استفاده از معادلات سهموی جهت تعیین نحوه انتشار امواج صوتی در محیط زیرآب و زیر بستر دریا برای شکل کف متغیر

محمود کمرهای — دانشیار گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده فنی، دانشگاه تهران
پیمان شهسواری — کارشناس ارشد، پژوهشکدة مهندسی جهادسازندگی

چکیده

بررسی چگونگی انتشار امواج صوتی شناورهای دریایی در نزدیکی سواحل که شکل بستر یکنواخت نبوده و بهصورت تابعی از فاصله بیان میگردد، نیازمند روشی است که علاوه بر در نظر گرفتن انرژی صوتی منتقل شده از زیر بستر دریا در عمقهای کم بتواند کارآیی خوبی در فرکانسهای پایین داشته باشد. در این مقاله معادله موج در مختصات استوانهای فرمولبندی و سپس با جداسازی توابع، معادله سهموی تشکیل و سپس این معادله با استفاده از روش اختلاف محدود و با در نظر گرفتن شکل کف متغیر حل شده است. حل معادلة مزبور امکان تهیه برنامه نرمافزاری را فراهم نموده است که با دریافت اطلاعاتی از قبیل فرکانس، دامنه و نمودار تشعشعی منبع تابش کننده، زاویه تیلت، سرعت صوت در آب و زیر بستر دریا و پارامترهای محیطی، دامنه سیگنال آکوستیکی رسیده به هر نقطه را محاسبه مینماید.

کلمات کلیدی: معادله موج، معادلات سهموی، امواج صوتی، روش اختلاف محدود، سرعت انتشار، انرژی صوتی.

Using Parabolic Equations to Determine Propagation of Acoustic Waves in the Water and Under Seabed with Variable Shapes

M. Kamarei — Elec. Eng. Dept., Faculty of Eng., University of Tehran, Iran
P. Shahsavari — Jahad-e-sazandegi Research Center, Tehran, Iran

Abstract

Propagation analysis of the acoustic waves generated by the vessels and submarines nearby the coast, where the seabed shape is not uniform and is a function of distance, needs a method which consider not only acoustic energy transferred from the seabed in shallow waters but can be applied in low frequencies as well. In this article wave equation in cylindrical coordinate is formulated and then by separating functions, parabolic equations are developed. Considering the variable seabed shape, this equation is solved using Finite Difference Method. Solving this equation provides development of a software which can calculate acoustic signal amplitude reached to any point, based on the input data such as frequency, signal amplitude and amplitude and radiation pattern of the source, tilte angle, sound velocity in the water and under the seabed and also environment parameters.

Key words: Wave equation, Parabolic equations, Acoustic waves, Finite difference method, Velocity of propagation, Acoustic energy.

۱- مقدمه

معادلات سهموی[1] (P.E.) یکی از روشهای ریاضی جهت حل معادله موج هلمهولتز می‌باشد که در حل مسائل مربوط بهانتشار امواج بهخصوص در فرکانسهای پایین (ابعاد محیط کوچکتر از طول موج) و برای محیط هایی که پارامترهای آن با فاصله تغییر می‌کنند می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

حل معادلـه موج هلمهولتز با استفاده از روشـهای مرسـوم در حل عددی معادلـه موج مانند اجزای محـدود[2] (FE) و اخـتلاف محدود[3] (FD) منجر بهتشکیل ماتریسهایی با ابعاد بسیار بـزرگ خواهد گردید که برای محیطهای بـا ابعـاد بـزرگ ماننـد مـسأله حاضـر حـل آنهـا بـا اسـتفاده از رایـانههـای امـروزی بـهسادگی امکانپذیر نمی‌باشد، لـذا لازم اسـت قـسمت عمـده‌ای از حـل را بهصورت تحلیلی انجام داده و آنجا که امکان ادامه حـل تحلیلـی وجود ندارد از طریق جداسازی توابع، معادله سـهموی را تـشکیل داده و سپس با استفاده از روشهای عـددی ماننـد روش اخـتلاف محدود مسأله را حل نمود. برای این منظور باید تابع فشار صوتی بهچند تابع تجزیه و معادلات حاکم بر هر یک از این توابـع حـل شـود. در صـورتی کـه فـشار صـوتی را بـهشکل $p(r,z)=A(r)\exp(\phi(r,z))$ در نظـر بگیـریم روشـی موسـوم بـه روش پرتـو بـهدسـت خواهـد آمـد. ایـن روش در فرکانسهای بالا (ابعاد نسبت بهطول موج بزرگ) کـاربرد مناسـبی دارد و هماکنون از این روش در بررسی انتشار امـواج رادیـویی و صوتی استفاده می‌گردد [۱]. در صورت انتخاب تابع فشار صـوتی بـهفـرم $p\ (r,z)=\Phi(r)\Psi(z)$ روشـی موسـوم بـه روش مدهای نرمال بهدست خواهد آمد [۲]. این روش در فرکانـسهـای پـایین کـاربرد دارد لـیکن مخـصوص محـیطهـایی اسـت کـه پارامترهای محیط مانند عمق آب، پروفیل سرعت صوت در آب و غیره مستقل از فاصله باشد.

روش دیگری که هم در فرکانسهای پایین کاربرد داشته و هم در محیطهایی که خصوصیات محیط نسبت بهفاصله متغیر است قابل استفاده باشد روش معادلات سهموی است که فشار صوتی توسط رابطه $p\ (r,z)=\Psi(r,z)\ \Phi\ (r)$ بیان می‌شود.

