اثبات پايداري ماهواره چرخان با عملگرهاي مغناطيسي به كمك قانون كنترل لغزشي پيوسته

حسين بلندى   استاديار گروه كنترل، دانشكده مهندسي برق، دانشگاه علم و صنعت ايران
بهمن قربانى واقعى   دانشجوي دوره دكتري كنترل، دانشكده مهندسي برق، دانشگاه علم و صنعت ايران

چكيده

بطور كلي ماهواره‌ها، بدليل ساختار و اجزاي بكار رفته در آنها، داراي ديناميك غيرخطي با وجود عدم قطعيت و محدوديتهاي ناشي از عملگرها مي‌باشند. بهمين جهت همواره استفاده از قوانين كنترل مقاوم و پايداري آنها مد نظر بوده است. در اين مقاله با استفاده از كنترل لغزشي به عنوان يك قانون كنترل مقاوم، ضمن كاهش اثر محدوديت عملگرها و عدم قطعيت‌هاي ديناميكي، پايداري كلي ماهواره اثبات مي‌گردد. در اين راستا پس از استخراج ديناميك و سينماتيك ماهواره براساس كواترنيون، سطح لغزش طراحي و پايداري آن با استفاده از تئوري لياپونف اثبات مي‌گردد. در ادامه با نشان دادن عدم تضمين پايداري قانون كنترل لغزشي ناپيوسته، پايداري كلي ماهواره‌هاي چرخان با طراحي قانون كنترل لغزشي پيوسته ثابت شده و در نهايت با شبيه‌سازي بر روي يك ماهواره چرخان با در نظر گرفتن ملاحظات عملي، صحت عملكرد طراحي انجام شده، نشان داده مي‌شود.

كلمات كليدى: ديناميك و سينماتيك ماهواره‌هاي چرخان، عملگرهاي مغناطيسي، كواترنيون، كنترل لغزشي

Prove of Stability of a Satellite Included Magnetorquers as Actuator Using Sliding Control law

H. Bolandi   Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology
B. Ghorbani Vaghei   Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology

Abstract

In general, most of satellites have nonlinear dynamic together with uncertainty and restricted constraints on their actuators. In this paper, stability of satellite by using sliding control as a robust control is proved in such a way that influences of above-mentioned limitations has been reduced. In this regard, after deriving dynamic and kinematic equation based on quaternions, sliding surface will be designed such that it will be stable. It is then illustrated that discrete sliding control law will not guarantee stability, but continuous one will guarantee satellite stability by proving. Finally, fine performance of designed control law is shown by simulation on a spinning satellite considering practical aspects.

Key words: Dynamic and kinematic equation of spinning satellites, Magnetorquer, Quaternion, Sliding control

١- مقدمه

سيستم كنترل وضعيت يك ماهواره وظيفه جهت دهي و حفظ پايداري آن را براي انجام مأموريت‌هاي محوله بعهده دارد. در ماهواره‌هايي كه از پايدارسازي چرخان استفاده مي‌شود، ماهواره را حول محور پايدار حداكثر ممان اينرسي جهت ايجاد سختي ژيروسكوپي(1) مي‌چرخانند، كه در نتيجه كاهش اثر اغتشاشات وارده بر پيكره ماهواره را بدنبال خواهد داشت [١و٢]. از طرفي ديگر، بعد از پرتاب ماهواره و استقرار آن در مدار مربوطه، بايد چرخشهاي نامنظم و غيرمطلوب بهوجود آمده در اثر نيروهاي وارده بر پيكره توسط پرتابگر، كاهش يابند. لذا جهت حصول پايدارسازي چرخان، سرعت ماهواره حول محور حداكثر ممان اينرسي را بايد بهنحوي افزايش داد كه وضعيت ماهواره در اثر كنترل جهت محور چرخش، در رنج دقت قرار گيرد. اين سلسله فعاليتها، تحت نام مود عملياتي كاهش نوسانات اوليه(٢) شناخته مي‌شود. پس از انجام موفقيت‌آميز اين مود، ماهواره در مود نرمال قرار گرفته و به انجام ماموريت خود مي‌پردازد.

جهت حصول اهداف ماموريت، پس از تبيين مدهاي موردنياز انتخاب عملگرها صورت مي‌پذيرد. در اين راستا از عملگرهاي متفاوتي چون چرخهاي عكس‌العملي و چرخهاي ممنتوم، رانشگرها و گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي استفاده مي‌شود. چرخهاي عكس‌العملي و ممنتوم، موتورهاي DC مى‌باشند كه تقريباً پيچيده بوده و داراي طول عمر متوسط، قابليت اطمينان پايين و توان مصرفي زيادي هستند. رانشگرها هم مخازن حاوي سوخت هستند كه با خروج آنها، گشتاور عكس‌العملي بهپيكره ماهواره اعمال مي‌گردد. پيچيدگي، قابليت اطمينان پايين و عدم قطعيت در ديناميك ماهواره بهدليل تغيير جرم سوخت ازجمله معايب عمده اين نوع عملگر مي‌باشد. از طرف ديگر گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي سيم‌پيچهاي حامل جريان هستند كه در واكنش با ميدان مغناطيسي زمين ايجاد گشتاور مكانيكي مي‌نمايند. بدليل سادگي عملكرد، توان مصرفي بسيار پايين، وزن اندك، ايجاد مانور آرام، قابليت اطمينان بسيار بالا و ارزان بودن اين نوع عملگر، در بسياري از ماهواره‌ها از آن استفاده شده است. با توجه به ملاحظات عملي ذكر شده براي اين نوع عملگر و همچنين مأموريت تعريف شده براي ماهواره مورد نظر، در اين مقاله گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي بعنوان عملگرهاي ماهواره انتخاب شده‌اند.

پس از انتخاب نوع عملگرها و سنسورها، طراحي كنترل‌كننده بايد بصورتي انجام بپذيرد كه خروجي سيستم به خروجي مطلوب نزديك شده و اهداف كنترلي در هر مود برآورده گردد. بهطور كلي در اكثر ماهواره‌هايي كه از گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي استفاده مي‌نمايند، از قانون كنترل خاموش/روشن استفاده مي‌شود [٢] . استفاده از قانون كنترل PI با استفاده از اين عملگر در [٥] نيز ارائه شده است. جهت بكارگيري قوانين كنترل خطي نظير PID و PI در ماهواره، لازم است كه ديناميك ماهواره در كليه نقاط مسير ماهواره خطـي‌سازي شده و سپس اين قوانين اعمال گردد. در صورتيكـه گشتاور كنترلـي مطلوب توسط عملگـرها قابل پياده‌ســازي باشد آنـگاه عملكرد مطلوب قابـل حصول مـي‌باشد [٥]. همچنين در زمينه پياده‌سازي كنترل تطبيقي بر روي ماهواره‌ها با فرض وجود قابليت پياده‌سازي گشتاور كنترلي مطلوب توسط عملگرها، فعاليتهاي مختلفي صورت پذيرفته است[٨ و ٩]. شايان توجه است كه در خصوص استفاده از قوانين كنترل پيشرفته نيز، روشهاي ديگري جهت پياده‌سازي قانون كنترل خطي‌سازي با فيدبك در ماهواره ارائه شده است [١١] .

مطالعات و تجارب مختلف نشان مي‌دهد كه قوانين كنترلي به نوعي به محدوديت عملگرهاي ماهواره وابسته هستند. با توجه به مقاومت كنترل لغزشي در برابر عدم قطعيتها [٦ و ١٠]، استفاده از اين كنترل كننده سبب مقاومت سيستم در برابر محدوديت عملگرها مي‌شود. بهمين جهت امكان استفاده از اين قانون كنترل در سيستم كنترل وضعيت ماهواره‌ها مد نظر بوده است. آنچه تاكنون در مقالات و مراجع گزارش شده، طراحي كنترل لغزشي براي يك ماهواره سه محوره بوده كه پايداري و صحت عملكرد، فقط با شبيه‌سازي نشان داده شده است. در مقاله حاضر ضمن طراحي قانون كنترل لغزشي براي يك ماهواره چرخان با وجود محدوديتهاي گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي، پايداري ماهواره نيز با استفاده از تئوري لياپونف بطور كامل اثبات مي‌گردد.

