad (۶)$$

اين رابطه مفهومي شبيه به رابطه (۵) دارد و چون تركيبي از محدوديت هاي ديگر مدل است در مدل وجود دارد، ليكن استفاده از آن مي تواند حل مدل را ساده تر نمايد. با وجود محدوديت اول و دوم، با هر n معلوم، y داراي يک حد بالا (درمحدوديت اول) و دو حد پايين (در محدوديت هاي اول و دوم) خواهد بود. حال اگر محدوديت جديد كمكي (رابطه ۶) ارضاء نشود به اين معني است كه حد پايين (محدوديت دوم) از حد بالا (محدوديت اول) فراتر رفته است. به عبارت ديگر به ازاي اين n فضاي شدني براي y وجود ندارد. اما موضوع جالب رابطه زير است:

$$\frac{n}{m} \le \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \Rightarrow \beta.t\frac{n}{m} \le \beta.t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \le np$$
$$\Rightarrow \beta.t \le mp \quad (٧)$$

در اين محدوديت n حذف شده است، بنابراين در ابتداي مساله اين رابطه مي تواند در جهت آزمون شدني بودن كل مساله در نظر گرفته شود. اين رابطه به اين معني است كه توان حمل بايد در زمان حمل حداقل پاسخگوي تقاضاي دوره حمل باشد.

براي محاسبه دقيق هزينه موجودي، طول هر دوره مطابق شكل (۲) به دو قسمت A و B تقسيم شده است. قسمت A قسمتي است كه حمل صورت مي پذيرد و قسمت B قسمتي است كه موجودي مصرف مي شود. براي محاسبه هزينه موجودي قسمت A، هزينه موجودي رخ داده در هر حمل را جداگانه محاسبه و جمع مي زنيم. بديهي است كه $\lfloor \frac{n}{m} \rfloor$ زير قسمت خواهيم داشت.

متوسط موجودي در دندانه اول قسمت A (A_1) برابر است با:

$$\bar{I}_{A_1} = \frac{mp + (mp - t\beta)}{2}$$

به همين صورت داريم:

$$\bar{I}_{A_2} = \frac{((mp - t\beta) + mp) + (((mp - t\beta) + mp) - t\beta)}{2}$$

$$\bar{I}_{A_j} = \frac{(2j)mp - (2j-1)t\beta}{2} \qquad (۸)$$

بنابراين با ضرب متوسط موجودي هر قسمت در مدت زمان آن (t) و نرخ هزينه موجودي (h) هزينه موجودي هر قسمت به دست خواهد آمد. هزينه موجودي در هر دوره، در قسمت A برابر است با:

$$IC_A = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{n}{m} \rfloor} \frac{(2j)mp - (2j-1)t\beta}{2} . t . h = \alpha(n) \qquad (۹)$$

براي محاسبه هزينه موجودي در قسمت B ابتدا متوسط موجودي در اين قسمت محاسبه مي شود.

$$I_{\max,B} = y - \left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t \right)(\beta) \qquad (۱۰)$$

$$\overline{I_B} = \frac{y - \left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t \right)(\beta)}{2} \qquad (۱۱)$$

با لحاظ نرخ هزينه نگهداري و زمان نگهداري، هزينه موجودي قسمت B در هر دوره محاسبه خواهد شد.

$$IC_B = \frac{y - \left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t \right)(\beta)}{2} * \left(\frac{y}{\beta} - \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t \right) * h$$

$$IC_B = \frac{h}{2} \frac{\left(y - \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta \right)^2}{\beta} \qquad (۱۲)$$

در زمينه مقدار سفارش اقتصادي، هزينه سفارش دهي به هزينه اي اطلاق مي شود كه با افزايش دفعات سفارش دهي، افزايش پيدا مي كند. اين هزينه شامل امور دفتري آماده سازي، صدور سفارش، پيگيري و دريافت سفارش، حمل فيزيكي سفارش، بازرسي و هزينه Setup ماشين آلات مي باشد. در مدل توسعه يافته، ممكن است بهينه باشد كه بيش از یک مرحله حمل براي حمل كامل سفارش اقتصادي رخ دهد، در اين صورت مساله اي كه پيش خواهد آمد، چگونگي در نظر گرفتن هزينه سفارش دهي است. در چنين حالتي طبيعي است كه امور دفتري، صدور سفارش تنها يكبار در یک دوره سفارش دهي رخ دهد. حال آنكه، مابقي عناصر هزينه اي شامل پيگيري و دريافت سفارش، بازرسي و غيره به ازاي هر مرحله حمل رخ خواهد داد. اين مفاهيم و عناصر كلي بوده و مي تواند براي هر مورد خاص، تفاوت ماهوي داشته باشد، ليكن آنچه در اينجا مورد تاكيد است، رخداد یک هزينه ثابت سفارش به ازاي هر دوره و هزينه اي ديگر به ازاي هر مرحله حمل در آن دوره مي باشد. اگر هزينه سفارش دهي به ازاي هر دوره K_f و به ازاي هر مرحله حمل K_v باشد، K_f در هر دوره يكبار و K_v در هر دوره $\lceil \frac{n}{m} \rceil$ بار پرداخت خواهد شد:

$$OC = K_f + K_v \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \qquad (۱۳)$$

هزينه متغير حمل، برابر با هزينه اي است كه به ازاي هر حمل پرداخت خواهد شود. اين هزينه عمدتا مربوط به سوخت مي باشد. كل اين هزينه در هر دوره برابر است با:

$$VTC = nc \qquad (۱۴)$$

در مدل توسعه يافته دو نوع هزينه ثابت در نظر گرفته شده است:

