# آشکارسازی لبه با استفاده از ترکیب تبدیل ویولت ایزوتروپیک و جهتدار

جواد موسوی نیا — دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز
علی آقاگلزاده — دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز
محمدعلی طینتی — استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز

**چکیده**

در این مقاله شیوه جدیدی جهت آشکارسازی لبههای تصاویر با استفاده از ترکیب تبدیل ویولت ایزوتروپیک و جهتدار ارائه می‌گردد. ابتدا بااستفاده از تبدیل ویولت ایزوتروپیک جدایی‌پذیر، بردار گرادیان و جهت آن، که جهت لبههای احتمالی تصویر می‌باشد، محاسبه گشته و سپس در هر پیکسل، از تبدیل ویولت جهتدار، در همان جهت گرادیان محاسبه شده توسط آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت ایزوتروپیک جدایی‌پذیر، استفاده کرده و لبهها را با قابلیت اعتماد بالاتری نسبت به روش معمولی محاسبه می‌کنیم. روش پیشنهادی نسبت به روش معمولی آشکارسازی لبهها با استفاده از تبدیـل ویولت، از قابلیت آشکارسـازی بالاتـری برخوردار می‌باشد و در مقایسه با روشهای آشکارسازی لبهها با استفاده از تبدیل ویولت جهتدار، که تا بـه حال پیشنهاد گردیده است، نیاز به محاسبات کمتری دارد.

**کلمات کلیدی: آشکارسازی لبه، تبدیل ویولت، ویولت ایزوتروپیک، ویولت جهتدار.**

# Edge Detection Using Combined Isotropic and Directional Wavelet Transform

J. Musevi Niya, A. Aghagolzadeh and M. A. Tinati Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz

**Abstract**

In this paper we propose a new approach for solving the edge detection problem using combined isotropic and directional wavelet transform. A primary knowledge about the direction of the gradient of the image, the direction of the probable edges, is extracted by the ordinary separable isotropic wavelet-based edge detector; then based on the computed direction of the probable edges, the adaptive nonseparable directional wavelet-based edge detector is applied on these pixels and the new magnitude of the wavelet transform coefficients is computed and compared to a certain threshold value; then the pixel is classified as edge points or not edge points. This method detects the edges of the image with superior quality and performance comparing to the ordinary wavelet-based edge detection in the presence of noise; and has less computational cost compared to the directional wavelet-based edge detection methods presented before.

**Key words: Edge detection, Wavelet transform, Isotropic wavelet, Directional wavelet.**

## ۱- مقدمه

با توجه به اینکه لبهها، شکل اشیاء مختلف داخل تصاویر را بیان کرده و در نتیجه اطلاعات خیلی زیادی در مورد تصویر را ارائه می نمایند، آشکارسازی لبهها در پردازش تصاویر از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. با این کار از حجم بسیار بالای تصویر خام اولیه کاسته شده و برای پردازشهای سطح بالاتر مثل شناسایی الگوها آماده می‌شود.

روشهای آشکارسازی لبهها به سه دسته کلی تقسیمبندی می‌گردند: روش های مکانی، روشهای فرکانسی (حوزه تبدیل) و روشهای مکانی- فرکانسی.

در روش مکانی، با توجه به اینکه لبهها به نقاطی از تصویر اتلاق می‌گردد که دامنه تصویر در آن نقاط تغییرات تندی داشته باشد، از عمل مشتقگیری استفاده می‌گردد. Canny [۱] از عملگر گرادیان بر روی تصویر استفاده کرده و نقاط ماکزیمم آن را به عنوان لبههای تصویر جدا می‌سازد. Marr و Hildreth [۲] و Haralick [۳] از نقاط گذر از صفر لاپلاسین تصویر به عنوان لبههای تصویر استفاده می‌نمایند. در هر دو روش فوق، جهت کاهش اثر نویز در لبههای استخراجی، از تابع نرمکننده گوسی(Gaussian Smoothing Function) قبل از به کارگیری عملگرهای گرادیان و لاپلاسین استفاده می‌گردد.

در روش فرکانسی (حوزه تبدیل)، با توجه به اینکه لبهها در واقع نقاط با تغییرات شدید تصویر بوده و با تبدیل مناسبی مثل تبدیل فوریه گسسته یا تبدیل کسینوسی گسسته به مؤلفههای فرکانس بالای تصویر تبدیل یافته بدل می‌گردند، با طراحی فیلتر میانگذر مناسبی [۴] می‌توان لبههای فرکانس بالای تصویر را عبور داده و از عبور مؤلفههای فرکانس پایین پسزمینه جلوگیری کرد و در ضمن از عبور نویز نیز ممانعت به عمل آید.

