

## پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت در کانال‌های ریب‌دار سه بعدی توسط مدل‌های $k-\epsilon$ خطی و غیرخطی

هومن نعیمی<sup>۱</sup> و مهرداد رئیسی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مکانیک- تبدیل انرژی پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۲</sup> استادیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۴/۷/۶، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۷/۸/۲۵، تاریخ تصویب ۸۷/۱۲/۲۷)

### چکیده

این مقاله به ارزیابی توانایی مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی در پیش‌بینی جریان سیال و انتقال حرارت آشفته کاملاً توسعه یافته در کانال‌های ریب‌دار سه بعدی با سطح مقطع مربعی می‌پردازد. این‌گونه جریان‌ها عموماً در سیستم خنک‌کاری داخلی پره‌های توربین گاز پیشرفته وجود دارند. در این تحقیق به منظور حل معادلات حاکم بر میدان جریان و دما از روش عددی حجم-محدود به همراه الگوریتم SIMPLE استفاده شده است. مدل‌های توربولانس مورد استفاده در این تحقیق عبارتند از: مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین خطی لاندرو و شارما [۱] و مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی گرفت و همکاران [۲]. در هر دو مدل از جملات اصلاح مقیاس طول Yap و NYP در معادله اتلاف استفاده شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی نسبت به مدل  $k-\epsilon$  خطی، مشخصات میدان توربولانس را بهتر پیش‌بینی می‌نماید. مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با هر دو جمله اصلاح Yap و NYP در بیشتر نواحی از مقادیر متناظر محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی دقیق‌تر بوده و مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله اصلاح NYP، بهترین تطابق را با مقادیر اندازه‌گیری شده دارند.

واژه‌های کلیدی: توربین گاز، انتقال حرارت، توربولانس، مدل‌سازی

### مقدمه

جایی اجباری از گذرگاه‌های نشان داده شده در شکل (۱) عبور داده شده و حرارت را از سطح پره جذب می‌کند. در این شکل لبه حمله<sup>۱</sup> پره توسط روش برخورد جت سیال<sup>۲</sup> و لبه فرار<sup>۳</sup> توسط روش پین-فین<sup>۴</sup> خنک می‌گردد و برای افزایش انتقال حرارت در گذرگاه‌های میانی نیز ریب‌هایی روی آن‌ها قرار داده شده است.

همان‌گونه که اشاره گردید، یکی از راه‌های افزایش انتقال حرارت از سطوح داخلی پره‌های توربین گاز، قرار دادن ریب‌هایی بر روی دیوارهای مقابل گذرگاه‌های خنک‌کاری داخلی به منظور معشوش کردن لایه مرزی و افزایش توربولانس است. حضور این ریب‌ها سبب ایجاد میدان جریان پیچیده با نواحی جدایش جریان قبل و بعد از ریب‌ها می‌گردد.

به دلیل اهمیت کاربردی جریان و انتقال حرارت جابجایی در خنک‌کاری مجاری ریب‌دار داخلی پره‌های توربین گاز و همچنین کاربردهای صنعتی دیگر، چنین جریان‌هایی موضوع تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی بسیاری بوده‌اند. در سال‌های اخیر ملاحظات عددی بسیاری به منظور پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت آشفته

توربین‌های گازی عمدتاً به منظور تامین نیروی پیش‌ران هواپیماها، تولید قدرت در نیروگاه‌های گازی و کاربردهای صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. همان‌طور که می‌دانیم در یک سیکل واقعی توربین گاز با افزایش دمای ورودی به توربین راندمان و کار مخصوص خروجی توربین گاز افزایش می‌یابد. لذا به منظور بهبود راندمان حرارتی و قدرت خروجی، توربین‌های گازی پیشرفته در دماهای بالا (بیش از 1600 K) کار می‌کنند. از طرفی با افزایش دمای ورودی توربین حرارت منتقل شده به پره‌های توربین نیز افزایش می‌یابد. اما دمای پره نمی‌تواند از یک مقدار بحرانی مشخص، که مقدار آن بستگی به مقاومت خزشی مواد به کار رفته در ساخت پره‌های توربین و عمر کاری پره‌ها دارد، فراتر رود. بنابراین هم‌زمان با توسعه مواد قادر به تحمل دماهای زیاد، به منظور عمل کرد ایمن و مداوم توربین‌های گازی با قدرت عمل کرد بالا، باید از سیستم خنک‌کاری مناسب نیز بهره گرفت.

در پره‌های توربین گاز از سرمایه‌های لایه‌ای برای خنک‌کاری سطوح خارجی پره‌ها استفاده می‌گردد. در خنک‌کاری داخلی، سیال نسبتاً خنک به صورت جا به

نمود.

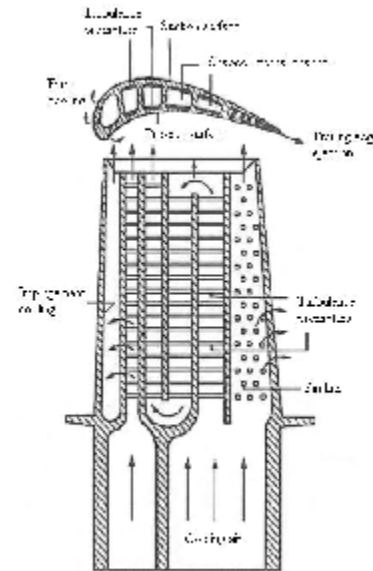
اخیراً رئیسی [۹] به بررسی جریان و انتقال حرارت در مجاری ریب‌دار دو بعدی و سه بعدی پرداخته است. محاسبات سه بعدی برای دو هندسه با ریب‌های متقارن و یک در میان انجام گرفته است. مدل‌های توربولانس به کار گرفته شده در این تحقیق، مدل  $k-\epsilon$  ناحیه‌ای، مدل  $k-\epsilon$  خطی و مدل DSM می‌باشند. هر سه مدل جریان متوسط را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند. مقدار عدد نوسلت موضعی هم در راستای خط مرکزی و هم مقدار متوسط آن در راستای Z محاسبه شده است. مدل  $k-\epsilon$  ناحیه‌ای مقادیر نوسلت موضعی را در هر دو حالت کمتر از داده‌های اندازه‌گیری شده محاسبه می‌کند در حالی که دو مدل دیگر با اصلاح ترم مقیاس طول مقادیر عدد نوسلت موضعی و متوسط را بهتر پیش‌بینی می‌نمایند.

اگرچه به طور کلی مدل DSM برای محاسبه انتقال حرارت در جریان‌هایی پیچیده نسبت به مدل‌های دیگر بهتر عمل می‌کند روش اقتصادی‌تر به منظور بررسی اثرات ناهمسانی توربولانس، استفاده از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی دو معادله‌ای است. در این مدل تنها دو معادله انتقال برای  $k$  و  $\epsilon$  حل می‌گردد و از جملات غیرخطی (برحسب نرخ کرنش و چرخش) در رابطه تنش-کرنش استفاده می‌گردد. ویژگی دیگر این مدل این است که پارامتر  $C_{\mu}$  که در محاسبه لزجت توربولانس مورد استفاده قرار می‌گیرد، دیگر مقدار ثابتی نبوده و اغلب تابعی از نرخ کرنش می‌باشد.

در سال‌های اخیر مطالعات LES و DES برای جریان سیال خنک کاری گذرنده از میان کانال‌های ریب‌دار مورد توجه قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به مقالات سیوال و تفتی [۱۰]، ساها و آچاریا [۱۱] و آن و همکاران [۱۲] اشاره نمود. از میان روش‌های محاسباتی که بیشتر مورد استفاده می‌باشند روش LES یک روش قابل اعتماد جهت محاسبات جریان سیال خنک کاری از میان مجاری ریب‌دار است. مطالعات عددی جدید توسط ایاکوویدس و لندر [۱۳] به صورت تفصیلی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

کرفت و همکاران [۱۴] مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی (NLEVM1) را که اثرات عدد رینولدز پایین را در برمی‌گیرد، توسعه داده‌اند. به علاوه نشان دادند که به منظور در نظر گرفتن حساسیت به انحنای خطوط جریان،

در هندسه‌های ریب‌دار انجام شده است. بیشتر این پیش‌بینی‌ها برای مجاری ریب‌دار دو بعدی متقارن محوری ارائه گردیده‌اند. از جمله تحقیقات انجام شده در این زمینه می‌توان به آچاریا و همکاران [۴]، لیو و همکاران [۵]، چانگ و میلز [۶] و رئیسی و همکاران [۷] اشاره نمود. اما جریان و انتقال حرارت در مجاری ریب‌دار، پیچیده و سه بعدی است. این پدیده بدین دلیل است که وجود ریب‌ها سبب ایجاد ناهمسانی قابل ملاحظه‌ای در سطوح توربولانس و در نتیجه ایجاد جریان‌های ثانویه قوی می‌گردد. این جریان‌های ثانویه بر روی ضریب انتقال حرارت تاثیر می‌گذارند. بنابراین به منظور پیش‌بینی دقیق انتقال حرارت در مجاری ریب‌دار، لازم است از محاسبات سه بعدی برای مجاری سه بعدی استفاده نماییم.



