# تعيين هم زمان تنش سيلان و فاكتور اصطكاك آلومينيوم ۷۰۷۵ به كمك روش تحليل معكوس

**محمدكاظم بشارتي گيوي*[۱] و امير سروي[۲]**

[۱]استاديار دانشكده مهندسي مكانيک - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران

[۲]دانش آموخته كارشناسي ارشد مهندسي مكانيك - پرديس دانشكده هاي فني - دانشگاه تهران

(تاريخ دريافت ۸۵/۱۱/۲۵ ، تاريخ دريافت روايت اصلاح شده ۸۷/۳/۲۰ ، تاريخ تصويب ۸۷/۴/۲۲)

## چكيده

در تمامي كاربردهاي مهندسي كه سطوح جامد در تماس لغزشي با يک ديگر هستند، مسئله اصطكاک نقش مهمي را ايفا مي نمايد. اين مسئله به ويژه در فرآيندهاي شكل‌دهي فلزات كه دو سطح لغزش، فلز هستند نقش مهم تري به خود مي‌گيرد. در ميان فرآيندهاي شكل-دهي، فرآيند آهنگري به دليل اصلاح ساختار ماده، بهبود خواص مكانيكي و كاهش زمان توليد حائز اهميت مي‌باشد. در اين تحقيق روش تحليل معكوس بر پايه آناليز المان محدود جهت تعيين هم زمان فاكتور اصطكاک در فصل مشترک قالب- قطعه كار و تنش سيلان تنها توسط انجام يک آزمايش تجربي، در يک عمليات آهنگري سرد آلومينيوم ۷۰۷۵، انجام گرفت. روش تحليل معكوس جهت كاهش خطاي بين داده-هاي تجربي و داده‌هاي پيش‌بيني شده توسط نرم افزار شبيه ساز المان محدود به كار گرفته شد. آزمايش فشار حلقه جهت ارزيابي اين روش براي شكل‌دهي حجمي انتخاب شد. در نهايت فاكتور اصطكاك تعيين شده با نتايج حاصل از منحنيهاي استاندارد آزمايش فشار حلقه مربوطه مقايسه شد. نتايج نشان مي‌دهد روش به كار گرفته شده اقتصادي و دقيق مي باشد.

**واژه های کلیدی :** تحليل معكوس - فورجينگ سرد - آزمايش فشار حلقه - آلومينيم ۷۰۷۵

## مقدمه

در فرآيندهاي شكل‌دهي فلزات شرايط اصطكاک بين ابزار و قطعه‌كار براي عواملي نظير نيرو، چگونگي تغيير فرم، خواص نهايي نمونه و زبري سطح اهميت زيادي دارد. به همين دليل در اين گونه از فرآيندها به منظور پيش‌بيني چگونگي جريان مواد و بهينه‌سازي فرآيند توليد از شبيه سازي هايي كه برپايه آناليز المان محدود مي باشد، استفاده مي‌شود. براي اين منظور ابتدا لازم است پارامترهاي ورودي به درستي به نرم‌افزار داده شوند. از جمله اين پارامترها مي‌توان به ضريب اصطكاك و ضرايب مربوط به معادله تنش-كرنش اشاره كرد. نتايج حاصل از شبيه سازي فرآيند شكل‌دهي كه به كمک نرم‌افزار و توسط روش المان محدود انجام مي‌شود، به مقادير اين پارامترهاي ورودي بسيار حساس است بنابراين لازم است اين مقادير در ابتدا به كمک آزمايش هاي تجربي و به طور صحيح تعيين شوند. از جمله روش هايي كه مي‌تواند در تعيين پارامترهاي ورودي مورد استفاده قرار گيرد استفاده از آزمايش فشار حلقه و آزمايش فشار مي‌باشد.

