محاسبه گراديان اندوکتانس در تفنگ ريلي

اصغر کشتکار — استاديار دانشکده فني، دانشگاه تبريز
محمد حسين سليمانيان — کارشناس مرکز تحقيقات عالي الکترونيك
سيد مجتبي ميراسماعيلي — کارشناس ارشد مرکز تحقيقات عالي الکترونيك

چکيده

با توجه بهاهميت استفاده از پرتاب کنندههاي الکترومغناطيس و توان بالقوه آنها در ايجاد جهش در روند پيشرفت پرتاب کنندههاي شيميايي، افزايش بازده اين پرتاب کنندهها مورد توجه قرار گرفته است. از عوامل بسيار مؤثر در افزايش بازده، گراديان اندوکتانس L' است. در اين مقاله ابتدا براي ترکيب ريل استوانه اي دو روش محاسبه L' پيشنهاد ميشود که بهجوابهاي نسبتاً يکساني منجر ميگردند. سپس روش دوم بهيك ترکيب ريل مربعي اعمال ميگردد که جوابهاي آن در مقايسه با نتايج معتبري که گزارش شده است داراي دقت بسيار خوبي ميباشند. در انتها نيز L' تفنگ ريلي با ريلهاي کمکي با استفاده از روش دوم محاسبه شده است. روشهاي پيشنهاد شده در اين مقاله اين مزيت را بر روشهاي عددي مرسوم دارد که براي L' بهيك رابطه تحليلي منجر ميشود، بهطوريکه از تحليل آن ميتوان اثر عوامل مؤثر در مقدار L' را بهوضوح مشاهده کرد.

کلمات کليدی: تفنگ ريلي(ريلگان)، گراديان اندوکتانس، پرتاب کنندههاي الکترومغناطيس، نيروي الکترومغناطيس.

Inductance Gradient Calculation In Railgun

A. Keshtkar — Elec. Eng. Dept., Faculty of Eng., University of Tabriz
M. H. Soleimanian — Advanced Electronic Research Center (AERC)
S. M. Miresmaily — Advanced Electronic Research Center (AERC)

Abstract

Electromagnetic launchers have very important advantages over powder guns, and then increasing the efficiency of these launchers is one of the important goal of researchers around the world. One of the most important factor to increase efficiency is enlargement “inductance gradient” or L'. This paper presents two methods for calculation L' in cylindrical rails construction. The results of two methods is compared and showed they are almost identical. The second method used for square rails construction and the results is compare with reported result by famous scientist. Finally inductance gradient L' for railgun with auxiliary rails calculate by second method. The methods proposed in this paper have advantages over to numerical method because compact formulas obtained for L'. By these formulas we can study the effects of different dimensions on L' values. A table of L' for different dimensions of railgun is presented in this paper.

Key words: Railgun, Inductance gradient, Electromagnetic launcher, Electromagnetic force.

۱- مقدمه

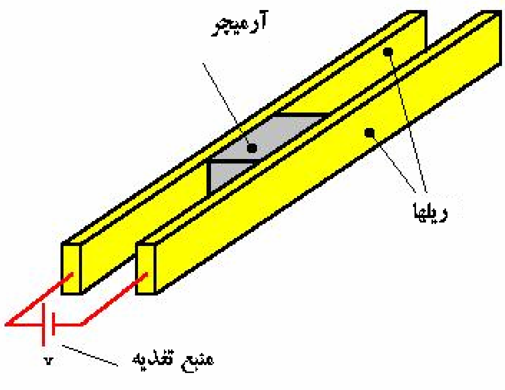
شكل سادهاي از ريلگان كه يكي از پرتاب كنندهاي مهم الكترومغناطيس است در شكل (۱) نشان داده شده است. جريان گذرنده از آرميچر كه از مسير ريل به آن وارد و خارج ميشود، در آن نيروي لرنتس زير را بهوجود مي‌آورد [۵].

$$\vec{F} = \iiint (\vec{J} \times \vec{B}) dv \qquad (۱)$$

$$\vec{F} = \frac{1}{2} L' I^2 \qquad (۲)$$

رابطه (۲) كه يك رابطه مداري است، نقش L' را در بهوجود آوردن نيروي وارد بر آرميچر نشان ميدهد. در نهايت ميتوان گفت كه L' تابعي از شكل ريل، آرميچر و توزيع جريان آنها خواهد بود.

