

## کاربرد مدل های $k-\epsilon$ خطی و غیر خطی در پیش بینی جریان و انتقال حرارت جا به جایی در کانال های با موانع منفصل

مهرداد رئیسی دهکردی<sup>۱\*</sup> و آرمان رخصادی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استاد یار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۲</sup>عضو هیئت علمی گروه مکانیک - دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج

(تاریخ دریافت ۸۴/۱۱/۱۸، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۷/۶/۶، تاریخ تصویب ۸۷/۸/۸)

### چکیده

با توجه به این که در موتورهای توربین گاز هوایی جدید برای افزایش بازدهی و نیروی جلو بری سعی می شود دمای گاز خروجی از محفظه احتراق افزایش یابد، بالا بردن ضریب انتقال حرارت در مجاری خنک کننده پره توربین به کمک موانع حائز اهمیت می باشد. تحقیقات وسیعی که بر روی کانال های با موانع متصل صورت گرفته است نشان می دهد که در محل اتصال این موانع نقاط داغ به وجود می آید که این موجب آسیب دیدن پره می شود بنابراین برای رفع این مشکل استفاده از موانع منفصل به جای موانع متصل پیشنهاد شده است. در این مقاله جریان و انتقال حرارت مغشوش سیال درون کانال های با آرایش متفاوتی از موانع منفصل مورد بررسی قرار گرفته است. مدل های  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی عدد رینولدز پائین به منظور مدل کردن اغتشاش به کار گرفته شده است. برای حل عددی معادلات حاکم از الگوریتم سیمپل در یک شبکه نیمه جا به جا شده استفاده شده و برای تقریب جمله های جا به جایی روش هیبرید مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج عددی نشان داد که در اثر حضور مانع یک ناحیه ویک در پشت مانع به وجود می آید که طول و پهنای این ناحیه توسط هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی به طور تقریبی پیش بینی شد. اما ویک پیش بینی شده توسط هر دو مدل اغتشاش ضعیف تر از ویک اندازه گیری شده می باشد. در نزدیکی دیواره هر دو مدل اغتشاش "خصوصاً مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی" اندازه سرعت طولی را کمتر از مقادیر اندازه گیری شده پیش بینی کردند. این موضوع در نتایج حاصل برای پروفیل های شدت اغتشاش نیز وجود دارد و مقادیر تنش های طولی و عرضی پیش بینی شده توسط هر دو مدل کمتر از نتایج تجربی می باشد. مدل های اغتشاش شکل توزیع عدد نوسلت را به خوبی پیش بینی می کنند اما مقادیر عدد نوسلت از مقادیر تجربی کمتر می باشند

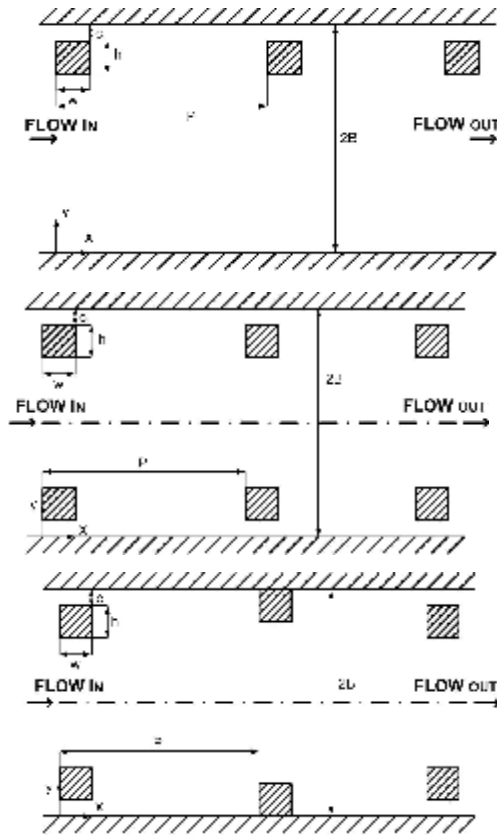
واژه های کلیدی: توربین گاز، خنک کاری، انتقال حرارت مغشوش

### مقدمه

هندسه های مانع دار معطوف شده است، اما تعداد بسیار کمی از این تحقیقات به بررسی کانال های با موانع منفصل مربوط می گردد. یکی از اولین تلاش های عددی برای مدل کردن جریان و انتقال حرارت اغتشاشی در کانال مانع دار توسط لی و همکارانش [۵]، ارائه شده که در آن از مدل  $k-\epsilon$  استاندارد به همراه تابع دیواره استفاده شده است. بوالحسنی [۶] میدان جریان و انتقال حرارت مغشوش را در کانال های با موانع متصل و منفصل به صورت عددی مورد بررسی قرار داد. وی از مدل  $k-\epsilon$  عدد رینولدز پایین لاندر و شارما [۷] استفاده نمود. والنسیا و سید [۸] جریان مغشوش غیر دائمی را در کانال های با موانع منفصل بررسی کردند. آنها مطالعه عددی شان را با مدل  $k-\epsilon$  استاندارد انجام دادند. در این مقاله به بررسی جریان و انتقال حرارت درون کانال های با موانع منفصل با استفاده از دو مدل عدد رینولدز پایین  $k-\epsilon$  خطی و غیر

به علت کاربردهای صنعتی جریان و انتقال حرارت سیال در کانال های مانع دار، محققین زیادی به مطالعه در این زمینه پرداخته اند. در سال های اخیر تعداد زیادی کار آزمایشگاهی توسط گروه های تحقیقاتی مختلف بر روی کانال های مانع دار انجام شده است. اکثر محققین مجاری با موانع متصل را مورد بررسی قرار داده اند، که به عنوان مثال می توان به کارهای پژوهشی بوگراف [۱] لیو و هوانگ [۲]، همفری و وایتلا [۳]، لیو و همکاران [۴] اشاره نمود. در راستای همین مطالعات تجربی بود که استفاده از موانع منفصل به جای موانع متصل پیشنهاد شد چرا که تحقیقات نشان می داد استفاده از موانع متصل موجب به وجود آمدن نقاط داغ در اطراف مانع می شود که این باعث صدمه دیدن سطوح در اثر بالا رفتن دما می گردد. هر چند در سال های اخیر بخشی از مطالعات عددی به سوی پیش بینی جریان و انتقال حرارت مغشوش در

و کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل، دیواره بالائی تحت شار حرارتی ثابت  $q_w''$  و دیواره پائینی عایق حرارتی می باشد. در کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل، دیوارهای مانع متصل نیز تحت شار حرارتی ثابت  $q_w''$  قرار دارند.



شکل ۱: نمای جانبی از کانال های بررسی شده در این تحقیق.

