

روشی برای بهبود ناسازگاری فرایند تحلیل سلسله مراتبی

دانشور

رفتار

نویسندگان: دکتر مرتضی رحمانی^{۱*}، دکتر حمید رضا نویدی^۲ و مصطفی زمانیان^۱

۱. دانشیار پژوهشی جهاد دانشگاهی

۲. استادیار دانشگاه شاهد

۳. کارشناس ارشد دانشگاه امام حسین (ع)

*E-mail: rahmanimr@yahoo.com

چکیده

در مقاله حاضر پس از بیان ضرورت تصمیم‌گیر علمی، مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره و همچنین فرایند تحلیل سلسله مراتبی، از تکنیک‌های تصمیم‌گیر به اجمال معرفی می‌شوند. در ادامه با توجه به اهمیت سازگاری در فرایند تحلیل سلسله مراتبی، الگوریتم حداقل مربعات برای محاسبه بردار اولویت تعمیم یافته و روش ساده ای جهت تشخیص عامل ناسازگاری و اصلاح آن در ماتریس مقایسات زوجی ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تصمیم‌گیر چند معیاره، ناسازگاری، فرایند تحلیل سلسله مراتبی، مقایسات

زوجی

نویسنده دوم در تهیه مقاله از حمایت مرکز تحقیقات علوم پایه دانشگاه
شاهد برخوردار شده است.

- دریافت مقاله: ۸۴/۹/۱
- ارسال به داوران:
 - ۸۴/۱۰/۱۰ (۱)
 - ۸۴/۱۰/۱۰ (۲)
 - ۸۴/۱۰/۱۰ (۳)
 - ۸۶/۱/۱۹ (۴)
- دریافت نظر داوران:
 - ۸۴/۱۱/۵ (۱)
 - ۸۵/۳/۲۹ (۳)
 - ۸۶/۳/۲۳ (۴)
- ارسال برای اصلاحات:
 - ۸۶/۳/۲۹ (۱)
- دریافت اصلاحات:
 - ۸۶/۴/۶ (۱)
- ارسال به داور نهایی:
 - ۸۶/۴/۱۸ (۱)
- دریافت نظر داور نهایی:
 - ۸۶/۷/۹ (۱)
- پذیرش مقاله: ۸۶/۸/۶

Scientific-Research
Journal of
Shahed University
Sixteenth Year
No. 35
2009

دوماهنامه علمی - پژوهشی

دانشگاه شاهد

سال شانزدهم - دوره جدید

شماره ۳۵

تیر ۱۳۸۸

مقدمه

در جوامع ابتدایی، انسان‌ها برای تصمیم‌گیری با گزینه محدود و ساده مواجه بودند، ولی در عصر حاضر به دلیل پیشرفت علوم و فناوری، علاوه بر گسترش و تنوع گزینه‌ها، تصمیم‌گیر خطی تبدیل به فرایندی جمعی، پیچیده و غیرخطی شده است. از سوی دیگر، وجود محدودیت در منابع فیزیکی، مالی، نیروی انسانی، زمان و از طرفی نیاز به افزایش کارآمدی تصمیم، کاهش هزینه‌ها و حداکثرسازی منافع، و لزوم توجه به معیارها و شاخص‌هایی که فرایند تصمیم‌گیر را تحت شعاع قرار می‌دهند، بر حساسیت‌ها تصمیم‌گیر را افزوده است. همچنین در سطح سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی، مدیران با عوامل متعددی در محیط‌های داخلی و خارجی مواجه هستند و هر روز باید تصمیمات مختلفی اتخاذ نمایند. این تصمیمات می‌توانند موجب رشد و موفقیت و یا از دست دادن بازار و شکست شوند. لذا لزوم توجه و تحقیق در خصوص مدل‌ها و روش‌ها علمی تصمیم‌گیر که امروزه به عنوان یکی از مباحث تخصصی در بین مجامع علمی و پیشرفته مطرح است، لازم و ضروری می‌نماید. به‌طور کلی تصمیم‌گیری، فرایندی را تشریح می‌کند که از طریق آن راه معینی برای حل مسأله انتخاب می‌شود. به عبارت دیگر تصمیم‌گیری فرایند انتخاب هدفمند سلسله‌ای از فعالیت‌ها برای رویارویی با یک مسأله یا استفاده از یک فرصت بوده و دارای گام‌های اساسی به شرح ذیل است:

۱. تشخیص و تعریف مسأله یا فرصت،
۲. شناسایی و تجزیه و تحلیل سلسله مراتب اهداف، معیارها و گزینه‌ها،
۳. انتخاب اولویت گزینه‌ها، معیارها و فعالیت‌ها،
۴. اجرای سلسله مراتب فعالیت‌ها برای تحقق اهداف،
۵. ارزیابی نتایج و پیامدها برای بهبود فرایند در صورت تکرار.

چارچوب هر تصمیم را اهداف، معیارها و گزینه‌های آن تصمیم مشخص می‌کنند. در فرایند تصمیم‌گیر گزینه‌ها غالباً ابزاری برای تحقق اهداف و معیارها هستند

و لذا بین معیارهای تصمیم‌گیر و گزینه‌ها نیز تعامل دو طرفه‌ای وجود دارد. نکته قابل ذکر در هنگام تعیین گزینه‌های یک تصمیم، توجه به ابداع گزینه‌های جدید است. ذهن تنها منبع برای یافتن گزینه‌هاست. بخشی از گزینه‌ها در ذهن ما وجود دارند و برخی دیگر نیز بر اساس استدلال از دانسته‌های موجود قابل درک هستند. بنابراین، بهره‌گیری از شیوه‌های نظام‌مند و کارآمد برای کشف تمام گزینه‌ها ممکن در فرایند تصمیم‌سازی ضروری خواهند بود [۲،۱].

رویکرد کمی به مسأله تصمیم‌گیر

امروزه در علم مدیریت یکی از رایج‌ترین بحث‌ها، موضوع تصمیم‌گیر و چگونگی تبدیل مسائل کیفی به کمی است. چرا که دمیدن روح ریاضیات در کالبد تئوریهای مدیریتی می‌تواند موجب تقویت و نیز افزایش دقت و کارایی تصمیم‌های مدیریتی گردد. لذا برای حداقل کردن خطای تصمیم‌گیر، روش‌ها تصمیم‌گیر مختلفی طراحی شده‌اند که برخی از آن‌ها به حل مسائل تک معیاره و برخی دیگر به حل مسائل با معیارهای چندگانه اشاره دارند. به‌طور کلی می‌توان مدل‌های تصمیم‌گیر چند معیاره را به دو گروه اصلی مدل‌های تصمیم‌گیر چند شاخصه (Multiple Attribute decision Making (MADM)) و مدل‌ها تصمیم‌گیر چند هدفه (Multiple Objective Decision Making (MODM)) تقسیم‌بندی نمود، که در هر یک از دو گروه فوق امکان حضور متغیرهایی از نوع فازی (Fuzzy Variable) و قطعی (deterministic Variable) وجود دارد [۳].

روش‌های تصمیم‌گیر چند هدفه (MODM)

در این گونه روش‌ها چندین هدف، علی‌رغم این‌که ممکن است مقیاس سنجش هر هدف با مقیاس سنجش بقیه اهداف متفاوت باشد، به‌طور هم‌زمان جهت بهینه‌سازی مورد توجه قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، یک هدف می‌تواند حداکثرسازی سود بر حسب واحد پول و هدف دیگر حداقل‌سازی ساعات نیروی کار باشد. حتی

ممکن است این اهداف، مانند هدف افزایش رضایت کارکنان همراه با هدف حداقل سازی حقوق و دستمزد، متضاد با هم باشند.