از آن جا كه در انجام آزمايش هاي فوق به علت وجود اصطكاک در فصل مشترک قطعه كار و قالب، حالت بشكه اي شدن پديد مي‌آيد كه در دقت تعيين پارامترهاي تنش تأثيرگذار مي‌باشد، نياز به روشي كه طي آن هم پارامترهاي تنش و هم ضريب اصطكاک قابل تعيين باشد ضروري است. روشي كه در اين حالت مي‌تواند مورد استفاده قرار گيرد روش تحليل معكوس مي‌باشد. در روش تحليل معكوس كه جهت بيان رفتار تغييرشكل ماده به كار مي‌رود، پارامترهاي تنش و فاكتور اصطكاک به طور همزمان و تنها به كمک يک آزمايش به دست مي‌آيند (برخلاف روش هاي قبلي كه نياز به انجام آزمايش هاي متعدد براي تعيين پارامترهاي ورودي تنش و اصطكاک مي‌باشد).

مطالعات و بررسي هاي وسيعي (چه به صورت تئوري و چه به صورت تجربي) در ارتباط با تعيين مقدار اصطكاک در عمليات شكل‌دهي فلزات صورت گرفته است. Frederiksen و Wanheim [۱] آزمايش هاي اصطكاكي مختلفي بر پايه تغييرات هندسي انجام دادند تا شرايط اصطكاكي در شبيه سازهاي كامپيوتري را مشابه حالت واقعي تنظيم نمايند. در ارتباط با مدل سازي فرآيند شكل دهي، Bay [۲] نيز مطالعاتي در ارتباط با كاربرد مدل

* نويسنده مسئول : تلفن : ۶۱۱۱۴۰۲۳ , فاكس : ۸۸۰۱۳۰۲۹ , Email: bgivi@ut.ac.ir

سازي اصطكاك زماني كه تحليل هاي شكل دهي موجود مي باشد انجام داده است. برخي محققين علاوه بر اندازه-گيري اصطكاك به كمك آزمايش حلقه [۳]، روش هاي ديگري براي تعيين فاكتور اصطكاك در فرآيندهاي شكل-دهي پيشنهاد نموده اند، Venugopal و همكاران [۴] يک روش ساده تحليلي براي آزمايش فشار ارائه كردند كه در آن مقدار اصطكاك از آزمايش كاهش ظرفيت تخمين زده مي‌شود. Shen و همكاران [۵] روشي براي تعيين فاكتور اصطكاك به كمک فورجينگ اكستروژن معكوس پيشنهاد كردند. Bushhausen و همكاران [۶] يک آزمايش اصطكاك بر پايه فرآيند اكستروژن معكوس دوگانه ارائه دادند كه به كمک آن توانستند كيفيت روانكار مورد استفاده را بررسي كنند. Bay و همكاران [۷] با تركيب اكستروژن مستقيم ميله و اكستروژن فنجاني معكوس، يک روش غير مستقيم براي تعيين اصطكاك ارائه دادند. Pietrzyk و همكاران [۸] از تكنيک تحليل معكوس براي تخمين ضرايب اصطكاك و تنش سيلان در فرآيند شكل-دهي فلزات استفاده كردند. اين گروه ضريب اصطكاك و نيز پارامترهاي معادله تنش را توسط انجام آزمايش هاي تجربي به دست آورده و مشخص كردند كه مقدار پارامترهاي تنش به اندازه ضريب اصطكاك وابسته مي باشد. Zhiliang و همكاران [۹] يک روش جديد را معرفي كردند كه در آن آزمايش فشار با شبيه سازي هاي بر پايه روشهاي المان محدود تركيب شده و در نتيجه آن، تنش سيلان در شرايطي كه تغيير شكل ناهمگون به دليل وجود اصطكاك وجود دارد، تعيين مي‌شود. در اين روش تنش سيلاني كه به كمک آزمايش فشار به دست مي‌آيد، به كمک نتايج شبيه سازي بهينه شده است. H. Cho و همكاران [۱۰] براي تعيين مقدار فاكتور اصطكاك از آزمايش فشار حلقه استفاده كردند. آنها با استفاده از نتايج آزمايش‌هاي تجربي و به كمک شبيه‌سازي‌هاي المان محدود توانستند هم پارامترهاي معادله تنش و هم مقدار فاكتور اصطكاك را به طور هم زمان و به روش تحليل معكوس براي نوع خاصي از آلومينيوم (6061-T6) تعيين كنند.