اخیراً استفاده از روشهای آشکارسازی لبه در حوزه مکانی-فرکانسی، که ترکیبی از دو روش فوق بوده و می‌توانند مزایای هر دو روش را تواماً داشته باشند، گسترش یافته است. Mallat و Zhong [۵] با استفاده از تبدیل ویولت(Wavelet Transform) و عملگـر گرادیان روشی جهت آشکارسازی لبهها پیشنهاد نمودند، که یک روش چند مقیاسی (Multi Scale) و چند وضوحی (Multi Resolution) می‌باشد.

در روشهای چند مقیاسی و چندوضوحی، مثل تبدیل ویولت، نویز در مقایسه با مؤلفههای خود تصویر، مثلاً لبهها، در مقیاسهای مختلف دارای همبستگی کمتری می‌باشد [۶،۷]؛ لذا می‌توان با استفاده از مقیاسهای پایین (Fine Scales)، لبهها را با دقت بالا، پیوستگی مناسب و ضخامت کم آشکار کرد. ولی ایـن لـبههای استخراجـی حساسیت زیـادی نسبـت به نویز دارند. در مقابل در لبههای استخراجی در مقیاسهای بالا(Coarse Scales) نویز اثر کمتری داشته و در مقابل از دقت کمتری برخوردار می‌باشند. در نتیجه می‌توان از نتایج استخراجی از مقیاسـهای بـالا جهت حـذف اثـر نویز در لبههای استخراجی از لبههای پایین استفاده کرد. Xu [۷] استفاده از حاصل ضرب مستقیم دامنه تبدیل ویولت در مقیاسهای مختلف را برای آشکارسازی لبهها پیشنهاد می‌نماید. در عمل استفاده از حاصلضرب دو مقیاس متوالی و آشکارسازی نقاط ماکزیمم آن به عنوان لبه، استفاده وسیعتری دارد [۸،۹].

جهت آشکارسازی لبه می‌توان از ویولتهای متعامد یا غیـرمتعـامد استـفاده کرد. اگرچه از ویولتهای متعامد در ریاضیات و پردازش سیگنالهای دیجیتال به وفور استفاده می‌شود [۱۰، ۱۱و ۱۲] ولی به علت ایجاد محدودیتهای زیاد، از آنها در آشکارسازی لبهها استفاده نمی‌گردد. Torre و Poggio [۱۳] نشان دادهاند که اگر از نقاط ماکزیمم مشتق اول تابع تبدیل ویولت تصویر به عنوان لبهها استفاده گردد، بایستی تابع ویولت مورد استفاده نسبت به مبدا یاد متقارن باشد. ولی اگر از نقاط گذر از صفر مشتق دوم تابع تبدیل ویولت استفاده گردد، بایستی نسبت به مبدأ متقارن باشد.

توابع ویولت استفاده شده در آشکارسازی لبهها، از جمله روش Mallat و Zhong [۵، ۶، ۱۰و ۱۱] اغلب توابع ایزوتروپیک (Isotropic Wavelets) و بدون حساسیت به جهت خاصی می‌باشند. این ویولتها برای آشکارسازی، استخراج و دستهبندی ویژگیهایی از تصویر، که خاصیت جهتدار نداشته باشند، مناسب می‌باشند. ولی برای آشکارسازی و استخراج ویژگیهای جهتدار تصویـر، مثل لبـهها، بهتـر است از ویـولتـهای جـهتدار (Directional Wavelets) استفاده گردد. ویولتهای جهتدار بـه ویولتهایی اتلاق می‌گردد که تابع تبدیل فوریه آنها در حوزه فرکانس مثل یک فیلتر میانگذر با پهنای زاویهای کوچک در جهتی مشخص باشد.

در آشکارسازی لبهها با استفاده از ویولتهای جهتدار [۱۴و ۱۵] بایستـی تبدیل ویولت در تعدادی راستـا محاسبـه گردد، بـه طوري که پهنای زاویهای فیلترها در این جهتها برابر با سیـصد و

شـصت درجه گردد. سپس ماکزیمم دامنه تبدیل ویولت در بین راستاهای فوق برای هر پیکسل تصویر انتخاب گشته، آنگاه دامنه به دست آمده برای هر پیکسل تصویر با یک سطح آستانه مقایسه می‌گردد. اگر دامنه از سطح آستانه پایینتر باشد آنگاه از آن به عنوان نقطة پس زمینه (غیر لبه) صرفنظر می‌گردد. ولی اگر ماکزیمم دامنه در یک پیکسل از سطح آستانه بالاتر باشد، آن نقطه به عنوان لبه معین می‌گردد.

همانطوریکه مشخص می‌باشد این روش در عین داشتن کیفیت بالا در آشکارسازی لبهها، حجم محاسبات را متناسب با قابلیت تفکیک زاویهای موردنظر، نسبت به روش آشکارسازی مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک ، افزایش می‌دهد.