روش‌ها تصمیم‌گیری چند شاخصه (MADM)

این مدل‌ها عموماً مدل‌های انتخابی هستند و تصمیم‌گیر را در اخذ تصمیماتی که منجر به انتخاب یک گزینه از بین چند گزینه می‌شود، یاری می‌کنند. یکی از موضوعات مهم در حین استفاده از مدل‌های چند شاخصه، مسأله انتخاب مدل مناسب چند شاخصه جهت حل مشکل مورد نظر است. در انتخاب مدل چند شاخصه باید به نکاتی همچون نوع اطلاعات موجود درخصوص موضوع مسأله و میزان خبرگی تصمیم‌گیر در استفاده از مدل توجه کرد [۴].

فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP)

فرایند تحلیل سلسله مراتبی (Analytic Hierarchy Process) اولین بار توسط توماس ال. سا (T. L. Satty) در مدرسه بازرگانی وارتون (Wharton School of Business) ارائه شد. این روش به تصمیم‌گیر امکان می‌دهد تا یک مسأله پیچیده را در قالب یک ساختار سلسله‌مراتبی متکی بر روابط بین هدف، معیارها، زیر معیارها و گزینه‌ها مدل‌سازی کنند. همچنین به آن‌ها اجازه می‌دهد تا ملاحظات ذهنی و عینی را با هم ترکیب کرده و در فرایند تصمیم‌گیری لحاظ کنند. فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی در واقع ترکیبی از مفاهیم و سازوکارهای موجود، از قبیل ساختار بندی سلسله‌مراتبی، مقایسات زوجی، روش بردارهای ویژه برای به دست آوردن وزن‌ها و رعایت سازگاری سیستم است.

در فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی با استفاده از روش مقایسات زوجی به کمک مجموعه‌ای، شامل دامنه قضاوت‌ها، وزن‌ها و اولویت‌ها به صورت نسبی اندازه‌گیری می‌شوند.

یکی از مسائل مهم و اساسی در این روش، کاهش ناسازگاری مقایسات است. ناسازگاری در فرایند تحلیل

سلسله مراتبی می‌تواند ناشی از مقایسات زائد و حشو باشد. یکی از راه‌های غلبه بر این مشکل افزایش سلسله مراتب و کاهش تعداد مقایسات می‌باشد. با این وجود بایستی توجه داشت که افزایش سلسله مراتب، در مجموع، تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز را به صورت نمایی افزایش داده، و این موضوع سهولت کاربری مدل را به طور محسوسی کاهش می‌دهد. از سوی دیگر، حذف مقایسات زائد موجب سلب اختیار در تصمیم‌گیری کاربر می‌گردد. به همین دلیل باید توجه داشت هدف، حذف ناسازگاری نیست، بلکه رسیدن به نتایج صحیح و واقعی در سطح مطلوبی از ناسازگاری است. با وجود این هیچگاه صحت نتایج نباید فدای سازگاری تصمیم‌گیری شود. مطالعات متعددی در پی یافتن این سؤال اساسی هستند که برای دستیابی به سطح مطلوبی از سازگاری چه تعداد از مقایسات را می‌توان حذف کرد [۵و۶].

ویس و رائو (Weiss & Rao) کاهش تعداد سؤالات با استفاده از روش «طرح بلوک‌های ناکامل متوازن» (Balanced Incomplete Block Design) را جهت مقایسه زیرگروه‌های عوامل در هر سطح توسط تصمیم‌گیر مختلف و تنظیم ماتریس نهایی از ترکیب کلی نتایج حاصل، پیشنهاد می‌کنند. در واقع در این روش از تعداد مقایسات کاسته نمی‌شود، بلکه مقایسه‌ها بین اشخاص مختلف تقسیم می‌شود. در این روش، حق قضاوت کلی برای هر فرد از وی سلب می‌گردد.

هارکر (Harker) روش «مقایسه دو به دو بی ناکامل» (Incomplete Pair- Wise Comparison) را پیشنهاد می‌کند. بر اساس این روش، مقایسات زائد با تنظیم سؤالات بر مبنای کاهش ارزش اطلاعاتی آن‌ها در هر گروه حذف می‌شوند و فرایند مقایسات تا جایی که ارزش افزوده سؤالات از سطح معینی کم‌تر نباشد ادامه یافته، و پس از آن متوقف می‌شود. مشکل اساسی این روش نیز در این است که قابل استفاده در تصمیم‌گیری‌های گروهی به خصوص زمانی که از پرسشنامه استفاده می‌شود، نیست، زیرا برای اجرای این روش لازم است که سؤال‌کننده و پاسخ‌دهنده مشترکاً

فرایند مقایسات را دنبال کنند که این امر در شرایط غیر حضوری امکان ندارد [7].