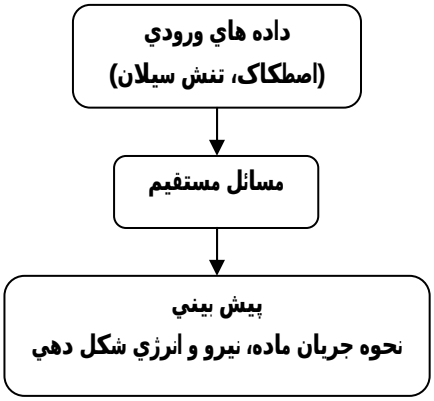
در تحقيق حاضر، مقدار اين فاكتور و همچنين پارامترهاي تنش به كمک روش پيشنهادي Cho و همكاران [۱۰] براي آلومينيوم (۷۰۷۵) تعيين گرديد.

## الگوريتم تحليل معكوس

در تحليل المان محدود فرآيندهاي شكل‌دهي، دو گونه مسائل وجود دارد :

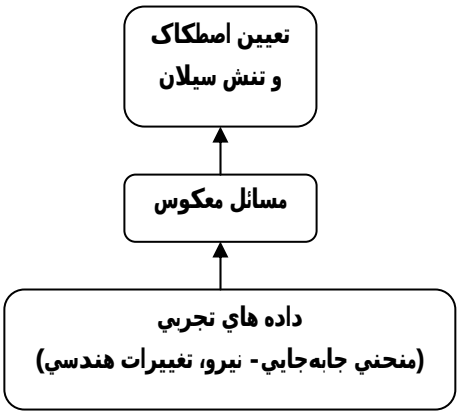
- مسائل مستقيم[۱]
- مسائل معكوس[۲]

شكل (۱) نحوه تحليل در مسائل مستقيم را نشان مي دهد[۱۱]. در اين گونه مسائل، ورودي هاي لازم جهت شبيه سازي عبارتند از: پارامترهاي هندسي، شرايط فرآيند، پارامترهاي تنش، اصطكاك و . . .كه به كمك روش هاي المان محدود، نحوه جريان ماده، نيرو و انرژي لازم براي فرآيند شكل‌دهي، پيش بيني و محاسبه مي‌شود. در مقايسه با مسائل مستقيم، در مسائل معكوس تعدادي از داده هاي ورودي به گونه‌اي تعيين مي شوند كه اختلاف نتايج تجربي اندازه‌گيري شده با پيش‌بيني هاي روش هاي المان محدود همخواني خوبي داشته باشند (شكل ۲).




**شكل ۱: مسائل مستقيم [۱۱].**

بنابراين روش تحليل معكوس روشي است كه در آن اختلاف بين داده هاي تجربي و نتايج حاصل از شبيه سازي به كمك تغيير پارامترهاي ورودي كمينه مي شود.




**شكل ۲: مسائل معكوس[۱۱].**

**الگوریتم تحلیل معکوس در تعیین تنش سیلان**

در مسائل تغییر شکل پلاستیك که میزان تغییر شکل بالا بوده و اغلب در عملیات آهنگري با آن روبرو هستیم، رفتار تغییر شکل ماده را با صرف نظر از قسمت الاستیك مي‌توان صلب- پلاستیك در نظر گرفت. اگر ماده رفتار کرنش سختي داشته باشد که معمولاً در آهنگري سرد اتفاق مي‌افتد، معمولاً از معادله تنش-کرنش توانی زیر استفاده مي‌شود:

$$\bar{\sigma} = k\bar{\varepsilon}^{n} \qquad (۱)$$

که در آن k ضریب مقاومت ماده و n توان کرنش سختي مي باشد. هنگامي که n= ۱ باشد، معادله فوق نشان دهنده تغییر شکل با نرخ کرنش سختي k رخ مي باشد [۱۲]. در روش تحلیل معکوس براي تعیین پارامترهاي تنش، پس از تعیین و انتخاب جنس قطعه کار و شرایط آزمایش در نرم افزار شبیه ساز مربوطه، براي این پارامترها یك مقدار اولیه انتخاب مي شود. سپس به کمك شبیه-سازي المان محدود، منحني نیرو- جابه‌جایي حاصل از شبیه‌سازي به دست مي‌آید. سپس این منحني با منحني نیرو- جابه‌جایي حاصل از اندازه‌گیري تجربي مقایسه مي‌شود. در مرحله بعد مقادیر اولیه فرض شده طوري تغییر داده مي شوند تا اختلاف دو منحني در مقایسه بعدي کاهش یابد و این روند تا رساندن اختلاف به مقدار مطلوب تکرار مي شود، به عبارت دیگر روند تعیین پارامترها به صورت زیر مي باشد:

۱. حدس اولیه مقادیر پارامترهاي دخیل در معادله تنش
۲. شبیه‌سازي فرآیند با پارامترهاي انتخاب شده به کمك نرم‌افزار شبیه ساز
۳. مقایسه نیروي شکل‌دهي محاسبه شده با مقدار تجربي اندازه‌گیري شده آن
۴. تغییر پارامترها در جهت کاهش اختلاف مقادیر محاسبه و اندازه‌گیري شده نیروها
۵. تنظیم دقیق تر پارامترها تا رسیدن به دقت مطلوب

**الگوریتم تحلیل معکوس در تعیین هم زمان تنش سیلان و فاکتور اصطکاک**

براي آن که بتوان نحوه روان کاري را براي مواد و شرایط مختلف تخمین زد لازم است به نحوي مقدار اصطکاک تماسي را به صورت کمي بیان نمود. در فرآیندهاي شکل دهي واقعي، اصطکاک به پارامترهاي زیادي وابسته بوده و محققین تلاش هاي زیادي براي ارائه مدلهاي اصطکاکي که با قوانین ساده بیان شوند انجام داده‌اند. در عملیات شکل دهي حجمي به طور کلي از دو قانون براي مدل کردن اصطکاک استفاده مي‌شود.

**قانون اصطکاک کلمب**

بر طبق این قانون مقدار اصطکاک متناسب با تنش نرمال بر سطح قطعه مي‌باشد. مقدار این نسبت همان ضریب اصطکاک μ، بوده که در طول عملیات شکل-دهي ثابت در نظر گرفته مي‌شود. به بیان دیگر در این قانون براي کمي کردن مقدار اصطکاک از ضریب μ استفاده مي شود. معادله (۲) نشان مي‌دهد که μ برابر با نسبت تنش برشي اصطکاکي، τ، به تنش نرمال (فشاري) $\sigma_n$، مي باشد. طبق قانون کلمب مقدار اصطکاک به جنس ماده بستگي ندارد.

$$\tau = \mu\sigma_n \qquad (۲)$$

رابطه خطي قانون کلمب براي تمام تنش هاي نرمال برقرار نیست زیرا تنش برشي اصطکاکي، τ، نمي‌تواند از استحکام برشي ماده، K، بیشتر شود. این قانون براي تنش هاي نرمال کم $(\sigma_n / \sigma_Y)<۱/۵$ قابل استفاده است که در آن $\sigma_Y$ تنش سیلان قطعه کار مي‌باشد[۱۲]. بنابراین از قانون دومي استفاده مي شود که ذیلاً به توضیح آن پرداخته مي شود.