در این مقاله پیشنهاد می‌گردد که در ابتدا با استفاده از ویولتهای ایزوتروپیک (غیر جهتدار) تبدیل ویولت تصویر گرفته شده و جهت گرادیان آن محاسبه گردد. سپس تبدیل ویولت تصویر با استفاده از یک ویولت جهتدار در امتداد محاسبه شده برای گرادیان مرحله اول گرفته شده و با یک سطح آستانه مقایسه گردد. اگر دامنه تبدیل ویولت جهتدار محاسبه شده از سطح آستانه بالاتر باشد، آن پیکسل، لبه محسوب می‌گردد و در غیر اینصورت، آن پیکسل جزو پس زمینه به شمار برود. الگوریتم پیشنهادی از نظر کارایی بر روشهای مبتنی بر ویولتهای غیر جهتدار ارجحیت داشته و مشابه آشکارسازی لبهها با استفاده از ویولتهای جهتدار رایج بوده ولی از نظر محاسباتی، پیچیدگی محاسباتی به مراتب کمتری را خواهد داشت.

تعیین سطح آستانه در آشکارسازی لبهها اهمیت بالایی دارد چون اگر سطح آستانه پایین انتخاب گردد آنگاه اکثریت لبه ها، از جمله لبههای ضعیف تصویر آشکار می‌گردد ولی در مقابل لبههای غیر واقعی حاصل از نویز نیز در تصویر لبهها ظاهر می‌گردند. ولی اگر سطح آستانه بالا انتخاب گردد از لبههای اثر نویز خبری نخواهد بود و در مقابل لبههای ضعیف تصویر نیز حذف خواهند شد؛ که باعث ناپیوستگی لبهها و مرزهای تصویر خواهد شد. در اکثر موارد سطح آستانه بهینه با استفاده از الگوریتم پیشنهادی Otsu [۱۷] تعیین می‌گردد. در این الگوریتم سطح آستانه طوری انتخاب می‌گردد که دو دسته ایجاد شده با این سطح آستانه، دسته پیکسلهای با دامنه بزرگتر از سطح آستانه (لبهها) و دسته پیکسلهای با دامنه کوچکتر از سطح آستانه (پس زمینه)، دارای حداقل واریانس داخل دسته و حداکثر واریانس بین دستهای باشند.

در این مقاله ابتدا روشهای آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت ایزوتروپیک (غیر جهتدار) در هر دو حالت یک و دو بعدی بررسی شده و مشکلات این روشها بحث می‌گردد. سپس روشهای رایج آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت جهتدار بررسی و حجم محاسباتی بالای آن مورد بحث قرار می‌گیرد و در انتها روش پیشنهادی مقاله که هم دارای کیفیت بالای آشکارسازی مبتنی بر ویولت جهتدار بوده و هم از حجم محاسباتی کمتری برخوردار می‌باشد، بیان می‌گردد. در انتها نتایج آزمایشهای کامپیوتری ارائه و نتیجهگیری کلی به عمل می‌آید.

## ۲- آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت

از تبدیل ویولت به دلیل این که یک روش چند مقیاسی و چند وضوحی می‌باشد و لذا در مقابل نویز حساسیت کمتری دارد و همچنین به دلیل ویژگی انطباق محلی بالایی که دارد در آشکارسازی لبههای تصاویر به صورت گستردهای استفاده می‌گردد.

### ۲-۱-آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت در حالت یک بعدی

تبـدیل ویـولت یک سیگنال $f \in L^2(R)$، سیگنال حقیقی بـا انتـگرال مربع محدود، به صورت زیر تعریف می‌گـردد [۱۱ و ۱۲]:

$$W_s f(x) = f * \psi_s(x) \tag{۱}$$

که در آن تابع $\psi_s(x)$ شکل تغییر مقیاس یافته تابع $\psi(x) \in L^2(R)$ بوده و به صورت $\psi_s(x) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi(\frac{x}{s})$ تعریف می گردد و $*$ نشان گر انتگرال کانوولوشن می‌باشد که برای دو سیگنال $f$ و $g$ عضو فضای $L^2(R)$ به صورت $f * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)g(x-u)du$ تعریف می‌گردد.

انتخـــاب تـابــع $\psi(x)$، کـــه تابـــع ویـــولت مـــادر(Mother Wavelet Function) نامیـــده مـــی‌شود، در ویژگی‌هایی که تبدیل ویولت از خود بروز می‌دهد مهم می‌باشد.

از جمله ویژگی‌هایی که تابع ویولت مادر بایستی داشته باشد تا بازسازی سیگنال از تبدیل ویولت امکانپذیر گردد شرط قابلیت پذیرش(Admissibility Condition) می‌باشد، $\hat{\psi}(0)=0$ ، که در آن $\hat{\psi}(f)$ تبدیل فوریه تابع ویولت مادر بوده و به صورت $\hat{\psi}(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)e^{-j2\pi fx}dx$ تعریف می‌گردد و بیان می‌کند که تابع ویولت مادر یک فیلتر میانگذر می‌باشد که دامنه پاسخ فرکانسی آن در همسایگی مبدا صفر می باشد. این شرط به صورت معادل در حوزه مکان با فرمول $\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)dx=0$ بیان می‌گردد.

در آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت، تابع ویولت مادر معمولاً مشتق مرتبه اول یا دوم یک تابع نرم کننده انتخاب می‌گردد [۱۰ و ۱۱]. با فرض اینکه $\theta(x)$ یک تابع نرم کننده باشد، دامنه تبدیل فوریه آن در همسایگی مبداء قابل توجه و در فرکانسهای بالاتر به صفر میل می‌کند بهطوریکه مثل یک فیلتر پایینگذر عمل کند که نویز تصویر را حذف می‌کند. در ضمن $\int_{-\infty}^{+\infty}\theta(x)dx=1$ و $\theta(x)\to 0$ موقعي كه x به بی‌نهایت میل می‌کند. در این صورت می‌توان تابع ویولت مادر را به صورت مشتق آن یعنی $\psi(x)=\frac{d}{dx}\theta(x)$ تعریف کرد. با این انتخاب رابطه شماره (۱) برای محاسبه تبدیل ویولت $W_s f(x)$ به صورت زیر در می‌آید:

$$W_s f(x)=f*s\frac{d}{dx}\theta_s(x)=s\frac{d}{dx}(f*\theta_s)(x) \quad (۲)$$

که در آن $\psi_s(x)=s\frac{d}{dx}\theta_s(x)$ بوده و $\theta_s(x)=\frac{1}{\sqrt{s}}\theta(\frac{x}{s})$ می باشد.

از آنجایی‌که لبه تصویر در مقیاس $s$ به پیکسلهایی اتلاق می‌گردد که در آنجا تصویر نرم شده $f*\theta_s$ بیشترین تغییرات را دارد؛ لذا برای تعیین لبهها کافی است که نقاط ماکزیمم مشتق تصویر نرم شده یا به عبارتی دیگر نقاط ماکزیمم دامنه تبدیل ویولت $|W_s f(x)|$ را تعیین کرد. لذا سطح آستانه بهینه دامنه تبدیل فوریه تعیین شده و نقاط با دامنه بالاتر از سطح آستانه به عنوان لبههای تصویر تعیین می‌گردند.

می‌توان به صورت معادل از مشتق دوم تابع نرم کننده $\theta(x)$ به عنوان تابع ویولت مادر استفاده کرد که در آن صورت خواهیم داشت:

$$W_s f(x)=f*s^2\frac{d^2\theta_s}{d^2x}(x)=s^2\frac{d^2}{d^2x}(f*\theta_s)(x) \quad (۳)$$

و برای تعیین لبههای تصویر، نقاط گذر از صفر تبدیل ویولت استخراج می گردد.

### ۲-۲- آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت در حالت دو بعدی

با اندکی تغییرات تئوری تبدیل ویولت یک بعدی و آشکارسازی لبه مبتنی برآن را می‌توان به حالت دو بعدی گسترش داد. در حالت دو بعدی می‌توان به جای یک تابع ویولت مادر از دو تابع ویولت مادر، با حساسیت جهتی متفاوت، مثلاً یکی در جهت محور $x$ها و دیگری در جهت محور $y$ها، استفاده کرد، که به آن تبدیل ویولت جدایی‌پذیر (Separable) گفته می‌شود [۱۰ و ۱۱]. در این روش تبدیل ویولت یک سیگنال دو بعدی (تصویر)، $f(x,y)\in L^2(R^2)$ ، یعنی سیگنال با انتگرال مربع محدود بر روی صفحه، به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۱]:

$$W_s^1 f(x,y)=f*\psi_s^1(x,y)\,,$$
$$W_s^2 f(x,y)=f*\psi_s^2(x,y) \quad (۴)$$

که در آن، توابع $\psi_s^1$ و $\psi_s^2$ شکل تغییر مقیاس یافته توابع ویولت مادر $\psi^1(x,y)$ و $\psi^2(x,y)$ می‌باشند. شرط قابلیت پذیرش برای توابع ویولت مادر ایجاب می‌کند که $\hat{\psi}^k(0,0)=0$ ، $k=1,2$ ، که در آن $\hat{\psi}^k(f_x,f_y)$ تبدیل فوریه سیگنال دوبعدی $\psi^k(x,y)$ بوده و به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\hat{\psi}^k(f_x,f_y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi^k(x,y)e^{-j2\pi(f_x x+f_y y)}dxdy \quad (۵)$$

باز مثل حالت یک بعدی، برای آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت، توابع ویولت مادر را به صورت مشتق مرتبه اول یا

دوم یک تابع نرم کننده دوبعدی در دو جهت $x$ و $y$، تعریف می‌کنیم [۱۱]:

$$\psi^1(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}\theta(x,y)$$
$$\psi^2(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}\theta(x,y) \qquad (۶)$$

که در آن تابع دوبعدی $\theta(x,y)$ تابع نرم کننده می‌باشد که طیف آن در همسایگی مبداء متمرکز بوده و باز مثل یک فیلتر پایینگذر حذف کننده نویز عمل نموده و داریم: $\int_{R^2}\theta(x,y)dxdy = 1$ و $\theta(x,y) \to 0$ وقتی که $(x^2+y^2)$ به بی نهایت میل می‌کند و در ضمن $\theta(x,y)$ در هر دو جهت $x$ و $y$ مشتقپذیر می‌باشد.