روشی برای بهبود ناسازگاری فرایند تحلیل سلسله مراتبی

روش حداقل مربعات در محاسبه اولویت‌ها در این بخش، تعمیم جدیدی از روش حداقل مربعات برای یافتن اولویت گزینه‌ها در یک ماتریس مقایسات به جای روش‌های متداول، مانند بردار ویژه، حداقل مربعات و یا روش حداقل مربعات لگاریتمی [8] ارائه شده‌است. با توجه به ماتریس مقایسات زوجی $A = (a_{ij})$ که در آن $a_{ji} = 1/a_{ij}$ و

با فرض این که w_i ها مجهولات عبارت فوق باشند، یافتن نقطه حداقل از طریق حل دستگاه همگن زیر ممکن خواهد بود:

$$e(w, a_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (w_i - w_j a_{ij})^2 \quad 2$$

و یا با توجه به فرض $a_{ii} = \frac{w_i}{w_i}$:

$$e(w, a_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (w_i - w_j a_{ij})^2 = \sum_{j=2}^n \sum_{i=1}^{j-1} (w_i - w_j a_{ij})^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n (w_i - w_j a_{ij})^2 + \sum_{i=1}^{k-1} (w_i - w_k a_{ik})^2 + \sum_{j=k+1}^n (w_k - w_j a_{kj})^2$$

مثال ۱: ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم:

ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.167 & 0.333 & 0.125 & 5.000 \\ 6.000 & 1.000 & 2.000 & 1.000 & 8.000 \\ 3.000 & 0.500 & 1.000 & 0.500 & 5.000 \\ 8.000 & 1.000 & 2.000 & 1.000 & 5.000 \\ 0.200 & 0.125 & 0.200 & 0.200 & 1.000 \end{pmatrix}$$

این مثال در [8] دارای بردار اولویت $v' = (0.055 \ 0.363 \ 0.201 \ 0.332 \ 0.049)$ است. با روش فوق برای بردار اولویت داریم: $v = (0.108 \ 0.429 \ 0.215 \ 0.351 \ 0.049)$ که هر دو بیانگر اولویت یکسان برای گزینه‌ها هستند.

$$\frac{\partial e(w, a_{ij})}{\partial w_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad 3$$

و یا

$$-\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik} (w_i - w_k a_{ik}) + \sum_{j=k+1}^n (w_k - w_j a_{kj}) = -\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik} w_i + (\sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}^2 + n - k) w_k - \sum_{j=k+1}^n a_{kj} w_j = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

برای اجتناب از جواب بدیهی کافی است شرط $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ را به معادلات فوق اضافه کنیم. به این ترتیب دستگاه زیر حاصل می‌شود:

$$B_{(n+1) \times n} w = b$$

که در آن:

$$b_{kj} = \begin{cases} -a_{jk} & 1 \leq j < k \\ \sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}^2 + n - k & j = k \\ -a_{kj} & k < j \leq n \end{cases} \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, n \\ k = 1, 2, \dots, n \end{matrix}$$

$$b_{n+1, j} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad b = [0, 0, \dots, 0, 1]^T$$

تشخیص ناسازگاری موضعی در ماتریس مقایسات زوجی

هنگامی که دو گزینه با هم مقایسه می‌شوند به راحتی می‌توان وزن نسبی این عناصر را نسبت به یکدیگر تشخیص داد. به عنوان مثال هرگاه شخصی ارجحیت عنصر A را بر عنصر B، k برابر بداند، ناخود آگاه ارجحیت نسبی عنصر B بر عنصر A، $\frac{1}{k}$ خواهد بود و تقریباً می‌توان گفت همه افراد در مقایسه دو عنصر چنین ترتیبی را رعایت می‌کنند. اما مشکل زمانی ایجاد می‌شود که تعداد عناصر مقایسه شونده بیش از دو عنصر باشند. به طور مثال زمانی که می‌خواهیم سه عنصر A و