1- Parabolic Equations
2- Finite Elements
3- Finite Difference

اولین فعالیتها جهت حل مسایل الکترومغناطیسی و انتشار امواج رادیویی در فضای آزاد با استفاده از معادلات سهموی بهسال های ۱۹۴۰ باز می‌گردد که توسط لئون تویچ و فوک [۳] صورت گرفت. بعد از آن این روش در شاخههای دیگر علوم مانند نور و فیزیک پلاسما مورد استفاده واقع گردید. روش معادلات سهموی نخستین بار در سال ۱۹۷۰ توسط هاردلین و تاپرت [۴] برای حل معادله امواج صوتی در محیط زیرآب پیشنهاد و سپس بهعنوان یک شیوه مهم و کاربردی در بررسی انتشار امواج صوتی در زیرآب دریا در سال ۱۹۷۷ توسط تاپرت [۵] مستند شد. در ابتدا این معادله با استفاده از تبدیل فوریه حل و سپس با سریعتر شدن کامپیوترها الگوریتم ارائه شده روز به روز کاملتر و خطای این الگوریتم کمتر گردید. امروزه این روش یکی از موفقترین روشها جهت بررسی طنین، انتشار در عمق کم، اثر تغییرات بستر دریا و همچنین پراکندگی و پخش شدگی سیگنال صوتی می‌باشد.

۲- روابط ریاضی

معادله امواج صوتی در زیرآب دریا طبق معادله پیوستگی جرم، معادله اویلر و معادلات آدیاباتیک برحسب فشار اکوستیکی بهصورت معادله هلمهولتز قابل بیان می‌باشد. معادله هلمهولتز در مختصات استوانهای و در دو بعد مسافت، عمق و با فرض ثابت بودن چگالی و در نظر گرفتن حل بهصورت $p(r,z)e^{-i\omega t}$ بهصورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+k_0^2\,n^2\,p=0 \qquad (۱)$$

که در آن r مسافت، z عمق، $p(r,z)$ فشار صوتی، k_0 عدد موج و $n=C_0/C(r,z)$ ضریب سرعت موج و C_0 سرعت صوت متوسط و برابر ۱۵۰۰ m/s می‌باشد. معادله فوق بهروش تحلیلی در محیطهای غیر یکنواخت قابل حل نبوده و می‌باید بهروش عددی حل شود. لیکن می‌توان با تبدیل این تابع به دو تابع زیر قسمت عمدهای از حل را از روش تحلیلی و بقیه را بهروش عددی انجام داد.

$$p(r,z)=\Psi(r,z)\,\Phi(r) \qquad (۲)$$

با قرار دادن این تابع در معادله دیفرانسیل (۱) معادلات دیفرانسیل قابل تفکیک برای هر یک از توابع حاصل می‌گردد. معادله دیفرانسیل حاکم بر تابع $\Phi(r)$ معادله بسل است که با توجه بهاینکه موج صوتی یک موج منتشر شونده است، جواب این تابع می‌تواند تابع هنکل درجه اول باشد:

$$\Phi(r) = H_0^{(1)}(k_0 r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} \exp\left(i\left(k_0 r - \frac{\pi}{4}\right)\right) \quad (۳)$$

تابع دوم در معادله زیر صدق می‌کند:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + 2 i k_0 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k_0 (n^2 - 1)\Psi = 0 \quad (۴)$$

همانگونه که مشاهده می‌گردد، معادله دیفرانسیل رابطهٔ (۴) با توجه بهشرایط مرزی حاکم در سطح و بهخصوص کف دریا بهراحتی قابل حل به شیوه تحلیلی نبوده و حل آن بهروش عددی بهصورت مستقیم نیز منجر بهایجاد ماتریسهایی با ابعاد بسیار بزرگ خواهد گردید. لذا لازم است که با فرضیات مناسب معادله موجود را سادهتر کرده و با استفاده از روش عددی اختلاف محدود (FD) و با توجه بهشرایط مرزی موجود آن را حل نمود.

در ابتدا جهت حل اپراتورهای زیر تعریف می‌شود:

$$P = \frac{\partial}{\partial r} \quad , \quad Q = \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}} \quad (۵)$$

که در نتیجه معادلهٔ دیفرانسیل (۴) بهصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$(P + i k_0 - i k_0 Q)(P + i k_0 + i k_0 Q)\Psi = 0 \quad (۶)$$

در صورت برابر صفر قرار دادن عبارت اول موج بیرون رونده (بهسمت r مثبت) و در صورت برابر صفر قرار دادن عبارت دوم موج داخل شونده (بهسمت r منفی) بهدست می‌آید. در مسایل انتشار فقط عبارت اول برابر صفر درنظر گرفته می‌شود لیکن در صورتی که قصد داشته باشیم مسأله بازتابش را نیز بهمسأله انتشار اضافه نماییم، عبارت دوم را نیز برابر صفر در نظر گرفته و هر دو معادله را حل می‌نماییم. با در نظر گرفتن عبارت اول برابر صفر معادلهٔ زیر حاصل می‌گردد:

$$p\Psi = i k_0 (Q - 1)\Psi \quad (۷)$$

خارج نمودن اپراتور مشتق از زیر رادیکال در اپراتور Q جهت حل رابطهٔ (۷) الزامی است و برای این منظور رابطهٔ زیر را برای اپراتور Q تعریف می‌نماییم:

$$Q = \sqrt{1+q} \qquad q = n^2 - 1 + \frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (۸)$$

اگر زاویه جهت انتشار موج نسبت بهافق θ_0 باشد با توجه بهرابطهٔ انکسار موج و محاسبات مرجع [۶] عبارت q بهصورت زیر خواهد بود:

$$q = -\sin\theta_0$$

واضح است که هرچه زاویه حرکت موج نسبت به خط افق کوچکتر باشد مقدار Q با تقریب بهتری قابل محاسبه است. در صورت کوچک بودن مقدار q تقریب مناسب برای اپراتور Q توسط رابطهٔ زیر قابل بیان است:

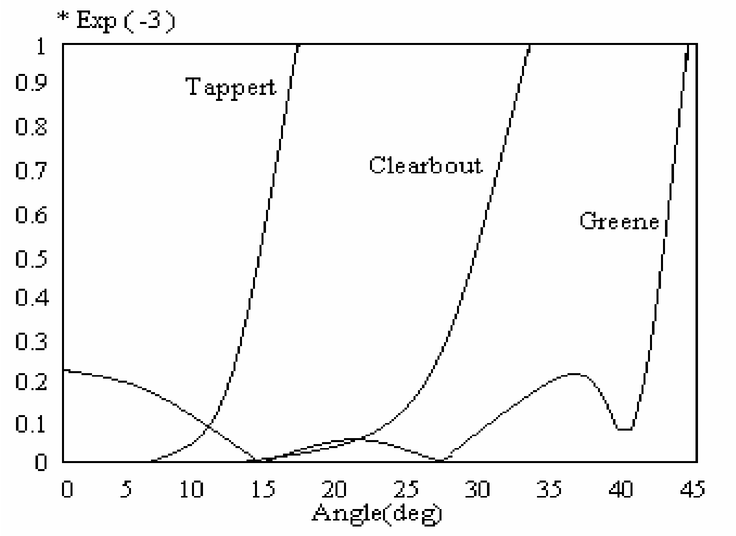
$$Q = \frac{a_0 + a_1 q}{b_0 + b_1 q} \quad (۹)$$

تقریب رابطهٔ (۹) بهتقریب پاده درجه اول معروف می‌باشد و خطای تقریب را رابطهٔ (۱۰) نشان می‌دهد. این مقادیر بهازای ضرایب مختلف که در جملات بعد آورده شده است، ترسیم و در شکل (۱) نمایش داده شده است [۶].

$$Error = \left|\sqrt{1+q} - \frac{a_0 + a_1 q}{b_0 + b_1 q}\right| \quad (۱۰)$$

با توجه بهمقادیر ضرایب مقدار تقریب متفاوت خواهد بود. اولین تقریب برای این رابطهٔ تقریب *Tappert* است [۵] که دو جمله اول سری تیلور بوده و بهصورت رابطهٔ زیر قابل بیان است:

$$\sqrt{1+q} = 1 + 0.5q \qquad Tappert \quad (۱۱)$$



شکل ۱- مقایسهٔ خطای تقریبهای Greene [۸]، Clearbout [۷] و Tappert [۵] با یکدیگر برحسب زاویه ارسالی موج

با این تقریب معادله استاندارد سهموی حاصل می‌گردد. خطای تقریب مزبور با توجه بهشکل (۱) برای امواجی که زاویه پوشش تشعشعی آنها کم و حدود ۱۰ درجه می‌باشند مناسب است. با در نظر گرفتن جملات بیشتر می‌توان دقت محاسبات را بیشتر نمود. بطوری که میزان خطا با تقریب *Clearbout* [۷] تا زوایای حدود ۲۵ درجه و با تقریب *Greene* [۸] تا زوایای حدود ۴۰ درجه قابل قبول است. منحنی خطا برحسب درجه در تقریبهای مختلف در شکل (۱) آورده شده است.

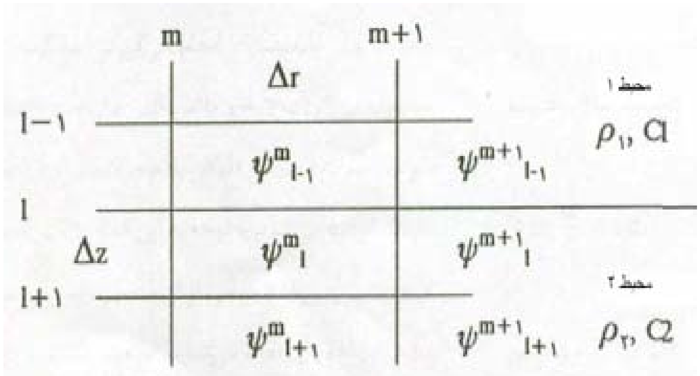
$$\sqrt{1+q} = \frac{1+\ 0.75\,q}{1+\ 0.25\,q} \qquad Clearbout \qquad (۱۲)$$

$$\sqrt{1+q} = \frac{0.9998+0.79624\,q}{1+0.30102\,q} \qquad Greene \qquad (۱۳)$$

۳- روش عددی حل

همانگونه که مشاهده گردید، با بهکارگیری معادلات سهموی $(P.E.)$ و استفاده از اپراتورها و ساده سازی‌های انجام شده در نهایت معادله (۷) حاصل شد که این معادله توسط روش اجزای محدود قابل حل می‌باشد. این معادله در فضای دوبعدی (r,z) و با تقسیمبندی صورت گرفته در شکل (۲) (محیط بهقسمتهایی با ابعاد Δz و Δr تقسیم شده است) نتیجه می‌دهد:

$$\frac{\Psi^{m+1}-\Psi^{m}}{\Delta r} = ik_0\ (\sqrt{1+q}-1)\ \frac{\psi^{m+1}+\Psi^{m}}{2} \quad (۱۴)$$



شکل ۲- تقسیم بندی فضا برای حل به روش اختلاف محدود

شرایط مرزی حاکم بر امواج صوتی طبق برابری فشار صوتی و سرعت ذرات بهصورت زیر قابل بیان است:

برابری فشار صوتی:

$$\Psi_1 (r,\ z_B) = \Psi_2 (r,\ z_B) \tag{۱۵}$$

برابری سرعت ذرات:

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial \Psi}{\partial z}\Big|_{z=z_B} = \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial \Psi}{\partial z}\Big|_{z=z_B} \tag{۱۶}$$

Z_B، عمق در فصل جدایی دو قسمت است.

رابطهٔ (۱۵) از قانون پیوستگی و برابری فشار صوتی در مرز بین دو محیط و رابطهٔ (۱۶) از برابری سرعت نرمال ذرات در دو محیط بهدست آمده است.