در طراحي قانون كنترل لغزشي بعنوان اولين گام لازم است كه پس از استخراج معادلات ديناميكي سيستم، حدود تغييرات پارامترها تعيين گردد [٧]. لذا در اين مقاله، ابتدا ديناميك و

1- Gyroscopic Stiffness
2- Detumbling mode

سينماتيك ماهواره استخراج شده و محدوديت ايجاد شده توسط گشتاور دهنده‌هاي مغناطيسي نشان داده مي‌شود.

در ادامه طراحي كنترلگر لغزشي در دو بخش طراحي سطح لغزش و طراحي قانون كنترل انجام شده و سيگنال كنترلي موردنياز براي اعمال به عملگر مغناطيسي طراحي مي‌گردد. سپس پايداري سطح لغزش بر اساس تئوري لياپونف (با در نظر گرفتن قانون كنترل طراحي شده) و همچنين پايداري كل ماهواره با معرفي تابع كانديداي لياپونف و ارضاي شرايط پايداري، اثبات خواهد شد. در اثبات پايداري طراحي صورت پذيرفته، محدوديت گشتاور دهندهاي مغناطيسي نيز لحاظ شده و نشان داده مي‌شود كه قانون كنترل لغزشي پيوسته با وجود اين محدوديتها پايداري ماهواره را تضمين مي‌نمايد و در هنگام استفاده از قانون كنترل لغزشي گسسته، پايداري را نمي‌توان اثبات كرد. در نهايت با اعمال اين كنترلگر به يك ماهوارة عملي و با درنظر گرفتن ملاحظات عملي، پايداري ماهواره و عملكرد صحيح كنترلگر طراحي شده، اثبات خواهد شد.

۲- ديناميك و سينماتيك ماهواره

فرض كنيد سيستم مختصات بدنه چنان باشد كه محور x_B، محور حداكثر ممان اينرسي ومحور z_B، محور حداقل ممان اينرسي بوده و محور y_B بنحوي تعيين شود كه سيستم مختصات فوق راستگرد گردد. اين سيستم مختصات بر مركز جرم ماهواره نصب مي‌شود و نسبت به ماهواره ثابت است. سيستم مختصات مداري نيز بر مركز جرم ماهواره در هر نقطه از مدار چنان نصب مي‌شود كه محور z_0 در جهت محور زنيت (محوري كه مركز زمين را به مركز جرم ماهواره وصل مي‌كند و جهت آن به سمت خارج زمين است) بوده و x_0 در جهت بردار عمود بر صفحه مداري، بنحوي باشد كه جهت آن همراستا با بردار سرعت زاويه‌اي ماهواره شود. محور y_0 نيز در جهتي انتخاب مي‌شود كه سيستم مختصات فوق راستگرد گردد. همچنين سيستم مختصات جهاني بر مركز زمين چنان نصب مي‌شود كه محور z_W موازي با محور چرخش زمين و جهت مثبت آن در جهت قطب شمال باشد. محور x_W موازي با خط واصل بين مركز زمين و نقطه اعتدال بهاري و در جهت آن نقطه است. نقطه اعتدال بهاري، برروي خط تقاطعي كه صفحه مداري زمين به دور خورشيد با صفحه استواي زمين در اولين روز بهاري مي‌سازد، قرار دارد. محور y_W نيز در جهتي خواهد بود كه سيستم مختصات فوق راستگرد گردد.

در اينراستا كواترنيونها روشهايي ساده براي محاسبه چرخش سيستمهاي مختصات و تبديلات بين آنها و پيكره ماهواره مي‌باشند. ماتريس تبديل كسينوس هادي از سيستم مختصات مداري به سيستم مختصات بدنه بصورت زير مي‌باشد[۱و۲]:

$$A_0^B = \left[\vec{i}_0^B \;\; \vec{j}_0^B \;\; \vec{k}_0^B\right] \qquad (۱)$$

كه بردارهاي $\vec{i}_0^B$, $\vec{j}_0^B$ و $\vec{k}_0^B$ ، بردارهاي واحد محورهاي x_0, y_0 و z_0 از سيستم مختصات مداري هستند كه بر سيستم مختصات بدنه تصوير شده‌اند. بردارهاي $\vec{i}_0^B$, $\vec{j}_0^B$ و $\vec{k}_0^B$ توسط كواترنيون وضعيت $\tilde{q}_0^B = [q_1 \; q_2 \; q_3 \; q_4]^T$ بصورت زير بيان مي‌گردند[۱۱]:

$$\vec{i}_0^B = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \vec{j}_0^B = \begin{bmatrix} 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) \end{bmatrix}$$

$$\vec{k}_0^B = \begin{bmatrix} 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

از آنجا كه ماتريس فوق يكه و ستونهاي آن بر همديگر عمود (ارتوگنال[۱]) مي‌باشند، تبديل معكوس از متمم نمودن كواترنيون وضعيت حاصل مي‌شود كه در اين صورت ماتريس تبديل از سيستم مختصات بدنه به سيستم مختصات مداري، نتيجه مي‌شود.

۲-۱- ديناميك

معادلات ديناميكي، گشتاورهاي اعمالي بر روي ماهواره را با سرعت زاويه‌اي ماهواره نسبت به سيستم مختصات جهاني مرتبط مي‌كنند. معادله ديناميكي حركت يك ماهواره صلب بصورت زير مي‌باشد [۱] :

$$I\dot{\vec{\Omega}}_{Bw}^B(t) = -\vec{\Omega}_{Bw}^B(t) \times I\vec{\Omega}_{Bw}^B(t) + \vec{T}_{ctrl}^B(t) + \vec{T}_{dis}^B(t) + \vec{T}_{gg}^B(t) \qquad (۳)$$

1- Orthogonal Matrix

در رابطه فوق $\vec{\Omega}_{Bw}^{B}$ بردار سرعت زاويه‌اي نسبت به سيستم مختصات جهاني است كه بر محورهاي سيستم مختصات كنترلي تصوير شده است. I تنسور اينرسي، $\vec{T}_{ctrl}^{B}(t)$ گشتاور كنترلي توليدي توسط عملگرهاي ماهواره، $\vec{T}_{dis}^{B}(t)$ مجموع گشتاورهاي اغتشاشي و $\vec{T}_{gg}^{B}(t)$ گشتاور گراديان جاذبه‌اي مي‌باشند.

از آنجا كه ماهواره داراي سه گشتاور دهندة مغناطيسي در راستاهاي x_B ، y_B و z_B است، گشتاور كنترلي $\vec{T}_{ctrl}^{B}(t)$ از تأثير ممانهاي مغناطيسي توليدي توسط عملگرها و ميدان مغناطيسي زمين $\vec{B}^{B}(t)$ بهصورت زير ايجاد مي‌شود:

$$\vec{T}_{Ctrl}^{B}(t) = \vec{m}^{B} \times \vec{B}^{B}(t) \qquad (۴)$$

ممان مغناطيسي ($\vec{m}^{B}$)، همان سيگنال كنترلي است كه توسط كنترل‌كنندة لغزشي چنان ايجاد مي‌شود كه با اعمال گشتاور توليدي، وضعيت مطلوب ماهواره حاصل شود. در اين مقاله ميدان مغناطيسي زمين، يك دو قطبي مغناطيسي در نظر گرفته شده است كه در مركز زمين قرار دارد و مدل هارمونيك كروي بر آن صادق است [۳]. همانطور كه ملاحظه مي‌شود، گشتاور توليدي همواره بر ميدان مغناطيسي زمين قرار دارد. اين امر سبب مي‌شود كه گشتاور توليدي در هر جهت دلخواه نتواند ايجاد شود و اين محدوديت عمده استفاده از گشتاور دهندة مغناطيسي است.