حال برای یافتن جواب دستگاه فوق، دستگاه حداقل مربعات زیر را حل می‌کنیم:

$$B^T B w = B^T b$$

آنگاه می توان گفت خاصیت تعدی یا سازگاری در بین عناصر i, j, k رعایت شده است. در غیر این صورت قرار می دهیم:

$$e_{ij} = na_{ij} - \sum_{k=1}^n a_{ik} a_{kj} \quad 5$$

واضح است که

$$E = (e_{ij}) = nA - A^2 = (nI - A)A$$

با محاسبه e_{ij} به ازای تمام درایه های ماتریس مقایسات زوجی، می توان ماتریس خطای مقایسات زوجی را به دست آورد. طبق محاسبات فوق، قطراصلی برابر صفر است و بقیه عناصر با توجه به روابط فوق محاسبه می گردند. در نهایت می توان بیشترین خطای ماتریس مقایسات زوجی را طبق فرمول زیر محاسبه کرد:

$$|e_{ij} e_{ji}| = \max_{lk} |e_{lk} e_{kl}|$$

به این ترتیب، صحت مقایسه زوجی گزینه i ام نسبت به گزینه j ام مورد بیشترین تردید خواهد بود.

الگوریتم اصلاح خطا

پس از تعیین مؤلفه a_{ij} ، با توجه به بیشترین مقدار (از نظر قدر مطلق) از ماتریس خطای مقایسات زوجی، برای اصلاح می توان به دو صورت زیر عمل کرد:

۱: مقایسه زوجی مورد تردید، یعنی (i, j) مجدداً مورد پرسش قرار گیرد [۹].

۲: و یا به صورت تحلیلی و غیرمستقیم با استفاده از اطلاعات مقایسات زوجی گزینه i ام و j ام با دیگر گزینه ها، جایگزین مناسب انتخاب گردد. در مقاله حاضر این جایگزین به صورت زیر پیشنهاد می گردد:

$$\tilde{a}_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^n \frac{a_{ik}}{a_{jk}} \chi_{[\frac{1}{9}, 9]} \left(\frac{a_{ik}}{a_{jk}} \right) \quad 6$$

که در آن $m = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^n \chi_{[\frac{1}{9}, 9]} \left(\frac{a_{ik}}{a_{jk}} \right)$ تابع $\chi_A(a)$ معروف به تابع مشخصه مجموعه A به صورت زیر تعریف می شود:

$$\chi_A(a) = \begin{cases} 1 & a \in A \\ 0 & a \notin A \end{cases}$$

B و C را به صورت زوجی با یکدیگر مقایسه کنیم، ابتدا عنصر A را با عنصر B ، سپس عنصر B را با عنصر C و در نهایت عنصر A را با عنصر C مقایسه می کنیم. فرض کنید وزن نسبی به دست آمده در این مقایسات به ترتیب k_1, k_2, k_3 باشد. بطور منطقی باید رابطه زیر بین وزن های به دست آمده برقرار باشد:

$$k_3 = k_1 k_2$$

اما طبیعی است که در تصمیم گیری روزمره همیشه چنین خاصیتی برقرار نیست و این مسأله موجب بروز خطا در تصمیم گیری می گردد. هنگامی که تعداد گزینه های مورد سنجش بیش تر شود، این خطا نیز بالاتر می رود. در رابطه با میزان خطا، توماس ساعتی عاملی را تحت عنوان نرخ ناسازگاری به صورت زیر تعریف کرده است:

$$C.R. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

حال این سؤال مطرح می شود که چگونه می توان مقایساتی را که باعث افزایش این نرخ می شوند شناسایی کرد؟ در ادامه ضمن ارائه روشی برای کاهش این نرخ، نتایج در مورد مثال هایی از [۹ و ۱۰] مقایسه شده اند. فرض کنید برای مقایسه n گزینه، ماتریس مقایسات زوجی زیر حاصل شده است.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