### معادلات حاکم و مدل های اغتشاش

برای جریان مغشوش سیال غیر قابل تراکم معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی در حالت دائمی به صورت زیر می باشند:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial (\rho U_j \theta)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j \theta}) \quad (5)$$

به منظور حل معادلات بالا ترم های تنش رینولدز  $(\overline{\rho u_i u_j})$  و شار حرارتی مغشوش  $(\overline{\rho u_j \theta})$  بایستی مشخص شوند. در این تحقیق از مدل های عدد رینولدز پائین لاندرو و شارما [۷] و سوگا [۱۱] برای مشخص

خطی پرداخته شده است.

### جزئیات هندسه های بررسی شده

هندسه های بررسی شده در این مقاله عبارتند از: کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره، کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل در مجاورت هر دو دیواره. جزئیات مربوط به هر کدام از این هندسه ها در شکل (۱) نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود ارتفاع  $2B$  ارتفاع کانال،  $h$  ارتفاع مانع و  $c$  فاصله مانع تا دیواره می باشد. در این تحقیق به منظور بررسی عمل کرد مدل های اغتشاشی، نتایج حل عددی با نتایج به دست آمده از تحقیقات آزمایشگاهی مقایسه شده است. پروفیل های سرعت و شدت اغتشاش به دست آمده از حل عددی برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره با نتایج تجربی لیو و همکاران [۹] مقایسه گردیده است. عدد رینولدز که بر اساس قطر هیدرولیکی،  $D_h$ ، و سرعت متوسط،  $U_b$ ، تعریف شده معادل  $20000$  بوده و در این هندسه نسبت گام به ارتفاع موانع،  $P/h$ ، برابر  $10$  و نسبت انسداد  $(h/2B)$   $0.133$ ، فاصله بی بعد مانع تا دیواره  $c/h = 0.38$  می باشد. نتایج به دست آمده از حل عددی برای توزیع عدد نوسلت در کانال با موانع منفصل و کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل در مجاورت هر دو دیواره با نتایج تجربی تسیا و هوانگ [۱۰] مقایسه شده است. در هر دو هندسه نسبت گام به ارتفاع موانع،  $P/h$ ، برابر  $10$  و نسبت انسداد  $h/2B = 0.2$ ، فاصله بی بعد مانع تا دیواره،  $c/h$ ،  $0.5$  بوده و عدد رینولدز که بر اساس قطر هیدرولیکی،  $D_h$ ، و سرعت متوسط،  $U_b$ ، تعریف شده معادل  $40000$  می باشد.

در این تحقیق عدد نوسلت به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nu = \frac{q_w'' D_h}{K(\theta_w - \theta_b)} \quad (1)$$

که در آن  $K$  ضریب هدایت حرارتی سیال،  $q_w''$  شار حرارتی دیواره،  $\theta_w$  دمای دیوار و  $\theta_b$  دمای میانگین سیال می باشد که به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\theta_b = \frac{\int_A \theta U dA}{\int_A U dA} \quad (2)$$

برای کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره

کردن ترم های مجهول استفاده شده است.

اتلاف همگن آن در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱: ثابت های موجود در معادله انرژی جنبشی اغتشاشی و اتلاف همگن آن.

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\mu}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_\theta$
۱/۴۴	۱/۹۲	۰/۰۹	۱/۰	۱/۳	۰/۹

جمله E اولین بار توسط جونز و لاندرا [۱۲] به صورت زیر بیان شد:

$$E = 2v_t \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_i} \right)^2 \quad (15)$$

جمله چشمه اضافی  $S_\varepsilon$  به جمله تصحیح Yap مشهور است که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

### جمله اصلاحی طول مقیاس

در جریان های همراه با جدایش، طول مقیاس در نزدیکی دیواره خیلی بزرگ تقریب زده می شود که نتیجتاً مقدار اغتشاش در نزدیکی دیواره بسیار بزرگ پیش بینی می شود. برای رفع این مشکل پ [۱۳] یک جمله چشمه اضافی را در معادله انتقالی اتلاف انرژی جنبشی وارد نمود که این جمله به صورت زیر بیان می شود:

$$Yap = 0.83 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} \max \left[ \left( \frac{\ell}{\ell_e} - 1 \right) \left( \frac{\ell}{\ell_e} \right)^2, 0 \right] \quad (16)$$

که در آن  $\ell$  طول مقیاس اغتشاش،  $k^{1/2} / \tilde{\varepsilon}$  و  $\ell_e$  طول به دست آمده از تعادل محلی "۲/۵۵y" و  $y$  فاصله از دیواره می باشد.

### مدل عدد رینولدز پائین $k - \varepsilon$ غیر خطی

در این مدل مقادیر تنش رینولدز با استفاده از یک عبارت غیر خطی به دست می آید که در رابطه (۱۷) آورده شده است. همان طور که ملاحظه می گردد در این رابطه علاوه بر تقریب به کار رفته در مدل خطی شامل جمله هایی می باشد که از حاصل ضرب غیر خطی تانسور های کرنش و چرخش به دست آمده است. این مدل در ابتدا توسط سوگا [۱۱] پیشنهاد شد و بعد از او توسط کرفت و همکاران [۱۴] به دلیل ناپایداری در حل عددی (در بعضی جریان ها) اصلاح گردید. در ادامه به این اصلاحات اشاره خواهد شد.

### مدل عدد رینولدز پائین $k - \varepsilon$ خطی لاندرا و شارما

در این مدل تنش های رینولدز با استفاده از رابطه بوزینسک و شار حرارتی با استفاده از مدل پخش-گردابه ای تقریب زده می شوند:

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - v_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$-\overline{u_j \theta} = \frac{v_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \quad (7)$$

در این روابط لزجت اغتشاشی،  $v_t$ ، از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

که ضرایب  $C_\mu$  و  $\sigma_\theta$  در جدول (۱) ارائه شده اند. برای به دست آوردن  $v_t$  باید انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف آن معلوم شود که با حل معادلات زیر می توان مقادیر آنها را به دست آورد:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k \quad (9)$$

$$-\tilde{\varepsilon} - 2v \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2$$

$$-\left( U_j \tilde{\varepsilon} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P_k \quad (10)$$

$$\varepsilon_2 f_2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + E + S_\varepsilon$$

در معادلات بالا  $\tilde{\varepsilon}$  نرخ اتلاف همگن انرژی جنبشی اغتشاشی و  $P_k$  جمله تولید انرژی جنبشی اغتشاشی می باشد که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (11)$$

ضرایب میرائی  $f_1, f_\mu$  و  $f_2$  به صورت زیر پیشنهاد شده اند:

$$f_\mu = \exp[-3.4 / (1 + 0.02 \tilde{R}_t)^2] \quad (12)$$

$$f_1 = 1 \quad (13)$$

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp(-\tilde{R}_t^2) \quad (14)$$