طبق تعريف L'، اندوكتانس تفنگ ريلي در طول يك متر ميباشد و تحليل الكترومغناطيس تفنگ ريلي يكي از مهمترين مراحل طراحي ريلگانهاي عملي مي‌باشد. در اين ميان گراديان اندوكتانس L' نقش ويژه‌اي در تحليل و برقراري ارتباط بين معادلات مداري و الكترومغناطيسي بعهده دارد L' در واقع نماينده نيروي وارد بر پرتابه است كه افزايش اين نيرو ميتواند بازده سيستم را بالا ببرد.



شكل ۱- ساختمان يك ريلگان ساده بههمراه اجزاي اساسي آن

امروزه محاسبه L' بهدليل پيچيدگيهائي كه در تحليل الكترومغناطيس تفنگ ريلي وجود دارد، عموماً بهوسيله كامپيوتر و از روشهاي عددي صورت مي‌گيرد. J.F. Kerrisk در سال ۱۹۸۱ توانست با استفاده از روش K. R. Crandall بهوسيله تحليل كامپيوتري مقادير L' تفنگ ريلي ساده (با ريلهاي مكعب بدون استفاده از ريل كمكي) را محاسبه كند [۳].

در سال ۱۹۸٦ آقاي Leng توزيع جريان در پرتاب‌كننده الكترومغناطيس را توسط مدار معادل الكتريكي بهدست آورد. او توانست ريلگان را بهوسيله پارامترهاي مقاومتي و سلفي غيرخطي و متغير با زمان شبيه‌سازي كند و اثر دما را نيز بهعنوان تغيير دهنده مقاومت هاديها در نظر بگيرد [٤].

روشهاي اندازه‌گيري نيز براي محاسبه L' جايگاه ويژه‌اي دارند. اين روشها عموماً با تئوريهاي الكترومغناطيس همراه هستند. در سال ۱۹۹۱ آقايان V. A. Nguyan و K. K. Cobb توانستند روش كاربردي و مناسبي براي اندازه‌گيري L' ارائه دهند [٤].

وقتي كه سيستم ريلگان با يك پالس جريان نسبتاً تيز تغذيه مي‌شود، ابتدا جريان در لايه بسيار نازكي در سطح پوسته ريلها متمركز مي‌شود. بعد از آن جريان شروع به نفوذ در حجم ريلها مي‌كند و اندازه آن بهسرعت صفر مي‌شود. در حالت حدي مي‌توان با يك تقريب نسبتاً خوب براي محاسبه L'، توزيع جريان را تنها در لايه سطحي هاديهاي ريل در نظر گرفت.

روشي كه براي محاسبه L' در اين مقاله ارائه شده، يك روش تحليلي است كه روابط بهدست آمده از آنرا مي‌توان براي ريلگانهايي كه داراي ريلهاي استوانه‌اي و يا ريلهايي با مقطع مربع باشند بهكار برد.