شکل ۱: طرح شماتیک پره توربین گاز به همراه تکنیک‌های عمومی خنک کاری داخلی هان [۳].

نتایج عددی جریان و انتقال حرارت آشفته در مجاری ریب‌دار ساکن و دوار با ریب‌های عمودی در دو حالت متقارن و یک در میان با استفاده از مدل‌های توربولانس رینولدز پایین توسط ایاکوویدس [۸] ارائه شده‌اند. مدل‌های توربولانس به کار گرفته شده در این تحقیق، مدل  $k-\epsilon$  ناحیه‌ای و مدل DSM<sup>۵</sup> می‌باشند. هر دو مدل، جریان متوسط را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند و ضریب انتقال حرارت به دست آمده از هر دو مدل کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده است. البته مدل تنش رینولدز مقادیر قابل قبول‌تری برای نوسلت موضعی پیش‌بینی

این اصلاحات نه تنها سبب بهبود پیش بینی های انتقال حرارت در هر دو هندسه مورد بررسی گردید، بلکه نیاز به تعریف صریح فاصله از دیواره را برطرف نمود. هدف از تحقیق حاضر ارزیابی قابلیت مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی اصلاح شده پیشنهادی توسط گرفت و همکاران [۲] در پیش بینی جریان و انتقال حرارت جابجایی در کانال های ریب دار سه بعدی است.

### هندسه های مورد بررسی

همان گونه که در شکل (۲) نشان داده شده است در این مقاله جریان و انتقال حرارت در دو کانال ریب دار سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است: کانال با ریب های عمودی و آرایش متقارن (شکل ۲- الف) و کانال با ریب های عمودی و آرایش یک در میان (شکل ۲- ب). شرایط کاری، هندسی و داده های تجربی مورد استفاده در محاسبات جریان و انتقال حرارت در هندسه های مزبور در جدول (۱) ارائه شده اند.

عدد رینولدز جریان بر مبنای سرعت محوری جریان و ارتفاع کانال تعریف می شود. عدد نوسلت موضعی نیز دارای تعریفی به صورت زیر است:

$$Nu = \frac{q_w'' H}{\kappa(\Theta_w - \Theta_b)} \quad (1)$$

که در رابطه بالا  $H$  قطر هیدرولیکی کانال،  $\kappa$  ضریب هدایت حرارتی سیال،  $q_w''$  شار حرارتی دیواره،  $\Theta_w$  دمای موضعی دیواره و  $\Theta_b$  دمای متوسط سیال می باشد که توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$\Theta_b = \frac{\int_A \Theta U dA}{\int_A U dA} \quad (2)$$

در هر دو هندسه از شرط مرزی شار حرارتی ثابت بر روی دیوارها استفاده شده است. با این تفاوت که در کانال با ریب های یک در میان دیوارهای صاف جانبی و ریب ها آدیاباتیک می باشند.

### معادلات جریان

(الف - معادلات جریان متوسط: معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای سیال تراکم ناپذیر حالت-پایدار به صورت زیر نوشته می شوند:

معادله پیوستگی:

باید از جملات مرتبه سه در رابطه تنش- کرنش استفاده نمود. آن ها از این مدل برای پیش بینی جریان در گستره وسیعی از کاربردها شامل جریان در کانال منحنی، جریان برخورد جت به دیواره داغ و غیره استفاده شده است. در هر حالت استفاده از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی منجر بهبود پیش بینی ها در مقایسه با مدل  $k-\epsilon$  خطی گردید.

استفاده همزمان از این مدل توسط رئیسی [۹] در محاسبه انتقال حرارت و جریان سیال در مجاری ریب دار مشکلات زیادی را در زمینه پایداری عددی نشان داد که این مشکلات ناشی از وابستگی  $C_{\mu}$  به نرخ کرنش در جریان روی لبه های تیز بودند و منجر به تغییرات خیلی شدید لزجت توربولانس می شدند. رئیسی با یکنواخت کردن تغییرات  $C_{\mu}$  بر این مشکلات فائق آمد. مقایسه نتایج نشان داد که در جریان گذرنده از مجاری ریب دار، مدل NLEVM1 نه تنها سطوح انتقال حرارت موضعی بیشتر از مقادیر اندازه گیری شده هستند بلکه از نتایج محاسبه شده توسط مدل EVM نیز بیشتر می باشند. کوپر [۱۵] با بررسی جریان در یک لوله با انبساط ناگهانی، متوجه گردید که ترازهای زیاد انتقال حرارت ایجاد شده توسط NLEVM1 به این دلیل ایجاد می شوند که در نواحی با نرخ کرنش کم در نزدیکی دیواره،  $C_{\mu}$  از مقدار تعادلی خود فاصله می گیرد. با محدود کردن مقدار بیشینه  $C_{\mu}$  با مقدار آن در جریان با تعادل محلی، کوپر قادر به بهبود پیش بینی های انتقال حرارت با استفاده از مدل NLEVM1 در لوله با انبساط ناگهانی گردید. هر چند که هنوز هم مقادیر پیش بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی سازگاری بهتری با مقادیر آزمایشگاهی داشتند.

گرفت و همکاران [۲] مطالعه عددی جدیدی به منظور بهبود پیش بینی میدان دما توسط مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین غیرخطی انجام داده اند. بدین منظور محاسبات روی دو هندسه انجام گرفته است: برخورد جت سیال به صفحه داغ و جریان در لوله با انبساط ناگهانی. اصلاحات پیشنهاد شده عبارتند از:

- بیان جدیدی برای پارامتر  $C_{\mu}$  برحسب نرخ کرنش
- جایگزینی جمله اصلاح مقیاس طول Yap با جمله اصلاح مقیاس طول دیفرانسیلی جدید پیشنهاد شده توسط ایاکوودس و رئیسی [۱۶]

آنها در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲: ثابت‌های تجربی مدل k-ε.

$c_\mu$	$c_{\epsilon 1}$	$c_{\epsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$\sigma_\theta$
۰/۰۹	۱/۴۴	۱/۹۲	۱	۱/۳	۰/۹

به منظور محاسبه  $v_t$ ، معادلات انتقال انرژی جنبشی توربولانس،  $k$ ، و نرخ اتلاف آن،  $\epsilon$ ، با استفاده از تقریباتی حل می‌گردند. معادله انتقال انرژی جنبشی توربولانس به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \tilde{\epsilon} - 2v \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (9)$$

معادله نرخ اتلاف نیز به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i \tilde{\epsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_i} \right] + c_{\epsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\epsilon}}{k} P_k - c_{\epsilon 2} f_2 \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + E + S_\epsilon \quad (10)$$

در رابطه بالا  $\tilde{\epsilon}$  نرخ اتلاف همگن بوده و توسط رابطه زیر به نرخ اتلاف واقعی مرتبط می‌گردد:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - 2v \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_j} \right)^2 \quad (11)$$

جمله تولید،  $P_k$ ، که در معادله بالا وجود دارد به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (12)$$

توابع میرایی  $f_\mu$ ،  $f_1$  و  $f_2$  توسط روابط زیر بیان می‌گردند:

$$f_\mu = \exp[-3.4/(1+0.02R_t)^2] \\ f_1 = 1, \quad f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_t^2) \quad (13)$$

در این رابطه  $\tilde{R}_t = k^2 / v \tilde{\epsilon}$  عدد رینولدز موضعی توربولانس بوده و ثابت‌های این مدل در جدول (۲) ارائه شده‌اند.