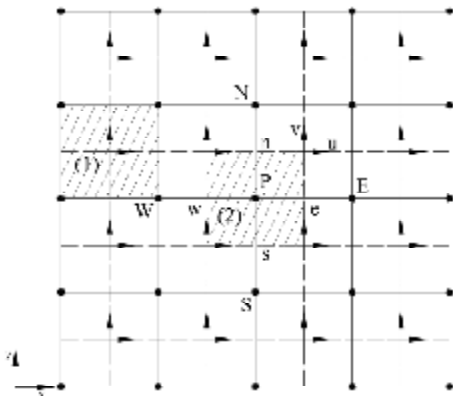
در این رابطه  $\tilde{R}_t$  عدد رینولدز اغتشاشی می باشد. مقادیر ثابت معادله انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ

## روش حل عددی

فرم کلی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال در سیستم مختصات دکارتی دو بعدی به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U_\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho U_\phi) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}) + S^\phi \quad (22)$$

که  $x$  و  $y$  به ترتیب نشان دهنده مختصات در جهت جریان و عمود بر آن می باشد.  $\Gamma^\phi$  ضریب پخش و  $S^\phi$  جمله چشمه می باشد. در تحقیق حاضر معادلات با روش حجم محدود و بر اساس الگوریتم سیمپل در یک شبکه نیمه جا به جا شده مطابق شکل (۲) حل شده اند.



شکل ۲: شبکه نیمه جا به جا شده (۱) سلول سرعت (۲) سلول اسکالر.

در یک چنین شبکه ای مقادیر سرعت طولی و عرضی در گره های مشابه ای ذخیره می شوند که نسبت به گره های فشار جا به جا گردیده اند. تمامی مقادیر اسکالر از جمله تنش های رینولدز در گره های فشار ذخیره می شوند. برای گسسته سازی جمله های جا به جایی از روش هیبرید استفاده شده است. برای جلوگیری از بروز ناپایداری و ایجاد ارتباط قوی بین میدان فشار و سرعت از روش میان یابی غیر خطی رانو و چاو [۱۵] استفاده گردیده است.

حل معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت با نرم افزار Fortran و با برنامه ای که توسط نویسندگان نوشته شده انجام گرفته است. میدان محاسباتی جریان و انتقال حرارت پرودیک در نظر گرفته شده و محاسبات در فاصله بین دو مانع انجام شده اند. بنابراین مقادیر کلیه متغیرها (به جز فشار و دما) در گره های بالا دست ورود و پایین دست خروج به ترتیب برابر مقادیر گره های بالا دست خروج و پایین دست ورود قرار داده می شوند. بیان

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - v_t S_{ij} + C_1 \frac{v_t k}{\epsilon} (S_{ik} S_{kj} - 1/3 S_{kl} S_{kl} \delta_{ij}) \\ & + C_2 \frac{v_t k}{\epsilon} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ & + C_3 \frac{v_t k}{\epsilon} (\Omega_{ik} \Omega_{jk} - 1/3 \Omega_{kl} \Omega_{kl} \delta_{ij}) \\ & + C_4 \frac{v_t k^2}{\epsilon^2} (S_{ki} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + C_5 \frac{v_t k^2}{\epsilon^2} (\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \frac{2}{3} S_{lm} \Omega_{nm} \Omega_{nl} \delta_{ij}) \\ & + C_6 \frac{v_t k^2}{\epsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} + C_7 \frac{v_t k^2}{\epsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $S_{ij}$  و  $\Omega_{ij}$  نرخ کرنش و چرخش می باشد که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$S_{ij} = \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \Omega_{ij} = \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

مقادیر ثابت  $C_1 - C_7$  در جدول (۲) آورده شده اند.

معادلات انرژی جنبشی اغتشاشی و اتلاف انرژی جنبشی اغتشاشی مشابه معادلات مربوطه در مدل خطی می باشند. چون در مدل غیر خطی اولیه پیشنهاد شده ضریب  $C_\mu$  به شدت به نرخ کرنش وابسته بود در جریان های جدا شده از لبه گوشه تیز حل عددی دچار ناپایداری می گردید بنابراین اصلاحات زیر توسط کرفت و همکاران [۱۴] در این مدل پیشنهاد شده است:

$$\begin{aligned} C_\mu &= \min \left[ 0.09, \frac{1.2}{1 + 3.5 \eta + f_{RS}} \right] \\ \eta &= \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega}) \\ \tilde{S} &= \frac{k}{\epsilon} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}}, \tilde{\Omega} = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \\ f_{RS} &= 0.235 [\max(0, \eta - 3.333)]^2 \exp(-\tilde{R}_t / 400) \end{aligned} \quad (19)$$

جدول ۲: مقادیر ثابت در معادله  $k - \epsilon$  غیر خطی.

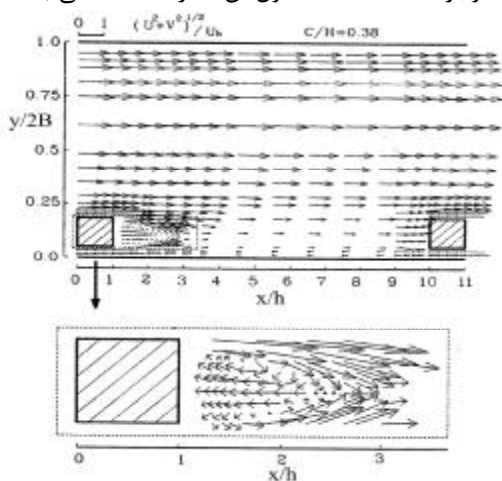
$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$
-۰/۱	۰/۱	۰/۲۶	-۱۰ $C_\mu^2$	۰	-۵ $C_\mu^2$	۵ $C_\mu^2$

در مدل غیر خطی تابع میرائی در معادله ویسکوزیته اغتشاش،  $f_\mu$ ، از رابطه زیر به دست می آید:

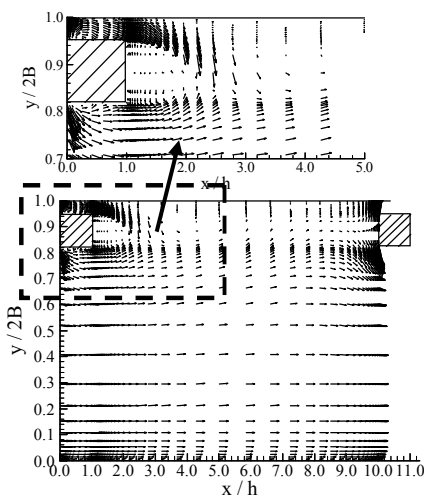
$$f_\mu = 1 - \exp \left\{ - \left( \frac{\tilde{R}_t}{90} \right)^{1/2} - \left( \frac{\tilde{R}_t}{400} \right)^2 \right\} \quad (20)$$

$$E = \begin{cases} 0.0022 \frac{\tilde{S} v_t k^2}{\epsilon^2} \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_l} \right)^2 & \tilde{R}_t \leq 250 \\ 0 & \tilde{R}_t \geq 250 \end{cases} \quad (21)$$

جزئیات میدان جریان در پشت مانع، جریان در این ناحیه بزرگ نمائی گردیده است. همان طور که نتایج تجربی نشان می دهند سیال با برخورد به مانع به دو بخش تقسیم می شود. قسمت کمی از سیال از ناحیه تنگ تر جریان می یابد و بیشتر آن از قسمت وسیع تر عبور می کند ضمن این که در پشت مانع نیز یک ناحیه گردابه ای به وجود آمده است که طول آن حدوداً  $1/35h$  می باشد.