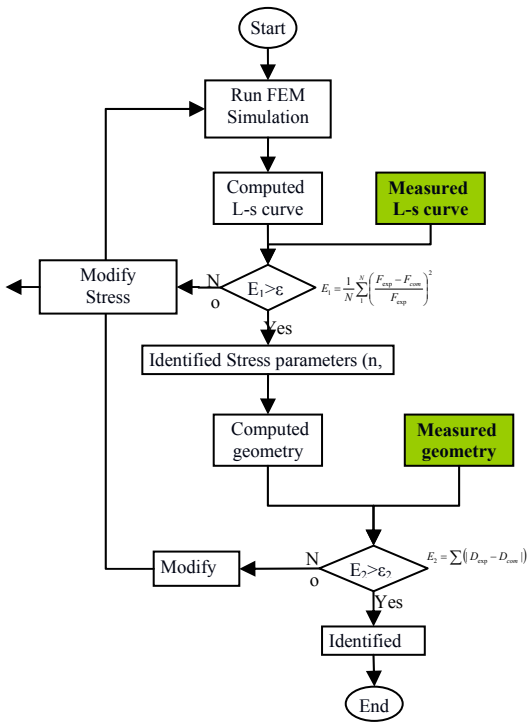
**قانون اصطکاک چسبنده[۳]**

طبق این قانون تنش اصطکاکي برابر با ضریبي از استحکام برشي قطعه کار مي‌باشد. این قانون از فاکتور اصطکاک، $m_f$ ، جهت کمي کردن اصطکاک استفاده مي نماید در معادله (۳) مشاهده مي شود که تنش برشي اصطکاکي τ متناسب با تنش برشي ماکزیمم ماده $\tau_{max}$ مي باشد. $\tau_{max}$ را مي‌توان بر اساس معیارهاي تسلیم مختلف همچون Von Mises بر حسب تنش تسلیم نرمال بیان کرد در این حالت ضریب اصطکاک، f، طبق معادله (۳) تعریف مي‌شود[۱۱]. بنابراین براي حالت بدون اصطکاک، $m_f$ =0 و براي اصطکاک چسبنده، $m_f$ =1 مي باشد. (اصطکاک چسبنده حالتي است که لغزش در تماس دو جسم با برش ماده ایجاد مي شود).

$$\tau = m_f\tau_{max} = \frac{m_f}{\sqrt{3}}\sigma = f\sigma \qquad (۳)$$

تحقيقات انجام گرفته نشان مي دهد كه معادله (٣)، تنش برشي اصطكاكي در عمليات آهنگري را زمـاني كه مقدار تنش نرمال زياد باشد به درستي نشان داده و مي‌توان از آن جهت تخمين مقدار انرژي مورد نياز عمليات آهنگري استفاده نمود.

در تعيين هم زمان پارامترهاي تنش (n,k) و عامل اصطكاك، ($m_f$) علاوه بر اندازه‌گيري منحني جابه جايي-نيرو، كميت ديگري نيز بايد اندازه‌گيري شود و آن پارامترهاي هندسي مي باشد. از جمله پارامترهاي هندسي كه مي‌تواند مورد استفاده قرار گيرد، تغييرات قطر داخلي قطعه كار در آزمايش حلقه است كه نشان دهنده تغييرشكل ناهمگن ناشي از اصطكاك مي‌باشد. بنابراين با اندازه‌گيري قطر داخلي قطعه كار مي‌توان به مقدار اصطكاك پي برد. در روش تحليل معكوس در تعيين عامل اصطكاك، مقدار محاسبه شده قطر داخلي ($D_{com}$) با مقدار اندازه‌گيري شده آن ($D_{exp}$) مقايسه شده و با تغيير عامل اصطكاك اختلاف دو مقدار كمينه مي‌شود. از آنجا كه مقدار اصطكاك بر پارامترهاي تنش تأثيرگذار است [٢] مي‌بايست طبق نمودار نشان داده شده در شكل (٣) اين كار را انجام داد [١٠].




**شكل ٣ : نمودار نحوه تعيين هم زمان پارامترهاي تنش و فاكتور اصطكاك.**

**L-S (نيرو- جابه‌جايي)، $\varepsilon_2,\varepsilon_1$ مقدار خطا، $E_1,E_2$ توابع هدف، $F_{com}$ نيروي شكل دهي محاسبه شده، $F_{exp}$ نيروي شكل دهي تجربي، $m_f$ فاكتور اصطكاك [١١] .**

همان طور كه در شكل (٣) نشان داده شده اسـت بعد از انتخاب n، k و $m_f$ اوليه در نرم‌افزار؛ شبيه‌سازي انجام شده و منحني نيرو - جابه‌جايي حاصل با منحني نيرو - جابه‌جايي اندازه‌گيري شده توسط آزمايش تجربي مقايسه مي‌شود. چنانچه اگر اختلاف بيش از مقدار مجاز در نظر گرفته شده باشد مقادير ديگري براي پارامترهاي n و k انتخاب شده، در غير اين صورت پارامترهاي هندسه قطعه در نرم‌افزار شبيه‌ساز با پارامترهاي متناظر در قطعه تغيير شكل يافته در آزمايش استانداردي هم چون آزمايش فشار حلقه، مقايسه شده و در صورت نبود اختلاف از مقدار مجاز، مقادير n، k و $m_f$ مطلوب به دست آمده است در غير اين صورت مقدار $m_f$ ديگري انتخاب و شبيه-سازي بار ديگر انجام مي‌شود.

