اتلاف انرژي در جريان همدماي ابرشاره هيليوم ـ II

پرويز حوائی استاديار دانشکدة فيزيک، دانشگاه تبريز

چکيده

ابرشاره هيليوم بعنوان يك شاره كوانتومي تراكم‌ناپذير اگر بطور همدما از سوراخ‌ريزي ($d \leq 10^{-6}m$) جريان يابد در ازاء سرعتهاي كمتر از سرعت حدي ($\upsilon_S < \upsilon_{S.C}$) بدون اتلاف قابل سنجش در انرژي و فشار مي‌باشد اما به محض اينكه سرعت جريان از حد تعريف شده‌اي تجاوز كرد به علت تشكيل گردابهاي كوانيتزه جريان شاره همراه با اتلاف مي‌گردد. انرژي تلف شده ناشي از عملكرد نيروي ماگنوس در مركز گردابه بوده كه در اشكال مختلف (خطي، حلقوي و سنجاقي) ظاهر مي‌شوند ما در زير تأثير نيروي ماگنوس را در حالت سه بعدي روي گردابه حلقوي بررسي كرده از برابري انرژي اتلافي با انرژي حاصل از افت اختلاف سطح شاره (ΔZ) نشان مي‌دهيم كه سرعت حدي لازم براي تشكيل يك گردابه كوانتيزه كه داراي شعاعي معادل شعاع سوراخ باشد متناسب با$(\Delta Z)^{1/2}$ است.

كلمات كليدی: ابرشاره هيليوم، سوراخ ريز، گردابه كوانتيزه، نيروي ماگنوس، سرعت بحراني، مدل دو شاره‌اي، تحريكهاي بنيادي.

Energy Dissipation in the Isothermal Flow of Superfluid Helium-II

P.Hawaii Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract

We consider the Isothermal flow of superfluid Helium through small hole ($d \leq 10^{-6}$ m). It is known that below certain velocity, so called critical velocity $\upsilon_{s.c}$., there is no dissipation in energy and pressure of the fluid. But as soon as υ_s exceeds $\upsilon_{s.c}$, dissipation arises due to the Magnus force acting on the quantum vortices which may be generated in different kinds such as, line vortex, Ring vortex and Pinned vortex. In this paper we study specifically, the effect of three-Dimensional Magnus force acting on the vortex Ring, and find a relation for energy of dissipation. Equating this relation with the energy of Pressure head (ΔZ), we show that the velocity required for generation and growing a Ring vortex with hole's radius is proportional to $(\Delta Z)^{1/2}$.

Key words: Superfluid helium, Small hole, Quantized vortex, Magnus force, Critical velocity tow-fluid model, Elementary excitations.