شکل ۳: بردارهای سرعت اندازه گیری شده [۹] برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.



شکل ۴: بردارهای سرعت به دست آمده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی برای جریان در کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

شکل های (۴) و (۵) میدان سرعت به دست آمده توسط مدل های  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی را برای این کانال نمایش می دهد. به منظور نشان دادن جزئیات میدان جریان در پشت مانع جریان در این ناحیه بزرگ نمائی صورت گرفته است. همان گونه که مشاهده می شود

ریاضی شرط مرزی پریودیک به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_{Ni-1} \\ \Phi_{Ni} &= \Phi_2 \end{aligned} \quad (23)$$

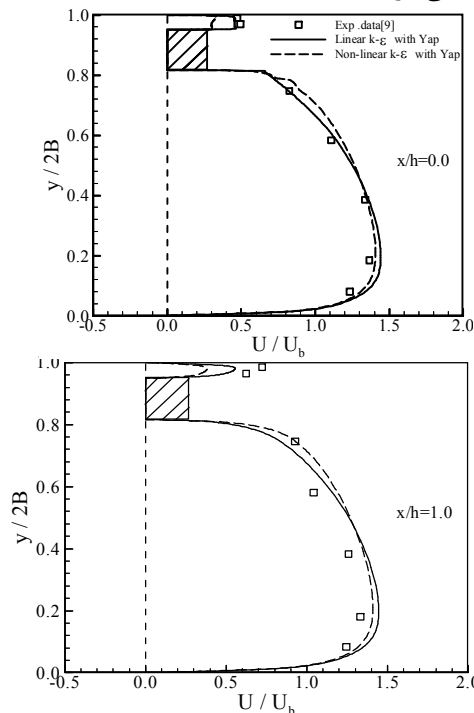
که در آن  $\Phi$  بیانگر مؤلفه های سرعت و کمیت های اغتشاش می باشد. اما در مورد فشار چون جریان از ورود تا خروج دچار افت فشار ناشی از اصطکاک با سطح و برخورد به سطوح عمودی موانع می شود بنابراین در تصحیح فشار ورودی باید این افت فشار لحاظ گردد همچنین در مورد دما چون از ورود تا خروج شار حرارتی وارد جریان سیال می شود بنابراین باید مقدار این شار حرارتی در تصحیح دمای ورودی اعمال گردد.

به علت استفاده از مدل های اغتشاش عدد رینولدز پایین که قادر به حل جریان در ناحیه نزدیک دیوار می باشد، نیازی به استفاده از روش خاصی مانند قانون دیواره نخواهد بود. مؤلفه های سرعت، انرژی جنبشی اغتشاشی و نرخ اتلاف آن در طول دیواره (افقی یا عمودی) برابر صفر مقداردهی می شود. برای فشار در روی دیواره ها از شرط گرادیان صفر استفاده و در مورد میدان حرارتی از شرط شار حرارتی ثابت و آدیاباتیک روی دیواره ها استفاده می گردد. شرط مرزی شار حرارتی ثابت از قانون فوریه به دست می آید. شبکه های محاسباتی به کار گرفته شده برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره دارای  $281 \times 314$  گره به ترتیب در راستای  $x$  و  $y$  می باشد. برای کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره از  $318 \times 141$  گره و برای کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل نیز از  $398 \times 219$  گره به ترتیب در راستای  $x$  و  $y$  استفاده شده است. مقدار  $y^+$  در اولین گره نزدیک دیواره کمتر از ۱ می باشد این بدین معناست که در زیر لایه لزج به اندازه کافی گره وجود دارد.

## نتایج

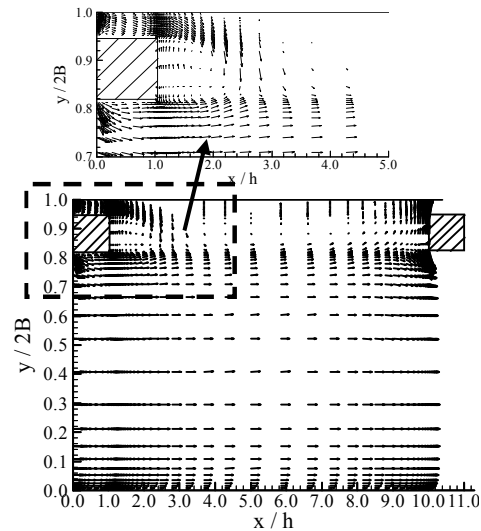
قبل از بحث در مورد نتایج لازم به ذکر است ذکر شود که دقت محاسبات در بدترین حالت در حدود  $10^{-4}$  می باشد. در این قسمت عمل کرد مدل های اغتشاش  $k-\epsilon$  عدد رینولدز پایین خطی و غیر خطی در پیش بینی جریان و انتقال حرارت مغشوش توسعه یافته، در کانال های با موانع منفصل از دیواره، تشریح می گردد. میدان جریان اندازه گیری شده توسط لیو و همکاران [۹] برای هندسه با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره در شکل (۳) ارائه شده است. به منظور نشان دادن

حل عددی با نتایج تجربی لیو و همکاران [۹] مقایسه شده اند. واضح است که در اثر به کارگیری هر دو مدل اغتشاش پروفیل های سرعت مشابهی به دست آمده است. به طور کلی می توان دید که مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی مؤلفه طولی سرعت در مجاورت دیواره صاف پائینی کانال را دقیق تر پیش بینی کرده نموده در حالی که مدل  $k-\epsilon$  خطی دارای عمل کرد بهتری در مجاورت دیواره بالائی می باشد. نکته قابل توجه در شکل (۶) این است که هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی در پائین دست مانع و در مجاورت دیواره بالائی ( $x/h \geq 2/5$ ) جدائی جریان پیش بینی نموده اند در حالی که نتایج تجربی این موضوع را تأیید نمی کند و همه جا جریان چسبیده به دیواره می باشد. به همین دلیل بیشترین اختلاف بین نتایج عددی و تجربی در مجاورت دیواره بالائی رخ می دهد که تقریباً در همه موقعیت ها مقادیر محاسباتی  $U/U_b$  کمتر از مقادیر تجربی می باشد. همان طور که مشهود است هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی پهنای ویک را در موقعیت  $x/h = 1/5$  دقیق پیش بینی کرده اند اما مقادیر سرعت طولی کمتر از مقادیر تجربی پیش بینی شده اند که این بدان معناست که این مدل ها ویک ضعیف تری را پیش بینی کرده اند.