با در نظر گرفتن شرایط مرزی طبق روابط (۱۵) و (۱۶) و بهکارگیری روش اختلاف محدود جهت حل معادله دیفرانسیل رابطهٔ (۷) و با توجه بهشکل (۲) در نهایت معادله ماتریسی زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{bmatrix}1 & u & v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Psi_{l-1}^{m+1}\\ \Psi_{l}^{m+1}\\ \Psi_{l+1}^{m+1}\end{bmatrix} = \frac{\omega_2}{\omega_2^*}\begin{bmatrix}1 & u & v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Psi_{l-1}^{m}\\ \Psi_{l}^{m}\\ \Psi_{l+1}^{m}\end{bmatrix} \tag{۱۷}$$

u و v از روابط زیر [۶]:

$$u = \frac{\rho_1+\rho_2}{\rho_2}\left[\frac{k_0^2\,(\Delta\zeta)^2}{2}\,(\frac{\omega_1^*}{\omega_2^*}) - 1\right] + \frac{k_0^2\,(\Delta\zeta)^2}{2}\left[(n_1^2-1) + \frac{\rho_1}{\rho_2}\,(n_2^2-1)\right] \tag{۱۸-۱}$$

$$v = \rho_1 / \rho_2 \tag{۱۸-۲}$$

$$\hat{u} = \frac{\rho_1+\rho_2}{\rho_2}\left[\frac{k_0^2\,(\Delta z)^2}{2}\,(\frac{\omega_1}{\omega_2}) - 1\right] + \frac{k_0^2\,(\Delta z)^2}{2}\left[(\pi_1^2-1) + \frac{\rho_1}{\rho_2}\,(n_2^2-1)\right] \tag{۱۸-۳}$$

بهدست می‌آیند و چگالی و ضریب شکست در قسمتهایی از محیط که با ابعاد Δz و Δr مشخص شده‌اند و در محدوده مرزهای جدایی (l و $l-1$) و ($1+1$ و 1) واقع شده‌اند بهترتیب عبارتند از (ρ_1 و n_1) و (ρ_2 و n_2) و ω_1 و ω_2 را نیز روابط زیر بهدست می‌دهند:

$$\omega_1 = b_0 + \frac{ik_0\,\Delta r}{2}\,(a_0 - b_0) \tag{۱۹-۱}$$

$$\omega_1^* = b_0 - \frac{ik_0\,\Delta r}{2}\,(a_0 - b_0) \tag{۱۹-۲}$$

$$\omega_2 = b_1 + \frac{ik_0\,\Delta r}{2}\,(a_1 - b_1) \tag{۱۹-۳}$$

$$\omega_2^* = b_1 + \frac{ik_0\,\Delta r}{2}\,(a_1 - b_1) \tag{۱۹-۴}$$

همانگونه که در رابطهٔ بالا مشاهده می‌شود یافتن مقادیر Ψ^{m+1} منوط بهدانستن مقادیر Ψ^m می‌باشد. در این روش مقادیر Ψ در هر نقطه محاسبه شده و از روی آن مقادیر پله بعدی بهدست می‌آید. این روش تا انتهای مسیر ادامه پیدا می کند و در نهایت کل Ψها بهدست می‌آید. البته همانگونه که واضح به نظر می‌رسد، می‌باید مقادیر تابع Ψ در ابتدای مسیر مشخص باشد تا بتوان از روی این تابع مقادیر را در کل مسیر بهدست آورد. این تابع که به تابع شروع کننده معروف است به خصوصیات منبع تشعشعی بستگی دارد. پارامترهای حاکم بر تابع شروع کننده شامل مقادیری چون عمق منبع، پترن تشعشعی و شدت صوت ارسالی می‌باشند.

انتخاب شروع کننده خود بهعوامل متعددی بستگی داشته و روشهای مختلفی ارائه شده است. روشهای مذکور مبتنی بر روشهای عددی (مانند استفاده از مدهای نرمال [۸]) و یا تحلیلی می‌باشند. در این مقاله از شروع کننده گوسی [۶] استفاده شده و نتایج قابل قبولی بهدست آمده است.

$$\Psi(0,z) = A\tan(\theta_1)\, e^{\frac{-k_0^2}{2}(z-z_S)^2 \tan^2(\theta_1)}\; e^{ik_0\,(z-z_S)\sin(\theta_2)} \tag{۲۰}$$

که در آن z_s عمق منبع، k_0 عدد موج، θ_1 پهنای نیم توان دیاگرام تشعشعی منبع و θ_2 زاویه تیلت می‌باشد.

۴- تضعیف و نمایش بستر با عمق بی‌نهایت

عدد موج در محیط بستر دریا با ضریب تضعیف α (برحسب Nep/m) عبارت است از:

$$k = \frac{\omega}{c} + i\alpha \qquad \alpha > 0 \tag{۲۱}$$

اگر ضریب تضعیف در واحد طول موج را محاسبه کنیم خواهیم داشت:

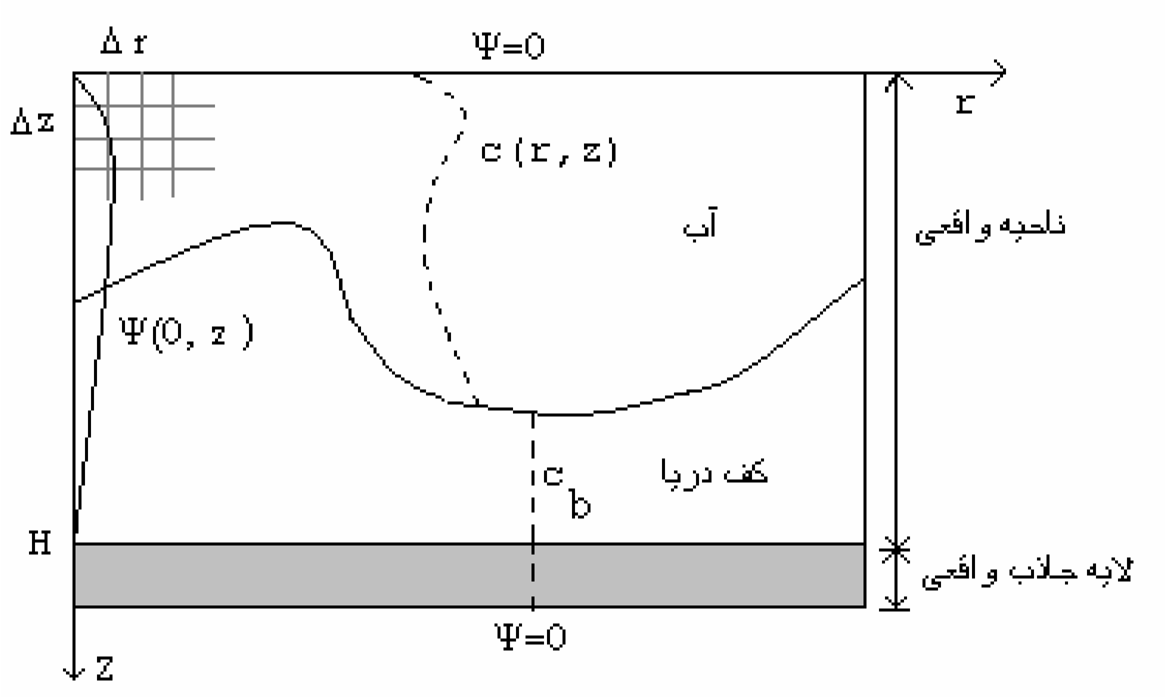
$$\alpha_{\lambda} = -20\log\left(\frac{e^{-\alpha(r+\lambda)}}{e^{-\alpha r}}\right) = 20\,\alpha\,\lambda\log(e) \quad dB/\lambda \tag{۲۲}$$