## آزمايش تجربي

به منظور بررسي مقدار عامل اصطكاك، $m_f$ از دو روش:

١- استفاده از منحني هاي كاليبره در آزمايش فشار حلقه

٢- تكنيك تحليل معكوس،

قطعه‌اي آلومينيومي از گروه ٧٠٧٥ و با ابعاد: قطر خارجي ٥۴ mm، قطر داخلي ٢۶/٨ mm و ارتفاع ١٧/٩ mm، (نسبت ارتفاع: قطر داخلي: قطر خارجي برابر با ۶:٣:٢) توسط دستگاه پرس ٢٠٠ تن Schenck TREBEL (شكل۴) با نرخ كرنش ٠/٠٧ mm/s و در دماي اتاق تغيير شكل داده شد. در اين آزمايش از قالب هاي استاندارد آزمايش فشار كه سطوحي سنگ خورده، صاف و كاملاً موازي دارند استفاده گرديد و به منظور افزايش ايمني در اثر پرتاب احتمالي قطعه مورد آزمايش، از حفاظ مشبک فلزي در اطراف دستگاه پرس استفاده شد. شايان ذكر است در آزمايش انجام شده، از هيچ گونه روان كاري استفاده نشد.

**شكل ۴: قطعه كار به همراه قالب هاي استفاده شده در آزمايش تجربي.**

براي شبيه‌سازي فرآيند فورجينگ، از نرم‌افزار MSC.SuperForge2002 استفاده گرديد. اين نرم‌افزار سه انتخاب براي مدل كردن اصطكاك در اختيار كاربر قرار مي دهد كه عبارتند از:

- اصطكاك كلمب
- اصطكاك برشي پلاستيک
- تركيب اصطكاك كلمب و اصطكاك برشي پلاستيک

در شبيه‌سازي انجام شده، شرايط فرآيند آهنگري سرد جهت شبيه سازي و مدل اصطكاك نيز از نوع اصطكاك برشي پلاستيک (معادله ١) و نوع مش‌بندي از نوع تطبيقي[4] انتخاب گرديد ضمن اين كه پرس استفاده شده در نرم افزار شبيه‌ساز، از نوع پرس هيدروليكي و با سرعت كورس ٠/٠٧mm/s بوده است

شكل (٥)، قطعه آلومينيومي ٧٠٧٥ را قبل و بعد از آزمايش فشار حلقه نشان مي‌دهد.