۱. كرايه وسايل نقليه در مدت حمل
۲. هزينه آماده سازي وسايل نقليه در هر دوره

نحوه محاسبه كرايه ساده است. البته اين هزينه لزوما كرايه نبوده بلكه مفهوما هزينه اي است كه به ازاي واحد زمان براي نگهداري وسايل نقليه در طول دوره حمل پرداخت مي شود. براي محاسبه هزينه كرايه كافي است زمان در خدمت بودن وسايل نقليه در تعداد آنها و نرخ هزينه ضرب گردد (هزينه ها در هر دوره محاسبه شده اند):

$$F_1TC = mft\lceil \tfrac{n}{m} \rceil \qquad (۱۵)$$

كه $t\lceil \frac{n}{m} \rceil$ زمان بكارگيري وسايل نقليه در مدت حمل است. اگر t عددي صحيح نباشد، ممكن است اين زمان عددي صحيح نباشد؛ لذا با توجه به نوع قرارداد كرايه، اين عدد مي تواند به عدد بزرگتر از خود گرد شود:

$$F_1TC = mf\lceil t\lceil \tfrac{n}{m} \rceil \rceil \qquad (۱۶)$$

هزینه ثابت دیگري که مي تواند در این مـدل لحـاظ شود هزینه آماده سازي وسایل نقلیه جهت حمل است که در هر دوره یک بار احتساب خواهد شد. این هزینـه بـدین صورت محاسبه خواهد شد:

$$F_1TC = mw \qquad (۱۷)$$

که w هزینه آماده سازي هر وسیله مي باشد.

در مدل، m به عنـوان پـارامتر در نظـر گرفتـه شـده است؛ لیکن در قسمت هاي آتـي تغییراتـي در ماهیـت آن داده خواهد شد.

بـا ایـن توضـیحات مـدل ریاضـي بـدین شـکل ارائـه مي شود:

$$TCU = \frac{K_f}{\frac{y}{\beta}} + \frac{K_v\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil}{\frac{y}{\beta}} + \frac{sy}{\frac{y}{\beta}} + \frac{nc}{\frac{y}{\beta}} + \frac{mf\left\lceil t\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil \right\rceil}{\frac{y}{\beta}}$$

$$+ \frac{mw}{\frac{y}{\beta}} + \frac{\alpha(n)}{\frac{y}{\beta}} + \frac{h}{2}\frac{\left(y - \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta\right)^2}{y}$$

s.t.

1. $(n-1)p < y \le np$
2. $\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil t\beta \le y$
3. n is Integer (۱۸)

تابع γ نسبت n براي سادگي شکل مدل بدین صورت تعریف مي شود:

$$\gamma(n) = \beta\left(K_f + K_v\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil + nc + mft\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil + mw + \alpha(n)\right) \qquad (۱۹)$$

روش حل مدل

محدودیت هاي مدل، به طریقي آشـکار y و n را بـه هم وابسته نموده است؛ بطوریکه با nهاي معلوم، حـدود y با استفاده از محدودیت هـا محاسـبه مـي شـود. ضـمنا بـا جایگذاري n در تابع هزینه، تابع تنها به y وابسته خواهـد بود. البته با n معلوم، این تابع تنها براي آن بـازه y، کـه از طریق محدودیت ها حاصل شده است معتبر خواهـد بـود. براي دستیابي به نقطه اي بهینه باید کمینه مقدار تابع و y بهینه در محدوده متناظر با n مشخص شود و نهایتا مقادیر کمینه تابع در محدوده n هاي مختلـف بـا هـم مقایسـه و مقدار بهینه تابع کل حساب مي شود. تابع هر محدوده که وابسته به y و با مقدار جایگذاري شده n است را مي تـوان با $TCU_n(y)$ نشان دهیم. با استفاده از مشـتق گیـري نیـز مي توانیم نقطه y^* را در این محدوده تعیین کنیم. ممکـن است y^* به عنوان نتیجه دهنده کمینه تابع هدف بـه ازاي n معلوم، در محدوده مجاز نباشد؛ به عبارت دیگر تابعي که از جایگذاري n حاصل شده داراي نقطه کمینه اي خارج از محدودیت اول و دوم براي y است. در اینصورت از آنجـایي که یک y کمینه کننده داخل محدوده مورد نیاز اسـت بـه مکانیزمي دیگر براي تعیین کمینه احتیاج است.

اگرچه تابع کل، تابعي گسسته است، لیکن ایـن تـابع در هر محدوده حاصل از محدودیت ها پیوسته است. تـابع هر محدوده را با $TCU_n(y)$ نشان مي دهیم:

$$TCU_n(y) = \frac{\gamma(n)}{y} + s\beta + \frac{h}{2}\frac{\left(y - \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta\right)^2}{y} \qquad (۲۰)$$

براي پیدا کردن نقطه کمینه تابع با n معلوم، از تابع مشتق گرفته و برابر با صفر قرار داده شد:

$$\frac{dTCU_n(y)}{dy} = 0 \Rightarrow y^* = \sqrt{\frac{2\gamma(n)}{h} + \left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta\right)^2} \qquad (۲۱)$$

مشتق دوم تابع پیوسته و به صورت زیر است:

$$\frac{d^2TCU_n(y)}{dy^2} = \frac{2\gamma(n) + h\left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta\right)^2}{y^3} \qquad (۲۲)$$

بـراي پیـدا کـردن نقطـه کمینـه در هـر محـدوده و محدود کردن تعداد محدوده هاي مورد بررسـي دو قضـیه زیر قابل استفاده خواهند بود:

قضـیه ۱: اگـر مقـدار y_n^* در محـدوده بـود، مقـدار تـابع $TCU_n(y_n^*)$ کمینه خواهد بود؛ یعني:

$$f(n) = TCU_n(y_n^*)$$

($f(n)$ برابر با کمینه مقدار تابع در محدوده n است.)