۱- مقدمه

ابرشاره هيليوم (ايزوتوب اتم He^4) در زير نقطة λ $(T_\lambda \cong 2/17k)$ و در فشار بخار اشباع خواص هيدروديناميكي غير عادي از خود نشان مي‌دهد مثلاً مي‌تواند از سوراخهاي بسيار ريز $d \le 10^{-6} m$ براحتي و بدون كمترين مقاومتي عبور نمايد [۱]. اين بدان معني است كه در خلال جريان اختلاف فشاري در شرايط همدمائي مشاهده نمي‌شود زيرا ظهور اختلاف فشار لزوماً همراه با برقراري اختلاف دماي قابل ملاحظه‌اي است كه منجر به پديده فواره‌اي [۲] مي‌گردد. از طرفي تجربه ديسك نوساني نشان مي‌دهد كه در دماي $T < T_\lambda$ فقط كسري از مايع داراي لزجت بوده و قسمت اعظم آن فاقد لزجت است اين بخش از شاره چون فاقد انتروپي مي‌باشد [۳]. در انتقال از ناحيه‌اي به ناحيه ديگر از طريق پديده همرفت متقابل كه مختص ابرشاره‌گي است موجب جابجايي گرماي زياد در غياب جريان جرمي شده آن چنانكه ضريب رسانش گرمائي آن به مراتب بيشتر از مقدار مشابه كلاسيك مي‌گردد $k_s \cong 10^7 k_{class}$. بدين دليل ابرشاره هيليوم را اغلب ابر رساناي گرمائي گويند. توجيه و تفسير اين خواص و پديده‌هاي متعدد ديگر موجب ارائه مدل دو شاره‌اي [۴] شده كه بـر طبق آن ابرشاره هيليوم بـه عنوان مخلوط دو شاره درهم نفوذ كننده تحت عناوين شاره نـرمال و ابرشاره هر كدام با چگالي و ميدانهاي سرعت به ترتيب $\vec{v}_s$ و ρ_s , $\vec{v}_n$, ρ_n مي‌باشند ديناميك هر شاره با معادله حركت مختص به خود آن مطالعه مي‌شود معادله حركت ابرشاره بعلت نداشتن لزجت و آنتروپي شبه معادلة اولر با شرط $Curl\, \vec{v}_s = 0$ بوده اما ديناميك شاره نرمال از معادله ناوير- استوكس تبعيت مي‌نمايد. بررسي جريان ابرشاره از داخل كانالهاي موئين و سوراخهاي ريز در حالت همدمائي كه در آن شاره نرمال بعلت داشتن لزجت متوقف و فقط ابرشاره عبور مي‌كند نشان مي‌دهد كه وقتي سرعت اين شاره كوانتومي از يك مقدار معيني كه بستگي به دما و مشخصات هندسي اين مسيرها دارد تجاوز نمايد گردابهاي كوانتيزه كه علامتي از شكست نظريه ابرشاره‌گي است تشكيل و باعث اتلاف انرژي در جريان مي‌شود رژيم جريان در اين حالت تلاطمي بوده و سرعت لازم براي رسيدن به آن را سرعت بحراني [۵] گويند. در چنين رژيمي $curl\, \vec{v}_s \neq 0$ شده گردابهاي كوانتيزه در اشكال حلقوي [۶]. خطي [۷] و سنجاقي [۸] شكل مي‌گيرند افت در انرژي سيال نيز در خلال جريان صرف شكل‌گيري و رشد اين گردابها مي‌شود.

پيش‌بيني تشكيل گردابه كوانتيزه در ابرشاره با معرفي تابع موج چگاليده [۹] بصورت زير مي‌باشد.

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 exp\{is(\vec{r})\} \quad (۱)$$

كه در آن فاز $S(\vec{r})$ يك تابع حقيقي از بردار مكان $\vec{r}$ است.
با اعمال عملگر اندازه حركت خطي $\hat{p}$ بر تابع فوق رابطه‌اي براي اندازه حركت چگاليده بدست مي‌آيد.

$$\hat{P}\psi = -i\hbar\vec{\nabla}\psi = \vec{P}\psi \quad (۲)$$

كه در آن $h = 2\pi\hbar$ ثابت پلانك است.
تركيب روابط (۱) و (۲) مي‌دهد.

$$\vec{P} = \hbar\vec{\nabla}S \quad (۳)$$

در رابطة اخير كميت $\vec{p}$ اندازه حركت كانونيكي يا مزدوج بردار مكان $\vec{r}$ در بيان مكانيك هاميلتوني است اگر آنرا اندازه حركت يك ذره از ابرشاره بدانيم با فرض اينكه سرعت ابرشاره $\vec{v}_s$ است داريم:

$$\vec{v}_s = \frac{\hbar}{m_4}\vec{\nabla}S \quad (۴)$$

كه در آن m_4 جرم اتم هيليوم است.
براي مطالعه ميدان جريان كافي است كميت گردش را كه به سرعت ابرشاره با رابطة زير مربوط مي‌شود ارزيابي نمائيم.

$$k = \oint \vec{v}_s . d\vec{\ell} \quad (۵)$$

با ادغام رابطة (۴) در (۵) كميت گردش بر حسب فاز تابع موج بصورت زير بدست مي‌آيد.

$$k = \frac{\hbar}{m_4}\oint \vec{\nabla}S . d\vec{\ell} \quad (۶)$$

اگر مسير بستة كنتور انتگرال رابطة (۶) يك مسير دائروي مثل L_1 باشد داريم:

$$k = \frac{\hbar}{m_4}(\Delta S)_{L_1} \qquad (۷)$$

با علم بر اينكه تابع موج چگاليده يك تابع تك مقداري است پس در جريان شاره حول مسير بسته بدون تغيير مي‌ماند در نتيجه تغيير در فاز (S) مي‌بايست صفر يا مضرب زوجي از 2π باشد لذا رابطة (۷) مي‌دهد.

$$k = \frac{\hbar}{m_4}(2\pi n) \cong n\frac{h}{m_4} \qquad n = 0,1,2\text{ و...} \qquad (۸)$$

بهدليل واضح كميت $\frac{h}{m_4}$ را كوانتوم گردش گويند.