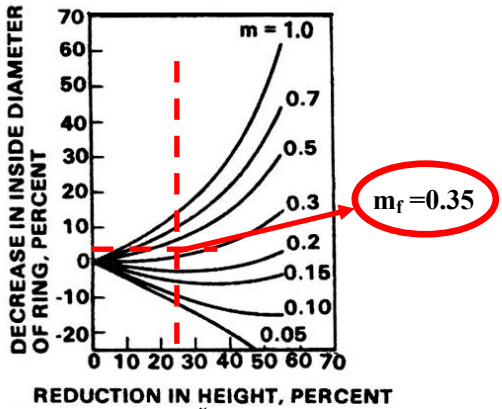

**شكل ٥ -الف : قطعه آلومينيومي قبل از آزمايش (ب) : قطعه آلومينيومي بعد از آزمايش.**

## نتايج

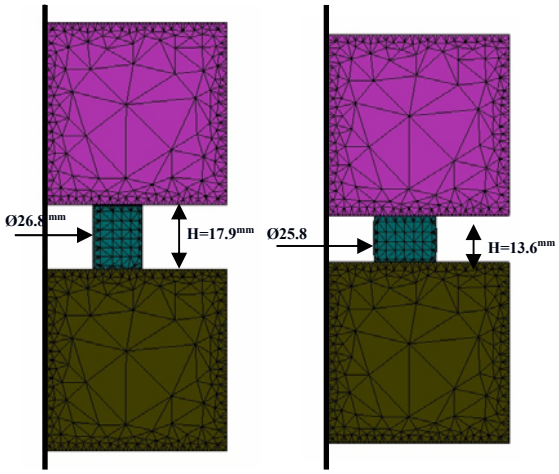
براي تعيين عامل اصطكاك $m_f$ روش منحني‌هاي كاليبره استاندارد در آزمايش فشار حلقه به كار گرفته شد. با توجه به اين كه نسبت ارتفاع: قطر داخلي: قطر خارجي برابر با ٦:٣:٢ مي باشد از منحني كاليبره استاندارد شكل (٦) استفاده شد. لذا براي اين منظور پس از انجام آزمايش، درصد كاهش ارتفاع و هم چنين درصد كاهش قطر داخلي رينگ محاسبه (ارتفاع قطعه از mm ١٧/٩ به mm ١٣/٦ وقطر داخلي قطعه از ٢٦/٨mm به mm ٢٥/٨ كاهش پيدا كرد) و نقطه متناظر بر روي نمودار تعيين شد (شكل ٦) كه در اين حالت مقدار عامل اصطكاك حدود $m_f$ =٠/٣٥ بوده است.

٢٤%= درصد كاهش ارتفاع

٣%= درصد كاهش قطر داخلي




**شكل ٦ : منحني كاليبره تئوري در آزمايش فشار حلقه براي نسبت ارتفاع: قطر داخلي: قطر خارجي٦:٣:٢ [١٢].**

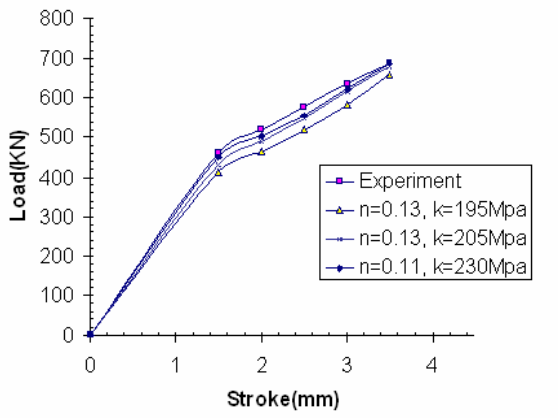



**شكل ٧: شبيه سازي انجام شده با نرم افزار، (الف) قبل از فرآيند، (ب) بعد از فرآيند.**

عامل اصطكاك از روش تحليل معكوس و طبق نمودار شكل (٣) نيز به دست آمد و با نتيجه حاصل از روش استفاده از منحني هاي كاليبره مقايسه گرديد. لذا در اين حالت فرض شد كه قطعه مورد آزمايش رفتار كرنش - سخت داشته و از معادله ١ پيروي مي نمايد. بنابراين پارامترهايي كه بايد تعيين شوند $Pk=\{k,n\}$ (پارامترهاي تنش) و $m_f$ (عامل اصطكاك)

مي‌باشد. دو كميت تجربي زير به عنوان داده هاي تجربي در انجام تحليل معكوس استفاده شدند:

- منحني نيرو - جابه جايي
- قطر داخلي حلقه آلومينيومي




**شكل ۸ : نتايج تجربي در كنار نتايج حاصل از شبيه سازي.**

شكل هاي (۷) و (۸) نتايج حاصل از شبيه-سازي را در كنار نتايج تجربي نشان مي‌دهد. پس از انتخاب هاي مختلف پارامترهاي n، k و $m_f$ و بر طبق الگوريتم نشان داده شده در شكل (۳)، در نهايت مقادير n=۰/۱۱، k=۲۳۰ Mpa و $m_f$=۰/۲۵ به دست آمد. همان طور كه مشاهده مي‌شود مقدار عامل اصطكاك با اختلاف ۰/۱ به دست آمد و مقادير پارامترهاي تنش در گستره مقادير متناظر براي آلومينيوم ۷۰۷۵، (۱۰۳MPa<k<۴۹۶MPa ,۰/۰۵<n<۰/۱۷) قرار مي‌گيرد