با این فرض ها و با در نظر گرفتن اینکه $\theta_s(x,y) = \frac{1}{s}\theta(\frac{x}{s},\frac{y}{s})$ خواهیم داشت:

$$\psi_s^1(x,y) = s\frac{\partial}{\partial x}\theta_s(x,y)$$
$$\psi_s^2(x,y) = s\frac{\partial}{\partial y}\theta_s(x,y) \qquad (۷)$$

وفرمولهای بیان شده در رابطه (۴) برای تبدیل ویولت به صورت زیر در می‌آیند:

$$W_s^1(x,y) = s\frac{\partial}{\partial x}(f*\theta_s)(x,y)$$
$$W_s^2(x,y) = s\frac{\partial}{\partial y}(f*\theta_s)(x,y) \qquad (۸)$$

به عبارتی دیگر تبدیل ویولت دوبعدی یک بردار دو عضوی می‌باشد که آن هم چیزی به جز گرادیان تصویر نرم شده $f*\theta_s$ نمی باشد. با بیان این بردار به صورت زیر:

$$W_s f(x,y) = \left[W_s^1 f(x,y) \quad W_s^2 f(x,y)\right]^T \qquad (۹)$$

می‌توان توابع دامنه و فاز را تعریف کرد که اولی نشانگر مقدار حداکثر تغییرات در یک پیکسل و دومی نشانگر جهت حداکثر تغییرات در همان پیکسل می‌باشد.

$$\|W_s f(x,y)\| = \sqrt{\left|W_s^1 f(x,y)\right|^2 + \left|W_s^2 f(x,y)\right|^2}$$
$$\angle W_s f(x,y) = \arctan\left(\frac{W_s^2 f(x,y)}{W_s^1 f(x,y)}\right) \qquad (۱۰)$$

در آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت ایزوتروپیک، برای آشکار کردن نقاط ماکزیمم دامنه تابع تبدیل ویولت، $\|W_s f(x,y)\|$، که نشانگر لبهها می‌باشند، را با یک سطح آستانه مقایسه می‌کنیم؛ اگر این دامنه در یک پیکسل از سطح آستانه بزرگتر باشد آنگاه آنرا به عنوان لبه تعیین و از $\angle W_s f(x,y) + \frac{\pi}{2}$ به عنوان جهت لبه در آن پیکسل استفاده می‌کنیم. ولی در صورت کوچکتر بودن دامنه از سطح آستانه در یک پیکسل، از آن پیکسل صرفنظر می‌کنیم. با معرفی $E_s(x,y)$ به عنوان تصویر لبهها در مقیاس s، خواهیم داشت:

$$E_s(x,y) = \begin{cases} 0 & \|W_s f(x,y)\| < T \\ 1 & \|W_s f(x,y)\| > T \end{cases} \qquad (۱۱)$$

Xu [۷] و Zhang و Bao [۸ و ۹] جهت به دست آوردن لبه پیشنهاد می‌کنند که تابع دامنه تبدیل ویولت را در دو مقیاس متوالی محاسبه و مستقیماً در هم ضرب کرده و سپس آن را با سطح آستانه مقایسه کنیم. Xu [۷] هم چنین اثبات می نماید که انتخاب تعداد مقیاسهای بیشتر از دو در آشکارسازی لبهها اثر منفی دارد.

در روش پیشنهادی مقاله، آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت گفته شده در بالا را به روش Xu [۷] به کار برده و تابع فاز (اطلاعات مربوط به جهت و امتداد لبهای احتمالی) آن را استفاده می‌نماییم، ولی از دامنه تابع تبدیل ویولت و مقایسه آن با سطح آستانه استفاده نمی‌نماییم.

در حالت آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت دوبعدی جدایی‌پذیر نیز می‌توان به جای مشتق اول از مشتق دوم تابع نرمکننده $\theta(x,y)$ استفاده کرد که در این حالت به جای جستجوی نقاط ماکزیمم دامنه تابع تبدیل، نقاط گذر از صفر تابع تبدیل ویولت تعیین گشته و به عنوان لبه استفاده می‌گردد.