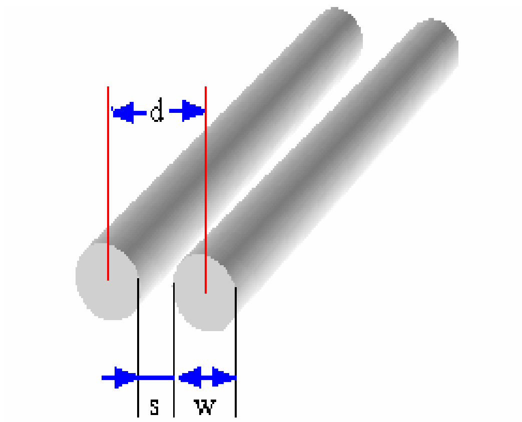
همچنين رابطه‌هاي بهدست آمده با اين روش را مي‌توان در مورد ريلگانهايي كه داراي ريلهاي كمكي باشند، بهشرط اينكه ريلهاي اصلي و كمكي آنها داراي مقطع مربعي يا دايره‌اي يا تركيبي از اين دو مقطع باشند، بهكار برد. بهعنوان نمونه، روش تحليلي ارائه شده در اين مقاله را مي‌توان براي ريلگاني كه مقطع ريلهاي اصلي آن مربعي و مقطع ريلهاي كمكي آن دايره باشند بهكار برد. چنين سيستمي را مي‌توان بهدليل سهولت قرار گرفتن آن در پوسته استوانه‌اي عملاً مورد استفاده قرار داد.

براي محاسبه L' ريلگان با ريلهاي استوانهاي از دو روش استفاده كردهايم كه اين دو روش به جوابهاي يكساني منجر

میشوند. بهدلیل سادگي روش دوم، در محاسبات مربوط بهریلهاي ديگر فقط از روش ياد شده استفاده خواهد شد.

۲- محاسبه L'_r در ريلهاي استوانهاي

شكل (۲) تصويري مقطعي از يك جفت ريل استوانهاي را نشان ميدهد. در اينجا ما از دو روش بهمحاسبه L' ميپردازيم.



شكل ۲- تصوير مقطعي و سه بعدي يك جفت ريل استوانهاي

۲-۱- روش اول

براي محاسبه ابتدا فرضهاي زير را در نظر ميگيريم:

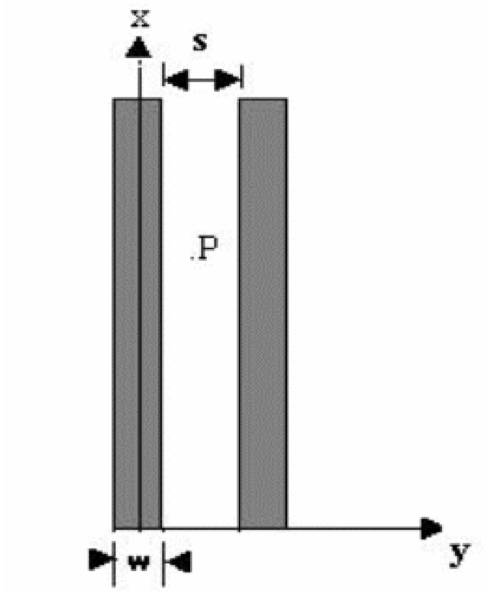
فرض اول: طول ريلها برابر واحد فرض ميشوند، بنابراين اندوكتانس محاسبه شده همان اندوكتانس در واحد طول يا L' است.

فرض دوم: جنس ريلها مطابق آنچه عملاً در ساختمان ريلها بهكار ميرود، غير مغناطيسي($\mu_r \approx 1$) فرض ميشود.

فرض سوم: طول ريلها خيلي بزرگتر از فاصله بين آنها فرض ميشود.در نتيجه ميتوان از تأثير شدت ميدان مغناطيسي ايجاد شده توسط پرتابه نسبت به شدت ميدان حاصل از ريلها صرفنظر كرد. اين فرض در عمل نيز صادق است.

براي حل مسئله، مطابق شكل (۳) ابتدا از طريق قانون بيوساوار شدت ميدان مغناطيسي $\vec{H}$ را براي نقطه نمونه p محاسبه ميكنيم. سپس از طريق فرمول $\vec{B} = \mu\vec{H}$ و با توجه به اينكه ريلها غير مغناطيسي هستند، $\vec{B}$ را در نقطه موردنظر محاسبه ميكنيم.