در اين شرايط ميدان شاره در اطراف گردابه بصورت يك سري خطوط جريان دايروي شكل متحدالمركز بوده كه در صفحه عمود بر محور گردابه قرار دارند و سرعت خطي شاره نيز در هر نقطه به فاصلة $\vec{r}$ از محور گردابه با انتخاب يكي از خطوط جريان دايروي به شعاع (r) بسادگي بدست مي‌آيد:

$$k = \oint \vec{v}_s . d\vec{\ell} = 2\pi r v_s(r) = n\frac{h}{m_4} \qquad (۹)$$

يا

$$v_s(r) = \frac{k}{2\pi r} \qquad (۱۰)$$

لازم به ذكر است كه بستگي سرعت به $\frac{1}{r}$ در شاره كلاسيك نيز مطرح است اختلاف در كوانتيزه بودن گردابهاي ابرشاره هيليوم مي‌باشد. اگر رابطة (۹) را بصورت زير بنويسيم:

$$m_4 r v_s(r) = n\hbar \qquad (۱۱)$$

كوانتيزه بودن اندازه حركت زاويه‌اي با واحد $\hbar$ را تأييد مي‌كند ميزان گردابيت متوسط (ϖ) يا بعبارتي تعداد گردش‌هاي موجود در واحد سطح نيز برابر است با:

$$\varpi = nk \qquad (۱۲)$$

چنانكه سرعت دوران ابرشاره Ω باشد گردش آن $2\pi R(R\Omega)$ بوده چگالي گردابي عبارتست از:

$$n_v = \frac{2\Omega}{k} \qquad (۱۳)$$

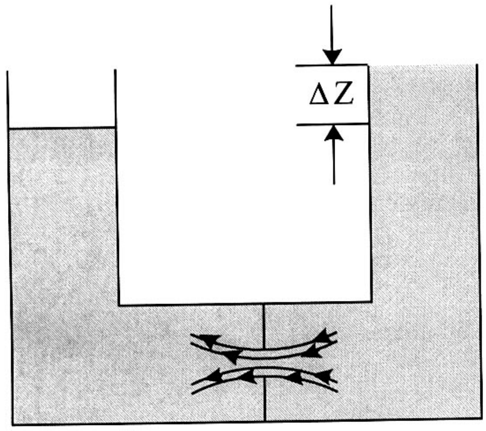
بالاخره مقايسه روابط (۱۲) و (۱۳) مي‌دهد:

$$\vec{\omega} = curl\,\vec{v}_s = 2\vec{\Omega} \qquad (۱۴)$$

۲- گردابه حلقوي و سرعت بحراني

تشكيل گردابه‌هاي كوانتيزه در جريان ابرشاره وقتي كه $\vec{v}_s \geq \vec{v}_{s.c}$ است داراي شواهد تجربي و زمينه‌هاي نظري زيادي است مـدل‌هاي مختلف تجزيه و تحليل اين گردابها نيز در مقالات مربوط بـه ديناميك ابـرشاره هيليـوم فراوان يافت مـي‌شود [۱۰، ۱۱ و ۱۲]. ما در اينجا بر حسب مورد تشكيل گردابه حلقوي را در حين گذر ابرشاره از سوراخ ريز (ابعاد ميكرون) انتخاب مي‌كنيم اين گردابه در جريان همدما بعلت اختلاف سطح موجود بين دو منبع هيليوم كه از طريق منفذي مطابق شكل (۱) با هم ارتباط دارند تشكيل و رشد مي‌نمايد خاصيت ابرشاره‌گي ايجاب مي‌كند كه اولاً سرعت جريان ابرشاره تا زمانيكه كمتر از سرعت بحراني است مستقل از اختلاف سطح (ΔZ) بوده و لاجرم بطور ايستا انتقال يابد. ثانياً در خلال جريان با تزريق انرژي گرمائي به منبع چپ و يا با اخذ همان مقدار گرما از منبع راست اختلاف دمائي بين منابع برقرار نشود در غير اين صورت بديهي است كه اختلاف فشار ناشي از (ΔZ) با اختلاف دماي حاصل جبران شده $(\Delta P = \rho S \Delta T)$ و جريان شاره متوقف مي‌گردد در عبارت

داخل پرانتز S آنتروپي واحد جرم شاره است. ثالثاً شاره نرمال بعلت دارا بودن لزجت امكان عبور از سوراخ را نداشته باشد.