با استفاده از رابطه ضریب سرعت موج و استفاده از رابطهٔ (۲۱) مقدار ضریب سرعت موج در نواحی با تضعیف از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$n^2 = \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 \approx \left(\frac{C_0}{C}\right)^2 \left[1 + i\,\frac{2\alpha c}{\omega}\right] \approx \left(\frac{C_0}{C}\right)^2 \left[1 + i\,\frac{\alpha_{\lambda}}{27.29}\right] \tag{۲۳}$$

همانگونه که در رابطهٔ بالا دیده می‌شود با دانستن مقدار تضعیف در واحد طول موج می‌توان ضریب سرعت را بهدست آورد. البته باید بهاین نکته توجه داشت که در صورتی که قسمت موهومی از قسمت حقیقی بسیار کوچکتر باشد می‌توان از این رابطه استفاده نمود.

موضوع دیگری که در تهیه نرمافزار انتشار موج باید در نظر گرفته شود شبیهسازی عمق بی‌نهایت است. در مسائل عملی عمق بستر تا بی‌نهایت ادامه دارد و موج صوتی که بهسمت پایین حرکت می‌کند آنقدر بهحرکت خود ادامه می‌دهد تا کاملاً محو گردد. در محاسبات عددی بی‌نهایت در نظر گرفتن عمق امکانپذیر نبوده و می‌باید بهگونهای آن را شبیهسازی نمود. این عمل با قرار دادن لایهای با عمق محدود ولی تضعیف بالا انجام می‌گیرد. همانگونه که در شکل (۳) مشاهده می‌گردد، لایهای با امپدانس مشخصه لایه بستر دریا (از نظر سرعت صوت و چگالی) لیکن با تضعیف بسیار بالا در پایینترین لایه در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳- شبیه سازی محیط دریا

با توجه به این که امپدانس صوتی این لایه برابر لایه پیشین می‌باشد موجی از آن منعکس نمی‌گردد و کل موج تابیده شده بهداخل آن نفوذ می‌نماید. تضعیف بسیار بالای این لایه باعث خواهد شد که انرژی صوتی کاملاً در آن تلف گشته و اثری از آن در ادامه مسیر باقی نماند.

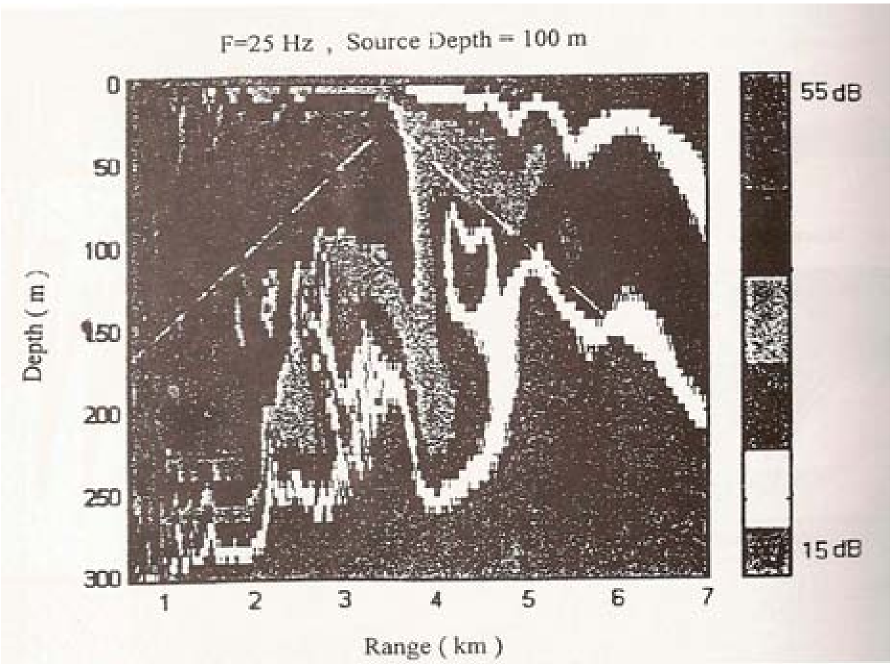
همانگونه که در شکل (۳) مشاهده می‌گردد، می‌توان محیط شبیه‌سازی را بهسه بخش اصلی تقسیمبندی نمود. ناحیه آب و ناحیه بستر نواحی حقیقی می‌باشند و می‌باید پارامترهای واقعی را ملحوظ نمود. سپس ناحیه بستر مجازی با عمق و تضعیف کافی قرار دارد.