سپس از آن از طريق فرمول $\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ شاركل بين دو ريل محاسبه ميشود. در نهايت از طريق فرمول $L' = \dfrac{\varphi}{I}$ گراديان اندوكتانس بهصورت زير محاسبه شده است:



شكل ۳- نمايش مقطع طولي دو ريل و ابعاد آن

$$L' = \frac{\mu_0}{\pi}\left\{\ln\left(\frac{1+\sqrt{1+\left(\frac{W}{2}\right)^2}}{\frac{W}{2}}\right) - \ln\left(\frac{1+\sqrt{1+\left(\frac{W+2S}{2}\right)^2}}{\frac{W+2S}{2}}\right) + \sqrt{1+\left(\frac{W+2S}{2}\right)^2} - \sqrt{1+\left(\frac{W}{2}\right)^2}\right\} \qquad (۳)$$

۲-۲- روش دوم

در اين روش علاوه بر فرضهايي كه در روش اول در نظر گرفته شده است، طول ريلها بينهايت فرض ميشوند. چنين فرضي دور از واقعيت نيست؛ چون در عمل S<<L ميباشد. با چنين فرضي بردار B براي هر ريل، از رابطه $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ كه در آن r فاصله از مركز ريل است محاسبه ميشود. بنابراين با توجه بهشكل(۳) داريم:

$$\vec{B} = (B_{z1} + B_{z2})\,\hat{a}_z$$

$$B_{Z1} = \mu_0 \frac{I}{2\pi y}$$

$$B_{Z2} = \mu_0 \frac{I}{2\pi (s + w - y)} \qquad (۴)$$

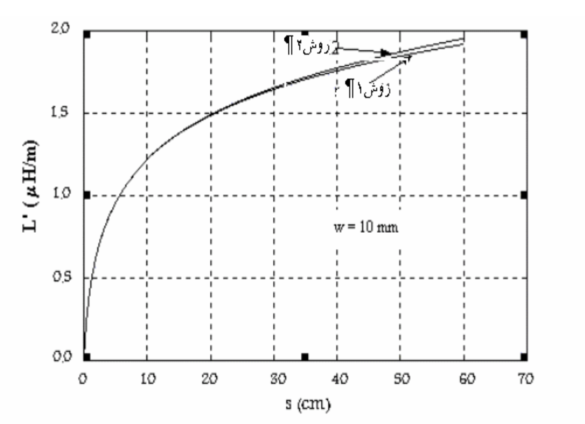
Bz1 و Bz2 مقادير $\vec{B}$ ناشي از دو ريل در نقطه p ميباشند. در اينصورت شار کل چنين ميشود:

$$\varphi = \iint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \frac{I}{\pi} \ln(\frac{s+\frac{w}{2}}{\frac{w}{2}}) \qquad (۵)$$

در نتيجه:

$$L' = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln(\frac{2s+w}{w}) \qquad (۶)$$

توابع L' مربوط به روابط (۳) و (٦) كه از روش اول و دوم براي يك w ثابت ۱۰ ميليمتري محاسبه شدهاند، در شكل (٤) رسم شدهاند، بهطوری که مشاهده ميشود در محدوده s بين ۱ تا ۲۰ سانتيمتر اين دو منحني دقيقاً يكسان ميباشند و در خارج اين محدوده نيز تفاوت زيادي ندارند. البته در عمل بيشتر از محدوده ۱ تا ۲۰ سانتيمتر براي فاصله بين دو ريل استفاده ميشود. بنابراين براي محاسبات بعدي از روش دوم استفاده خواهيم کرد.