بر اساس [۱] گشتاور ناشي از گراديان جاذبه‌اي مطابق رابطه زير مي‌باشد:

$$\vec{T}_{gg}^{B} = 3\omega_0^2\left(\vec{k}_0^{B} \times I\,\vec{k}_0^{B}\right) \qquad (۵)$$

گشتاور اغتشاشي بهطور عمده بدليل گشتاورهاي آيروديناميكي و تشعشعات خورشيدي است، كه در بدترين شرايط براي ماهواره موردنظر در ارتفاع ۷۰۰km برابر $5\times10^{-6}\ N.m$ محاسبه شده است و ω_0 سرعت مداري ماهواره و برابر $0.0016\ rad/\sec$ است.

۲-۲- سينماتيك

سينماتيك جهت بدنه را در فضا بيان مي‌كند و به كمك انتگرال‌گيري از سرعتهاي زاويه‌اي حاصل مي‌شود. معادلات سينماتيكي توسط انتگرال‌گيري مجزا از دو بخش بردار $\vec{q}=[q_1\ \ q_2\ \ q_3]^T$ و اسكالر q_4 كواترنيون وضعيت بدست مي‌آيند [۱، ۲ و ۱۱]:

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{2}\vec{\Omega}_{Bo}^{B}.q_4 - \frac{1}{2}\vec{\Omega}_{Bo}^{B}\times\vec{q}$$
$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2}\vec{\Omega}_{Bo}^{B}.\vec{q} \qquad (۶)$$

كه $\vec{\Omega}_{Bo}^{B}=\left[\Omega_{Box}^{B}\ \Omega_{Boy}^{B}\ \Omega_{Boz}^{B}\right]$ سرعت زاويه‌اي ماهواره نسبت به سيستم مختصات مداري در سيستم مختصات بدنه مي‌باشد و Ω_{Boz}^{B} ، Ω_{Boy}^{B} و Ω_{Box}^{B} مؤلفه‌هاي $\vec{\Omega}_{Bo}^{B}$ در راستاي محورهاي مختصات x_B ، y_B و z_B هستند. رابطه بين سرعت زاويه‌اي ماهواره نسبت به سيستم مختصات جهاني و سرعت زاويه‌اي ماهواره نسبت به سيستم مختصات مداري در سيستم مختصات بدنه بصورت زير مي‌باشد:

$$\vec{\Omega}_{Bo}^{B} = \vec{\Omega}_{Bw}^{B} - \omega_0.\vec{i}_0^{B} \qquad (۷)$$

مشخصه مهم بيان وضعيت ماهواره به كمك كواترنيون اين است كه توصيف سينماتيك از هر گونه تكين شدن(1) بدور است.

۳- طراحي كنترل‌كنندة لغزشي و اثبات پايداري آن

در طراحي سيستم كنترل وضعيت يك ماهواره چرخان، هدف كنترلي آن است كه سيگنال اعمالي به‌گشتاوردهنده‌هاي مغناطيسي ($m(t)$) چنان محاسبه شود كه سرعتهاي زاويه‌اي در اين نوع ماهواره‌ها برابر مقدار مطلوب $\vec{\Omega}_{Bom}^{B}$ و كواترنيونهاي وضعيت بصورت ماتريس وضعيت مطلوب $\tilde{q}_m=\left[0\ \ q_{2m}\ \ q_{3m}\ \ 0\right]^T$ باشند [۲].

از آنجا كه عملگرهاي ماهواره تحت طراحي، گشتاوردهنده‌هاي مغناطيسي مي‌باشند، مطابق رابطه (۴) گشتاور توليدي همواره بر ميدان مغناطيسي زمين عمود مي‌باشد. اين امر بدين معناست كه گشتاور كنترلي ايجاد شده، در صفحه‌اي عمود بر ميدان مغناطيسي زمين قرار دارد. لذا گشتاورهاي كنترلي را نمي‌توان در جهت مورد نياز، توليد نمود.

1- Singularity

همچنین بدلیل محدودیت ظرفیت گشتاور دهنده‌های مغناطیسی، سطح گشتاور تولیدی نیز محدود می‌باشد. بنابراین با پیاده‌سازی قوانین کنترلی، خطا در خروجی سیستم بوجود می‌آید. به همین جهت استفاده از قوانین کنترل مقاوم جهت ایجاد مقاومت در برابر عدم قطعیتهای ماهواره و کاهش اثر محدودیت عملگرها مد نظر بوده است. در اینراستا با بکار گیری کنترل لغزشی بعنوان یکی از قوانین ساده کنترل مقاوم، سیستم کنترل وضعیت ماهواره در برابر عدم قطعیتهای سیستم و محدودیتهای عملی گشتاور دهنده‌های مغناطیسی مقاوم بوده و اثر منفی آنها را کاهش می‌دهد [۵]. شایان توجه است که همزمان با کاهش خطا، پایداری قانون کنترل لغزشی برای ماهواره بسیار حائز اهمیت است. همانگونه که در مقدمه بیان شد، در کارهای صورت پذیرفته، تاکنون فقط به بررسی عملکرد صحیح ماهواره‌های سه‌محوره بکمك شبیه‌سازی پرداخته شده است. در این مقاله ضمن طراحی قانون کنترل، پایداری ماهواره با وجود محدودیتهای عملی گشتاوردهنده‌های مغناطیسی بعنوان عملگر اثبات می‌گردد. در اینراستا، معادلات حرکت ماهواره را بر یك سطح لغزش پایدار (زیر فضای حرکت ماهواره) تصویر نموده و سپس قانون کنترل لغزشی چنان طراحی می‌شود که حرکت ماهواره بر روی سطح لغزش قرار گرفته و در آنجا باقی بماند. بدین جهت استراتژی طراحی کنترل کنندة لغزشی شامل دو مرحله "طراحی سطح لغزش پایدار" و "طـراحی قانون کنترل لغزشی" می‌باشـــد.

برای طراحی سطح لغزش، از آنجا که سرعتهای ۳ راستای x_B ، y_B و z_B مهم می‌باشند، لذا سطح لغزش را درجه ۳ انتخاب می‌کنیم. طراحی سطح لغزش چنان انجام می‌شود که اگر ماهواره بر روی آن قرار گیرد، هدف کنترلی برآورده شود.

از آنجا که بدلیل شرایط اولیه بعد از پرتاب و گشتاورهای اغتشاشی، حرکت ماهواره چنان است که خارج از سطح لغزش قرار دارد، به یك قانون کنترلی نیاز داریم تا آنرا برروی سطح لغزش قراردهد. لذا یك قانون کنترل لغزشی چنان طراحی می‌گردد که فاصله بین حرکت ماهواره تا سطح لغزش به ازای هر جوابی که برای $\tilde{\Omega}^B_{Bo}$ و $\tilde{q}$ حاصل می‌شود، به سمت صفر میل کند.

در عمل بدلیل محدودیتهای ذکر شده، گشتاور تولیدی توسط عملگرها با گشتاورکنترلی مورد نیاز و مطلوب یکسان نبوده و سبب ایجاد خطا می‌شود. در این مقاله ضمن اثبات عدم تضمین پایداری توسط قانون کنترل لغزشی گسسته، طراحی یك قانون کنترل لغزشی پیوسته بصورتی انجام خواهد گرفت که علاوه بر تقلیل اثر منفی محدودیتهای عملگرها، خطا نیز کاهش خواهد یافت. سپس پایداری کلی ماهواره بر اساس طراحی انجام شده به کمك تئوری پایداری لیاپونف اثبات می‌گردد.