در غیر اینصورت مقدار تـابع بـه ازاي یکـي از حـدود حاصل از محدودیت اول و دوم کمینه خواهد بود:

$$y_1 = \max\left((n-1)p + 1, \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil t\beta\right)$$

$$y_2 = np$$

$$f(n) = \min\{TCU_n(y_1), TCU_n(y_2)\}$$

اثبات

تابع $TCU_n(y)$، همواره محدب است و نقطـه کمینـه y_n^* در آن موجود است.

$$y^* = \sqrt{\frac{2\gamma(n)}{h} + \left(\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor t\beta\right)^2}$$

و مشتق دوم (رابطه ۲۲) همواره مثبت است:

$$\forall y > 0 \Rightarrow \frac{d^2 TCU_n(y)}{dy^2} > 0$$

اگر نقطه y_n^* در محدوديت اول و دوم صدق كند، بديهي است به ازاي آن كمترين مقدار تابع حاصل مي شود:

$$f(n) = TCU_n(y_n^*)$$

در غير اين صورت از آنجا كه تابع محدب، مشتق دوم آن همواره مثبت و مشتق اول آن صعودي است، تابع يا در حال صعود است يا نزول، بنابراين يكي از حدود آن كمينه و ديگري بيشينه است. به بياني روشن تر اگر تابع در آن محدوده صعودي باشد، حد چپ كمينه و حد راست بيشينه تابع را حاصل خواهند كرد و اگر نزولي باشد، بالعكس. بنابراين قضيه ثابت مي شود.

قضيه ۲: اگر $f(n_j)$ در هر یک از دو شرط زير صدق كند، براي تمام n_i هاي بزرگتر از n_j ، $f(n_i)$ نمي تواند كمتر از $f(n_j)$ باشد:

1. $f(n_j) = TCU_{n_j}(y_{n_j}^*)$
2. $f(n_j) \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*), n_k = n_j + 1$

اثبات

۱. y_n^* و $TCU_n(y_n^*)$ نسبت به n، غير نزولي مي باشند؛ لذا اگر

$$n_i > n_j$$

داريم:

$$TCU_{n_i}(y_{n_i}^*) > TCU_{n_j}(y_{n_j}^*)$$

بنابراين

$$f(n_i) \ge TCU_{n_i}(y_{n_i}^*) > TCU_{n_j}(y_{n_j}^*) = f(n_j)$$

۲. از آنجا كه $f(n_k)$ حاصل نقطه بهينه و يا حاصل نقاط مرزي است مي توان گفت:

$$f(n_j) \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*) \le f(n_k)$$

اما مي دانيم كه $TCU_n(y_n^*)$ غير نزولي و به ازاي n_i هاي بزرگتر از n_k افزايش مي يابد:

$$n_i > n_k \Rightarrow$$

$$f(n_j) \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*) < TCU_{n_i}(y_{n_i}^*) \le f(n_i)$$

از اين قضيه مي توان نتيجه گرفت كه اگر بعد از بررسي چند n متوالي به مقداري كمينه از تابع دست پيدا كرده باشيم:

$$TCU_{\min}(n_j) = \min\{f(n_r) \mid for \quad all \quad n_r \le n_j\}$$

و براي $n_k = n_j + 1$ داشته باشيم:

$$TCU_{\min}(n_j) \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*)$$

آنگاه به ازاي n_i هاي بزرگتر از n_k نمي توان جوابي بهتر براي تابع هدف كل بدست آورد، زيرا:

$$TCU_{\min}(n_j) \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*) < TCU_{n_i}(y_{n_i}^*) \le f(n_i)$$

الگوريتم حل مدل توسعه يافته

با استفاده از قضاياي بالا و نتيجه گيري، الگوريتمي قابل اجرا براي حل مدل قابل استفاده است:

قدم ۱: اگر $t\beta \le mp$ نبود *پايان الگوريتم*

(پارامترهاي مساله فضاي شدني براي مدل ايجاد نمي كنند)

قدم ۲: مقدار اوليه n در نظر گرفته شود.

n=1

قدم ۳: مادامي كه فضاي شدني به ازاي n وجود ندارد (محدوديت اول و دوم) به n یک واحد اضافه شود.

قدم ۴: y_n^* محاسبه شود (رابطه ۲۱)

قدم ۵: اگر y_n^* در محدوديت اول و دوم صدق مي كرد، آنگاه به قدم ۶ رفته و الگوريتم پايان مي يابد، در غير اين صورت به قدم ۷ برويد.

قدم ۶: اگر y_n^* در محدوديت ها صدق مي كرد:

$$f(n) = TCU_n(y_n^*)$$

و

$$TCU_{\min} = \min\{TCU_{\min}, f(n)\}$$

(مقدار اوليه $TCU_{\min}$ برابر با بي نهايت است.)

پايان الگوريتم

قدم ۷: اگر y_n^* در محدوديت ها صدق نمي كرد، آنگاه:

$$y_1 = \max\left((n-1)p + 1, \left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil t\beta\right)$$

$$y_2 = np$$

$$f(n) = \min\{TCU_n(y_1), TCU_n(y_2)\}$$

و

$$TCU_{\min} = \min\{TCU_{\min}, f(n)\}$$

قدم ۸: براي $n_k = n + 1$ ، $TCU_{n_k}(y_{n_k}^*)$ محاسبه شود.

قدم ۹: اگر

$$TCU_{\min} \le TCU_{n_k}(y_{n_k}^*)$$

آنگاه الگوريتم پايان مي يابد، در غير اين صورت

$$n = n + 1$$

و به قدم ۳ برگرديد.

در پياده سازي الگوريتم از زبان برنامه نويسي C++ استفاده شده است. كلاسي تحت عنوان EOQM با ارث بري از اينترفيس IEOQ طراحي شده، به طوريكه هر يک با متد GetResults()، كلاسي به نام EOQResults را برمي گرداند كه حاوي فيلدهاي داده ها و خروجي بهينه مساله و متدهايي جهت نمايش اين نتيجه ها مي باشد. متد GetResults() در قالب Singleton Pattern طراحي شده و در اولين اجراي آن، الگوريتم تنها يكبار اجرا خواهد شد و با اجراي دوباره متد، نمونه كلاس EOQResults كه شامل نتايج اجراي واحد الگوريتم است و در داخل كلاس به صورت غير قابل دسترس از خارج ذخيره شده است، برگردانده خواهد شد. كلاس مربوطه در قالب يک فايل dll در وب سايت اين مقاله قابل اجرا و نيز قابل دريافت است.