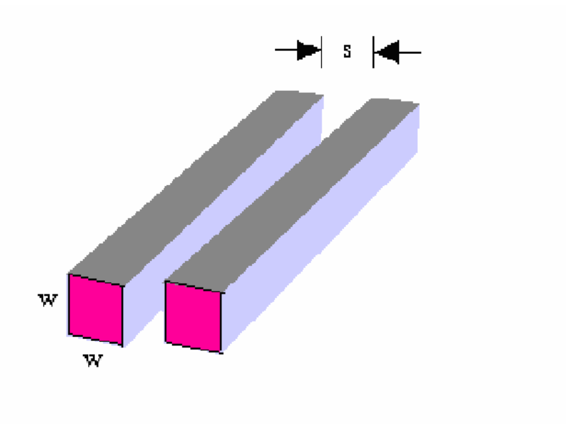


شكل ۴- منحنی L' برحسب فاصله بين دو ريل در حالت w.10mm

۳- محاسبه L' در ريلهاي مربعي

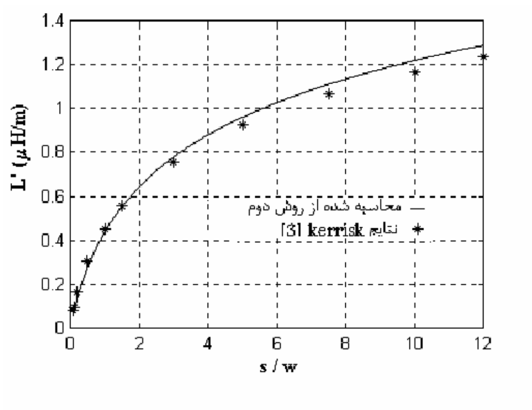
شكل خطوط فلو در اطراف ريلهايي با مقطع مربعي شكل(۵) و ريلهاي استوانهاي تقريباً مشابهند. بنابراين بهنظر ميرسد كه بتوان محاسبات انجام شده براي ريلهاي استوانهاي را عيناً براي ريلهايي با مقطع مربع نيز بهكار برد.

L' براي ريلهاي شكل (۵) از روش دوم محاسبه و در نمودار شكل (٦) رسم شده است. در اين شكل نتايج بهدست آمده توسط Kerrisk نيز نشان داده شده است [۳]. مقايسه نتايج، اعتبار روش بهكار برده شده در اين مقاله را نشان ميدهد.



شكل ۵- تصوير سه بعدی و مقطعی از یک جفت ريل مربعی

جدول (۱) نيز گراديان اندوكتانس محاسبه شده به ازاي مقادير مختلف s و w را نشان مي دهد.



شكل ۶- مقايسة L' محاسبه شده از روش دوم با نتايج kerrisk [۳]

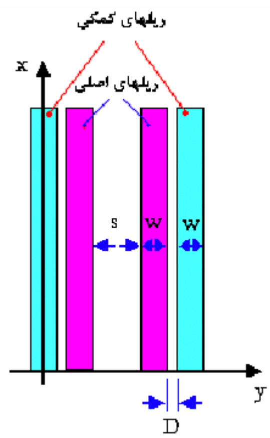
٤- محاسبه L' براي ريلهاي كمكي

همانطور كه در مقدمه توضيح داده شد اندازه L' با مقدار نيروي وارد بر پرتابه نسبت مستقيم دارد. بنابراين ميتوان با افزايش L' نيروي وارد بر پرتابه و در نتيجه سرعت خروج پرتابه

از پرتاب کننده را افزایش داد. یكي از تمهیدات افزایش L' استفاده از ریل كمكي با جهت جریان مناسب در ریلگان مـیباشد. ریلهاي كمكي به موازات ریلهاي اصلي و بهفاصله كمي از آنها قرار میگیرند.

اگر از روش دوم براي محاسبه L' ریلگاني كه مجهز بهریلهاي كمكي مطابق شكل (۷) میباشد، استفاده كنیم بهنتایج زیر میرسیم.

$$\vec{B} = (B_{Z1} + B_{Z2} + B_{Z3} + B_{Z4})\hat{a}_z$$
$$B_{z1} = \mu_0 \frac{I}{2\pi y}$$
$$B_{z2} = -\mu_0 \frac{I}{2\pi(D + w - y)}$$
$$B_{z3} = \mu_0 \frac{I}{2\pi(D + 2w + s - y)}$$
$$B_{z4} = -\mu_0 \frac{I}{2\pi(2D + 3w + s - y)} \qquad (۷)$$