## بحث و نتيجه‌گيري

در اين تحقيق كاربرد تكنيك تحليل معكوس در آزمايش فشار حلقه جهت تعيين هم زمان پارامترهاي تنش و عامل اصطكاك بررسي شد. دليل انتخاب آزمايش حلقه اين است كه اين آزمايش در ميان آزمايش هاي موجود بيشترين حساسيت را نسبت به مقدار اصطكاك دارا مي باشد[۱۱]. به منظور بررسي صحت نتايج حاصل از شبيه‌سازي، از نمودارهاي كاليبره استاندارد آزمايش فشار حلقه استفاده شد. اختلاف بين نتايج حاصل از دو روش كه برابر ۰/۱ مي باشد، حاكي از آن است كه با روش تحليل معكوس مي توان پارامترهاي تنش و ضريب اصطكاك را با دقت مناسبي براي آلومينيوم ۷۰۷۵ تخمين زد.

## مراجع


1 - Frederiksen, N. and Wanheim, T. (1985). “Development of friction test for lubrication in model-material experiments.” *J. Mech. Work Technol.*, Vol. 12, PP. 261-268.

2 - Bay, N. (1987). “Friction stress and normal stress in bulk metal forming processes.” *J. J. Mech. Work Technol.*, Vol. 14, PP. 203-223.

3 - Male, A. T. and Depierre, V. (1970). “The validity of mathematical solutions for determining friction from the ring compression test.” *J. Lubr. Work Technol.*, Vol. 92, PP. 389-397.

4 - Venugopal, S., Srinivasan, G., Venkadesoan, S. and Seetharaman, V. (1989). “A note on the determination of the friction factor by means of the reduction-capacity test.” *J. Mech. Work Technol.*, Vol. 19, PP. 261-266.

5 - Shen, G., Vedhanayagam, V., Kropp, E. and Altan, T. (1992). “A method for evaluating friction a backward extrusion-type forging.” *J. Mater. Process Technol.*, Vol. 33, PP. 109-123.

6 - Bushhausen, A., Weinmann, K., Lee, J.Y. and Altan, T. (1992). “Evaluation of lubrication and friction in cold forging using a backward extrusion process.” *J. Mater. Process Technol.,* Vol. 33, PP. 95-108.

7 - Bay, N., Hunding, J., Kuzman, K. and Pfeifer, E. (1996). “Testing of friction in cold forging by combined forward rod/backward cup extrusion.” *Proceeding of the Fifth International Conference on Technology of Plasticity,* Columbus, OH, USA, PP. 311-318.

8 - Pietrzyk, M., Szyndler, D. and Hodgson, P. D. (2001). "Identification of parameters in the internal variable constitutive model and friction model for hot forming of steels." *Simulation of Materials Processing: Theory, Method and Applications*, Mori, Ed. PP. 281-284.

9 - Zhiliang, Z., Xinbo, L. and Fubao, Z. (2002). "Determination of metal material flow stress by the method of c-FEM." *J. Mater. Process Technol.,* Vol. 120, PP. 144-150.

10 - Cho, H. and Ngaile, G. (2003). "Simultaneous determination of flow stress and interface friction by finite element based inverse analysis technique." *Annals of the CIRP*, Vol. 52, No. 1, PP. 221-224.

11 - Altan, T., Ngaile, G. and Shen, G. (2004). *Cold and Hot Forging Applications and fundamentals and applications*, Ed. ASM International.

12 - Freshteh_saniee, F., Pillinger, I. and Hartley, P. (2004). "Friction modeling for the physical simulation of the bulk metal forming processes." *J. Material Proce. Tech.,* Vol. 153-154, PP. 151-156.

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1 - Direct problems
2 - Inverse problems
3 - Sticking friction law
4 - Adaptive