در معادله اتلاف ترم چشمه  $S_\epsilon$  بیانگر ترم اصلاح Yap است که در بخش بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. جمله E اولین بار توسط جونز و لاندن [۱۷] به صورت زیر بیان گردید:

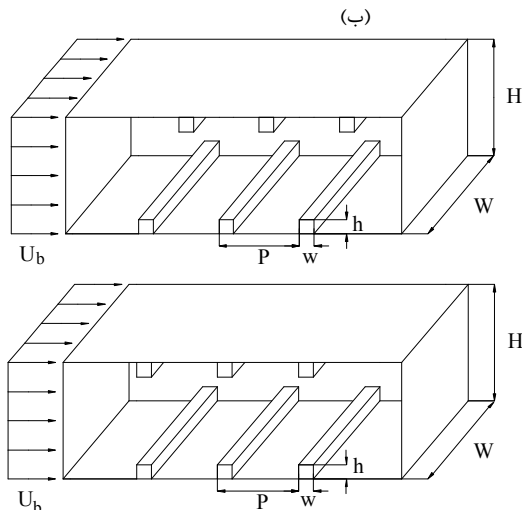
$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

معادلات مومنتوم:

$$\frac{\partial (U_j U_i)}{\partial x_j} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - u_i u_j \right) \quad (4)$$

معادله انرژی:

$$\frac{\partial (U_j \Theta)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v}{Pr} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} - u_j \theta \right) \quad (5)$$



شکل ۲: نمای سه بعدی هندسه‌های مورد استفاده: (الف) کانال با ریب‌های متقارن و (ب) کانال با ریب‌های یک در میان.

ب - معادلات مدل‌سازی توربولانس: مدل‌های توربولانس مورد استفاده در این تحقیق مدل k-ε رینولدز پایین لاندن و شارما [۱] و نسخه جدید مدل k-ε غیرخطی کرفت و همکاران (NLEVM2) [۲] می‌باشند.

### مدل k-ε رینولدز پایین خطی

در این مدل تانسورهای تنش رینولدز و شارهای حرارتی با استفاده از تقریب‌های لزجت گردابه‌ای و پخش گردابه‌ای به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$-u_i u_j = v_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (6)$$

$$-u_i \theta = \frac{v_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \quad (7)$$

لزجت گردابه‌ای  $v_t$  به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$v_t = c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\epsilon}} \quad (8)$$

در این رابطه  $c_\mu$  و  $\sigma_\theta$  دارای مقدار ثابت بوده و مقدار

جدول ۱: پارامترهای جریان در کانال‌های سه بعدی مورد بررسی در تحقیق حاضر.

هندسه کانال	P/h	h/H	Re	Pr	داده‌های تجربی
ریب‌های عمودی متقارن	۱۰	۰/۰۶۲۵	$۵ \times ۱۰^۴$	۰/۷۱	Nu
ریب‌های عمودی یک در میان	۱۰	۰/۱	$۱ \times ۱۰^۵$	۰/۷۱	U, V, $\overline{u^2}$ , $\overline{v^2}$ , $\overline{uv}$ & Nu

جدول ۳: مقدار ثابت‌های رابطه تنش - کرنش غیرخطی.

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$
-0.1	0.1	0.26	$-10c_\mu^2$	0	$-5c_\mu^2$	$5c_\mu^2$

معادلات انتقال  $k$ ،  $\varepsilon$  و فرمولاسیون لزجت گردابه‌ای مشابه مدل  $k-\varepsilon$  لاندرو و شارما بوده و اصلاحات زیر در آن اعمال گردیده است.

مدل سازی  $c_\mu$ : پارامتر  $c_\mu$  در مدل اولیه  $k-\varepsilon$  غیرخطی (NLEVM1) تابعی از ثابت‌های  $\tilde{S}$  و  $\tilde{\Omega}$  است.

$$c_\mu = \left\{ \frac{0.3}{1 + 0.35\eta^{1.5}} [1 - \exp\{-0.36 \exp(0.75\eta)\}] \right\} \quad (۱۷)$$

$$\tilde{S} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 S_{ij} S_{ij}}, \quad \tilde{\Omega} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{0.5 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (۱۸)$$

که در آن  $\eta = \max(\tilde{S}, \tilde{\Omega})$  است.

همان‌گونه که قبلاً بدان اشاره گردید، به دلیل وابستگی شدید معادله (۱۷) به نرخ کرنش، استفاده از رابطه بالا برای  $c_\mu$  در محاسبات جریان بر روی گوشه‌های تیز، منجر به بروز مسئله ناپایداری می‌گردد. به منظور رفع مشکل ناپایداری، شکل تابعی زیر برای  $c_\mu$  توسط گرفت و همکاران [۲] پیشنهاد گردیده است:

$$c_\mu = \min \left[ 0.09, \frac{1.2}{1 + 3.5\eta + f_{RS}} \right] \quad (۱۹)$$

که در آن  $f_{RS}$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_{RS} = 0.235 [\max(0, \eta - 3.333)]^2 \exp(-\tilde{R}_t / 400) \quad (۲۰)$$

توربولانس در نزدیکی دیواره: با وجود کاهش توربولانس در ناحیه میانی به دلیل شکل تابعی  $c_\mu$ ، تابع میرایی لزجت توربولانس نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E = 2\nu v_t \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad (۱۴)$$

### مدل $k-\varepsilon$ رینولدز پایین غیرخطی

در این مدل توربولانس، تنش‌های رینولدز توسط رابطه زیر بیان می‌گردند (سوگا [۱۸]):

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} = & \\ & + c_2 \frac{v_t k}{\varepsilon} (\Omega_{ik} S_{kj} - \Omega_{jk} S_{ki}) + c_3 \frac{v_t k}{\varepsilon} (\Omega_{ik} \Omega_{jk} \\ & - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - v_t S_{ij} + c_1 \frac{v_t k}{\varepsilon} (S_{ik} S_{kj} - 1/3 S_{kl} S_{kl} \delta_{ij}) \\ & - 1/3 \Omega_{lk} \Omega_{lk} \delta_{ij}) + c_4 \frac{v_t k^2}{\varepsilon^2} (S_{kl} \Omega_{lj} + S_{kj} \Omega_{li}) S_{kl} \\ & + c_5 \frac{v_t k^2}{\varepsilon^2} (\Omega_{il} \Omega_{lm} S_{mj} + S_{il} \Omega_{lm} \Omega_{mj} \\ & - 2/3 S_{lm} \Omega_{mn} \Omega_{nl} \delta_{ij}) + c_6 \frac{v_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} S_{kl} S_{kl} \\ & + c_7 \frac{v_t k^2}{\varepsilon^2} S_{ij} \Omega_{kl} \Omega_{kl} \end{aligned} \quad (۱۵)$$

در این رابطه  $S_{ij}$  و  $\Omega_{ij}$  به ترتیب تانسورهای کرنش و چرخش هستند:

$$S_{ij} = \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (۱۶)$$

شارهای حرارتی اغتشاش،  $\overline{u_i \theta}$ ، با استفاده از تقریب ساده پخش گردابه‌ای (معادله ۷) مدل می‌شوند.

ضرایب  $c_1$  تا  $c_7$  با مطالعه جریان‌های متعدد شامل جریان‌های برشی همگن، جریان‌های چرخشی و جریان در کانال‌های منحنی توسط گرفت و همکاران [۱۹] کالیبره شده‌اند. مقادیر این ضرایب در جدول (۳) آورده شده‌اند.

که در این رابطه  $c_1 = 2.55$ ،  $B_\varepsilon = 0.1069$  و  $C_\omega = 0.83$  می‌باشد.

به منظور کاهش مقدار تصحیح در ناحیه‌هایی با  $\eta$  زیاد، نسخه اصلاح شده‌ای برای جمله تصحیح دیفرانسیلی ایاکوویدس و رئیسی [۱۶] توسط گرفت و همکاران [۲] پیشنهاد گردید که در آن ضریب  $C_\omega$  دارای تعریفی به صورت زیر می‌باشد:

$$C_\omega = \frac{0.83 \min(1, \tilde{R}_t / 5)}{[0.8 + 0.7(\eta' / 3.33)^4 \exp(-\tilde{R}_t / 12.5)]} \quad (27)$$

در این رابطه کمیت  $\eta'$  دارای تعریفی مشابه  $\eta$  بوده ولی به منظور بهبود پایداری، مقیاس زمانی کولموگروف به عنوان حد پایینی مقیاس زمانی  $\frac{k}{\varepsilon}$  در عبارات مربوط به  $\tilde{S}$  و  $\tilde{\Omega}$ ، مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\tilde{S} = \max\left[k / \tilde{\varepsilon}, \sqrt{v / \varepsilon}\right] \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (28)$$

$$\tilde{\Omega} = \max\left[k / \tilde{\varepsilon}, \sqrt{v / \varepsilon}\right] \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$$

ضرایب میرا کننده محدود شده در معادله (۲۷) به منظور افزایش پایداری به کار گرفته شده‌اند.