شكل ۷- سطح مقطع ریلگان مجهز به ریل کمکی

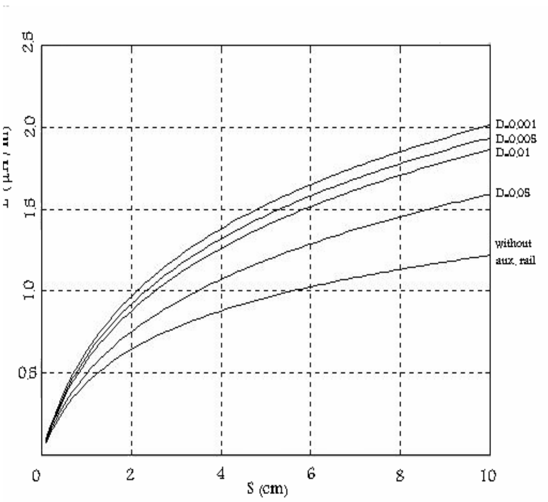
Bz2 و Bz3 ناشي از ریلهاي اصلي و Bz1 و Bz4 ناشي از ریلهاي كمكي هستند. شار مغناطیسي از رابطه زیر بهدست میآید:

$$\varphi = \int \vec{B}.d\vec{s} = \int B_z dy =$$
$$= \frac{\mu_0 I}{\pi}\{\ln(\frac{2D + 2s + 3w}{2D + 3w}) + \ln(\frac{2s + w}{w})\} \qquad (۸)$$

در نتیجه:

$$L' = \frac{\varphi}{I} =$$
$$= \frac{\mu_0}{\pi}\{\ln(\frac{2D + 2s + 3w}{2D + 3w}) + \ln(\frac{2s + w}{w})\}$$
(۹)

نمودار شكل (۸) تابع L' را به ازاي w ثابت ۱۰ میلیمتر و براي مقادیر مختلف s و D نشان میدهد. همانطور كه ملاحظه میشود، منحني مربوط بهسیستم بدون ریل كمكي پایینتر از منحنیهاي مربوط به سیستمهاي با ریل كمكي قرار گرفته است و این نشان دهنده بهبود L' در سیستمي است كه مجهز به ریل كمكي باشد. به عنوان نمونه در ریلگاني با مشخصات w=10mm و s=100mm، L' در حالت بدون ریل كمكي برابر ۱/۲۱۶۸۵ میكروهانري بر متر و در صورت استفاده از ریل كمكي كه به فاصله ۱ میلیمتر از ریل اصلي قرار گرفته باشد، مقدار L' با یك افزایش ٦٥ درصدي برابر ۲/۰۰۸٤٥ میكرو هانري بر متر میگردد كه این خود نشان دهنده ارزش استفاده از ریل كمكي است.