جهت شبیه شدن مدل بهمدل واقعی که عمق بستر بی‌نهایت است باید عمق ناحیه تضعیف و میزان تضعیف آن بهحدی باشد که اولاً انرژی صوتی را کاملاً تلف نماید و ثانیاً مقدار تضعیف آنقدر زیاد نباشد که اعتبار تقریب بهکار رفته در روابط را خدشهدار نماید.

۵- نتایج شبیه سازی

حل معادله موج با استفاده از روش معادلات سهموی و بکارگیری روش عددی اختلاف محدود در این مقاله منجر بهایجاد یک بسته نرمافزاری جهت شبیهسازی و بررسی نحوه انتشار انرژی صوتی در محیط زیرآب و زیربستر دریا گردید. پارامترهای ورودی نرمافزار مشخصات اصلی منبع سیگنال شامل زوایای تیلت و پهنای نیمتوان دیاگرام تشعشعی، فرکانس و دامنه و نیز پارامترهای محیطی (شامل درجه حرارت، میزان شوری و ...) می‌باشند. خروجی این نرمافزار نمایانگر دامنه فشار صوتی در نقاط مختلف است. بعضی از نتایج حاصل از شبیهسازی که با مراجع معتبر [۱۰]، [۱۱] و [۱۲] مقایسه گردیده تطابق خوبی را نشان داده است. در کلیة شبیهسازی‌های انجام شده سرعت صوت در آب برابر ۱۵۰۰ m/s، سرعت صوت در بستر برابر ۱۷۰۰ m/s، تضعیف بستر ۰/۵ dB/λ و چگالی بستر ۱۵۰۰ kg/m^3 در نظر گرفته شده است.

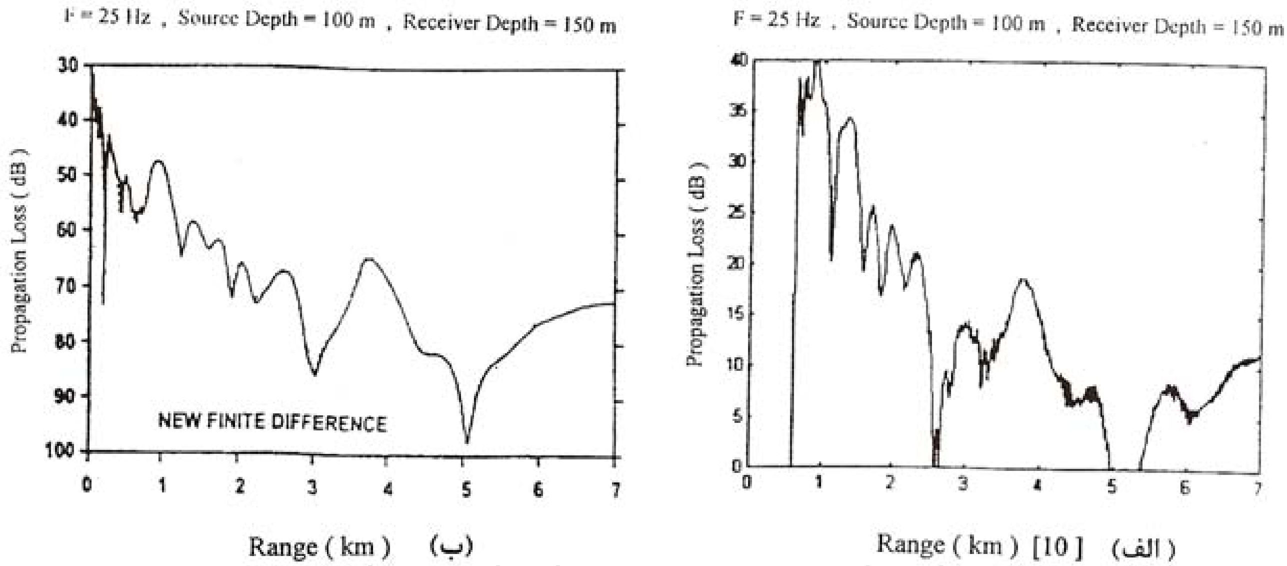
در شکل (۴) فشار صوتی در مختصات دوبعدی برحسب عمق و فاصله از منبع در قسمتهای مختلف محیط زیرآب دریا و در حالت وجود مانعی مانند کوه نشان داده شده است.



شکل ۴- نمایش انتشار امواج صوتی در زیرآب در حضور ناهمواری تپه ای (کوه)

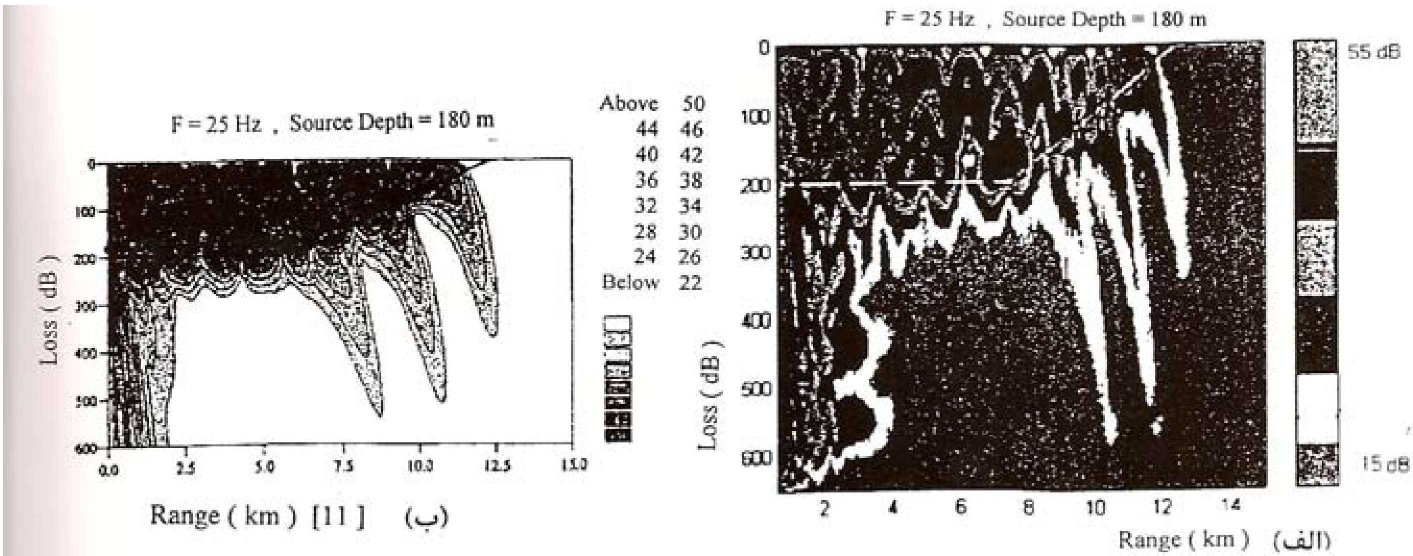
در این شکل منبع صوتی با فرکانس ۲۵ Hz در عمق ۱۰۰ m قرار دارد. همانگونه که مشاهده می‌گردد، وجود مانع کوه باعث عدم انتشار امواج صوتی در مسیر پشت آن شده است. در شکل (۵) مقدار شدت امواج صوتی در عمق ۱۵۰ متری با مرجع [۱۰]