شکل ۶: پروفیل های سرعت طولی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

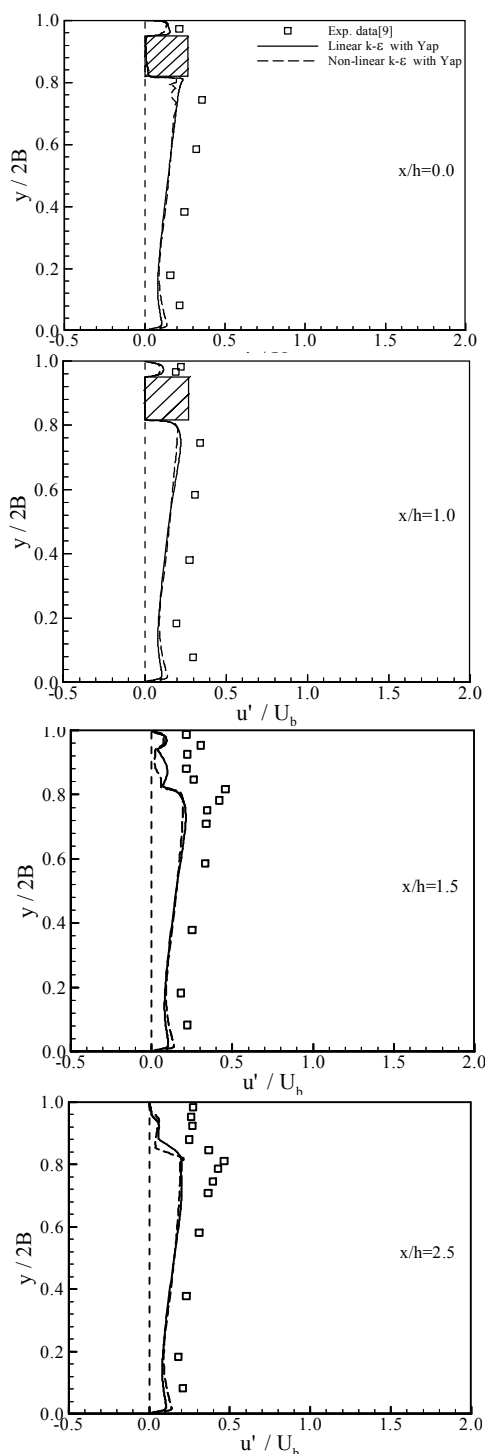
میدان سرعت حاصل از حل عددی مشابه یکدیگر و مشابه نتایج تجربی اندازه گیری شده توسط لیو و همکاران (شکل ۳) می باشد. یک ناحیه گردابه ای در پشت مانع پیش بینی شده است همان طور که مشاهده می شود سیال پس از برخورد با مانع از روی لبه های تیز مانع جدا شده و نواحی جدایی بسیار کوچک روی سطوح افقی مانع تشکیل می گردد. هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی طول ویک را حدوداً  $1/3h$  پیش بینی نموده اند که به مقدار  $1/35h$  گزارش شده توسط لیو و همکاران نزدیک می باشد. همان طور که در نتایج عددی دیده می شود قسمتی از سیال که از فاصله لقی بین مانع و دیواره عبور می کند، بعد از مانع از دیواره کانال جدا می شود و یک ناحیه با جریان برگشتی ضعیف در مجاورت دیواره تشکیل می گردد. مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی طول این جریان برگشتی را بیشتر پیش بینی نموده است. این پدیده در نتایج تجربی دیده نشده که علت آن می تواند این باشد که اصولاً ضرایب و توابع میرائی در این مدل ها برای جریان های با عدد رینولدز بالا تنظیم شده اند. بنابراین در اعداد رینولدز پائین احتمال دارد نتایج قابل قبولی پیش بینی نماید.



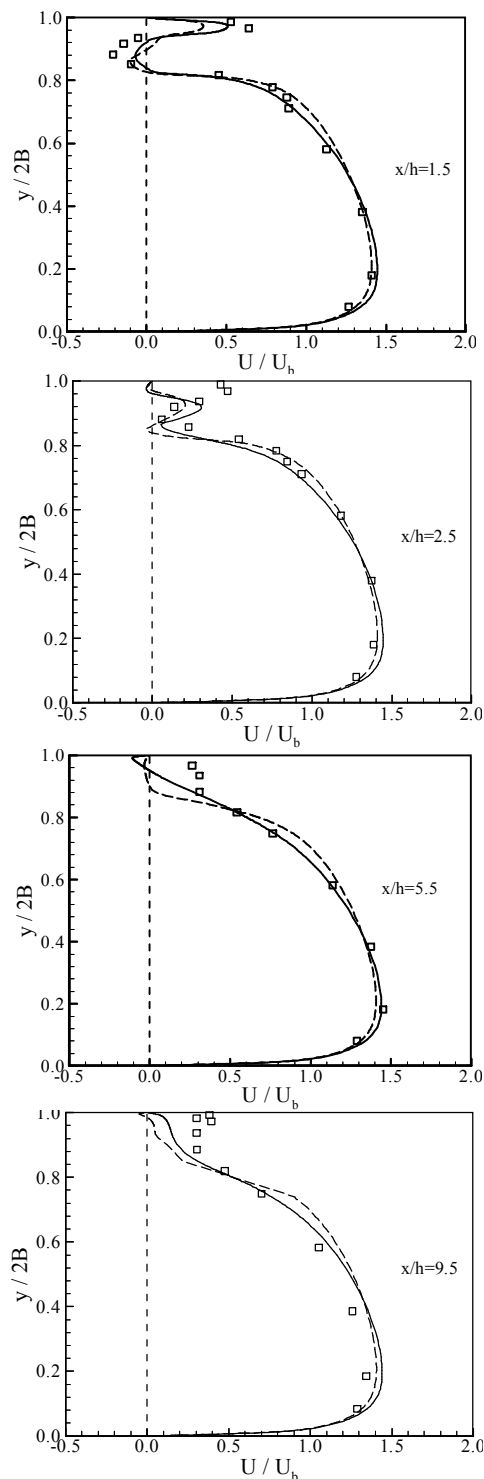
شکل ۵: بردارهای سرعت بدست آمده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی برای جریان در کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

در ادامه به مقایسه پروفیل های سرعت حاصل از مدل های  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره با نتایج تجربی می پردازیم. در شکل (۶) پروفیل های سرعت طولی  $U/U_b$  حاصل از

مشابه نتایج تجربی است اما هر دو مدل اغتشاش مقادیر کمتری را برای این کمیت پیش بینی نموده اند. مانند آن چه برای پروفیل سرعت طولی مشاهده گردید مدل  $k-\epsilon$  خطی در نزدیکی دیواره  $u'$  را اندکی دقیق تر پیش بینی کرده است.