۱-۳- طراحی سطح لغزش پایدار

در این قسمت به تعریف سطح لغزش پرداخته و اثبات خواهیم کرد که سطح لغزش درجه۳ در فضای حالت درجه۶ که از بردار کواترنیون وضعیت $(\vec{q})$ و بردار کواترنیون وضعیت مطلوب $(\vec{q}_m)$، سرعتهای زاویه‌ای $\vec{\Omega}^B_{Bo}$ و سرعتهای زاویه‌ای مطلوب $\vec{\Omega}^B_{Bom}$ تشکیل یافته، پایدار است. در این راستا متغیرلغزش $\vec{S}^B$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{S}^B = \left(\vec{\Omega}^B_{Bo} - \vec{\Omega}^B_{Bom}\right) + \lambda_q.(\vec{q} - \vec{q}_m).q_4 \qquad (۸)$$

λ_q یك ماتریس معین مثبت است. همانطور که ملاحظه می‌گردد اگر متغیر لغزش برابر صفر شود در این صورت سطح لغزش زیر فضایی از فضای حالت سیستم می‌باشد. بعبارت دیگر

$$S \equiv \left\{\vec{q}, \vec{\Omega}^B_{Bo} : \vec{S}^B = \vec{o}\right\} \qquad (۹)$$

این تعریف اطمینان می‌دهد که با برآورده شدن شرط $\vec{S}^B = 0$، $\vec{q}$ به سمت $\vec{q}_m$ یا q_4 به سمت صفر و $\vec{\Omega}^B_{Bo}$ به سمت $\vec{\Omega}^B_{Bom}$ میل می‌کند. برای اثبات موضوع اگر تابع کاندیدای لیاپونوف[1] را به شکل ماتریسی زیر تعریف کنیم:

$$V_q = (q - q_m)^T (q - q_m) + (q_{4m} - q_4)^2 \qquad (۱۰)$$

که q_m و q بهترتیب شکل ماتریسی بردار کواترنیون وضعیت مطلوب $(\vec{q}_m)$ و وضعیت فعلی $(\vec{q})$ و q_{4m} و q_4 بترتیب مقدار اسکالر کواترنیون وضعیت مطلوب و وضعیت فعلی است. با بازنویسی رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} V_q &= (q^T - q_m^T)(q - q_m) + (q_{4m} - q_4)^2 \\ &= q^T q - q^T q_m - q_m^T q + q_m^T q_m + q_{4m}^2 + q_4^2 - 2q_{4m}q_4 \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

1- Lyapunov Candidate Function

از طرف ديگر طبق تعريف كواترنيون، داريم [۱و۲و۱۱] :

$$q^T q + q_4^2 = 1 \quad \text{(۱۲-الف)}$$

$$q_m^T q_m + q_{4m}^2 = 1 \quad \text{(۱۲-ب)}$$

با جايگذاري (۱۲) در (۱۱) و با توجه به اينكه $q_{4m} = 0$ است:

$$V_q = 2-(q^T q_m + q_m^T q) = 2-2\,(q_1 q_{1m} + q_2 q_m + q_3 q_{3m})$$

$$\Rightarrow\ V_q = 2(1-q_m^T q) \quad (۱۳)$$

اگر از معادله (۱۳) مشتق زماني بگيريم، داريم:

$$\dot V_q = -2 q_m^T \dot q \quad (۱۴)$$

از طرف ديگر بكمك رابطه (۹) خواهيم داشت:

$$\dot q = \frac{1}{2} q_4 \Omega_{Bo}^B - \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \Omega_{Boy}^B q_3 - \Omega_{Boz}^B q_2 \\ \Omega_{Boz}^B q_1 - \Omega_{Box}^B q_3 \\ \Omega_{Box}^B q_2 - \Omega_{Boy}^B q_1 \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

با بازنويسي رابطة (۱۵) خواهيم داشت:

$$\dot q = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & +q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & +q_1 & +q_4 \end{bmatrix}\Omega_{Bo}^B = \frac{1}{2} Q(q)\Omega_{Bo}^B \quad (۱۶)$$

كه

$$Q(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & +q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & +q_1 & +q_4 \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

با جايگزيني $\dot q$ در معادله (۱۴) با معادل آن در رابطه (۱۶) خواهيم داشت:

$$\dot V_q = -2 q_m^T\left(\frac{1}{2} Q(q)\vec\Omega_{Bo}^B\right) = -q_m^T Q(q)\vec\Omega_{Bo}^B \quad (۱۸)$$

از طرف ديگر با توجه به اينكه پايداري روي سطح لغزش در اينجا مهم است و سطح لغزش نيز بايد $S^B = 0$ باشد، خواهيم داشت:

$$S^B = 0 \Rightarrow \Omega_{Bo}^B = \Omega_{Bom}^B - \lambda_q (q - q_m) q_4 \quad (۱۹)$$

به كمك روابط (۱۸) و (۱۹) بدست مي‌آيد:

$$\dot V_q = \lambda_q q_4^2 (q_2 q_{2m} + q_3 q_{3m} - 1) \quad (۲۰)$$

بدليل اينكه مقادير q_2, q_{2m}, q_3 و q_{3m} همگي كوچكتر از واحد و مؤلفه‌هاي سينوسي و كسينوسي هستند، لذا:

$$q_2 q_{2m} + q_3 q_{3m} < 1 \quad (۲۱)$$

بنابراين طبق تئوري لياپونف، سطح لغزش تعريف شده، پايدار است.

از آنجا كه λ_q ، ماتريس معين مثبت فرض گرديده است. لذا مشتق تابع كانديداي لياپونف همواره منفي است و اين امر طبق تئوري روش مستقيم لياپونف[۲]، مبين پايداري ماهواره حول نقطه $\tilde q_m = \left[\ 0\ \ cos\left(\frac{0.4188}{2} t\right)\ \ sin\left(\frac{0.4188}{2} t\right)\ \ 0\ \right]^T$ و $\Omega_{Bom}^B = [0.4188 \quad 0 \quad 0]^T$ است. شايان توجه است كه اين حالت، به شرطي قابل وصول است كه ماهواره برروي سطح لغزش قرار گرفته باشد.

۲-۳- طراحي قانون كنترل لغزشي بدون محدوديت عملگرهاي مغناطيسي ماهواره

در اين بخش گشتاور كنترلي مطلوب جهت سوق دادن ماهواره به هدف كنترلي و رسيدن به سطح لغزش طراحي مي‌گردد. ابتدا بصورت ايده‌آل فرض مي‌كنيم كه گشتاور كنترلي در جهت‌هاي x_B ، y_B و z_B قابل توليد است و در بخش بعدي اثر عملگر مغناطيسي نيز لحاظ خواهد شد.