### روش‌های عددی

در این تحقیق از روش عددی حجم-محدود و الگوریتم SIMPLE به منظور حل معادلات حاکم استفاده شده است. نتایج مربوط به پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت در مجاری ریب‌دار سه بعدی با استفاده از کد کامپیوتری STREAM-3D به دست آمده‌اند که در این کد از یک سیستم شبکه کاملاً متمرکز، غیرمتعامد و منطبق بر بدنه استفاده شده است. البته یکی از نواقص این آرایش شبکه این است که گسسته‌سازی معادلات مومنوم سبب ایجاد میدان‌های سرعت و فشار نوسانی می‌گردد. این حل‌های غیر واقعی از آن‌جا ناشی می‌شوند که جملات گرادیان فشار گسسته شده در معادلات مومنوم مبتنی بر اختلاف بین مقادیر فشار در گره‌های غیر همجوار می‌باشند که در این تحقیق به منظور رفع این مشکل از الگوریتم ارتباط فشار-سرعت<sup>۲</sup> ری و چاو [۲۲] استفاده شده است. هم‌چنین به منظور جلوگیری از بروز مشکلات پایداری ناشی از مقادیر نامحدود و به تبعیت از ایاکوویدس

$$f_\mu = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\tilde{R}_t}{90}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\tilde{R}_t}{400}\right)^2\right\} \quad (21)$$

که بیانگر وابستگی شدید مدل به عدد رینولدز است. جمله E را به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$E = \begin{cases} 0.0022 \frac{\tilde{S} v_t k^2}{\tilde{\varepsilon}} \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_l}\right)^2 & \text{for } \tilde{R}_t \leq 250 \\ 0 & \text{for } \tilde{R}_t > 250 \end{cases} \quad (22)$$

### جمله تصحیح مقیاس طول Yap

اگرچه مدل  $k-\varepsilon$  رینولدز پایین لاندرو و شارما در جریان‌های موازی به خوبی عمل می‌کند، در جریان‌هایی که دچار جدایش شده‌اند مقیاس طول در نزدیکی دیواره خیلی بزرگ می‌شود و این مساله سبب افزایش سطوح توربولانس در نزدیکی دیواره می‌شود. به منظور اصلاح این رفتار یپ [۲۰] یک ترم چشمه اضافی،  $S_\varepsilon$ ، مبتنی بر فاصله از دیواره،  $y$ ، در معادله نرخ اتلاف معرفی کرده است:

$$S_\varepsilon = \max\left[0.83 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} \left(\frac{k^{1.5}}{2.55 y \tilde{\varepsilon}} - 1\right) \left(\frac{k^{1.5}}{2.55 y \tilde{\varepsilon}}\right)^2, 0\right] \quad (23)$$

هنجالیگ [۲۱] پیشنهاد نمود که با استفاده از گرادیان مقیاس طول عمود بر سطح دیواره، وابستگی ترم چشمه به فاصله از دیواره حذف گردد. این روش توسط ایاکوویدس و رئیسی [۱۶] به صورت زیر ارائه و توسعه یافت:

$$[NYP] = \max\left[C_\omega F (F + 1)^2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k}, 0\right] \quad (24)$$

که در آن:

$$F = \left\{ \left[ (\partial l / \partial x_i) (\partial l / \partial x_i) \right]^{\frac{1}{2}} - dl_\varepsilon / dy \right\} / c_1 \quad (25)$$

این رابطه بیانگر اختلاف گرادیان مقیاس طول پیش‌بینی شده با مقیاس طول مغشوش  $l = k^{3/2} / \tilde{\varepsilon}$  و گرادیان مقیاس طول تعادلی،  $dl_\varepsilon / dy$ ، است که گرادیان مقیاس طول تعادلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$dl_\varepsilon / dy = c_1 [1 - \exp(-B_\varepsilon R_t)] + B_\varepsilon c_1 R_t \exp(-B_\varepsilon R_t) \quad (26)$$

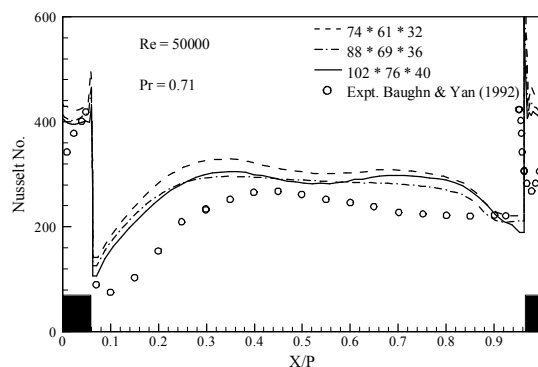
در کانال مربعی با ریب‌های عمودی ارائه شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. توجه به این نکته حائز اهمیت است که در مدل  $k-\epsilon$  خطی با جمله اصلاح NYP از مقدار ثابت  $C_{\omega} = 0.83$  استفاده شده است در حالی که در مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی شکل تابعی پیشنهاد شده توسط گرفت و همکاران [۲] به کار گرفته شده است.

### میدان هیدرودینامیک

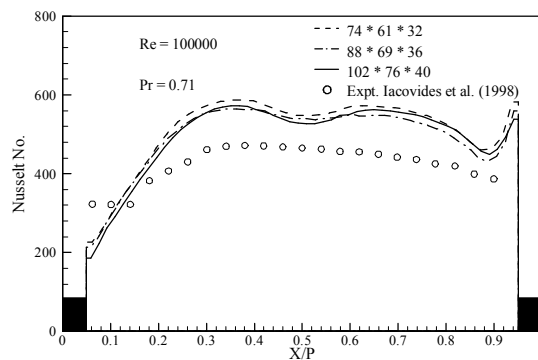
میدان‌های سرعت محاسبه شده با استفاده از مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی با جمله اصلاح NYP در صفحه تقارن ( $Z/W = 0.0$ ) کانال ریب‌دار با ریب‌های متقارن، در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده‌اند. همان‌گونه که در این شکل‌ها دیده می‌شود، هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی میدان‌های سرعت مشابهی پیش‌بینی نموده‌اند و در هر کدام از این شکل‌ها، انبساط ناگهانی بعد از هر ریب سبب ایجاد گردابه‌هایی در پایین دست ریب مزبور می‌گردد. جریان جدا شده در نقطه  $X/P = 0.4$  دوباره به دیواره می‌چسبد. جریان مجدداً در نزدیکی ریب بعدی جدا شده و گردابه کوچکی در بالادست ریب دوم تشکیل می‌گردد. جریان‌های ثانویه پیش‌بینی شده توسط مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی با جمله اصلاح NYP به همراه کانتورهای سرعت محوری بین دو ریب متوالی در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده‌اند. با نگاهی به این شکل‌ها می‌توان دریافت که مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی همانند مدل  $k-\epsilon$  خطی قادر به پیش‌بینی جریان‌های ثانویه قابل ملاحظه‌ای نمی‌باشد. در شکل (۹) پروفیل‌های سرعت‌های محوری و عرضی محاسبه شده توسط مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی با استفاده از جمله اصلاح NYP در صفحه تقارن کانال با ریب‌های متقارن و یک در میان با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای کانال با ریب‌های یک در میان، پروفیل‌های به دست آمده عموماً تطابق خوبی با مقادیر اندازه‌گیری شده دارند. مقادیر به دست آمده برای سرعت عرضی، در همه جا به غیر از بالای ریب‌ها ( $X/P = 0.0$  و  $X/P = 0.5$ )، تطابق قابل قبولی با داده‌های آزمایشگاهی دارند. همان‌گونه که در این شکل‌ها مشاهده می‌گردد، استفاده از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی سبب ایجاد تفاوت قابل ملاحظه‌ای در میدان سرعت نمی‌شود.

[۸]، از طرح کوئیک محدود شده در تقریب جملات جابجایی استفاده شده است.