بدیهی است با توجه به رابطه $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, a_{ii} = 1$

ماتریس A یک ماتریس مثبت معکوس (Reciprocal positive matrix) است، و تنها کافی است اطلاعات مربوط به عناصر بالای قطر اصلی نگهداری شود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & \ddots & & \vdots \\ & & & a_{n-1,n} \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

واضح است که a_{ij} ارجحیت گزینه i را به گزینه j نشان می دهد. حال تفاضل $a_{ik} a_{kj} - a_{ij}$ را به ازای تمام k های بین i و j محاسبه می کنیم. هرگاه:

$$\forall i < k < j \quad a_{ik} a_{kj} - a_{ij} = 0$$

$$B = \begin{pmatrix} 7.000-5.000-3.000 & -7.000-6.000-6.000-0.333-0.250 \\ -5.0003.1000-0.333 & -5.000-3.000-3.000-0.200-0.143 \\ -3.000-0.33314.111 & -6.000-3.000-4.000-0.561-0.200 \\ -7.000-5.000-6.00014.000 & 0.333-0.250-0.143-0.125 \\ -6.000-3.000-3.000 & -0.33357.111-0.500-0.200-0.167 \\ -6.000-3.000-4.000 & -0.250-0.500 63.312-0.200-0.167 \\ -0.333-0.200-0.561 & -0.143-0.200-0.200 1.567-0.500 \\ -0.250-0.143-0.200 & -0.125-0.167-0.167-0.500 0.444 \end{pmatrix}$$

بردار اولویت حاصل از روش برابر است با:

$$W=(0.23223 \ 0.057120 \ 0.11059 \ 0.02441 \ 0.03808 \ 0.03608 \ 0.42717 \ 1.00000)$$

و به این ترتیب بردار اولویت گزینه‌ها برابر است با

$$W_8 > W_7 > W_1 > W_3 > W_2 > W_5 > W_6 > W_4.$$

از آنجایی که ماتریس اصلاح شده با ماتریس اصلاح شده [۹] برابر است، لذا مقدار ویژه و نرخ ناسازگاری مثال فوق با مثال [۹] یکسان است. با ادامه فرایند در

مرحله بعد، بیشترین مقدار $|e_{ij}e_{ji}|$ به ازای زوج (۱,۷) رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط رابطه (۶)

(برابر است با $\tilde{a}_{17} = 1.067$. بردار اولویت حاصل از

روش ارائه شده برابر خواهد بود با:

$$W=(0.31303 \ 0.07306 \ 0.13213 \ 0.03118 \ 0.04847 \ 0.04579 \ 0.37097 \ 1.00000)$$

و به این ترتیب بردار اولویت گزینه‌ها برابر است با:

$$W_8 > W_7 > W_1 > W_3 > W_2 > W_5 > W_6 > W_4$$

علاوه بر این، مقدار ویژه به مقدار $\lambda_{max} = 8.694$ و نرخ ناسازگاری به مقدار $C.R. = 0.071$ تقلیل می‌یابد. جابه‌جایی مکان W_4, W_5 در دو روش متفاوت به‌خاطر نزدیکی مقدار دو اولویت به یکدیگر و نوع روش‌ها است.

مثال ۳: ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم. این ماتریس در [۱۰] مورد بررسی قرار گرفته است.

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 1.000 & 4.000 & 1.000 & 0.500 \\ 1.000 & 1.000 & 2.000 & 4.000 & 1.000 & 0.500 \\ 1.000 & 0.500 & 1.000 & 5.000 & 0.917 & 0.500 \\ 0.250 & 0.250 & 0.200 & 1.000 & 0.333 & 0.333 \\ 1.000 & 1.000 & 1.091 & 3.000 & 1.000 & 1.000 \\ 2.000 & 2.000 & 2.000 & 3.000 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$\lambda_{max} = 6.4203442$ و نرخ ناسازگاری آن برابر