براي بيان حركت ماهواره در زير فضاي $\vec S^B$ بايد تغييرات متغير لغزش را بر حسب زمان بدست آورد، يا بعبارتي ديگر حركت ماهواره را در اين زير فضا تصوير نمود. با مشتق‌گيري از رابطه (۸) داريم:

$$\dot{\vec S}^B = \dot{\vec\Omega}_{Bo}^B + \lambda_q \dot{\vec q} . q_4 + \lambda_q\ (\vec q - \vec q_m).\dot q_4 \quad (۲۲)$$

2- Lyapunov Direct Method Theorem

با استفاده از (۲۱) و بازنويسي رابطه (۲۲) بدست مي‌آيد:

$$\dot{\vec{S}}^B = \dot{\vec{\Omega}}_{Bw}^B - \omega_0 \dot{\vec{i}}_0^B + \lambda_q . \dot{\vec{q}} . q_4 + \lambda_q (\vec{q} - \vec{q}_m) . \dot{q}_4 \quad (۲۳)$$

اگر فرض كنيم مسير ماهواره روي سطح لغزش قرار داشته باشد، گشتاور كنترلي $\vec{T}_{Sliding}^B$ چنان بايد باشدكه با وجود گشتاورهاي اغتشاشي، ماهواره همچنان روي سطح لغزش باقي بماند. بعبارت ديگر اگر گشتاور بنحوي صحيح به ماهواره اعمال شود، تغييرات متغيرلغزش($\vec{S}^B$) برابر صفر مي‌شود. اگر ماهواره روي سطح لغزش نباشد، در اين صورت گشتاور كنترلي ديناميكي جهت حذف ديناميك نامطلوب ماهواره ($\vec{T}_{Dynamic}^B$) و سوق دادن حركت ماهواره به سمت سطح لغزش را به گشتاور كنترلي $\vec{T}_{Sliding}^B$ اضافه مي‌كنيم. در اين صورت گشتاور كنترلي مطلوب بصورت زيرخواهد بود:

$$\vec{T}_{des}^B = \vec{T}_{Dynamic}^B + \vec{T}_{Sliding}^B \quad (۲۴)$$

گشتاور $\vec{T}_{Sliding}^B$ بايد تضمين كند كه ماهواره بر روي سطح لغزش باقي بماند، لذا:

$$\vec{T}_{Sliding} = -\lambda_s \, Sign(\vec{S}^B) \quad (۲۵)$$

در رابطه (۲۵)، λ_s يك عدد ثابت مثبت است. گشتاور $\vec{T}_{Dynamic}^B$ ديناميك نامطلوب ماهواره را تا حد امكان حذف مي‌كند، تا توسط ترم $\vec{T}_{Sliding}^B$ پايداري ماهواره بر روي سطح لغزش تضمين شود. در اين صورت به كمك رابطة (۳)، (۶) و (۲۳)، گشتاور $\vec{T}_{Dynamic}^B$ بصورت زير بدست مي‌آيد:

$$\vec{T}_{Dynamic}^B = \vec{\Omega}_{Bw}^B \times I \, \vec{\Omega}_{Bw}^B - \vec{T}_{gg} + \omega_0 I \left(\dot{\vec{i}}_0^B \times \vec{\Omega}_{Bo}^B \right) - \frac{1}{2} \lambda_q \left(\dot{\vec{\Omega}}_{Bo}^B + \vec{\Omega}_{Bo}^B \times \vec{q} \right) \quad (۲۶)$$

گشتاور $\vec{T}_{Dynamic}^B$ سبب مي‌شود، ديناميك با عدم قطعيت ماهواره تا حدامكان حذف شود و لذا به كمك رابطه (۲۳) و معادلات ديناميكي (۶) بدست مي‌آيد:

$$I . \dot{\vec{S}}^B = \vec{T}_{ctrl}^B = -\lambda_s \, Sign(\vec{S}^B) \quad (۲۷)$$

كه $\vec{T}_{ctrl}^B$ گشتاور توليدي توسط عملگرهاي ماهواره تحت طراحي است.

سيستم توصيف شده توسط معادله (۲۷) تا زمانيكه شرايط لغزش ارضا شود، پايدار مي‌ماند. اما زمانيكه عملگر ماهواره، گشتاور دهنده مغناطيسي باشد، گشتاور مغناطيسي ايجادي، عمود بر ميدان مغناطيسي زمين مي‌شود و فقط مي‌تواند بخشي از گشتاور مطلوب را توليد كند. بعبارت ديگر $\vec{T}_{des}^B$ همان $\vec{T}_{ctrl}^B$ توليدي توسط عملگرها نخواهد بود. ضمناً سطح حداكثر گشتاور توليدي نيز محدود مي‌باشد. لذا نياز داريم تا به توصيف شرط لغزش در اين حالت بپردازيم كه در بخش بعد توضيح داده خواهد شد.

۳-۳- طراحي قانون كنترل لغزشي با محدوديت عملگرهاي مغناطيسي ماهواره

قبل از آنكه قانون كنترل لغزشي براي يك ماهواره با عملگر مغناطيسي استخراج شود، ابتدا نشان داده خواهد شد كه گشتاور الكترومغناطيسي نمي‌تواند قانون كنترل لغزشي ناپيوسته پايدار را فراهم كند و بجاي آن بايد شرط لغزش پيوسته در نظر گرفته شود. در واقع هدف اصلي در اين بخش، توضيح نحوه ايجاد گشتاور الكترومغناطيسي و تا حدامكان نزديك به گشتاور كنترلي مطلوب مي‌باشد. گشتاور كنترلي مطلوب ممكن است بصورت ناپيوسته در معادلات (۲۴) و (۲۵) و يا بصورت پيوسته در معادله زير در نظر گرفته شود:

$$\vec{T}_{des}^B = \vec{T}_{Dynamic}^B - \lambda_s . \vec{S}^B \quad (۲۸)$$

در ماهواره تحت طراحي بدليل داشتن عملگر مغناطيسي، گشتاور ايجادي همواره بر بردار ميدان مغناطيسي زمين عمود است. لذا گشتاور توليدي در صفحه‌اي عمود بر ميدان مغناطيسي زمين مي‌باشد. در اين صورت قانون كنترل پيشنهادي زير اين نياز را بر آورده مي‌سازد:

$$\vec{m}^B = \frac{\vec{T}_{des}^B \times \vec{B}^B}{\left\| \vec{B}^B \right\|^2} \quad (۲۹)$$

حال بايد پايداري سيستم كنترل وضعيت با توجه به سيگنال كنترلي (۲۹) براي دو حالت پيوسته (۲۸) و ناپيوسته (۲۵) با

استفاده از پايداري لياپونف بررسي شود. در اين قسمت فرض مي‌شود که گشتاور مطلوب هيچگاه صفر نخواهد بود. اين فرض جهت سادگي و بدست آوردن رابطه‌اي صريح مي‌باشد.

۳-۳-۱- بررسي پايداري در حالت لغزش ناپيوسته

گشتاور کنترلي مطلوب براساس طراحي شرايط لغزش ناپيوسته از معادله (۲۴) بصورت زير مي‌باشد:

$$\vec{T}^B_{des} = -\lambda_s \, . Sign(\vec{S}^B) \qquad (۳۰)$$

اين فرض که $\vec{T}^B_{Dynamic} = 0$ باشد بر کليت مسأله خللي ايجاد نمي‌کند. زيرا پايداري در زمانيکه بر روي سطح لغزش قرار داريم، مد نظر است. در اين حالت گشتاور کنترلي بصورت زير ايجاد مي‌شود:

$$\vec{T}^B_{ctrl} = \vec{m}^B \times \vec{B}^B \qquad (۳۱)$$

با جايگزيني معادله (۲۹) در معادله (۳۱) و سپس با جايگزيني نتيجه حاصل در معادله (۲۷) خواهيم داشت:

$$I\,\dot{\vec{S}}^B = \frac{1}{\left\|\vec{B}^B\right\|^2}\left(\vec{B}^B \times \lambda_s \, . Sign(\vec{S}^B)\right) \times \vec{B}^B \qquad (۳۲)$$

جهت بررسي پايداري، تابع کانديداي لياپونف، بصورت زير پيشنهاد مي‌گردد.