مثال ۱

پارامترها به اين ترتيب خواهند بود:

K	=	100	$
β	=	100	unit/day
s	=	0.3	$/unit
c	=	40	$/trip
f	=	40	$/(day.vehicle)
h	=	0.02	$/(unit.day)
U	=	8	hour/day
t	=	4	hour/day
d	=	2	trip/day
p	=	200	unit
L	=	2	day

نتيجه حل اين مساله در جدول (۱) آمده است.

همان طور كه در نتيجه قدمهاي الگوريتم مشخص است، هيچ يک از y* ها در محدوده مطلوب قرار ندارند و همه جواب ها نتيجه نقاط مرزي هستند. در n=13، y* در محدوده مجاز مي باشد. الگوريتم قبل از قدم ۱۰ خواهد ايستاد. جواب بهينه مدل اين است كه با ۳ وسيله نقليه، در طي يک روز ۶ حمل انجام و ۱۲۰۰ واحد كالا منتقل خواهد شد.

جدول ۱: خروجي اجراي الگوريتم حل مدل اوليه.

n	*Y-L*	*Y-U*	*Y**	*TCU**	*TCU1*	*TCU2*	*Fn*
1	*50*	*200*	*1360.15*	*57.2*	*400.5*	*124.5*	*124.5*
2	*201*	*400*	*1500*	*60*	*143.95*	*90.25*	*90.25*
3	*401*	*600*	*1646.21*	*61.92*	*100.59*	*80.17*	*80.17*
4	*601*	*800*	*1886.8*	*66.74*	*94.24*	*81.5*	*81.5*
5	*801*	*1000*	*1989.97*	*68.8*	*86.45*	*78.6*	*78.6*
6	*1001*	*1200*	*2116.6*	*70.33*	*82.77*	*77.33*	*77.33*
7	*1201*	*1400*	*2308.68*	*74.17*	*84.39*	*80.07*	*80.07*
8	*1401*	*1600*	*2393.74*	*75.87*	*82.91*	*79.81*	*79.81*
9	*1601*	*1800*	*2511.97*	*77.24*	*82.42*	*80.06*	*80.06*
Algorithm ended before step 10							
Results:							
n	=	*6*					
*y**	=	*1200*					
*TCU**	=	*77.3333333333333*					
r	=	*12*					
x	=	*200*					
m	=	*3*					
Costs:							
Ordering	=	*8.33333333333333*					
Purchasing	=	*30*					
Var. Trans	=	*20*					
Fix. Trans	=	*7.5*					
Inventory	=	*11.5*					

مثال ۲

در اين بخش مثالي نزديک بـه دنيـاي واقعـي جهـت بررسـي صـحت مـدل و روش حـل آن ارائـه مـي گـردد. پارامترهاي مثال به اين شرح مي باشند:

روز = واحد زمان

K_f	=	70	$
K_v	=	30	$
β	=	100	unit/day
s	=	0.3	$/unit
c	=	40	$/trip
f	=	30	$/(day.Vehicle)
w	=	3	$/vehicle
h	=	0.02	$/(unit.day)
t	=	1	day
p	=	25	unit/vehicle
L	=	2	day

لازم بـه ذکـر اسـت کـه ايـن مثـال طـوري طراحـي شده است که تـا حـدي بـه نقـاط مـرزي نزديـک بـوده و محدوديت ها را فعال نمايد.

ظرفيت حمـل هـر وسـيله نقليـه ۲۵ واحـد اسـت و مصرف روزانه ۱۰۰ واحـد؛ مـدت حمـل نيـز ۱ روز اسـت، بنابراين آنچه منطقا از داده هاي مساله استنتاج مـي شـود اين است که وقتي موجودي صفر اسـت (ابتـداي دوره) در روز بايد ۴ حمل انجام شود تا حداقل مصرف روزانه تـامين گردد. بنابراين بدون وارد شدن به بررسي محدوديت هـاي مدل مي توان گفت به ازاي m=1,2,3 مساله داراي فضـاي شـدني نيسـت. در الگـوريتم حـل، اولـين قـدم آزمـون محدوديت $\beta t \le mp$ است که به همين معنـي اسـت. يعنـي بايد $100*1 \le 25*m$ که براي m=1,2,3 برقرار نخواهد بـود، اما اين قدم الگوريتم براي آن است که در اولـين قـدم بـه صورت سرانگشتي از وجود فضاي شدني اطمينـان حاصـل شود و بدون وجود ايـن قـدم و محـدوديت کـه چگـونگي استخراج آن از محدوديت هاي مدل مشروحا توضيح داده شده است، محدوديت هاي مدل فعال شده و الگـوريتم در قدم سوم، به دنبال فضاي شدني مي گـردد. بـديهي اسـت اگر شرط سرانگشتي ذکر شده ارضاء نشود، آنگاه الگـوريتم هيچگاه موفق به يافتن فضاي شدني نخواهد شد.

اما در m=4 حالت پيچيـده تـري رخ خواهـد داد. در ايـن حالـت ميـزان حمـل در هـر مرحلـه حمـل برابـر بـا mp=4*25=100 خواهد بود و ميزان مصرف در ايـن زمـان برابر tβ=1*100=100 خواهد بود. بنابراين ميـزان تقاضـا و ورود به انبار برابر است. (شکل ۳) لازم به ذکـر اسـت کـه نمودار موجودي نسبت به زمان قطعا بـدين شـکل خواهـد بود و تنها تصميم مدل و الگوريتم، تعيين تعداد حمـل (n) در يک دوره است.