مقایسه شده است. همانگونه که مشاهده می‌گردد شدت صوت بـــه‌دست آمـده شکل (ب) با مقدار تضعیف محاسبه شده توسط بروک (شکل الف) [۱۰] از لحاظ نقاط اکسترمم شباهت دارند.



شکل ۵- نمایش تضعیف (انرژی) امواج صوتی با پروفیل بستر به شکل (۴)

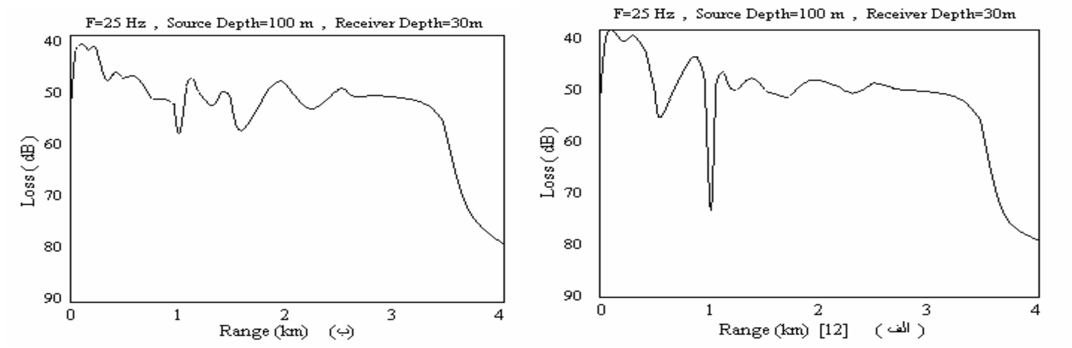
در شکل (۶) مسأله برای یک سطح شیبدار در دریا حل شـده است. شبـاهت نتایج شبیـه‌سازی توسط این نرمافزار (شکل الف) با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۱] (شکل ب) کاملاً مشهود می‌باشد. همچنین مقایسه دیگری نیز در بستری با شیب ثابت بـــه‌سمت سـاحل صورت گرفتـه است که نتایج آن (شکل ۷-ب) جهت مقایسه با نتایج مرجع [۱۲] (شکل ۷-الف) آورده شده است.



شکل ۶- الگوی انتشار در زیرآب دریا و بستر و در بستر شیبدار

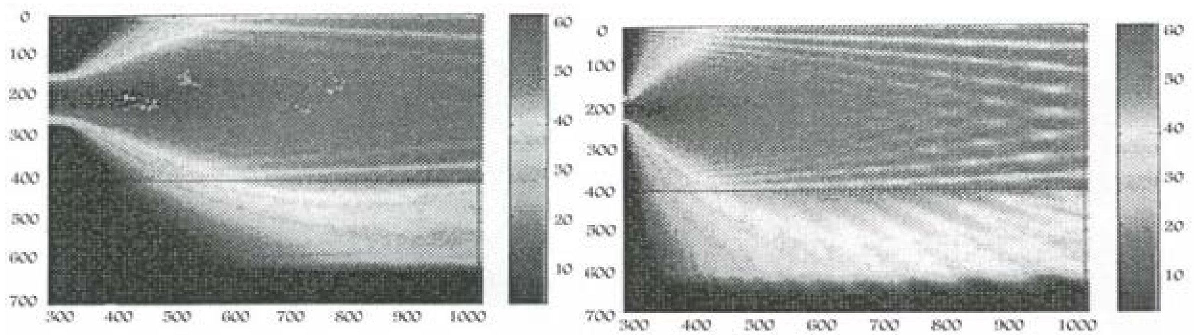
محیط موردنظر دارای طول ۴ km است که عمق بستر در ابتدای مسیر ۲۰۰ m و در انتهای مسیر به‌صفر رسیده است لذا با شیب ثابت، ضریب زاویه برابر ۰/۵ می‌باشد. در شکل (۷) فـرکانس منبع ۲۵ Hz، عمـق منبـع ۱۰۰ m و عمـق دریافت

۳۰ m است.