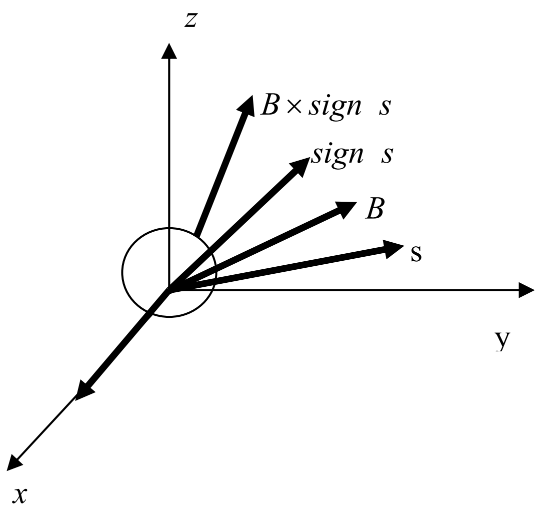
$$v_s = \frac{1}{2}(S^B)^T \, I \, S^B = \frac{1}{2} \, I \, \vec{S}^B \cdot \vec{S}^B \qquad (۳۳)$$

که با مشتق گيري نسبت به زمان نتيجه مي‌شود:

$$\dot{v}_S = \dot{\vec{S}}^B \cdot I \, \vec{S}^B$$
$$\Rightarrow \dot{v}_S = \left\{\left[\left[\frac{1}{\left\|\vec{B}^B\right\|^2} . I^{-1}\left(\vec{B}^B \times \lambda_S \, Sign(\vec{S}^B)\right)\right] \times \vec{B}^B\right\} \cdot I\vec{S}^B$$
$$= \frac{-\lambda_S}{\left\|\vec{B}^B\right\|^2}\left(\vec{B}^B \times Sing(\vec{S}^B)\right) \cdot \left(\vec{B}^B \times \vec{S}^B\right)$$

(۳۴)

در مقابل مي‌توان نشان داد بردارهاي $\vec{S}^B$ و $\vec{B}^B$ بنحوي وجود دارند که $\dot{v}_s > 0$. مطابق شکل (۱)، فرض کنيد که زاويه بين بردارهاي $\vec{S}^B$ و $Sign\,\vec{S}^B$ برابر α و در فاصله زاويه‌اي $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ باشد. اگر زاويه بين $\vec{B}^B$ و $\vec{S}^B$ در فاصله زاويه‌اي $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ باشد، ممکن است وضعيتي در ماهواره نسبت به سيستم مختصات بدنه پيدا شود که زاويه بين $\vec{B}^B$ و $Sign\,\vec{S}^B$ در فاصله زاويه‌اي $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ باشد، (شکل (۱)) آنگاه $\left(\vec{B}^B \times \vec{S}^B\right) \cdot \left(\vec{B}^B \times sign(\vec{S}^B)\right) < 0$ شده و لذا $\dot{v}_s > 0$ مي‌شود.



شکل۱- دياگرام برداري در حالت $\dot{v}_s > 0$

مثال نقض: اگر فرض گردد که بردارهاي لغزش و ميدان مغناطيسي زمين در سيستم مختصات بدنه به صورت زير باشد، در اين صورت زاويه بين $\vec{S}^B$ و $Sign(\vec{S}^B)$ α، زاويه α' بين $\vec{S}^B$ و $\vec{B}^B$ و زاويه α'' بين $\vec{B}^B$ و $Sign\,\vec{S}^B$ چنين محاسبه مي‌شوند:

$$B^B = \begin{bmatrix} 0.4570 \\ 0.7881 \\ 0.2811 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \quad Tesla \; , \; S^B = \begin{bmatrix} 0.2248 \\ 0.9089 \\ 0.0073 \end{bmatrix}$$

$$Sign(S^B) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

زاويه بين $\vec{S}^B$ و $Sign(\vec{S}^B)$ چنين است:

$$\alpha = cos^{-1}\left(\frac{S^B \cdot Sign(S^B)}{\left|S^B\right| . \left|Sign(S^B)\right|}\right) = 44.2865^{\circ}$$

و بطور مشابه زاويه بين $\vec{S}^B$ و $\vec{B}^B$ بصورت زير است:

$$\alpha' = 23.1030^{\circ}$$

همچنين زاويه بين $\vec{B}^B$ و $Sign\,\vec{S}^B$ چنين محاسبه مي‌شود:

$$\alpha'' = -22.4486^{\circ}$$

و لذا خواهيم داشت:

$$\left(B^B \times \vec{S}^B\right) \cdot \left(\vec{B}^B \times sign(\vec{S}^B)\right) = -2.1601 \times 10^{-11} \quad \Rightarrow \dot{v}_s > 0$$

همانطور كه ملاحظه مي‌شود مشتق تابع كانديداي لياپونف مثبت بوده و نمي‌توان گفت كه سيستم پايدار است. در قسمت بعد، شرط لغزش پيوسته در نظر گرفته شده و پايداري آن اثبات مي‌گردد.

۳-۳-۲- بررسي پايداري در حالت لغزش پيوسته

حالت لغزش ناپيوسته، مطابق رابطه (۲۸) مي‌تواند با حالت لغزش پيوسته جايگزين گردد يعني:

$$\vec{T}^B_{des} = \vec{T}^B_{Dynamic} - \lambda_s . \vec{S}^B \tag{۳۵}$$

كه λ_s يك مقدار ثابت مثبت است. باز هم فرض مي‌گردد كه $\vec{T}^B_{Dynamic} = 0$ باشد و لذا

$$\vec{T}^B_{des} = -\lambda_s . \vec{S}^B \tag{۳۶}$$

حال اگر ممان مغناطيسي طبق رابطه (۲۹) ايجاد گردد، در اين صورت به كمك رابطه (۲۷) حركت ماهواره در زير فضاي $\vec{S}^B$ بصورت زير است:

$$\dot{\vec{S}}^B = \frac{1}{\left\|\vec{B}^B\right\|^2} I^{-1} \left(\vec{B}^B \times \lambda_s . \vec{S}^B\right) \times \vec{B}^B \tag{۳۷}$$

باز هم تابع كانديداي لياپونف پيشنهادي را مطابق رابطه (۳۳) در نظر مي‌گيريم. با گرفتن مشتق زماني از آن خواهيم داشت:

$$\dot{v}_s = -\frac{\lambda_s}{\left\|\vec{B}^B\right\|^2} \left(\vec{B}^B \times \vec{S}^B\right) \cdot \left(\vec{B}^B \times \vec{S}^B\right) \tag{۳۸}$$

در اين حالت مشتق زماني تابع كانديداي لياپونف، منفي نيمه معين و متغير با زمان است. اين مشتق زمانيكه $\vec{S}^B$ و $\vec{B}^B$ همراستا هستند، برابر صفر است. توجه كنيد كه اگر دو بردار فوق موازي باشند، در واقع ممان مغناطيسي و گشتاور ايجادي برابر صفر خواهد شد. بعبارت ديگر مي‌توان گفت كه مجموع انرژي ماهواره در حالتيكه $\vec{S}^B$ و $\vec{B}^B$ با هم موازي نيستند، در حال كاهش است و ماهواره پايدار مي‌باشد. در حالتي كه دو بردار موازي هستند، انرژي ثابت خواهد بود. اين امر بدليل تغيير جهت ميدان مغناطيسي زمين ثابت نمي‌ماند و در نتيجه مجموع انرژي جنبشي ماهواره در يك بازه زماني ثابت و در بازه زماني ديگر در حال كاهش است و لذا ماهواره پايدار خواهد ماند.