$C.R. = 0.084$ است. با توجه به ماتریس خطای مقایسات

در روش ارائه شده، بیشترین مقدار $|e_{ij}e_{ji}|$ به ازای زوج (۳,۵) رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط

مثال ۲: ماتریس مقایسات زوجی زیر را در نظر می‌گیریم. این ماتریس در [۹] مورد بررسی قرار گرفته است.

$$A = \begin{pmatrix} 1.000 & 5.000 & 3.000 & 7.000 & 6.000 & 6.000 & 0.333 & 0.250 \\ 0.200 & 1.000 & 0.333 & 5.000 & 3.000 & 3.000 & 0.200 & 0.143 \\ 0.333 & 3.000 & 1.000 & 6.000 & 3.000 & 4.000 & 6.000 & 0.200 \\ 0.143 & 0.200 & 0.167 & 1.000 & 0.333 & 0.250 & 0.143 & 0.125 \\ 0.167 & 0.333 & 0.333 & 3.000 & 1.000 & 0.500 & 0.200 & 0.167 \\ 0.167 & 0.333 & 0.250 & 4.000 & 2.000 & 1.000 & 0.200 & 0.167 \\ 3.000 & 5.000 & 0.167 & 7.000 & 5.000 & 5.000 & 1.000 & 0.500 \\ 4.000 & 7.000 & 5.000 & 8.000 & 6.000 & 6.000 & 2.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

بردار اولویت ماتریس قبل از اصلاح عبارت است از

$$W_8 > W_3 > W_1 > W_7 > W_2 > W_6 > W_5 > W_4$$

مقدار ویژه $\lambda_{max} = 9.669$ و نرخ ناسازگاری آن برابر است با $C.R. = 0.17$. به کمک روش ارائه شده در [۹] که دارای ساختاری متفاوت از روش مقاله حاضر است، زوج (۳,۷) و مقدار اصلاح شده برابر $a_{37} = 5$ ، مقدار ویژه برابر $\lambda_{max} = 8.811$ ، مقدار ناسازگاری برابر با $C.R. = 0.083$ و بردار اولویت عبارت است از:

$$W_8 > W_7 > W_1 > W_3 > W_2 > W_6 > W_5 > W_4$$

در روش ارائه شده در این مقاله، بردار اولویت عبارت است از:

$$w=(0.163270 \ 0.039900 \ 0.082400 \ 0.173800 \ 0.026920 \ 0.025570 \ 0.028721 \ 1.00000)$$

و یا $W_8 > W_1 > W_3 > W_7 > W_5 > W_6 > W_4$

ماتریس خطای مقایسات زوجی عبارت است از:

$$E = \begin{pmatrix} 0.000 & 12.183 & 10.361 & -47.333 & -5.500 & 1.083 & -20.900 & -2.856 \\ -1.797 & 0.000 & -1.931 & 3.057 & 6.276 & 10.860 & -3.067 & -0.985 \\ -19.424 & -18.600 & 0.000 & -49.933 & -34.200 & -21.200 & 32.632 & -4.229 \\ -0.264 & -1.798 & -0.318 & 0.000 & -1.921 & -2.255 & -0.597 & 0.484 \\ -0.956 & -2.767 & -0.103 & 8.433 & 0.000 & -3.083 & -1.784 & 0.286 \\ -1.321 & -3.217 & -1.311 & 10.933 & 5.917 & 0.000 & -1.727 & -0.073 \\ 12.278 & 6.267 & -16.250 & -44.000 & -18.833 & -10.917 & 0.000 & -1.039 \\ 11.790 & -8.600 & 10.500 & -101.000 & -48.667 & -44.000 & -24.276 & 0.000 \end{pmatrix}$$

با توجه به ماتریس خطای مقایسات در روش ارائه شده، بیشترین مقدار $|e_{ij}e_{ji}|$ به ازای زوج (۳,۷) رخ می‌دهد و مقدار محاسبه شده توسط رابطه (۶) برابر است با $\tilde{a}_{37} = 0.56137$. پس از اصلاح، ماتریس حداقل مربعات برابر است با:

رابطه (۶) برابر است با $\tilde{a}_{35} = 0.917$.
پس از اصلاح،

$\lambda_{\max} = 6.2133461$ و نرخ ناسازگاری آن برابر است با
 $C.R. = 0.0426$. با ادامه فرایند در مرحله بعد زوج
(4,6) با مقدار $\tilde{a}_{46} = 0.171$ انتخاب می‌شود. پس از
اصلاح، $\lambda_{\max} = 6.1415838$ و نرخ ناسازگاری آن به
 $C.R. = 0.0283167$ کاهش می‌یابد. بردار اولویت این
مرحله عبارت است از:

$w = (0.53356 \ 0.60528 \ 0.43031 \ 0.12025 \ 0.65119 \ 1.00000)$
و به این ترتیب، اولویت گزینه‌ها برابر است با
 $w_6 > w_5 > w_2 > w_1 > w_3 > w_4$. این نتیجه با
توجه به پیچیدگی محاسبات [۱۰] قابل توجه است.

نتیجه‌گیری

لزوم شناخت و تحقیق در مورد مدل‌ها و روش‌های
علمی تصمیم‌گیر بر کسی پوشیده نیست. از جمله
روش‌های مطرح، فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی AHP به
عنوان شیوه‌ای نظام‌مند و کارآمد در اولویت‌بندی
گزینه‌های مختلف تصمیم‌گیر از سطح مفهومی تا سطح
عملیاتی بر مبنای مقایسات زوجی است. از عوامل مهم
تأثیرگذار بر تصمیم‌گیر، ناسازگاری مقایسات زوجی
است. محاسبه این عامل به عنوان ضریب اطمینان در
انتخاب اولویت‌ها، بسیار مهم و ضروری است. در مقاله
حاضر با استفاده از حداقل‌سازی مجموع مربع خطای
مقایسات و به‌کارگیری روابط حاکم بر ساختار ماتریس
مقایسه‌ای، ماتریس خطای مقایسات محاسبه شده و با
معرفی معیاری جدید در تعیین مؤلفه‌ای که عامل
بیش‌ترین ناسازگاری است و همچنین معرفی رابطه‌ای در
تعیین مقدار جایگزین، روش ارائه شده با روش [۹]
مقایسه گردیده است.

منابع

۱. آذر، عادل، (۱۳۸۱) تصمیم‌گیری کاربردی، انتشارات نگاه دانش.
۲. رالف ال. کینی، (۱۳۸۱) تفکر ارزشی، ترجمه وحیدی
مطلق، انتشارات کرانه علم.
۳. ساعتی، صابر، معماریانی، عزیزالله، محرابیان، سعید، (۱۳۸۳) روشی
برای دسته‌بندی و الویت‌بندی فازی بر اساس کارایی، پنجمین
کنفرانس سیستم‌های فازی ایران، دانشگاه امام حسین.
۴. اصغرپور، محمد جواد، (۱۳۸۱) تصمیم‌گیری‌های چند معیاره،
انتشارات دانشگاه تهران.
۵. قدسی پور، حسن، (۱۳۷۹) فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی، انتشارات
دانشگاه امیر کبیر.
۶. مشیری، اسماعیل، (۱۳۸۰) مدل تعدیل شده AHP برای
نظرسنجی و تصمیم‌گیری گروهی، فصلنامه دانش مدیریت،
دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، سال چهاردهم، شماره ۲.
7. Obata T. and Shiraishi S. (1999) Assessment for an
Incomplete Comparison Matrix and Improvement of
an Inconsistent Comparison, Computational
Experiments, ISAHP 1999. Kobe, Japan. PP 12-14.

8. Saaty T. I. and Vargas I. g. (1984) Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimation ratios, Mathematical modeling, vol 5. pp 309-324.
9. Saaty T. L. (2003) Decision making with the Ahp: why is the principal eigenvector necessary, European journal of operation research, 145,pp 85-91.
10. Genest C. and Zhang S. S. (1996) A Graphical Analysis of Ratio- Scaled Paired Comparison Data, Management Science ,Vol. 42, No. 3.