شکل ۷- میزان تضعیف انرژی صوتی در بستر دارای شیب ثابت رو به ساحل

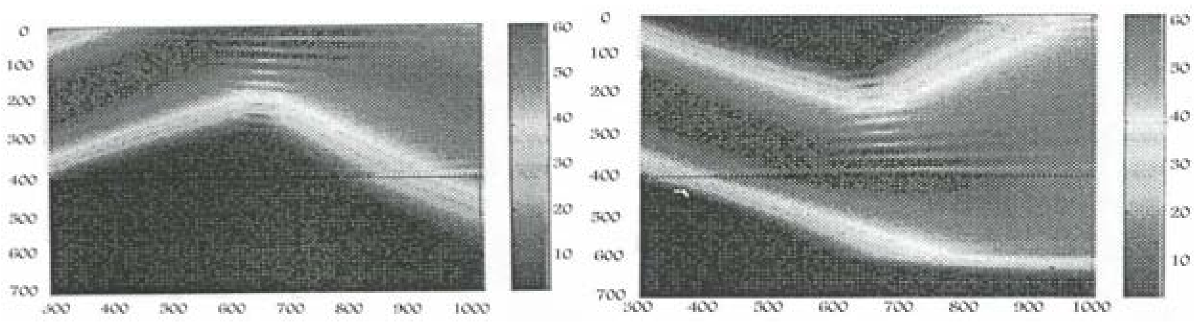
شکل (۸) اثر پهنای نیم توان دیاگرام تشعشعی منبع در نحوه انتشار امواج آکوستیکی در حالتی که منبع با فرکانس ۲۵ Hz و با زاویه تیلت صفر در عمق ۲۰۰ متری محیطی که دارای عمق ۴۰۰ متر و بستر مسطح با ضریب تضعیف بالا و ضخامت ۱۰۰ متر قرار دارد را نشان می‌دهد.



شکل ۸- انتشار امواج صوتی با پهنای بیم متفاوت

پهنای نیم توان دیاگرام تشعشعی منبع در شکلهای راست و چپ بهترتیب 60° و 5° می‌باشد.

شکل (۹) اثر زاویه تیلیت را در انتشار امواج نشان می‌دهد. شکل سمت چپ مربوط بهانتشار امواج صوتی با زاویه تیلت مثبت $(+30^\circ)$ و شکل سمت راست در حالت زاویه تیلت منفی (-30°) می‌باشد.



شکل ۹- انتشار امواج صوتی با زوایای تیلت متفاوت

در محاسبات مربوط بهنتایج ارائه شده در شکل (۹) پهنای نیم توان دیاگرام تشعشعی کوچک و حدود (5°) فرض شده است.

۶- نتیجه گیری

بهمنظور بررسی نحوه انتشار امواج صوتی با فرکانس کم در محیط زیرآب و زیربستر دریا در حالتی که شکل بستر یکنواخت نبوده و بهصورت تابعی از فاصله بیان می‌گردد. معادله موج در مختصات استوانهای فرمولبندی شد و سپس با جداسازی توابع، معادله سهموی تشکیل و این معادله با استفاده از روش اختلاف محدود و با در نظر گرفتن شکل کف متغیر حل گردید. نتیجه محاسبات بهتهیه نرمافزاری که با دریافت اطلاعات: پارامترهای محیطی، فرکانس، دامنه و نمودار تشعشعی منبع، زاویه تیلت، سرعت صوت در آب و زیر بستر دریا مشخصات شدت سیگنال (میزان تضعیف) را برحسب فاصله و عمق بهدست می‌دهد، انجامیده است.

مقایسه نتایج بهدست آمده با نتایج ذکر شده در بعضی از مراجع معتبر [۱۰]، [۱۱] و [۱۲] و انطباق بسیار خوب آنها بیانگر صحت فرمولبندی معادله موج، محاسبات عددی و عملکرد نرمافزار تهیه شده است. این نرمافزار می‌تواند بهعنوان یک شبیهساز کارآمد انتشار امواج آکوستیکی مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از پژوهشکده مهندسی جهاد سازندگی و قطب علمی سیستم های الکترومغناطیس کاربردی دانشکدهٔ فنی دانشگاه تهران که امکانات انجام تحقیقات را در اختیار قرار دادند تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

[۱] خدابخش امین دهقان، عباس حسن خان و محمود کمرهای، "بررسی نحوه انتشار امواج صوتی در درون آب"، مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس مهندسی برق ایران - صفحات ۱۰۹ الی ۱۱۴- اردیبهشت ۱۳۷۵.

[۲] محمود کمرهای، پیمان شهسواری و کورش کلانترزاده، "چگونگی انتشار انرژی صوتی در محیط دریا و بستر آن با استفاده از روش مودهای نرمال"، نشریه علمی پژوهشی دانشکده فنی دانشگاه تهران، شمارهٔ ۳، جلد ۳۳، صفحات ۱۵ الی ۲۱، آذر ۱۳۷۸.

[3] M. A. Leontovich and V. A. Fock, Zh. Eksp. Teor Fiz. 16, 557-573 (1964), Eng trans1.; J. Phys USSR 10, pp.13-24, 1964.

[4] R. H. Hardlin and F. D. Tappert, “Application of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coeffient wave equations”, SIAM Rev. 15, 423, 1973.

[5] F. D. Tappert, “The parabolic approximation method”, Wave Propagation in Underwater Acoustics, edited by J. B. Keller and J. S. papadaki, pp.224-287, Springer-Verlag, New York, 1977.

[6] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, H. Schmidt, “Computationsal Ocean acousitics”, AIP Press. 1994.

[7] J. F. Clearbout, “Funamentals of Geophysical Data Processing”, pp. 194-207, Blackwell, Oxford, UK, 1985.

[8] R. R. Greene, “The rational approximation of the acoustic wave equation with bottom interaction”, J. Acoust. Soc. Am. 81, 287-294, 1987.

[9] C. T. Tindle, H. Hoback and T. Gmuir, “Normal mode filtering for down shope propagation in a shallow water wedge”, J. Acoust. Soc. Am. 81, 287-294, 1987.

[10] D. Lee, A. D. Pierce, “Parabolic equation development in recent decade”, J. Comp. Acoust. Vol.3, No.2, pp.95-173, 1995.

[11] F. B. Jensen and w. A. Kuperman, “Sound propagation in wedge-shaped ocean with a penetrable bottom”, J. acoust. Soc. Am. 67, 1564-1566, 1980.

[12] M. D. Collins, “The rotated parabolic equation and sloping ocean bottoms”, J. acoust. Soc. Am. 87, 1035-1037, 10990.