۴- شبيه سازي

جهت اثبات صحت عملكرد قانون كنترل طراحي شده، دراين بخش شبيه‌سازي باتوجه به ملاحظات عملي براي يك ماهواره با مشخصات زير صورت مي‌پذيرد[۴]:

ارتفاع: $700\,km$، جرم: $60\,kg$، اندازه: $60 \times 60 \times 60\,cm^3$،
سيستم كنترل وضعيت: پايدارسازي چرخان و سه گشتاوردهنده مغناطيسي با ظرفيت $4\,Am^2$
زاويه انحراف مداري: 98.6°، ممانهاي اينرسي اصلي ماهواره:

$$4 < I_{xx} < 4.2\ kg.m^2 \ ,3.7 < I_{yy} < 3.9\ kg.m^2$$
$$3.6 < I_{zz} < 3.8\ kg.m^2$$

پس از پرتاب اين ماهواره بدليل وجود نيروهاي ناشي از پرتاب در هر سه راستاي سيستم مختصات كنترلي، چرخشهاي ناخواسته‌اي به وجود مي‌آيد كه حداكثر مقدار آن در هر يك از محورهاي سيستم مختصات كنترلي برابر $3\frac{deg}{sec}$ است [۷]. بهمين جهت لازم است كه اين چرخشهاي ناخواسته اندازه‌گيري شده و مقدار آن كاهش يافته و پس از آن در راستاي حداكثر ممان اينرسي، سرعت زاويه‌اي افزايش يابد. اين عملكرد ماهواره پس از پرتاب تحت عنوان مود كاهش چرخشهاي ناخواسته خوانده مي‌شود. مطابق مشخصات ماهواره موردنظر سرعتهاي زاويه‌اي اوليه و مطلوب بصورت زير مي‌باشند:

$$\begin{aligned}\Omega^B_{Bo}(0) &= [3 \quad 3 \quad 3]\ {deg}/{sec} \\ &= [0.0524 \quad 0.0524 \quad 0.0524]\ {rad}/{sec}\end{aligned} \tag{۳۹}$$

$$\Omega_{Bom}^{B} = [24 \;\; 0 \;\; 0]\, {}^{deg}\!/_{sec} \quad = [0.4188 \;\; 0 \;\; 0]\, {}^{rad}\!/_{sec} \qquad (۴۰)$$

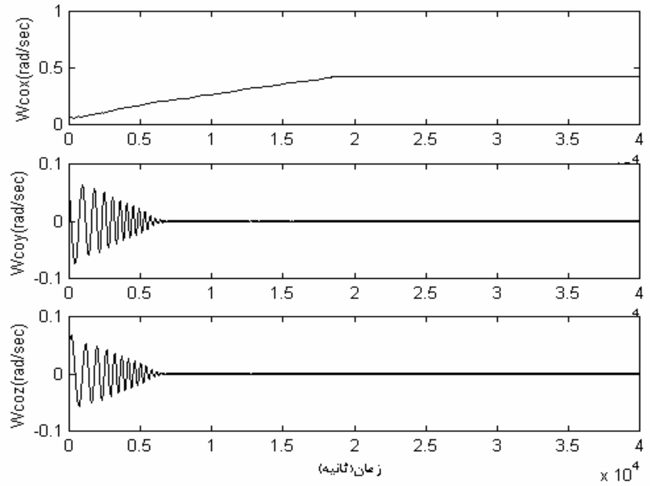
همانطور که ملاحظه مي‌شود، ممانهاي اينرسي ماهواره ممکن است متغير باشند. اين امر بدين معني است که ديناميك ماهواره داراي عدم قطعيت در پارامترها مي‌باشد. در طراحي، ممانهاي اينرسي مورد نياز از ميانگين حدود بالا و پايين هر کدام بدست آمده و در طراحي گشتاور کنترلي مطلوب مطابق رابطة (۲۶) استفاده مي‌شود. بنابراين ممانهاي اينرسي تخميني بصورت زير مي‌باشند:

$$\hat{I}_{xx} = 4.1\ kg.m^2\ ,\hat{I}_{yy} = 3.8\ kg.m^2\ ,\hat{I}_{zz} = 3.7\ kg.m^2$$

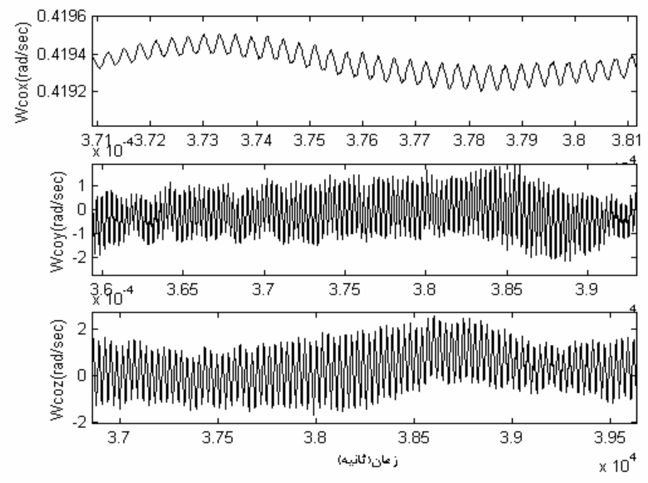
همچنين رنج گشتاور اغتشاشي در مدار مورد نظر با توجه به ابعاد ماهواره در حدود $5\times10^{-6}\ N.m$ مي‌باشد که در شبيه‌سازي لحاظ شده‌اند.

حال، ابتدا بايد سطح لغزش پايدار طراحي گردد. تنها پارامتر مورد طراحي در اين مرحله مقدار λ_q مي‌باشد. با توجه به شبيه‌سازي‌هاي انجام شده با مقادير مختلف λ_q مشخص شده است که اندازه‌هاي کوچك آن سبب پايداري بيشتر سيستم مي‌شود. از طرفي ديگر کوچك انتخاب کردن λ_q اثر کواترنيون وضعيت در تعريف $\vec{S}^B$ را مطابق رابطه (۸) کم کرده و سبب افزايش خطاي وضعيت مي‌گردد. بنابراين جهت کم کردن خطا بايد λ_q بزرگ انتخاب شود. در جهت برآوردن نيازهاي فوق و با انجام شبيه‌سازيهاي مختلف $\lambda_q = 0.002$ انتخاب شده است.

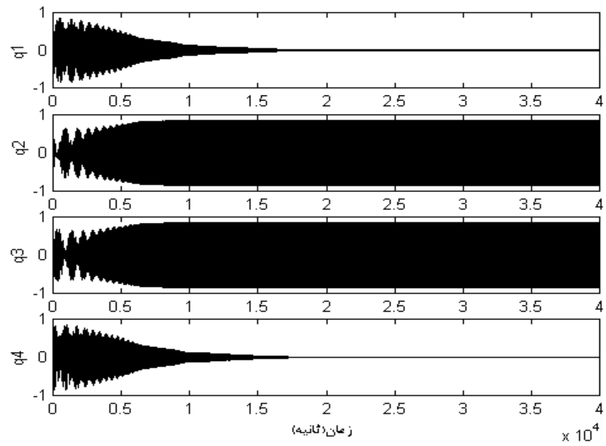
پس از تعريف سطح لغزش جهت طراحي $\vec{T}_{des}^{B}$ مطابق رابطه (۲۸) نياز به طراحي λ_s مي‌باشد. در اينجا هدف کنترلي اين است که مولفه‌هاي Ω_{Bo}^{B} بر مقادير$[0.4188 \;\; 0 \;\; 0]$ منطبق باشند که در اين صورت مقادير کواترنيون بر مقدار مطلوب منطبق مي‌گردند. در اين راستا با انتخاب و آزمايش مقادير مختلف λ_s ملاحظه مي‌شود که افزايش λ_s سبب کاهش خطا و افزايش نوسانات ناپايداري مي‌گردد و بالعکس کاهش λ_s سبب افزايش خطا و بهبود پايداري مي‌باشد. در نهايت $\lambda_S = 10$ انتخاب مي‌گردد. سرعتهاي زاويه‌اي، کواترنيون وضعيت، گشتاورهاي کنترلي مطلوب و گشتاورهاي کنترلـي ايجادي توسط عملگرهاي مغناطيسـي بهمانند شکلهاي (۲) الي (۶) نشان داده شده‌اند. همانطور که از شکل (۲) ملاحظه مي‌شود، سرعت‌هاي زاويه‌اي به مقادير مطلوب به طور مناسب نزديك شده‌اند. جهت نشان دادن خطاي سيستم، بزرگنمايي سرعت‌هاي زاويه‌اي ارائه شده به صورت شکل (۳) مي‌باشند. همانطور که ملاحظه مي‌شود، حداکثر خطا در راستاي x_B برابر $7\times10^{-4}\ rad/\sec$ و در دو راستاي ديگر $2\times10^{-4}\ rad/\sec$ است. ضمناً نوساناتي مشاهده مي‌شود که ناشي از ممانهاي اينرسي و پديدة نوساني درکنترل کنندة لغزشي است.