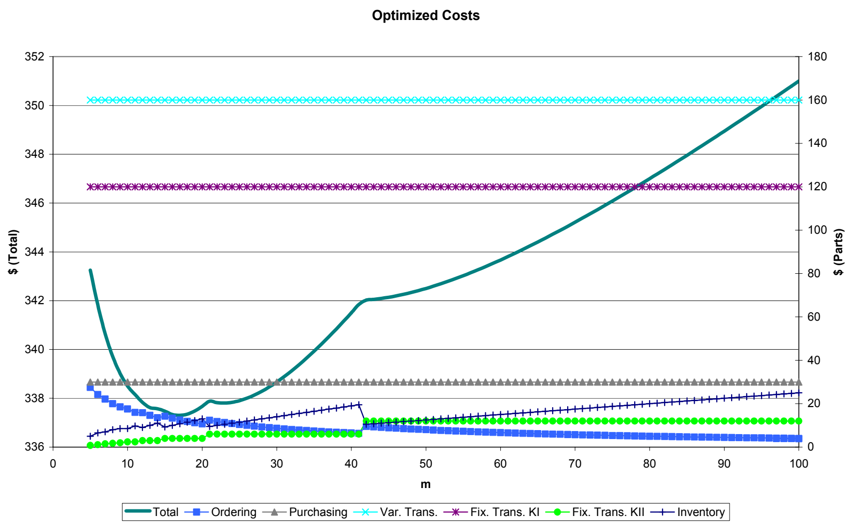
شکل ۳: نمودار موجودي نسبت به زمان در حالت خاص.

در اين حالت هر يک از نقـاطي کـه موجـودي در آن صفر است مي تواند پايان دوره و شروع دوره بعد باشـد. در ضمن هزينه موجودي در واحد زمان، هزينه سفارش دهـي متغيـر، هزينـه حمـل متغيـر و هزينـه حمـل ثابـت نـوع اول(کرايه) همواره ثابت خواهند بود و تـاثيري بـر تصـميم گيري ندارند. هزينه خريد نيز که به خـودي خـود ثابـت و همواره غير موثر در تصـميم گيـري اسـت. بنـابراين تنهـا مولفه هاي باقيمانده در تابع هدف عبـارت اسـت از هزينـه ثابت سفارش دهي و هزينـه آمـاده سـازي وسـايل نقليـه. بنابراين با افزايش n، TCU همواره کـاهش خواهـد يافـت. بنابراين با ميل کردن n به بينهايت ايندو مولفه نيز به صفر ميل مي کنند. نتيجه منطقي اين است که هر چـه انـدازه دوره بزرگتر در نظـر گرفتـه شـود دو عامـل هزينـه هـاي سفارش ثابت و آماده سازي وسـايل نقليـه در دوره پخـش شده و هزينه کل پائين مي آيد. اما آنچنان که ذکر گرديد، به هر صورت تنها يک فرم موجودي و يک فرم حمل بـراي وسايل نقليه وجـود دارد و در واقـع تصـميم گيـري زمـان سفارش اصلي بايد در دنياي واقعي و طي مـذاکرات ميـان تامين کننده و مصرف کننده در مورد هزينه سفارش دهي ثابت انجام شود. از آنجا که وسايل نقليه به صـورت کامـل در اختيار تامين يک نوع کالاست، بنـابراين هزينـه آمـاده سازي براي حمل کالا در هر دوره کاذب خواهد بود.

به ازاي m=5 فضاي شدني وجود خواهد داشت و قدم اول الگوريتم اجازه ادامه خواهد داد:

$$mp \ge t\beta \Rightarrow 5*25 \ge 1*100 \Rightarrow 125 \ge 100$$

امـا در قـدم سـوم بـه ازاي nهـاي مختلـف بعضـا حالت هاي غير شدني نيز پيش مي آيد که از نظمي خاص پيـروي مـي کنـد. بـه ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 1$، ۴ تکـرار، بـه ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 2$، ۳ تکرار، به ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 3$، ۲ تکرار و بـه ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 4$، يک تکرار محدوديت دوم فعال مي شود. علاوه



شكل ٤: هزينه هاي حاصل از اجراي الگوريتم به ازاي m هاي مختلف.

بر اين به ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 1$، ۳ تكرار، به ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 2$، ۲ تكرار به ازاي $\lceil \frac{n}{m} \rceil = 3$، يك تكرار مساله داراي فضاي شدني نيست، چرا كه حد پايين متصور در محدوديت دوم از حد بالاي محدوديت اول فراتر مي رود و در تكرار هاي n برابر با 16و12,8,4 محدوديت دوم به عنوان حد پائين بازه درگير است. حال مي خواهيم بدانيم با وجود توسعه يافتن مدل بر اساس m ثابت، به ازاي كدام m هزينه كمينه خواهد شد؟ در واقع به دنبال بردار بهينه (y^*,n^*,m^*) هستيم. از آنجا كه m محدود است و نمي تواند مقدار غير معمول بگيرد، به راحتي با جايگذاري mها مختلف از كوچكترين m ممكن تا بزرگترين m ممكن در مدل و اجراي الگوريتم، كمترين TCU^* و m مربوطه يافته خواهد شد. در واقع با ادغام اين الگوريتم كوچك با الگوريتم مدل به الگوريتمي رسيده ايم كه حل مدلي با سه متغير تصميم گيري به صورت بهينه توسط آن انجام مي شود. همانطور كه مشروحا توضيح داده شد و از آنجا كه m عددي صحيح است، كوچكترين m ممكن برابر است با:

$$m = \left\lfloor \frac{t\beta}{p} \right\rfloor + 1 \qquad (۲۳)$$

فرض مي كنيم حداكثر ۱۰۰ وسيله براي شركت قابل دسترس باشد، در اين صورت الگوريتم به ازاي m=5 تا m=100 اجرا و مقدار هزينه بهينه نسبت به m در شكل (۴) ترسيم گرديده است. همانطور كه مشاهده مي شود، شكل نمودار داراي پيچيدگي و حتي داراي نقاط بهينه منطقه اي است.