## ۳- آشکارسازی لبه با استفاده از ویولتهای جهتدار

تبدیل ویولت به صورت موفقیتآمیزی در پردازش تصویر، در آشکارسازی، استخراج و دسته بندی ویژگیهای تصویر، به کار برده می‌شود. اگر پردازش نقطه به نقطه تصویر، بدون تأکید

خاصی روی جهات ویژه، موردنظر باشد؛ آنگاه ویولتهای ایزوتروپیک جدایی‌پذیر مثل ویولتهای گوسی یا کلاه مکزیکی برای استفاده مناسب خواهند بود. ولی اگر هدف آشکارسازی و استخراج ویژگیهای جهتدار تصویر مثل لبهها و بافتهای جهتدار باشد، آنگاه استفاده از ویولتهای جهتدار جدایی‌ناپذیر، ویولت با ویژگی انتخابگری بالا در جهتی خاص، ارجحیت خواهد داشت. در این حالت به جای دو ویولت مادر، یکی در جهت محور $x$ ها و دیگری در جهت محور $y$ ها، بایستی از تعداد زیادی ویولت در جهتهای مختلف، بسته به دقت و کیفیت موردنیاز، استفاده نمود.

ویولت مادرجهتدار به ویولتی اتلاق می‌گردد که تابع تبدیل فوریه آن در صفحه فرکانسهای مکانی در یک ناحیه مخروطی شکلی قرار گرفته باشد، که رأس آن در مبدأ مختصات باشد. نمونه ای از ویولتهای مادر جهتدار، ویولت Gabor (یا ویولت Morlet ) می‌باشد. ویولت Gabor یک تابع گوسی با انحراف معیار به ترتیب $\sigma_x$ و $\sigma_y$ در جهتهای $x$ و $y$ و مدوله شده با یک سیگنال سینوسی با فرکانس $W$، در جهت $x$، می‌باشد.

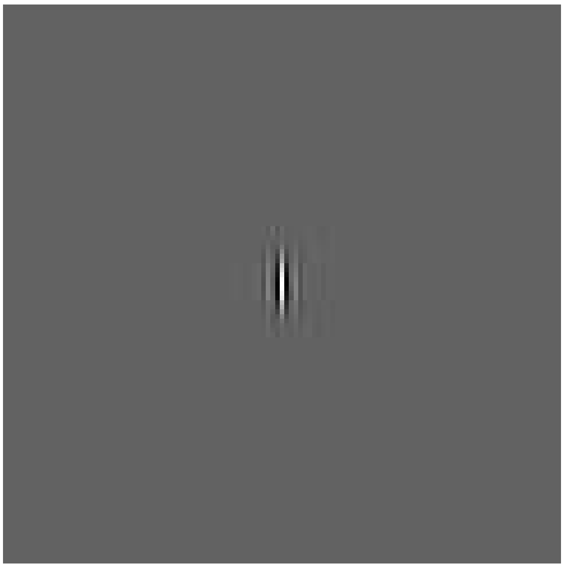
$$\psi(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2}+\frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right]\cos(2\pi Wx)$$

که تبدیل فوریه آن در صفحه فرکانسهای مکانی به صورت زیر خواهد بود:

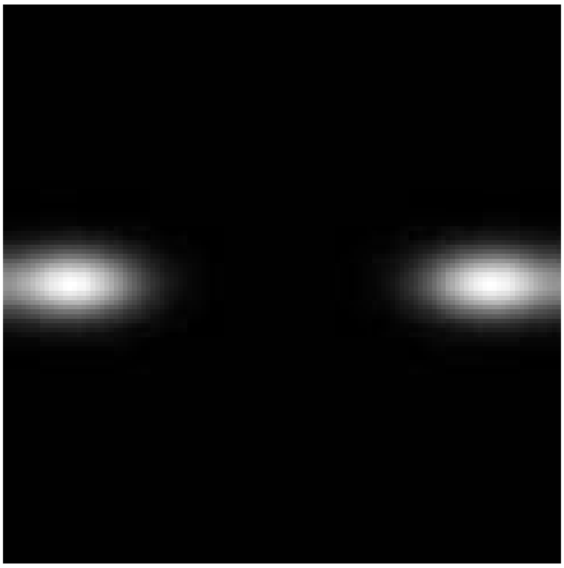
$$\hat{\psi}(f_x,f_y)=\frac{1}{4\pi\sigma_{f_x}\sigma_{f_y}}\left(\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f_x-W)^2}{\sigma_{f_x}^2}+\frac{f_y^2}{\sigma_{f_y}^2}\right]\right\}\right.$$
$$\left.+\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(f_x+W)^2}{\sigma_{f_x}^2}+\frac{f_y^2}{\sigma_{f_y}^2}\right]\right\}\right) \qquad (۱۳)$$

که در آن داریم: $\sigma_{f_x}=\frac{1}{2\pi\sigma_x}$ و $\sigma_{f_y}=\frac{1}{2\pi\sigma_y}$.

تابع ویولت مادر $\psi(x,y)$ و تابع تبدیل فوریه آن در صفحه فرکانس مکانی، در شکل (۱) نشان داده شده است؛ که نشانگر این می‌باشد که ویولت Gabor دوران نیافته، حداکثر انتخابگری فرکانسی را در جهت $\theta=0$ در صفحه فرکانـس مکانی دارا می‌باشد.