جهت ارزیابی تاثیر شبکه حل بر نتایج انتقال حرارت، مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله اصلاح Yap در دو کانال ریب‌دار با استفاده از سه شبکه  $74 \times 61 \times 32$ ،  $88 \times 69 \times 36$  و  $102 \times 76 \times 40$  در شکل‌های (۳) و (۴) نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل‌ها مشاهده می‌گردد مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده در سه شبکه مزبور تفاوت چندانی با هم ندارد. به خصوص در دو شبکه ریزتر در بیشتر نواحی مقادیر عدد نوسلت محاسبه شده بر هم انطباق کامل دارند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از دو شبکه  $88 \times 69 \times 36$  و  $102 \times 76 \times 40$  وابستگی حل به شبکه محاسباتی تقریباً از بین رفته است.



شکل ۳: توزیع عدد نوسلت پیش‌بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله Yap بر روی خط مرکزی یک کانال با ریب‌های متقارن.

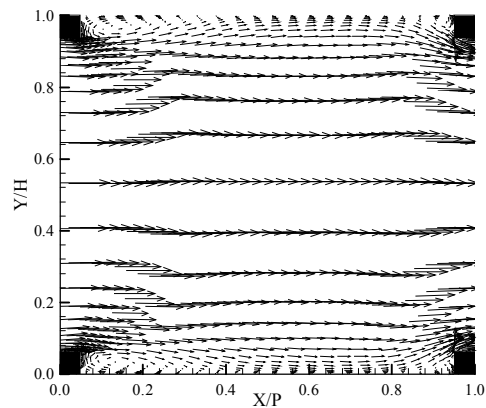


شکل ۴: توزیع عدد نوسلت پیش‌بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله Yap بر روی خط مرکزی یک کانال با ریب‌های یک در میان.

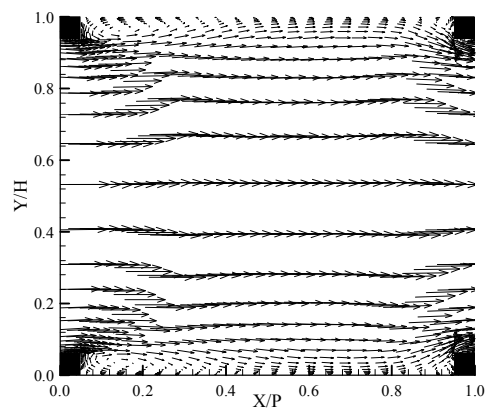
### ارائه نتایج و بحث در مورد آن‌ها

در این بخش نتایج به دست آمده از مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی در پیش‌بینی جریان و انتقال حرارت مغشوش

شده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی می‌باشند. البته در پایین دست ریب و در نزدیکی دیواره ریب‌دار به علت وجود گرادیان‌های شدید، مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی مقادیر خیلی کمتری را نسبت به مدل  $k-\epsilon$  خطی پیش‌بینی می‌کند. تنها بر روی ریب و در نزدیکی دیواره ریب‌دار است که مقادیر محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی بیشتر از مقادیر محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی هستند. در مرکز کانال نیز مقادیر محاسبه شده توسط دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی تقریباً برابرند. مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی برای  $\sqrt{w^2}/U_b$  تقریباً مشابه پروفیل به دست آمده از مدل  $k-\epsilon$  خطی است و تنها در پایین دست ریب و در نزدیکی دیواره ریب‌دار مقادیر حاصل از مدل غیرخطی تفاوت قابل ملاحظه‌ای با نتایج مدل  $k-\epsilon$  خطی دارند. تشابه نسبی پروفیل‌های  $\sqrt{w^2}/U_b$  و  $\sqrt{v^2}/U_b$  در هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی با جریان‌های ثانویه نسبتاً ضعیف، که توسط این دو مدل پیش‌بینی شده‌اند، سازگار است (شکل‌های ۷ و ۸). در شکل (۱۱) پروفیل‌های محاسبه شده برای  $\sqrt{u^2}/U_b$ ،  $\sqrt{v^2}/U_b$  و  $\overline{uv}/U_b^2$  توسط مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی در صفحه تقارن یک کانال با ریب‌های یک در میان با مقادیر اندازه‌گیری شده توسط ایاکوئیدس و همکاران [۱۷] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌گردد، مقادیر محاسبه شده برای  $\sqrt{u^2}/U_b$  توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی به مراتب دقیق‌تر از مقادیر به دست آمده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی هستند و به غیر از ناحیه پایین دست ریب و در نزدیکی دیواره ریب‌دار، پروفیل‌های پیش‌بینی شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند. تنها در مرکز کانال مقادیر محاسبه شده توسط دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی یکسان هستند و در بقیه نواحی مقادیر حاصل از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی بیشتر از مقادیر به دست آمده از مدل  $k-\epsilon$  خطی می‌باشند. در مورد  $\sqrt{v^2}/U_b$  نیز دیده می‌شود که به غیر از ناحیه پایین دست ریب، که به علت وجود گردابه و گرادیان‌های شدید سرعت در نزدیکی دیواره، مقادیر محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی کمتر از مقادیر حاصل از مدل  $k-\epsilon$  خطی و داده‌های آزمایشگاهی هستند، تقریباً در بقیه نواحی پروفیل‌های



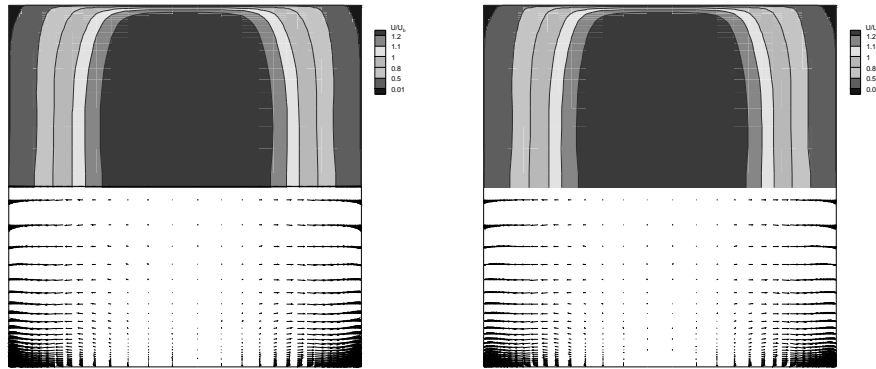
شکل ۵: بردارهای سرعت در صفحه تقارن کانال با ریب‌های متقارن با استفاده از مدل  $k-\epsilon$  خطی و جمله اصلاح NYP.



شکل ۶: بردارهای سرعت در صفحه تقارن کانال با ریب‌های متقارن با استفاده از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی و جمله اصلاح NYP.

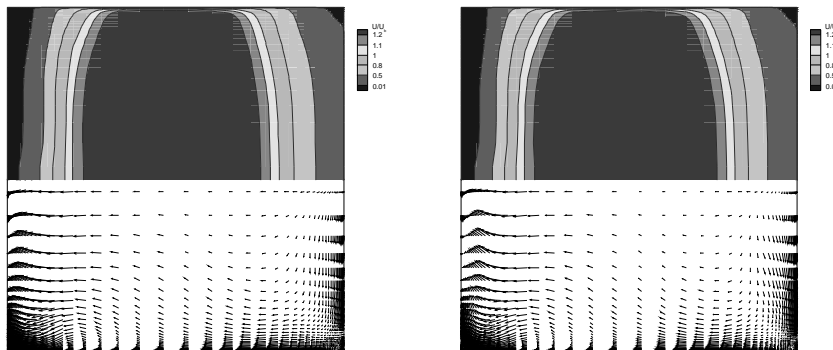
در ادامه این بخش به مقایسه عمل کرد مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی در پیش‌بینی میدان توربولانس پرداخته می‌شود. پروفیل‌های محاسبه شده توسط دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی برای کمیت‌های توربولانس در صفحه تقارن یک کانال با ریب‌های متقارن در شکل (۱۰) نشان داده شده‌اند. مقادیر پیش‌بینی شده برای  $\sqrt{u^2}/U_b$  توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی در نزدیکی دیواره‌های ریب‌دار، بیشتر از مقادیر محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی می‌باشند در حالی که در مرکز کانال مقادیر محاسبه شده توسط هر دو مدل تقریباً یکسان هستند. هم‌چنین مقادیر پیش‌بینی شده برای  $\sqrt{v^2}/U_b$  توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی، به غیر از روی ریب، کمتر از مقادیر محاسبه