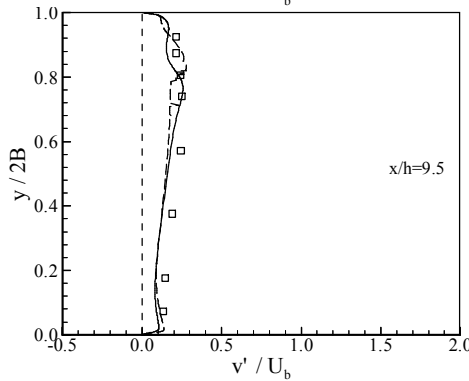
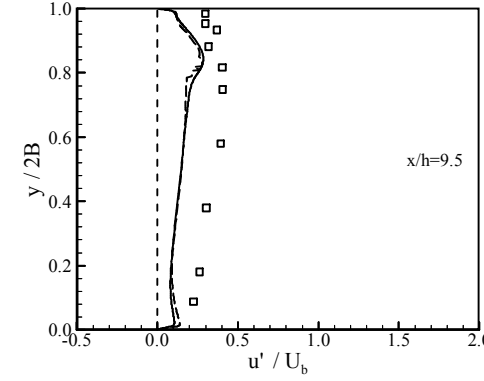
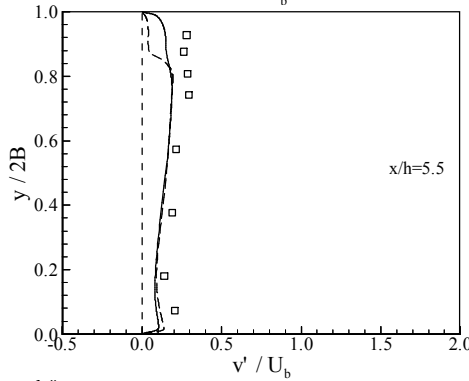
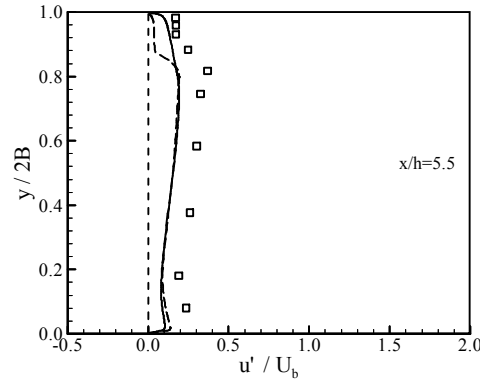
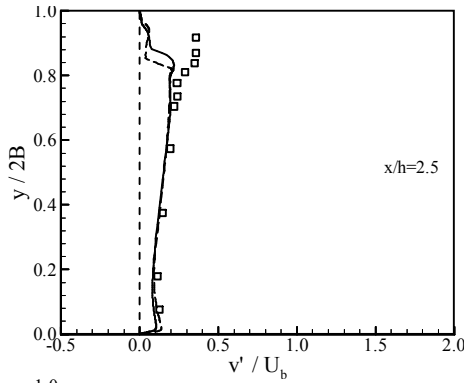


شکل ۷: پروفیل های شدت اغتشاش طولی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

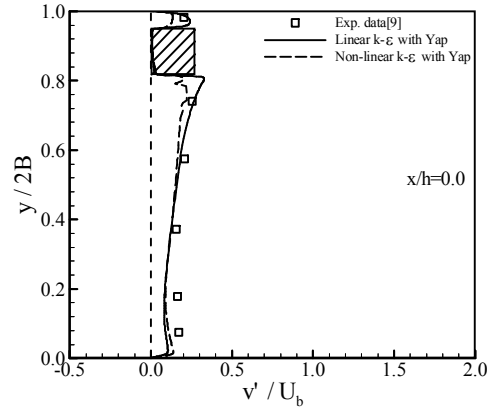


ادامه شکل ۶: پروفیل های سرعت طولی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

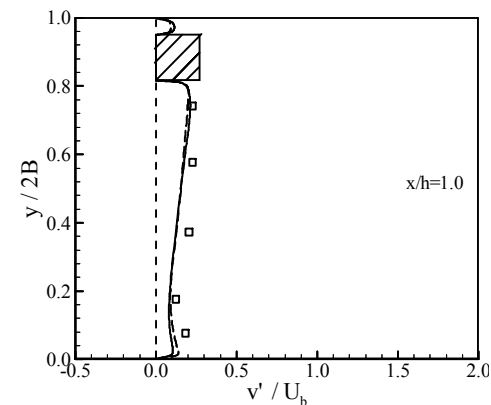
در شکل (۷) پروفیل های شدت اغتشاش  $u'/U_b$  حاصل از مدل های  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی با نتایج تجربی لیو و همکاران [۹] مقایسه شده اند. اگر چه شکل پروفیل های حاصل از حل عددی کاملاً



ادامه شکل ۷: پروفیل های شدت اغتشاش طولی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.



ادامه شکل ۸: پروفیل های شدت اغتشاش عرضی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

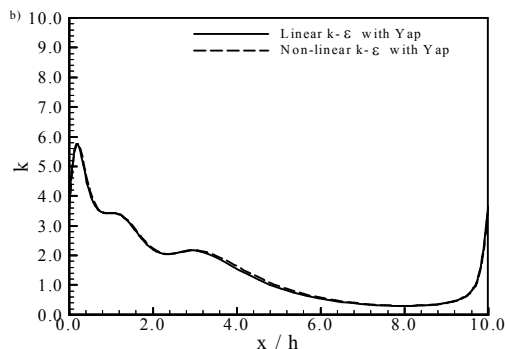


شکل ۸: پروفیل های شدت اغتشاش عرضی متوسط برای کانال با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره.