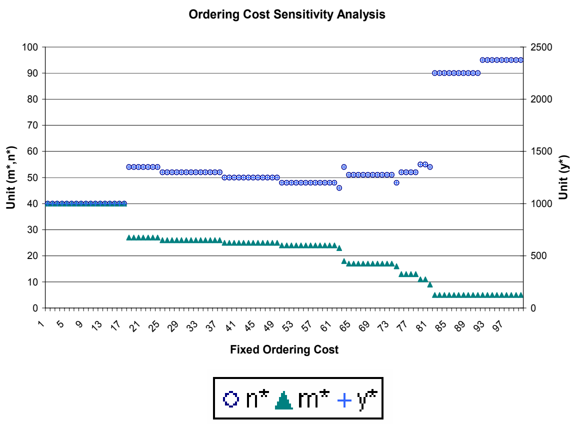
مطابق شكل (۴) كمينه هزينه در m=17 رخ مي دهد. اين هزينه برابر با 337.29$ مي باشد. الگوريتم پس از ۳۹۴ تكرار متوقف شده است. اندازه سفارش اقتصادي برابر با 1275 واحد و انجام 51 حمل در هر دوره بهينه مي باشد.

تحليل حساسيت

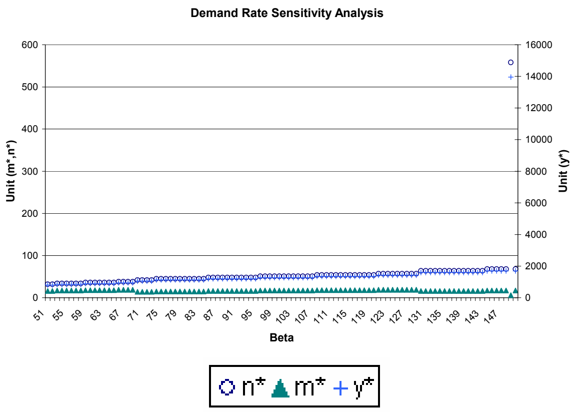
حساسيت منطقي مدل نسبت به پارامترها حاكي از اعتبار مدل خواهد بود. به جهت ملموس بودن حساسيت مدل نسبت به تغيير پارامترها، تحليل حساسيت در مثال ارائه شده، انجام گرفته است و حاصل در شكل هاي (۵) تا (۱۰) آورده شده است. تعداد وسايل نقليه آزاد در نظر گرفته شده است تا مقدار بهينه تعيين گردد.

در مثال حل شده، هزينه سفارش دهي ثابت K_f برابر با 70 واحد و هزينه سفارش دهي متغير K_v برابر با 30 واحد در نظر گرفته شده است؛ حال با فرض ثابت ماندن مجموع دو پارامتر فرض كنيد نسبت اينده تغيير داده شود. اگر هزينه سفارش دهي متغير مربوط به هر مرحله حمل زياد باشد؛ در اين صورت به منظور عدم پرداخت اين هزينه گزاف، منطقا بايد تعداد مراحل حمل در يك دوره كاهش يابد. به عبارت ديگر n^* به سمت m^* نزديك تر شود و بالعكس در صورتي كه بخش بيشتري از هزينه سفارش دهي مربوط به مقدار ثابت آن باشد، بايد به صورتي سفارش صادر شود كه طي يك سفارش و به عبارت ديگر طي يكبار پرداخت هزينه

سفارش دهي ثابت، تعداد مراحل حمل بيشتري انجام گيرد. ضمنا اگر هزينه هاي سفارش دهي اجازه تعداد مراحل حمل بيشتري دهد، آنگاه مي توان از وسايل نقليه كمتري با تعداد مراحل حمل بيشتري استفاده نمود تا در ديگر هزينه ها نظير كرايه صرفه جويي شود(شكل ۵).



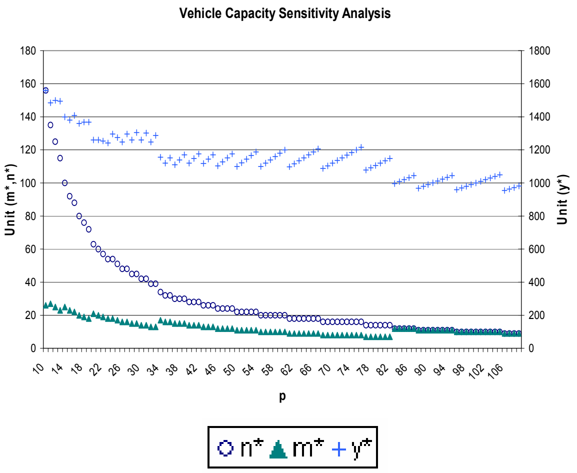
شكل ۵: تحليل حساسيت نرخ هزينه سفارش دهي.



شكل ۶: تحليل حساسيت نرخ مصرف.

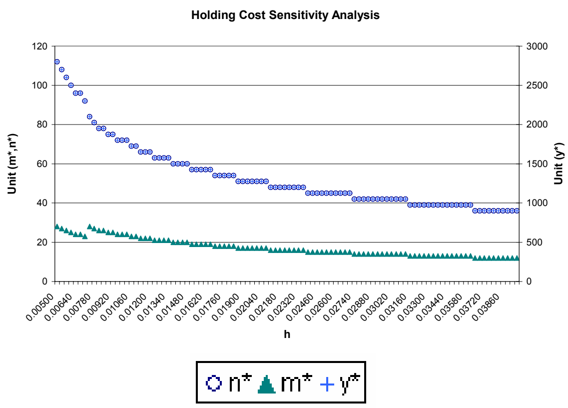
با تعداد وسيله ثابت (m)، مسلما با افزايش نرخ مصرف (β)، طي حمل هاي بيشتر، مقدار بيشتري بايد حمل شود؛ در اينصورت تعداد مراحل حمل افزايش خواهند يافت. (شكل ۶) در نمودار مربوطه يک نقطه بهينه حاصل از مشتق گيري وجود دارد.