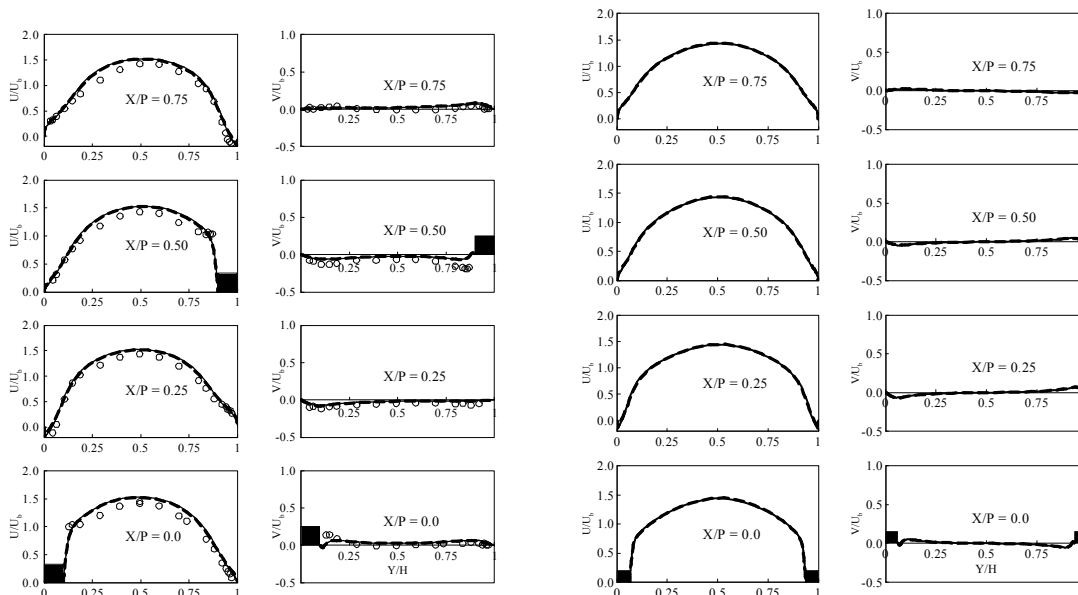


(الف) (ب)

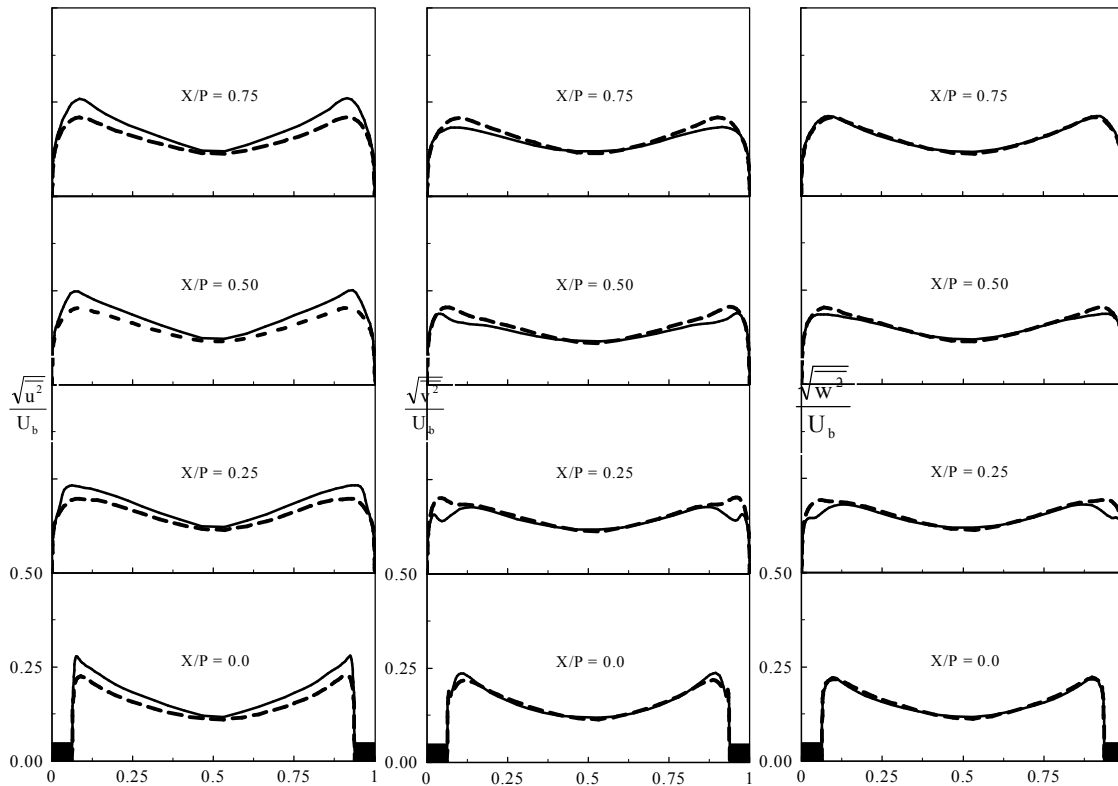
شکل ۷: جریان های ثانویه در فاصله بین دو ریب با آرایش متقارن،  
 (الف) مدل  $k-\varepsilon$  خطی و جمله اصلاح NYP، (ب) مدل  $k-\varepsilon$  غیرخطی و جمله اصلاح NYP.



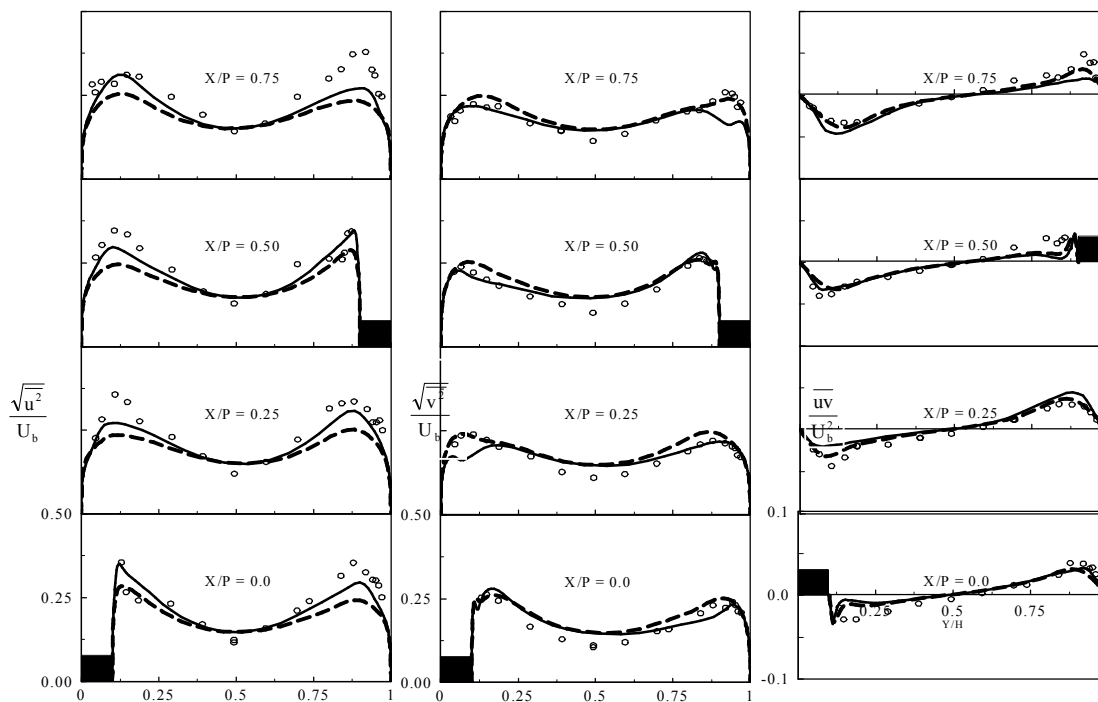
شکل ۸: جریان های ثانویه در فاصله بین دو ریب با آرایش یک در میان،  
 (الف) مدل  $k-\varepsilon$  خطی و جمله اصلاح NYP، (ب) مدل  $k-\varepsilon$  غیرخطی و جمله اصلاح NYP.