(الف)



(ب)

**شکل ۱- دامنه ویولت Gabor با پارامترهای** $\sigma_x=2$، $\sigma_y=4$، $w=0.375$ **و** $\theta=0^\circ$: **الف- در حـوزه مکان، ب- در حوزه فرکانس**

همانطوري که مشاهده می‌شود تبدیل فوریه تابع ویولت Gabor در صفحه فرکانس مکانی دو بیضی به مرکزیت $\pm W$ و در امتداد محور فرکانسی $f_x$ می‌باشد؛ در نتیجه تغییراتی را که گرادیان آنها در جهت $x$ ها می باشد، به عبارتی دیگر لبهها در امتداد $y$ ها، را عبور و مابقی را حذف می نماید. حال تبدیل

ویولت جهتدار در جهت $\theta_n = \frac{n\pi}{N}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم [۱۴ و ۱۵]:

$$W_{mn} f(x,y) = (f * \psi_{mn})(x,y) \qquad (۱۴)$$

که در آن تابع $\psi_{mn}(x,y)$ شکل تغییر مقیاس یافته و دوران یافته به اندازه $\theta_n = \frac{n\pi}{N}$ تابع ویولت مادر جهتدار Gabor $\psi(x,y)$ می‌باشد و داریم:

$$\psi_{mn}(x,y) = s^{-m}\psi(x',y'),$$
$$y' = s^{-m}(-x\sin\theta_n + y\cos\theta_n),$$
$$x' = s^{-m}(x\cos\theta_n + y\sin\theta_n) \qquad (۱۵)$$

در تبدیل ویولت جهتدار با استفاده از تابع ویولت جهتدار Gabor بایستی مقادیر $\sigma_x$ و $\sigma_y$ طوری انتخاب گردند که توابع تبدیل فوریه ویولتهای دوران یافته به اندازه $\theta_n = \frac{n\pi}{N}$ با $n = 0,1,2,...,N-1$ و تغییر مقیاس یافته به اندازه $s^m$ با $m = 0,1,2,...,M-1$ کل صفحه فرکانس مکانی را بپوشانند، بهطوریکه در صفحه فرکانس مکانی تشکیل دیاگرام گلبرگی (Rosette) را بدهند. برای این منظور از روابط زیر استفاده می‌نماییم [۱۴، ۱۵ و ۱۶]:

$$\sigma_{f_x} = \frac{(s-1)W}{(s+1)\sqrt{2\ln 2}},$$

$$\sigma_{f_y} = \frac{\tan(\frac{\pi}{2N})\left[W - (\frac{\sigma_{f_x}^2}{W})2\ln 2\right]}{\sqrt{2\ln 2 - \frac{(2\ln 2)^2\sigma_{f_x}^2}{W^2}}},$$

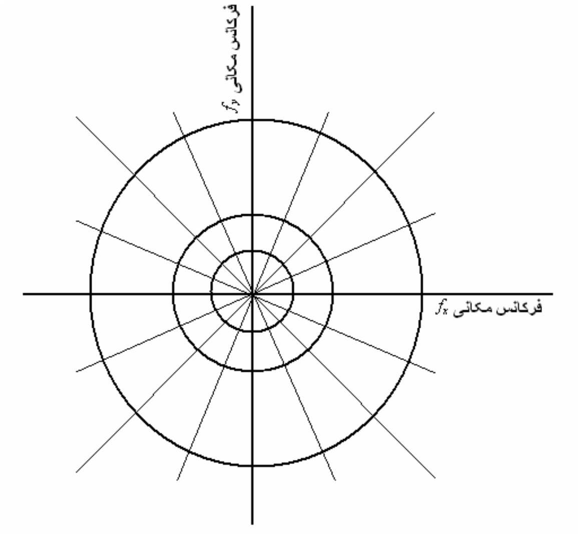
$$\sigma_x = \frac{1}{2\pi\sigma_{f_x}},$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2\pi\sigma_{f_y}},$$

$$W_L = \frac{W}{s^{M-1}}, \qquad (۱۶)$$

که در آن، $M$، تعداد کل مقیاسهای مورد استفاده، و $N$، تعداد کل جهتهای مورد استفاده، W، بزرگترین فرکانس مکانی موردنیاز برای بررسی و s پارامتر مقیاس با ویژگی $s > 1$، $W_L$ کوچکترین فرکانسی می‌باشند که در روند چند مقیاسی و چند وضوحی مورد بررسی قرار می‌گیرند.

در شکل (۲) تابع دامنه ویولتهای دوران یافته و تغییر مقیاس یافته Gabor در حوزه فرکانس مکانی، که تشکیل یک شکل گلبرگی را می‌دهد، نشان داده می‌شود.