فرض كنيد با تعداد وسيله نقليه ثابت، ناگهان به ظرفيت حمل وسايل افزوده شود. مسلما در اينصورت تعداد حمل نصف خواهد شد. به عبارت ديگر n^* كاهش خواهد يافت. از سوي ديگر، اگر تعداد حمل (n^*) ثابت باشد، با افزايش ظرفيت مقدار بيشتري حمل صورت خواهد پذيرفت، يعني y^* افزايش خواهد يافت. اگر تعداد وسايل نقليه مورد نياز به صورت بهينه تعيين گردد در اينصورت بديهي است كه با افزايش ظرفيت نياز كمتري به وسايل نقليه خواهد بود. علاوه بر اين، اين نكته كه p فاكتوري مهم در محدوديت اول است، حساسيت مدل را نسبت به اين پارامتر افزايش مي دهد (شكل ۷).



شكل ۷: تحليل حساسيت ظرفيت وسايل نقليه.

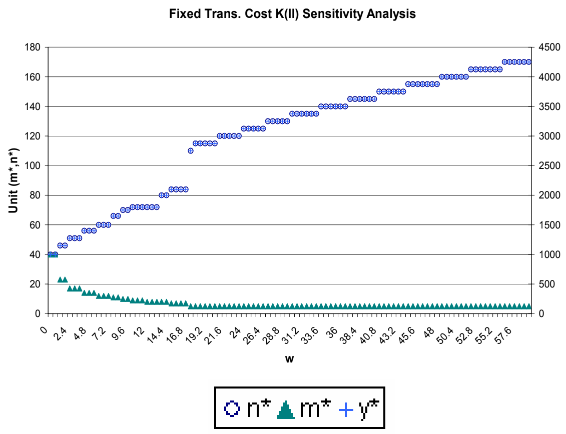
اگر هزينه موجودي افزايش يابد؛ نتيجه منطقي اين موضوع، تمايل به كاهش موجودي و در عوض سفارشات مكرر خواهد بود. در حالت وسايل نقليه متغير (m)، ضمن اينكه ميزان سفارش به تدريج در راستاي كاهش موجودي كاهش مي يابد، تعداد وسايل نقليه بهينه (m^*) نيز به تدريج و با كم شدن نياز به حمل كاهش مي يابد (شكل ۸).



شكل ۸: تحليل حساسيت نرخ هزينه نگهداري.

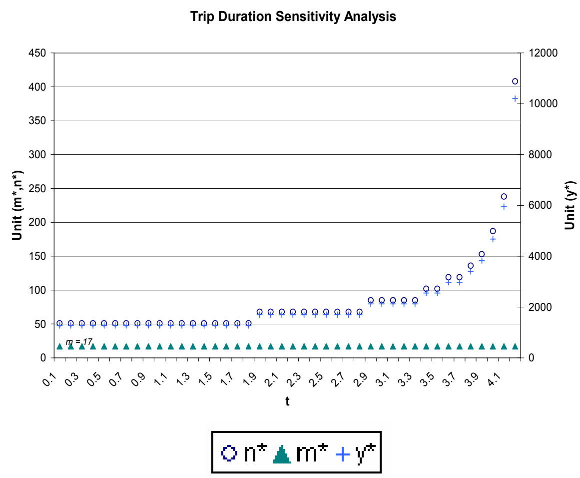
اگر نرخ هزينه حمل ثابت نوع دوم افزايش يابد، نتيجه منطقي اين است كه سعي شود طول دوره افزايش يابد، تا با يكبار پرداخت هزينه آماده سازي حمل بيشتري صورت گيرد. افزايش دوره به معني افزايش مقدار سفارش اقتصادي (y^*) است كه در ارتباط مستقيم با n^* مي باشد. علاوه بر اين پيامد بعدي كاهش تعداد وسايل نقليه (m^*) است؛ چرا كه هزينه آماده سازي به هر وسيله در يک دوره تعلق مي گيرد و براي تعديل اين افزايش

چاره اي جز كاهش تعداد وسايل نقليه تا حد امكان وجود ندارد (شكل ۹).



شكل ۹: تحليل حساسيت نرخ هزينه ثابت حمل (آماده سازي).

زمان حمل (t) مانند ظرفيت هر وسيله (p) پارامتري مهم در مدل است كه مدل حساسيت بالايي به آن نشان مي دهد. اين پارامتر علاوه بر چند مولفه تابع هزينه ، در محدوديت دوم نيز وجود دارد. در حالت تعداد وسايل ثابت، با افزايش زمان حمل (t)، n^* و y^* به تدريج افزايش پيدا مي كنند. زيرا با افزايش t، در حالتي كه بهينگي n^* و y^* بدون تغيير است، هزينه موجودي كاهش مي يابد. در اينصورت مدل تمايل دارد حال كه هزينه موجودي كم است، سفارش بيشتري صادر كرده و از هزينه هاي سفارش دهي ثابت و آماده سازي وسايل نقليه بكاهد؛ لذا افزايش n^* و y^* ديده مي شود (شكل ۱۰).



شكل ۱۰: تحليل حساسيت زمان هر حمل.

عكس العمل هاي منطقي سازمان در مقابل هر تغيير پارامتري تشريح شد؛ شكل هاي مربوطه نشان مي دهند كه رفتار مدل نسبت به تغيير پارامترها، منطقي و هوشمندانه است. لازم به ذكر است جهت تهيه نمودارهاي تحليل حساسيت، الگوريتم حل مدل ۱۶۰۸۰۰ بار اجرا گرديده است.