در شکل (۸) پروفیل های شدت اغتشاش عرضی حاصل از حل عددی،  $v'/U_b$ ، با نتایج تجربی مقایسه شده اند. پروفیل های حاصل برای  $v'/U_b$  در مقایسه با پروفیل های  $u'/U_b$  (شکل ۷) در تطابق بهتری با نتایج تجربی بوده و نتایج حاصل از مدل  $k-\epsilon$  خطی به نتایج تجربی نزدیک تر می باشند. بیشترین اختلاف بین محاسبات عددی و نتایج تجربی در نزدیکی دیواره و ناحیه ویک پشت مانع رخ می دهد که در این نواحی مؤلفه عرضی شدت اغتشاش محاسبه شده توسط هر دو مدل، خصوصاً مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی، کمتر از مقادیر تجربی



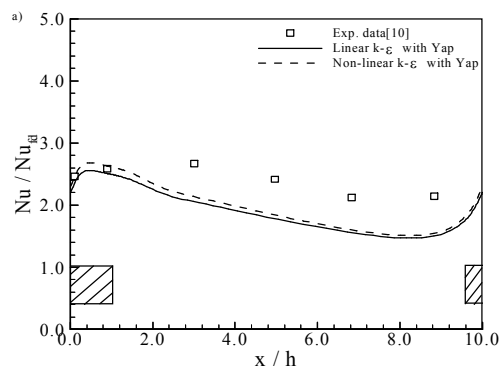
می باشد. مقایسه مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی و مدل  $k-\epsilon$  خطی مشاهده می گردد که در مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی نتایج قدری بهبود یافته و به مقادیر آزمایشگاهی نزدیک تر می باشد.



شکل ۱۰: توزیع انرژی جنبشی نزدیک دیواره برای کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره.

در شکل (۱۱) توزیع عدد نوسلت پیش بینی شده توسط هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی همراه با نتایج تجربی تسیا و هوانگ [۱۰] برای کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل در مجاورت هر دو دیواره ارائه شده است. در نتایج تجربی مشاهده می گردد که توزیع عدد نوسلت در فاصله بین مانع منفصل اول تا مانع متصل تقریباً یکنواخت می باشد. نتایج عددی در این ناحیه نشان می دهد که هر دو مدل عدد نوسلت حداکثر را در مجاورت مانع اول (مانع منفصل) پیش بینی کرده اند که این پیش بینی در تطابق با نتایج تجربی نمی باشد. با افزایش  $x/h$  مقدار عدد نوسلت حاصل از حل عددی کاهش می یابد تا این که قبل از مانع دوم (مانع متصل) مجدداً افزایش می یابد که البته این افزایش در نتایج تجربی نیز مشاهده می گردد. نتایج تجربی نشان می دهند که با رسیدن جریان به مانع متصل عدد نوسلت در روی این مانع تا حدود ۳ برابر عدد نوسلت کانال صاف افزایش یافته اما بلافاصله کاهش و در پی آن مجدداً افزایش می یابد. رفتار عدد نوسلت در بالای مانع متصل و پائین دست آن توسط هر دو مدل اغتشاش  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی پیش بینی شده است. علاوه بر این مقادیر عدد نوسلت پیش بینی شده توسط مدل های اغتشاش در نیمه دوم کانال (پائین دست مانع متصل) نسبت به نیمه اول کانال به مراتب به نتایج تجربی نزدیک تر می باشند. دلیل این پدیده می تواند این باشد که جریان در پائین دست مانع متصل دائمی بوده و احتمالاً به همین دلیل عدد

در مورد کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره در شکل (۹) توزیع طولی عدد نوسلت حاصل از محاسبات عددی با نتایج تجربی تسیا و هوانگ [۹] مقایسه شده است. نتایج تجربی نشان می دهند که با افزایش  $x/h$  عدد نوسلت قدری افزایش یافته و به حداکثر مقدار خود رسیده سپس شروع به کاهش می کند تا این که در نزدیکی مانع بعدی مجدداً افزایش می یابد. طبق نتایج آزمایشی، عدد نوسلت در نتیجه به کار بردن موانع به میزان  $2/5$  برابر نسبت به کانال صاف افزایش یافته است. هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی توزیع مشابه و مقادیر نزدیک به هم را برای عدد نوسلت نشان می دهند و هر دو مدل رفتار کلی و شکل عدد نوسلت به دست آمده از نتایج تجربی را پیش بینی کرده اند.



شکل ۹: توزیع عدد نوسلت نزدیک دیواره برای کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره.

ارتباط انتقال حرارت و اغتشاش نزدیک دیواره توزیع طولی انرژی جنبشی اغتشاشی برای اولین نقطه نزدیک دیواره در شکل (۱۰) ارائه شده است. همان طور که دیده می شود هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی سطح انرژی جنبشی یکسانی را برای نقاط نزدیک دیواره پیش بینی نموده اند که این موضوع با توزیع عدد نوسلت پیش بینی شده سازگار می باشد. حداکثر مقدار انرژی جنبشی در  $x/h \approx 0.4$  است که این منطبق با محل حداکثر عدد نوسلت می باشد و این در حالی است که انرژی جنبشی اغتشاشی حداقل در  $x/h \approx 8$  رخ داده و به همین دلیل در حوالی این نقطه عدد نوسلت به کمترین مقدار خود می رسد.

بعد از  $x/h = 8$  به علت نزدیک شدن جریان به مانع دوم هر دو منحنی شروع به افزایش می نمایند. با

- هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی، مخصوصاً مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی، در اعداد رینولدز جریان کم در پیش بینی میدان جریان در نزدیکی دیواره و پیش بینی انتقال حرارت، ضعیف عمل می کنند.
- در هندسه با موانع منفصل در مجاورت یک دیواره هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی طول ناحیه گردابه ای پشت موانع را به خوبی پیش بینی نموده هر چند ویک پیش بینی شده توسط مدل ها ضعیف تر از نتایج تجربی می باشد که این موضوع مخصوصاً در مورد مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی بیشتر به چشم می خورد. در نواحی نزدیک دیواره مانع دار هر دو مدل مقادیر سرعت ( $U$ ) و شدت اغتشاش ( $u'$ ) را کمتر از مقادیر تجربی آن پیش بینی می کنند.
- برای کانال با موانع منفصل در مجاورت هر دو دیواره، مقدار عدد نوسلت پیش بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیر خطی دقیق تر از مدل خطی بوده اما هر دو مدل مقادیر کمتری از نتایج تجربی را پیش بینی کرده اند.
- در کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل رفتار عدد نوسلت در بالای مانع متصل و پائین دست آن توسط هر دو مدل اغتشاش  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی پیش بینی شده است. علاوه بر این مقادیر عدد نوسلت پیش بینی شده توسط مدل های اغتشاش در نیمه دوم کانال (پائین دست مانع متصل) نسبت به نیمه اول کانال به مراتب به نتایج تجربی نزدیک تر بوده که احتمالاً این مسئله به دلیل غیر دائمی بودن جریان در نیمه اول کانال می باشد.