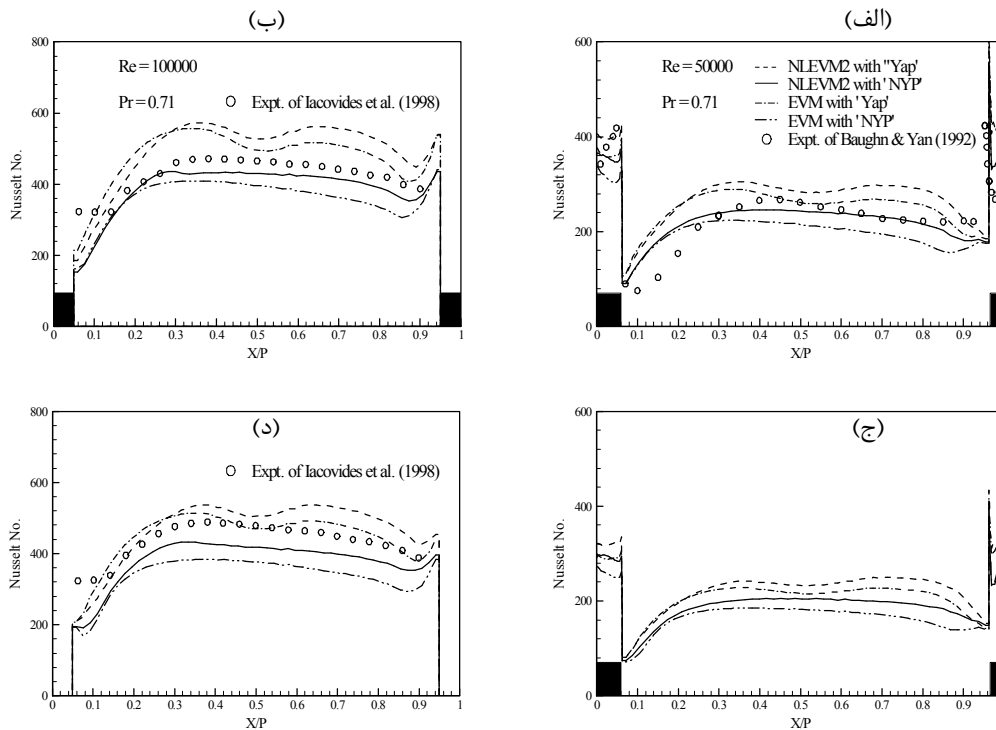
شکل ۹: پروفیل های سرعت های محوری و عرضی پیش بینی شده توسط مدل های  $k-\varepsilon$  خطی و غیرخطی برای جریان هوا در یک کانال با ریب های متقارن (الف) و یک در میان (ب). --- مدل  $k-\varepsilon$  خطی، — مدل  $k-\varepsilon$  غیرخطی ○ نتایج آزمایشگاهی ایاکویدس و همکاران [۱۷].



شکل ۱۰: پروفیل‌های شدت توربولانس پیش‌بینی شده توسط مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی برای جریان هوا در یک کانال با ریب‌های متقارن. شرح علائم مانند شکل ۹.



شکل ۱۱: پروفیل‌های شدت و تنش برشی توربولانس پیش‌بینی شده توسط مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی برای جریان هوا در یک کانال با ریب‌های یک در میان. شرح علائم مانند شکل ۹.



شکل ۱۲: توزیع عدد نوسلت پیش‌بینی شده در کانال با ریب‌های عمودی.

(الف) عدد نوسلت موضعی در کانال با ریب‌های متقارن، (ب) عدد نوسلت موضعی در کانال با ریب‌های یک در میان  
(ج) عدد نوسلت متوسط در کانال با ریب‌های متقارن، (د) عدد نوسلت متوسط در کانال با ریب‌های یک در میان.

این شکل نتایج حاصل از به کارگیری هر دو جمله اصلاح مقیاس طول Yap و NYP در مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی را نیز شامل می‌شود. با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که مدل  $k-\epsilon$  با جمله اصلاح Yap مقادیر نوسلت را بیشتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی می‌کند و به کارگیری جمله اصلاح NYP در این مدل سبب پیش‌بینی اعداد نوسلت کمتر از مقادیر تجربی می‌گردد. علاوه بر این کاربرد مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی به همراه جمله اصلاح Yap نیز مقادیر نوسلت را غالباً بیشتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی نموده است و جایگزینی جمله اصلاح NYP به جای جمله اصلاح Yap در معادله نرخ اتلاف انرژی باعث پیش‌بینی دقیق‌تر عدد نوسلت گردیده است. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی همراه جمله اصلاح NYP دقیق‌ترین پیش‌بینی را برای توزیع عدد نوسلت ارائه می‌کند. توجه به این نکته حائز اهمیت است که توزیع نوسلت در هر دو حالتی که در بالا به آن‌ها اشاره گردید با توزیع نوسلت محاسبه شده توسط رئیسی و همکاران [۶]، که به بررسی انتقال حرارت در کانال ریب‌دار دو بعدی پرداخته است، سازگاری کامل دارد. در

مزبور تطابق خوبی با داده‌های اندازه‌گیری شده دارند. پروفیل‌های  $\overline{uv}/U_b^2$  به دست آمده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی در هسته جریان بیشترین تطابق را با داده‌های آزمایشگاهی دارند و در این ناحیه مقادیر محاسبه شده توسط دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی تقریباً یکسان هستند. در نزدیکی دیواره و در ناحیه‌ای که جریان دچار جدایش شده است، مقادیر پیش‌بینی شده برای تنش برشی بی‌بعد توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی کمتر از مقادیر به دست آمده توسط مدل  $k-\epsilon$  خطی و مقادیر آزمایشگاهی هستند.

## میدان دما

در این بخش عمل کرد مدل‌های توربولانس  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی در پیش‌بینی انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد. توزیع عدد نوسلت محاسبه شده توسط هر دو مدل  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی بر روی خط مرکزی یک کانال با ریب‌های متقارن با مقادیر اندازه‌گیری شده توسط باون و یان [۲۳] در شکل (۱۲-الف) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در

با بررسی اعداد نوسلت محاسبه شده توسط مدل‌های بررسی شده در این تحقیق، مشاهده می‌گردد که نتایج حاصل از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله اصلاح NYP، بهترین انطباق را با داده‌های اندازه‌گیری شده دارند. بنابراین پیشنهاد می‌گردد که در محاسبات انتقال حرارت جا به جایی در کانال‌های ریب‌دار از مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی و جمله اصلاح NYP استفاده گردد.

### فهرست علائم

$C_7 \sim C_1$ : ضرایب موجود در رابطه تنش-کرنش درجه سه  
 $C_{\mu}$ : ضریب / تابع موجود در رابطه لزجت گردابه‌ای  
 $E$ : جمله چشمه در معادله  $\epsilon$   
 $EVM$ : مدل رینولدز پایین خطی لاندرو و شارما  
 $f_1, f_2$ : توابع میراکننده معادله نرخ اتلاف  
 $f_{\mu}$ : تابع میراکننده لزجی در فرمولاسیون لزجت گردابه‌ای  
 $h$ : ارتفاع ریب  
 $H$ : ارتفاع کانال  
 $k$ : انرژی جنبشی توربولانس  
 $l$ : مقیاس طول  
 $l_0$ : مقیاس طول تعادلی  
 $NLEVM1$ : مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی پیشنهادی توسط گرفت و همکاران [۹]  
 $NLEVM2$ : مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی پیشنهادی توسط گرفت و همکاران [۲]  
 $Nu$ : عدد نوسلت  $\equiv hH/\kappa$   
 $NYP$ : جمله جدید اصلاح مقیاس طول  
 $P_k$ : نرخ تولید انرژی جنبشی توربولانس  
 $Pr$ : عدد پراختل  $\equiv \mu c_p / \kappa$   
 $q_w$ : شار حرارتی دیواره  
 $\tilde{R}_1, R_1$ : اعداد رینولدز اغتشاش  $\equiv k^2 / \nu \epsilon, k^2 / \nu \tilde{\epsilon}$   
 $Re$ : عدد رینولدز  $\equiv U_b H / \nu$   
 $\tilde{S}$ : ثابت کرنش  
 $S_{ij}$ : تانسور کرنش متوسط  
 $\overline{u_i u_j}$ : تانسور تنش رینولدز  
 $\overline{u_i \theta}$ : شار حرارتی مغشوش  
 $U_b$ : سرعت توده جریان  
 $U_i, i=1, 2, 3$ : مولفه‌های سرعت کارترین  $(W, V, U)$   
 $W$ : عرض ریب