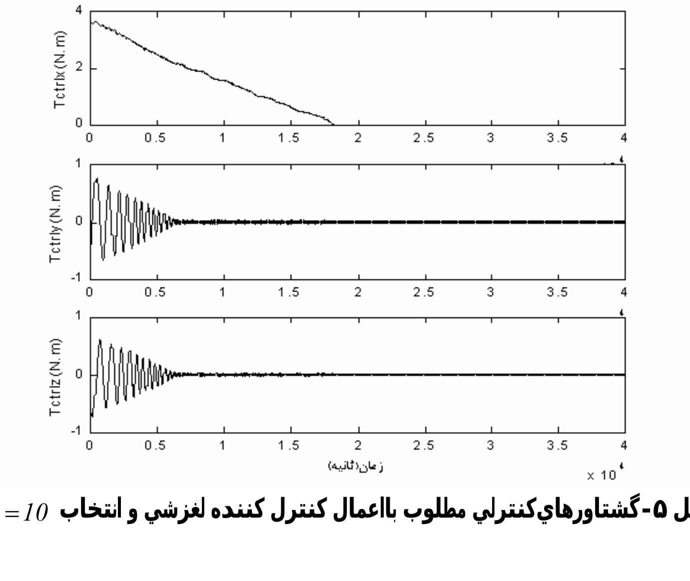
شکل ۲- سرعتهاي زاويه‌اي با اعمال کنترل کننده لغزشي و انتخاب $\lambda_s = 10$



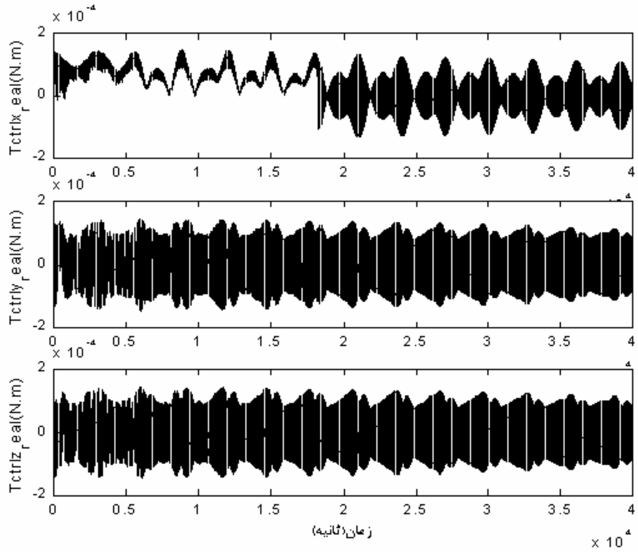
شكل ۳- بزرگ نمايي سرعتهاي زاويه‌اي ارائه شده در شكل (۲)



شكل ۴- كواترنيون وضعيت با اعمال كنترل كننده لغزشي و انتخاب $\lambda_s = 10$



شكل ۵-گشتاورهاي‌كنترلي مطلوب بااعمال كنترل كننده لغزشي و انتخاب $\lambda_s = 10$



شکل ۶-گشتاورهاي کنترلي توليدي با اعمال کنترل کننده لغزشي و انتخاب $\lambda_s = 10$

کواترنیونهاي وضعیت نشان مي‌دهند که خروجي سیستم به مقدار مطلوب بسیار نزدیك شده و خطاي سیستم در حد قابل قبول است. در شکل (۵) گشتاورهاي کنترلي مورد نیاز نشان داده شده‌اند که مقدار آن خارج از حد گشتاور دهندة مغناطیسي است. در شکل (۶) با در نظر گرفتن محدودیت عملگرهاي مغناطیسي و همچنین حد گشتاور تولیدي ملاحظه مي‌شود که گشتاور واقعي اعمالي به پیکرة ماهواره هم از نظر اندازه و هم از نظر جهت با گشتاور مورد نیاز نشان داده شده در شکل (۵) متفاوت است. با این حال با توجه به ساختار کنترل طراحي شده و پایداري چرخان، صحت عملکرد اثبات شده است.

۶- نتیجه‌گیري

همانطور که بیان شد، دینامیك و سینماتیك ماهواره غیرخطي بوده و داراي عدم قطعیت در پارامتر ممان اینرسي است. در این مقاله با توجه به پایداري چرخان، یك سطح لغزش تعریف شده و پایداري آن اثبات گردید. سپس قانون کنترل لغزشي چنان طراحي شد که حرکت ماهواره به سمت سطح لغزش و باقي ماندن آن بر روي سطح لغزش تأمین گردد. در این راستا پایداري قانون کنترل لغزشي پیوسته با وجود محدودیت عملگرهاي مغناطیسي اثبات شده و کارایي بهتر آن نسبت به قانون کنترل لغزشي ناپیوسته ارائه گردید. در نهایت، عملکرد صحیح قانون کنترل لغزشي پیوسته براي یك ماهوارة چرخان با در نظر گرفتن ملاحظات عملي توسط شبیه‌سازي اثبات گردید.

۷- مراجع

[1] Wertz R. J., Spacecraft Attitude Determination And Control, Kluwer Academic Publishers, 1978.
[2] Sidi Marcel, Spacecraft Dynamics And Control, Cambridge University Press, 1997.
[3] Trombka B. T., Cain. C. J., “Computation of The IGRF Spherical Expansions”, NASA X-922-74-303, Gsfs, Aug, 1974.
[۴] گزارش فني شماره (۷۸۰۲۲۰ /۲۱۲/ ۵۶/ / متعال)،« سیستم تعیین و کنترل وضعیت ماهواره چرخان »، مرکز تحقیقات عالي الکترونیك، ۱۳۷۸
5] Tsuchiya K., Inour M., “New Control Schemes For a Magnetic Attitude Control System”, IFAC Automatic Control, Space Noordwijkehout, Netherlands, 1982.
[6] Wisniewski Rafael, Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation, PhD Dissertation, Alborg University, 1996.
[7] Slotine J. J., Li W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall International, Inc, 1991.
[8] Egeland O., Godhavn J. M., “Passivity-Based Adaptive Attitude Control of a Rigid

Spacecraft", IEEE Transaction on Automatic Control, Volume: 35 2, Page(s): 842-846, 1994.

[9] Qung M. Lam, Hill. J. P., "Adaptive Attitude Control", Proceedings of The First IEEE Regional Conference on Aerospace Control Systems, Page(s): 710-714. 1993.

[۱۰] بلندي. ح، قرباني. و.ب, غيره ، "طراحي سيستم كنترل وضعيت يك ماهواره چرخان با استفاده از گشتاوردهنده‌هاي مغناطيسي"، هشتمين كنفرانس سالانه انجمن مهندسان مكانيك ايران- مكانيك ۲۰۰۰، ۱۳۷۹.

[۱۱] بلندي. ح، قرباني. و. ب، غيره، "ارائه يك قانون كنترل جديد براي ماهواره بوسيله تلفيق روش چهارتايي مرتب و قانون كنترل خطي‌سازي با فيدبك"، مجله بين‌المللي علوم مهندسي دانشگاه علم و صنعت ايران، ۱۳۸۰.