شكل ۱- جريان همدماي ابرشاره بين دو منبع هيليوم از طريق سوراخ ريز

با اين شرايط وقتي سرعت ابرشاره در ناحيه بحراني است گردابه حلقوي در دهانهٔ سوراخ شكل گرفته سپس با اخذ انرژي از جريان در نهايت داراي شعاعي معادل شعاع سوراخ مي‌شود اين پديده در بيان مكانيك شاره‌ها انتقال از جريان پتانسيلي به رژيم تلاطمي با گردابه كوانتيزه تلقي مي‌شود عقيده بر اين است كه تشكيل گردابه، ناشي از افت و خيز گرمائي [۱۳] بوده و رشد آن تا ابعاد ماكروسكپي بعلت برخورد با تحريك‌هاي بنيادي (فونون ـ روتون) و پخش اين ذرات توسط هسته گردابه مي‌باشد منظور از هسته گردابه آن ناحيه از گردابه است كه در آن با توجه به واگرائي υ_s در ازاء $r \to 0$ (طبق رابطهٔ ۱۰) خواص جريان و زمينه آن متفاوت از بقيه نقاط شاره است شكي نيست كه وقتي r به سمت صفر مي‌رود ρ_s نيز از مقدار كپه‌اي تا صفر كاهش مي‌يابد فاصله‌اي كه در آن $\rho_s \cong 0$ ميگردد شعاع هسته گردابه $a_0 \cong 1/3A^o$ [۱۴] ناميده مي‌شود.

براي محاسبه آهنگ كاهش انرژي شاره كه صرف تشكيل گردابه حلقوي و رشد آن مي‌گردد فرض مي‌كنيم كه نيروهاي عمل كننده بر گردابه در ناحيه هسته شامل نيروي پايستار $\vec{f}_\phi = \vec\nabla\phi$ و نيروي غيرپايستار $\vec{f}_e$ باشد كه در آن ϕ يك كميت عددي (پتانسيل) بوده اما $\vec{f}_e$ نيروي ناشي از برهمكنش ذرات تحريكي (فونون ـ روتون) مي‌باشد معادله حركت شاره عبارتست از:

$$\dot{\vec{v}} = -\vec\nabla\mu + \vec{v}\wedge\vec\omega + \vec{f}_e \qquad (۱۵)$$

كه در $\vec\omega = \vec\nabla\wedge\vec v, \dot{\vec v} \equiv \frac{d\vec v}{dt}$ و μ پتانسيل شيميائي است، يعني:

$$\mu = \phi + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 \qquad (۱۶)$$

آهنگ تغيير انرژي شاره در واحد حجم برابر است با :

$$\dot{E} \equiv \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) = \rho\vec v.\dot{\vec v} \qquad (۱۷)$$

بكارگيري رابطهٔ (۱۵) و (۱۷) مي‌دهد:

$$\dot{E}' = \int_\vartheta \rho\vec v.\dot{\vec v}\, dv = -\int_\vartheta \rho\vec v.\vec\nabla\mu\, d\vartheta + \int_\vartheta \rho\vec v.(\vec v\wedge\vec\omega + \vec f_e)\, d\vartheta \qquad (۱۸)$$

كه در آن $\dot{E}'$ آهنگ تغيير انرژي در حجم كنترلي ϑ است. اگر حجم كنترلي را حجم شاره اشغالي در فضاي سوراخ انتخاب كنيم با توجه باينكه ابرشاره تراكم‌ناپذير است $(\vec\nabla.\vec v = 0)$ رابطهٔ (۱۸) بصورت زير تكرار مي‌شود:

$$\dot{E}' = \vec J(\mu_1 - \mu_2) + \int_{\vartheta_H} \rho\vec v.(\vec v\wedge\vec\omega + \vec f_e)\, d\vartheta \qquad (۱۹)$$

كه در آن $\vec J = -\int_{In} \rho\vec v.\vec n\, ds = \int_{out} \rho\vec v.\vec n\, ds$ شار جرمي گذرنده از سوراخ است از آنجائيكه $\vec v.(\vec v\wedge\vec\omega) = 0$ است از رابطه (۱۹) داريم:

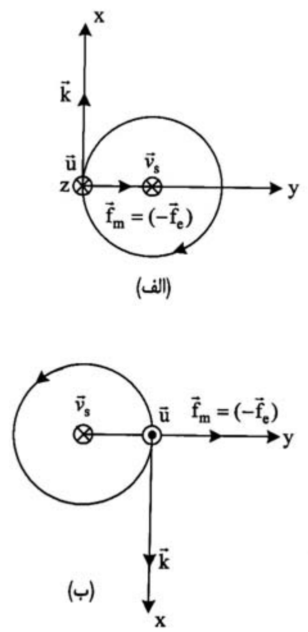
$$\dot{E}' = \vec J(\mu_1 - \mu_2) + \int_{\vartheta_H} \rho\vec v.\vec f_e\, d\vartheta \qquad (۲۰)$$

در رابطهٔ (۲۰)، μ_1 و μ_2 به ترتيب پتانسيل‌هاي شيميائي منابع راست و چپ موجود در شكل (۱) مي‌باشد اين رابطه نشان مي‌دهد كه آهنگ تغيير انرژي شامل دو جمله است، جملهٔ اول مربوط به جريان جرمي شاره بوده كه با توجه به رابطهٔ (۱۶) بدون اتلاف صورت مي‌گيرد زيرا عامل اتلاف در ديناميك شاره‌ها لزجت بوده كه در ابرشاره وجود ندارد. جملهٔ دوم از نوع شاره نبوده بلكه بعلت حضور نيروي غير پايستار بطور موضعي ظاهر و

آهنگ انرژي اتلافي تلقي مي‌شود و همچنانكه قبلاً اشاره شد اين انرژي بعلت عملكرد نيروي حاصل از برهمكنش ذرات تحريكي با هسته گردابه كوانتومي باعث رشد گردابه مي‌شود براي بررسي تأثير $\vec{f}_e$ در شكل‌گيري گردابه دو حالت زير را در نظر مي‌گيريم:

الف) نيروي $\vec{f}_e$ در صفحه گردابه است (امتداد شعاعي)

فرض مي‌كنيم يك گردابه حلقوي كوانتيزه در دهانة سوراخ تشكيل شود در لحظة شكل‌گيري شعاع آن به مراتب كوچكتر از شعاع سوراخ مي‌باشد نيروي $\vec{f}_e$ بر المانهاي هسته گرداب عمل نموده تا در خلال عبور آن از سوراخ شعاعش برابر شعاع سوراخ گردد اين نيرو مي‌بايست با نيروي هئدروديناميكي داخل شاره يعني نيروي ماگنوس [۱۵] تعادل نمايد در غير اينصورت اگر هستة گردابه را يك شيئي فاقد جرم تصوير نماييم بطور نامحدود شتاب مي‌گيرد چنانكه گردابه حلقوي را در صفحه شكل و نيروي ماگنوس $(-\vec{f}_e)$ را در امتداد محور y در نظر بگيريم در سيستم مختصاتي كه در آن $\vec{\upsilon}_s = 0$ است سرعت نسبي هسته گردابه $(\vec{u})$ بر صفحة شكل عمود بوده و داراي دو امتداد احتمالي به سمت بيرون از صفحه (شكل ۲ ـ الف) و يا داخل صفحه (شكل ۲ـ ب) خواهد بود.

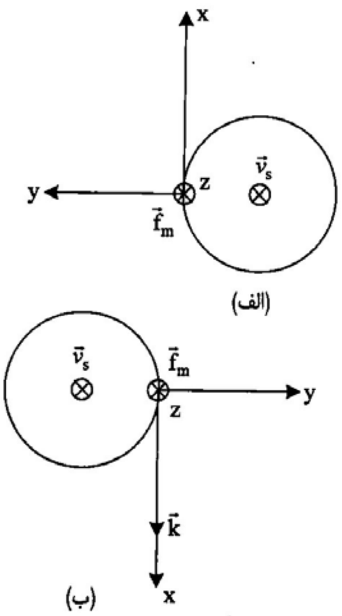


شكل ۲ ـ مقطع يك گردابه حلقوي ـ علائم ⊗ و ⊙ به ترتيب نشانگر جهت بردار سرعت نسبي $\vec{u}$ به سمت بيرون و يا داخل صفحه شكل و عمود بر آن است.

در اين صورت طرفين گردابه حلقوي تحت تأثير نيروهاي ماگنوس مساوي و مختلف‌العلامت قرار مي‌گيرند در نتيجه گردابه حول محور x دوران نموده و چون شعاع حلقه تغيير نمي‌كند انرژي گردابه نيز ثابت مانده جريان آن بدون اتلاف انرژي خواهد بود.