شکل (۱۲-ب) نیز توزیع عدد نوسلت متوسط‌گیری شده در راستای  $Z$  در یک کانال با ریب‌های متقارن نشان داده شده است. عدد نوسلت متوسط در این شکل دارای توزیعی مشابه با توزیع عدد نوسلت موضعی می‌باشد. در شکل (۱۲-ج) توزیع عدد نوسلت بر روی خط مرکزی یک کانال با ریب‌های یک در میان و با استفاده از دو مدل توربولانس  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی با نتایج اندازه‌گیری شده توسط ایاکوویدس و همکاران [۲۴] مقایسه شده‌اند. می‌توان به وضوح دید که توزیع عدد نوسلت محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی با جمله NYP در مجموع نسبت به نتایج سایر مدل‌ها، بهترین تطابق را با داده‌های آزمایشگاهی دارد. در شکل (۱۲-د) نیز توزیع عدد نوسلت متوسط‌گیری شده در راستای  $Z$  با استفاده از مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی و جملات اصلاح مقیاس طول Yap و NYP با مقادیر اندازه‌گیری شده توسط ایاکوویدس [۲۴] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، عدد نوسلت متوسط توزیعی مشابه عدد نوسلت موضعی دارد. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که عدد نوسلت محاسبه شده توسط مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی و جمله اصلاح مقیاس طول NYP بهترین تطابق را با داده‌های آزمایشگاهی دارد که این نتیجه‌گیری با نتایج به دست آمده برای کانال با ریب‌های متقارن کاملاً سازگار است.

### نتیجه گیری

در این تحقیق از مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی به منظور بررسی جزئیات جریان و انتقال حرارت در کانال ریب‌دار با ریب‌های عمود بر جریان استفاده گردید. از محاسبات ارائه شده می‌توان نتیجه گرفت که میدان‌های سرعت به دست آمده از مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی به طور کلی مشابه و در تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی می‌باشند. هم چنین مدل  $k-\epsilon$  غیرخطی به دلیل طبیعت ناهمسانگرد بودنش، مشخصات میدان توربولانس را دقیق‌تر از مدل  $k-\epsilon$  خطی پیش‌بینی می‌نماید. از طرفی مدل‌های  $k-\epsilon$  خطی و غیرخطی مورد استفاده، رفتار کلی ضریب انتقال حرارت بر روی دیواره‌های ریب‌دار را به خوبی پیش‌بینی می‌کنند. دلیل این پدیده این است که انتقال حرارت بر روی دیواره ریب‌دار تحت تاثیر گردابه‌ها و جدایش جریان در پایین دست ریب است که به خوبی توسط این مدل‌ها پیش‌بینی می‌گردند.

$\mu_t$ : لزجت گردابه‌ای	$W$ : عرض کانال
$\nu$ : لزجت سینماتیک	$X_i, X_j$ : مختصات کارتزین (x, y, z) یا (X, Y, Z)
$\nu_t$ : لزجت گردابه‌ای سینماتیک	$y$ : فاصله از مرز جامد
$\rho$ : چگالی	$\delta$ : دلتای کرونکر
$\sigma_k, \sigma_\epsilon, \sigma_\theta$ : اعداد پراوتل اغتشاش برای $\epsilon, \theta$ و $k$	$\epsilon$ : نرخ اتلاف $k$
$\tilde{\Omega}$ : ثابت چرخش	$\tilde{\epsilon}$ : نرخ اتلاف همسان
$\Omega_{ij}$ : تانسور چرخش متوسط	$\Theta$ : دمای متوسط
	$K$ : ضریب هدایت حرارتی
	$\mu$ : لزجت ملکولی

## مراجع

- 1 - Launder, B. E. and Sharma, B. I. (1974). "Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc." *Letters in Heat Mass Transfer*, Vol. 1, PP. 131-138.
- 2 - Craft, T. J., Iacovides, H. and Yoon, J. H. (1999). "Progress in the use of non-linear two-equation models in the computation of convective heat transfer in impinging and separated flows." *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 63, PP. 59-80.
- 3 - Han, J. C. (1988). "Heat transfer and friction characteristics in rectangular channels with rib turbulators." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, PP. 321-328.
- 4 - Archarya, S., Dutta, S., Myrum, T. A. and Baker, R. S. (1993). "Periodically developed flow and heat transfer in a ribbed duct." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, PP. 2069-2082.
- 5 - Liou, T. M., Hwang, J. J. and Chen, S. H. (1993). "Simulation and measurement of enhanced turbulent heat transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, PP. 507-517.
- 6 - Chang, B. H., and Mills, A. F. (1993). "Turbulent flow in a channel with transverse rib heat transfer augmentation." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, PP. 1459-1469.
- 7 - Raisee, M., Noursadeghi, A. and Iacovides, H. (2004). "Application of non-linear model in prediction of convective heat transfer through ribbed passages." *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 14, No. 3, PP. 285-304.
- 8 - Iacovides, H. (1997a). "The computation of turbulent flow through stationary and rotating U-bends of with rib-roughened surfaces." *Proc. 11th Int. Conf. on Lam. and Turb. Flows*, Swansea, U.K.
- 9 - Raisee, M. (1999). *Computation of Flow and Heat Transfer through Two- and Three-Dimensional Rib-Roughened Passages*, PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, UMIST.
- 10- Sewall, E. A. and Tafti, D. K. (2004). *Large Eddy Simulation of the Developing Region of a Rotating Ribbed Internal Turbine Blade Cooling Channel*, Paper GT2004-53833, *ASME Turbo Expo*, Vienna, Austria.
- 11 - Saha, A. K. and Acharya, S. (2005). "Flow and heat transfer in an internally ribbed duct with rotation: an assessment of large eddy simulations and unsteady Reynolds averaged Navier-stokes simulations." *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 127, PP. 306.
- 12 - Ahn, J., Choi, H. and Lee, J. S. (2005). "Large eddy simulation of flow and heat transfer in a channel roughened by square or semi-circular ribs." *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 127, PP. 263.

- 13 - Iacovides, H. and Launder, B. E. (2007). "Internal blade cooling: the cinderella of C&EFD research in gas turbines." Review Paper, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A, *Journal of Power and Energy*, To Appear.
- 14 - Craft, T. J., Launder, B. E. and Suga, K. (1996). "Development and application of a cubic eddy viscosity model of turbulence." *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, PP. 108-115.
- 15 - Cooper, D. (1997). *Computation of Momentum and Heat Transfer in a Separated Flow Using Low-Reynolds number Linear and Non-Linear k-l Models*, MRes Dissertation, Department of Mechanical Engineering, UMIST.
- 16 - Iacovides, H. and Raisee, M. (1999). "Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blade." *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, PP. 320-328.
- 17 - Jones, W. P. and Launder, B. E. (1972). "The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, PP. 301-14.
- 18 - Suga, K. (1995). *Development and Application of a Non-linear Eddy Viscosity Model Sensitized to Stress and Strain Invariants*, PhD Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
- 19 - Craft, T. J., Launder, B. E. and Suga, K. (1993). "Models through the use of deformation invariants and non-linear elements." *Proc. Of IAHR, 5th Int. Symp. On Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements*, Paris, PP. 125-132.
- 20 - Yap, C. R. (1987). *Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows*, PhD thesis, Faculty of Technology, University of Manchester.
- 21 - Hanjalic, K. (1996). "Some resolved and unresolved issues in modeling non-equilibrium and unsteady turbulent flows." *Proc. 3rd Int. Symp. On engineering Turbulence Modeling and Experiments*, Crete, Greece, PP. 3-18.
- 22 - Rhie, C. M. and Chow, W. L. (1983). "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation." *AIAA Journal*, Vol. 21, PP. 1525-1532.
- 23 - Baughn, J. W. and Roby, J. L. (1992). "Enhanced turbulent heat transfer in circular ducts with transverse ribs." *ASME 28<sup>th</sup> National Heat Transfer Conference*, Vol. 202, HTD, San Diego, CA.
- 24 - Iacovides, H., Jackson, D. C., Kelemenis, G., Launder, B.E. and Yuan, Y.M. (1998). "Recent progress in the experimental investigation of flow and local wall heat transfer in internal cooling passages of gas-turbine blades." *Proceedings of 2nd International Conference on Turbulent Heat Transfer*, Manchester, UK, Vol. 2, 7.14-7.28.

### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1 - Leading edge               | 2 - Jet impingement                      |
| 3 - Trailing edge              | 4 - Pin-fin                              |
| 5 - Differential Second Moment | 6 - Pressure-Velocity coupling algorithm |