شكل ۸- نمودار L' برحسب فاصله دو ریل اصلی

جدول ۱- گرادیان اندوکتانس (میکرو هانري بر متر) برحسب فاصله و ضخامت ریلها

W(mm) \ S(mm)	۵	٦	۷	۸	۹	۱۰	۱۲	۱۵	۲۰	۲۵
۵	۰/٤۳۹	۰/٤۸۹	۰/۵۳٤	۰/۵۷٤	۰/٦۱۰	۰/٦٤۳	۰/٦۷٤	۰/۷۰۰	۰/۸۷۹	۰/۹۵۹
٦	۰/۳۹۲	۰/٤۳۹	۰/٤۸۱	۰/۵۲۰	۰/۵۵٤	۰/۵۸٦	۰/٦٤٤	۰/۷۱۷	۰/۸۱۵	۰/۸۹۳
۷	۰/۳۵۵	۰/۳۹۹	۰/٤۳۹	۰/٤۷٦	۰/۵۰۹	۰/۵٤۰	۰/۵۹۵	۰/٦٦٦	۰/۷٦۲	۰/۸٤۰
۸	۰/۳۲٤	۰/۳٦٦	۰/٤۰۵	۰/٤۳۹	۰/٤۷۱	۰/۵۰۱	۰/۵۵٤	۰/٦۲۳	۰/۷۱۷	۰/۷۹۲
۹	۰/۲۹۹	۰/۳۳۹	۰/۳۷۵	۰/٤۰۹	۰/٤۳۹	۰/٤٦۸	۰/۵۱۹	۰/۵۸٦	۰/٦۷۸	۰/۷۵۲
۱۰	۰/۲۷۷	۰/۳۱۵	۰/۳۵۰	۰/۳۸۲	۰/٤۱۲	۰/٤۳۹	۰/٤۸۹	۰/۵۵٤	۰/٦٤٤	۰/۷۱۷
۱۱	۰/۲۵۹	۰/۲۹۵	۰/۳۲۸	۰/۳۵۹	۰/۳۸۷	۰/٤۱٤	۰/٤٦۳	۰/۵۲٦	۰/٦۱٤	۰/٦۸۵
۱۲	۰/۲٤۲	۰/۲۷۷	۰/۳۰۹	۰/۳۳۹	۰/۳٦٦	۰/۳۹۲	۰/٤۳۹	۰/۵۰۱	۰/۵۸٦	۰/٦۵۷
۱۳	۰/۲۲۸	۰/۲٦۱	۰/۲۹۲	۰/۳۲۱	۰/۳٤۸	۰/۳۷۳	۰/٤۱۸	۰/٤۷۸	۰/۵٦۲	۰/٦۳۱
۱٤	۰/۲۱٦	۰/۲٤۸	۰/۲۷۷	۰/۳۰۵	۰/۳۳۱	۰/۳۵۵	۰/۳۹۹	۰/٤۵۸	۰/۵٤۰	۰/٦۰۸
۱۵	۰/۲۰٤	۰/۲۳۵	۰/۲٦٤	۰/۲۹۰	۰/۳۱۵	۰/۳۳۹	۰/۳۸۲	۰/٤۳۹	۰/۵۲۰	۰/۵۸۷
۱٦	۰/۱۹٤	۰/۲۲٤	۰/۲۵۱	۰/۲۷۷	۰/۳۰۱	۰/۳۲٤	۰/۳٦٦	۰/٤۲۲	۰/۵۰۱	۰/۵٦۷
۱۷	۰/۱۸۵	۰/۲۱٤	۰/۲٤۰	۰/۲٦۵	۰/۲۸۹	۰/۳۱۱	۰/۳۵۲	۰/٤۰۷	۰/٤۸٤	۰/۵٤۹
۱۸	۰/۱۷۷	۰/۲۰٤	۰/۱۳۰	۰/۲۵٤	۰/۲۷۷	۰/۲۹۹	۰/۳۳۹	۰/۳۹۲	۰/٤٦۸	۰/۵۳۲
۱۹	۰/۱٦۹	۰/۱۹٦	۰/۲۲۱	۰/۲٤٤	۰/۲٦۷	۰/۲۸۸	۰/۳۲۷	۰/۳۷۹	۰/٤۵۳	۰/۵۱٦
۲۰	۰/۱٦۲	۰/۱۸۸	۰/۲۱۲	۰/۲۳۵	۰/۲۵۷	۰/۲۷۷	۰/۳۱۵	۰/۳٦٦	۰/٤۳۹	۰/۵۰۱
۲۲	۰/۱۵۰	۰/۱۷٤	۰/۱۹۷	۰/۲۱۹	۰/۲۳۹	۰/۲۵۹	۰/۲۹۵	۰/۳٤٤	۰/٤۱٤	۰/٤۷٤
۲٤	۰/۱۳۹	۰/۱٦۲	۰/۱۸۳	۰/۲۰٤	۰/۲۲۳	۰/۲٤۲	۰/۲۷۷	۰/۳۲٤	۰/۳۹۲	۰/٤۵۰
۲٦	۰/۱۳۰	۰/۱۵۲	۰/۱۷۲	۰/۱۹۲	۰/۲۱۰	۰/۲۲۸	۰/۲٦۱	۰/۳۰۷	۰/۳۷۳	۰/٤۲۹
۲۸	۰/۱۲۲	۰/۱٤۳	۰/۱٦۲	۰/۱۸۱	۰/۱۹۹	۰/۲۱٦	۰/۲٤۸	۰/۲۹۱	۰/۳۵۵	۰/٤۱۰
۳۰	۰/۱۱۵	۰/۱۳۵	۰/۱۵۳	۰/۱۷۱	۰/۱۸۸	۰/۲۰٤	۰/۲۳۵	۰/۲۷۷	۰/۳۳۹	۰/۳۹۲
۳۲	۰/۱۰۹	۰/۱۲۷	۰/۱٤۵	۰/۱٦۲	۰/۱۷۸	۰/۱۹٤	۰/۲۲٤	۰/۲٦۵	۰/۳۲٤	۰/۳۷٦
۳٤	۰/۱۰۳	۰/۱۲۱	۰/۱۳۸	۰/۱۵٤	۰/۱۷۰	۰/۱۸۵	۰/۲۱٤	۰/۲۵۳	۰/۳۱۱	۰/۳٦۲
۳٦	۰/۰۹۸	۰/۱۱۵	۰/۱۳۱	۰/۱٤۷	۰/۱٦۲	۰/۱۷۷	۰/۲۰٤	۰/۲٤۲	۰/۲۹۹	۰/۳٤۸