ب) نيروي $\vec{f}_e$ عمود بر صفحه گردابه است (امتداد محوري)

مشابه حالت قبل باز صفحه گردابه را در صفحه شكل در نظر مي‌گيريم نيروهاي ماگنوس عمل كننده بر المانهاي هسته گردابه مساوي و مختلف‌العلامت با نيروهاي $(\vec{f}_e)$ در هر نقطه از شاره بوده كه داراي دو امتداد احتمالي به سمت بيرون (شكل ۳ـ الف) يا داخل صفحه (شكل ۳ـ ب) خواهد شد با اين انتخاب سرعت نسبي گردابه نيز داراي مؤلفه شعاعي است كه تحت عملكرد نيروهاي ماگنوس باعث افزايش پيوسته شعاع حلقه مي‌شود.



شكل ۳ ـ مقطع گردابه حلقوي در صفحه شكل ـ علامت ⊗ نشان مي دهد كه جهت بردار نيروي $\vec{f}_m$ بسمت بيرون از صفحه شكل و عمود بر آن است.

اگر شعاع حلقه گردابه را R و مؤلفة شعاعي سرعت نسبي آنرا $\vec{u}$ بناميم داريم:

$$|u| = \frac{dR}{dt} = \dot{R} \qquad (۲۱)$$

مي‌دانيم نيروي ماگنوس عمل كننده بر واحد طول المان گردابه برابر است با:

$$\left|\vec{f}_m\right| = \left|\rho\vec{k} \wedge \vec{u}\right| = \rho k \frac{dR}{dt} \qquad (۲۲)$$

لذا نيروي ماگنوس كلي كه بر گرابه حلقوي به شعاع هسته‌اي R عمل مي‌كند عبارتست از:

$$\left|\vec{f}_{mT}\right| = 2\pi R\rho k\dot{R} \qquad (۲۳)$$

حال اگر آهنگ اتلاف انرژي را كه با جمله دوم رابطة (۲۰) بيان شده ناشي از رشد گردابه حلقوي بعلت عملكرد نيروي ماگنوس بدانيم كه در آن حجم كنترلي معادل حجم شاره همراه با گردابه بوده و نيروي غير پايستار $\vec{f}_e$ با تقريب علامت برابر نيروي ماگنوس است داريم:

$$\left|\dot{E}_{Diss}\right| = |\vec{v}|\left|\vec{f}_{mT}\right| = 2\pi R\rho k v\dot{R}$$
$$= \pi\rho k v \frac{d}{dt}(R^2) \qquad (۲۴)$$

روشن است انرژي اتلافي فوق در حين رشد گردابه از انرژي شاره اخذ مي‌شود بعبارت ديگر اين انرژي از انرژي ناشي از اختلاف سطح موجود در منابع هيليوم تأمين مي‌گردد اگر A سطح مقطع سوراخ فرض شود از برابري رابطة (۲۴) با اين انرژي داريم.

$$\rho g\Delta Z A v = \frac{d}{dt}(\rho\pi k \upsilon R^2) \qquad (۲۵)$$

كه در آن از حالات ايستائي $\frac{dk}{dt} = 0 , \frac{dv}{dt} = 0$ استفاده شد البته ايستا بودن اين كميات در ديناميك ابرشاره هيليوم يك واقعيت تجربي است زيرا گردش k كوانتيزه بوده و جريان ابرشاره نيز فاقد شتاب است يعني همواره نيروهاي هئدرودیناميكي با نيروهاي غير پايستار خنثي مي‌شوند در غير اين صورت شتاب آن نامحدود خواهد بود.

اگر متوسط زمان لازم براي شكل‌گيري كامل يك گردابه حلقوي را بصورت زير تعريف كنيم.

$$R_c = \tau v \qquad (۲۶)$$

كه در آن R_c شعاع حلقه گردابه يا شعاع سوراخ است. با ادغام رابطه (۲۶) در (۲۵) مي‌دهد.