به طور كلي مي توان گفت، افزايش نسبت هزينه سفارش دهي ثابت به متغير، ظرفيت حمل وسايل نقليه، هزينه موجودي و نرخ هزينه حمل ثابت نوع دوم، مشخصا سبب كاهش و افزايش زمان حمل سبب افزايش نياز به وسايل نقليه (m^*) خواهد گرديد. افزايش نسبت هزينه سفارش دهي ثابت به متغير، نرخ مصرف، هزينه حمل ثابت نوع اول و دوم و زمان حمل مشخصا سبب افزايش اندازه سفارش بهينه (y^*) و افزايش نرخ هزينه موجودي سبب كاهش اندازه سفارش بهينه (y^*) مي گردد.

نتيجه گيري

در اين مقاله، مساله اي در يك سيستم لجستيكي تامين كننده/خرده فروش مطرح و مورد بررسي قرار گرفت. ابتدا مرور ادبياتي در زمينه مدل هاي يكپارچه انجام و سپس مدلي ارائه شد كه در آن علاوه بر هزينه هاي سفارش دهي و موجودي، هزينه هاي حمل نيز احتساب گرديدند. اين مدل، در سطح تاكتيكي شامل تصميم گيري هاي عملياتي نظير اندازه سفارش بهينه و نحوه حمل و در سطح استراتژيك شامل تصميم گيري در مورد طراحي ناوگان حمل و تعداد وسايل نقليه بهينه، مي باشد. از آنجا كه مدل غير خطي و شامل چندين متغير تصميم گيري بود، با اثبات نمودن قضايايي، يك الگوريتم حل ارائه گرديد كه به جواب بهينه مساله منجر مي شود. اين الگوريتم نهايتا پياده سازي و مثالي ارائه گرديد. در تحليل حساسيت، حساسيت مدل نسبت به هر يك از پارامترها سنجيده شد. براي اثبات كارايي ده ها هزار بار الگوريتم اجرا و منطق رفتار مدل مورد تحليل و تاييد قرار گرفت؛ اين رفتار منطقي، نمايانگر اعتبار و كاربرد مدل مي باشد.

در ادامه اين مطالعه مي توان حالتي كه ظرفيت وسايل نقليه يكسان نباشند، در نظر گرفته شود؛ همچنين فرض افزايش موقعيت ها در هر سطح مي تواند مورد بررسي قرار گيرد. اقلام متعدد[13] كه با تخصيص منابع توام خواهد بود زمينه ديگري براي توسعه مدل و مساله است. ضمنا افزودن تصميم گيري هاي كاركردهاي ديگر نظير مديريت موجودي، توزيع و برنامه ريزي توليد، در هر يك از سطوح دوگانه مفروض و يا سطوح جديد

و در واقـــع توسعه يكپارچگي تصميم گيري در سيستم، موردي است كه جاي مطالعه بيشتري دارد.

تقدير و تشكر

اين پژوهش با حمايت مالي دانشگاه تهران تحت قرارداد شماره ۸۱۰۹۰۰۳/۱/۰۲ صورت پذيرفته است.

مراجع

1 - Cohen, M. A. and Lee, H. L. (1988). "Strategic analysis of integrated production-distribution systems: models and methods." *Operations Research,* Vol. 36, No. 2, PP.216–228.

2 - Mak, K. L. and Wong, Y. S. (1995). "Design of integrated production-inventory-distribution systems using genetic algorithm." *Proc., 1st IEE/IEEE Int. Conf. on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications,* Sheffield, Engl. PP.454–460

3 - Blumenfeld, D. E., Hall, R.W., and Jordan, W. C. (1985b). "Trade-off between freight expediting and safety stock inventory costs." *Journal of Business Logistics,* Vol. 6, No. 1, PP.79–100.

4 - Yano, C. A. and Gerchak, Y. (1989). "Transportation contracts and safety stocks for Just-in-time deliveries." *Journal of Manufacturing and Operations Management*, Vol. 2, PP.314–330.

5 - Zhao, Q. H., Wang, S. H., Lai, K.-K. and Xia, G. P. (2004). "Model and algorithm of an inventory problem with the consideration of transportation." *Computers & Industrial Engineering,* Vol.46,PP. 389-397.

6 - Ernst, R. and Pyke, D. F. (1993). "Optimal base stock policies and truck capacity in a two-echelon system." *Naval Research Logistics,* Vol. 40, PP.879–903.

7 - Blumenfeld, D. E., Burns, L. D., Diltz, J. D. and Daganzo, C. F. (1985a). "Analyzing trade-offs between transportation, inventory and production costs on freight networks." *Transportation Research,* Vol.19B, No.5, PP.361–380.

8 - Chien, T. W. (1993). "Determining profit-maximizing production/shipping policies in a one-to-one direct shipping, stochastic demand environment." *European Journal of Operational Research*, Vol. 64, PP.83–102.

9 - Federgruen, A. and Simchi-Levi, D. (1995). "Analysis of Vehicle Routing and Inventory Routing Problems." *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 8, PP.297–373.

10 - Kleywegt, A. J., Nori, V. S. and Savelsbergh, M. W. P. (2002). "The stochastic inventory routing problem with direct deliveries." *Transportation Science,* Vol. 36, No. 1, PP.94–118.

11 - Cheng, L. and Duran, M. A. (2004). "Logistics for world-wide crude oil transportation using discrete event simulation and optimal control." *Computer & Chemical Engineering,* Vol. 28, PP.897-911.

واژه هاي انگليسي به ترتيب استفاده در متن

1 - Integrated Models
2 - Two-Echelons
3 - Functions
4 - Coordination in Organizations
5 - General Coordination Problem
6 - Multi-Plant Coordination Problem
7 - Expedited Transportation
8 - Vendor Managed Inventory (VMI)
9 - Discrete Event Simulation
10 - Stochastic Optimal Control
11 - Markov Decision Process
12 - Economic Order Quantity (EOQ)
13 - Multiple Items