۵-نتیجه گیري

در این مقاله ضمن اینکه روشي مناسب و تحلیلي براي محاسبه گرادیان اندوکتانس ارائه شده است، براي چند حالت مهم و کاربردي نیز مقدار L' محاسبه و روابط بدست آمده، با نتایج حاصل از محاسبات عددي و تجربي که توسط دانشمندان بنام این زمینه تخصصي از علم بهدست آمدهاند، مقایسه شده است.

دقت جوابها بسیار خوب و قابل قبول میباشند. روابط طوري ارائه شدهاند که میتوان از آنها براي درك اثر عوامل هندسي در مقدار L'، نیروي وارد شونده بر آرمیچر و بازده ریلگان استفاده کرده و در نهایت ریلگان را بهینه نمود. اثر ریلهاي کمکي در

افزايش مقدار L' يكي ديگر از موارد ارائه شده در اين مقاله ميباشدكه در كمتر گزارشي به آن پرداخته شده است.

مراجع

[۱] اصغر كشتكار، "پرتاب كنندههاي الكترومغناطيسي EML و كاربردهاي آن" گزارش علمي، مركز تحقيقات عالي الكترونيك، شهريور ۷۸ .

[۲] محمدحسين سليمانيان، "محاسبه گراديان اندوكتانس تفنگ ريلي و سيستمهاي اندازه گيري آن"، گزارش علمي، مركز تحقيقات عالي الكترونيك، تير ماه ۸۱.

[3] J. F. Kerrisk, "Current Distribution and Inductanc Calculations for RAIL-GUN Conductors", Los Alamos, NOV.1981

[۴] سيدعلي سجادي موحد "شبيهسازي و تحليل الكترومغناطيس سه بعدي تفنگ ريلي" پايان نامة كارشناسي ارشد، دانشگاه علم و صنعت ايران، زمستان ۱۳۸۰.

[5] A.Keshtkar, M.Soleimani," Inhomogeneous Effects of Temperature Changes on the Velocity of Railgun in Three Dimensional Condition" INTERNATIONAL JORNAL of ENGINEERING, Vol. 14, No. 1, February 2001 -41.

[6] Bok.ki.Kim, Kuo.Ta.Hsieh, "Effect of Rail/ Armature, Geometry on Current Density Distribution and Inductance Gradient", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 35, NO. 1, JANUARY 1999.