$$\rho g\Delta Z.A\tau = (\rho\pi k\tau^2 v^2) \qquad (۲۷)$$

يا

$$\frac{v^2}{\Delta Z} = \frac{gA}{\pi\tau k} \qquad (۲۸)$$

كليه كميات موجود در عبارت سمت راست رابطة (۲۸) تجربي بوده و معلوم‌اند لذا:

$$v = const.\Delta Z^{1/2} \qquad (۲۹)$$

رابطة (۲۹) كه در اينجا بروش نظري و مبتني بر مدل گردابه حلقوي محاسبه شده داراي پشتوانه تجربي است هالن و همكاران [۱۶] نشان داده‌اند كه در جريان ابرشاره هيليوم از يك سوراخ ريز وقتي سرعت شاره از سرعت بحراني تجاوز كرد خاصيت غير قابل گردش بودن آن نقض شده در دهانة سوراخ گردابه كوانتيزه تشكيل مي‌شود اين گردابه در طول زمان رشد نموده و انرژي لازم را از شاره اخذ مي‌كند در اين شرايط سرعت ابرشاره ديگر مستقل از نيروهاي خارجي عمل كننده نبوده بلكه متناسب با $(\Delta Z)^{1/2}$ مي‌باشد.

مقادير عددي كميات تجربي بكار رفته در آزمايش مذكور به شرح زير است.

$R_c \cong 3^{\mu m}$
$g \cong 980\ cm\sec^{-2}$
$k \cong 10^{-3}\ cm^2\sec$
$\tau \cong 10^{-4}\sec$

اگر اين مقادير در رابطة (۲۹) استفاده شود داريم:

$$\frac{v}{\Delta Z^{1/2}} \cong 30 cm^{1/2} \sec^{-1} \quad (۳۰)$$

که با مقدار مشابه تجربي خود سازگار است.

۳- نتیجه گیری

بنظر مي‌رسد گردابه حلقوي و مكانيزم رشد آن براي بررسي ديناميك ابرشاره هيليوم در مقايسه با مدلهاي ديگر براي تفسير نتايج تجربي مفيدتر است در اين مدل نشان داده شده كه هر وقت نيروهاي داخلي داراي امتداد شعاعي است جريان ابرشاره فاقد اتلاف بوده ولي در حالتي كه امتداد محوري دارند بعلت رشد گردابه ناشي از وجود مؤلفه شعاعي سرعت نسبي، جريان شاره همراه با اتلاف انرژي مي‌باشد در چنين شرايطي سرعت ابرشاره متناسب با $(\Delta Z)^{1/2}$ بوده و اين نتيجه بدفعات در تجربه تأييد شده است. در حقيقت كميت v بعنوان متغيير اصلي در بررسي رژيم تلاطمي ابرشاره علاوه بر اينكه متناسب با اختلاف سطح منابع است به پارامترهاي ديگري مثل چگالي ابرشاره (ρ_s) و دماي آزمايش (T) نيز بستگي دارد در مقالة بعدي رابطة بين سرعت، چگالي و دما محاسبه سپس مقايسه نتيجه بدست آمده با مشاهدات تجربي ارائه خواهد شد.

مراجع

[1] Oestereich, T.and Xie J.K. J.Low. Temp. Phys. 1991, 83, Nos ½.
[2] Wilks, J. The properties of Liquid and solid Helium, 1967.
[3] Geurst. J. A. Proc. XVth. Int. Conf. Of Theor. And Appl. Mech. 1980.
[4] Schaefer, R. and. Fliessboch. T.Nuovo cimento. 1994, 160. 373.
[5] Tilley, R. D. and Tilley, J. Superfluidity and superconductivity, 3.ed 1990.
[6] Glaberson, W,I and Donnelly, R. J. Progress in low. Temp. Phys. 1986.
[7] Yarmchuck, E J. and Packard, R. E. J. low, Temp. Phys. 1982, 36, 381-430.
[8] Hegde, S.G. and Glaverson, W.I.Phys. Rev.lett.1980, 45, 190-193.
[9] Feynman, R.P. Progress in low. Temp phys.,vol. I,1955.
[10] Brewer, D.F. 75th Jubilee conf. On He-4, 1983.
[11] Fetter, L and suedzinsky, A. J. Phys. Condens. Matter,2001, 13, 135-195.
[12] Donnelly, R.J. Quantized vortices in Helium II, 1991.
[13] Donnelly, R.J. and Roberts, P.H. Trans.Roy. soc. 1971, A271, 41.
[14] Rayfield, G.W. and Rief,f.phys. Rev, 1964, 136, 1194.
[15] Wexter, W. Magnus and Iordonskii forces in superfluids, cond – Matter, 1997,V2.
[16] Hulin, J.P et.al., phys. Rev,A 1974,9 885-892.