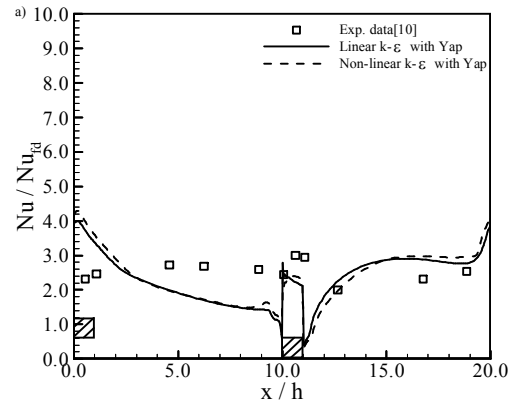
### تقدیر و تشکر

نویسندگان این مقاله لازم می دانند از دانشکده مکانیک دانشگاه تهران و دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنجیدگی برای حمایت های مالی تشکر نمایند.

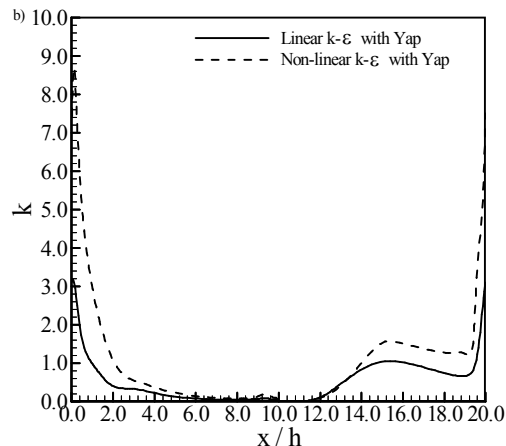
### فهرست علائم

- A : مساحت سطح مقطع  
 h : ارتفاع مانع  
 B : نصف ارتفاع کانال  
 k : انرژی جنبشی معشوش  
 Nu : عدد نوسلت  
 Nu<sub>fd</sub> : عدد نوسلت در کانال بدون وجود موانع  
 Pr : عدد پراوتل ملکولی

نوسلت دقیق تر پیش بینی شده است. در شکل (۱۲) توزیع انرژی جنبشی اغتشاشی به دست آمده با هر دو مدل نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می گردد توزیع انرژی جنبشی اغتشاشی مشابه با توزیع عدد نوسلت می باشد.



شکل ۱۱: توزیع عدد نوسلت موضعی برای کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل در مجاورت هر دو دیواره.



شکل ۱۲: توزیع انرژی جنبشی نزدیک دیواره برای کانال با موانع ترکیبی متصل-منفصل در مجاورت هر دو دیواره.

### نتیجه گیری

در این تحقیق جریان و انتقال حرارت داخل کانال های با موانع منفصل برای سه هندسه متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. به منظور بررسی عمل کرد دو مدل متفاوت عدد رینولدز پائین  $k-\epsilon$  خطی و غیر خطی و درک فرآیندهای فیزیکی واقع شده در این نوع کانال ها نتایج حاصل از این دو مدل برای میدان جریان و انتقال حرارت با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد که با توجه به آن می توان نتیجه گیری کرد که:

Yap: جمله چشمه در معادله ε	$q_w''$ : شار حرارتی محلی روی دیواره
$\Theta_b$ : دمای میانگین مقطعی سیال	Re: عدد رینولدز
$\Theta_w$ : دمای دیوار	$U_i$ : مؤلفه های سرعت جریان
$\tilde{\epsilon}$ : نرخ اتلاف انرژی مغشوش همگن	$u_i u_j$ : تانسور تنش رینولدز
$\delta_{ij}$ : تابع دلتا	$u_i \theta$ : شار حرارتی مغشوش
$\Theta$ : دما	W: عرض مانع
	$X_i$ : دستگاه مختصات دکارتی

## مراجع

- 1 - Buggraf, F. (1970). "Experimental heat transfer and pressure drop with two-dimensional turbulence promoters applied to two opposite walls of a square tube." *Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer*, Ed. By Bergles, A. E., and Webb, R. L., ASME, New York, PP. 70-79.
- 2 - Liou, T. M. and Hwang, J. J. (1992). "Turbulent heat transfer augmentation and friction in periodic fully developed channel flows." *J. Heat Transfer*, Vol. 114, PP. 56-64.
- 3 - Humphrey, J. A. C. and Whitelaw, J. H. (1980). "Turbulent flow in a duct with roughness." *J. Fluid Mech.*, Vol. 78, PP. 174-188.
- 4 - Liou, T. M., Hwang, J. J. and Chen, S. H. (1993). "Simulation and measurement of enhanced turbulent heat transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, PP. 507-517.
- 5 - Lee, B. K., Cho, N. H. and Chio, Y. D. (1988). "Analysis of periodically fully-developed turbulent flow and heat transfer by k-ε equation model in artificially roughened annulus." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, PP. 1797-1806.
- 6 - Bolhasani, M. R. (2002). *Computation of Turbulent Flow and Heat Transfer in Rectangular Ducts with Fully-Attached and Fully-Detached Rib Array*", MSc Dissertation, University of Tehran.
- 7 - Launder, B. E. and Sharma, B. I. (1974). "Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc." *Letters in Heat Mass Transfer*, Vol. 1, PP. 131-138.
- 8 - Valencia, A. and Cid, M. (2001). "Turbulent unsteady flow and heat transfer in channels with periodically mounted square bars." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, PP. 1661-1673.
- 9 - Liou, T. M., Yang C. P. and Lee, H. L. (1997). "LDV measurement of spatially periodic flows over detached solid-rib array." *J. Fluid Engineering*, Vol. 119, PP. 383-389.
- 10 - Tsia, J. P. and Hwang, J. J. (1999). "Measurement of heat transfer and fluid flow in a rectangular duct with alternative attached-detached rib-arrays." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, PP. 2071-2083.
- 11 - Suga, K. (1995). *Development and Application of a Non-linear Eddy Viscosity Model Sensitized to Stress and Strain Invariants*, PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
- 12 - Jones, W. P. and Launder, B. E. (1972). "The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence." *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, PP. 301-314.
- 13 - Yap, C. R. (1987). *Turbulent Heat Transfer and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows*, Ph.D. Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, UK.
- 14 - Craft, T. J., Iacovides, H. and Yoon, J. H. (1999). "Progress in the use of non-linear two-equation models in the computation of convective heat transfer in impinging and separated flows." *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 63, PP. 59-80.
- 15 - Rhie, C. M. and Chow, W. L. (1983). "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation." *AIAA J.*, Vol. 21, PP. 1525-1532.