**شکل ۲- شکل گلبرگی دامنه ویولت های دوران یافته و تغییر مقیاس یافته Gabor در حوزه فرکانس با** $W = 0.45$، $M = 2$ ،$N = 8$ ،$s = 2$

حال برای آشکارسازی لبهها می‌توان تبدیل ویولت تصویر در زوایای مختلف $\theta_n = \frac{n\pi}{N}$ به ازای $n = 0,1,2,...,N-1$ و مقیاسهای $s^m$، به ازای $m = 0,1,2,...,M-1$ را محاسبه کرده، ضرب مستقیم آنها را در دو مقیاس متوالی پیدا می‌کنیم. سپس ماکزیمم آن را به ازای زوایای مختلف به دست آورد:

$$Mf(x,y) = Max_n\{\Pi_{m=1}^{2} W_{mn} f(x,y)\} \qquad (۱۷)$$

اگر مقدار دامنه ماکزیمم محاسبه شده در یک پیکسل از سطح آستانه بزرگتر باشد آنگاه پیکسل مزبور لبه بوده و زاویه $\theta_n = \frac{n\pi}{N}$، به ازای عدد n که در آن دامنه مقدار ماکزیمم را

گرفته است، جهت یا امتداد لبه می‌باشد [۱۴]. ولی اگر مقدار دامنه ماکزیمم محاسبه شده از سطح آستانه کوچکتر باشد، در اینصورت پیکسل مزبور پس زمینه محسوب می‌شود. باز در اینجا نیز برای ترکیب نتایج آشکارسازی لبه حاصل از مقیاسهای مختلف روش Xu [۷] در ضرب مستقیم دامنه تابع تبدیل ویولت جهتدار در دو مقیاس متوالی را به کار می‌بریم.

## ۴- روش پیشنهادی جهت آشکارسازی لبه با استفاده از ویولتهای جهتدار وفقی

روش آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولت ایزوتروپیک جدایی‌پذیر به دلیل عدم استفاده از ویژگی جهت دار بودن لبه و تغییرات نرم لبه در امتداد خطوط و لبههای تصویر، علیرغم سادگی که دارا می‌باشد، کارآیی خوبی از خود بروز نمی‌دهد. در حالی‌که روش آشکارسازی مبتنی بر ویولت جهتدار جدایی‌ناپذیر Gabor مطرح شده در بخش ۳، به دلیل جهتدار بودن ویولت، که با ویژگی جهتدار بودن لبههای تصویر سازگار می‌باشد، بهتر عمل کرده و لبهها را با ویژگی انطباق محلی بالاتری استخراج می‌نماید. ولی به جای محاسبه دو انتگرال کانوولوشن در آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک جدایی‌پذیر، در آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای جهتدار جدایی‌ناپذیر بایستی N عمل کانوولوشن در N جهت $\theta_n = \dfrac{n\pi}{N}$ محاسبه شده و سپس ماکزیمم دامنه تبدیل ویولت در جهات مختلف گفته شده به دست آمده و با سطح آستانه مقایسه گردد [۱۴]؛ به عبارت دیگر حجم محاسبات موردنیاز بیشتر می‌گردد. جهت کاهش محاسبات آشکارسازی لبه با استفاده از ویولتهای جهتدار، در عین استفاده از برتریهای آن، می‌توانیم به جای محاسبه تبدیل ویولت در تمام جهتهای N

دامنه را خواهد داشت، محاسبه کنیم [۱۷]. به عبارت دیگر جهت تبدیل ویولت جهتدار را به صورت وفقی با جهت لبه در همان نقطه برابر بگیریم. بدین معنی که در ابتدا آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای معمولی غیر جهتدار بر تصویر اعمال و فاز تبدیل ویولت در هر پیکسل را، که نشانگر امتداد لبه احتمالی در آن پیکسل می‌باشد، با استفاده از فرمولهای زیر به دست می‌آوریم:

$$\theta(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x^2+y^2)\right],$$

$$\theta_s(x,y) = \frac{1}{s}\theta\left(\frac{x}{s},\frac{y}{s}\right),$$

$$W_s^1 f(x,y) = s\frac{\partial}{\partial x}(f*\theta_s)(x,y),$$

$$W_s^2 f(x,y) = s\frac{\partial}{\partial y}(f*\theta_s)(x,y),$$

$$s = a^{-m}, m = 1,2$$

$$W^1 f(x,y) = \Pi_{m=1}^2 W_s^1 f(x,y),$$

$$W^2 f(x,y) = \Pi_{m=1}^2 W_s^2 f(x,y),$$

$$\theta_e = \angle Wf(x,y) = \arctan\left(\frac{W^2 f(x,y)}{W^1 f(x,y)}\right) \quad (۱۸)$$

سپس تبدیل ویولت جهتدار در جهت زاویه $\theta_e$ را، که نشانگر امتداد لبه احتمالی در آن نقطه می‌باشد، برای آن پیکسل، محاسبه می‌کنیم. ضمناً اگر دامنه گرادیان تبدیل ویولت در نقطهای کوچک باشد، از محاسبات بعدی در آن نقطه صرفنظر می‌کنیم.

$$x' = s^{-m}(x\cos\theta_e + y\sin\theta_e),$$

$$y' = s^{-m}(-x\sin\theta_e + y\cos\theta_e),$$

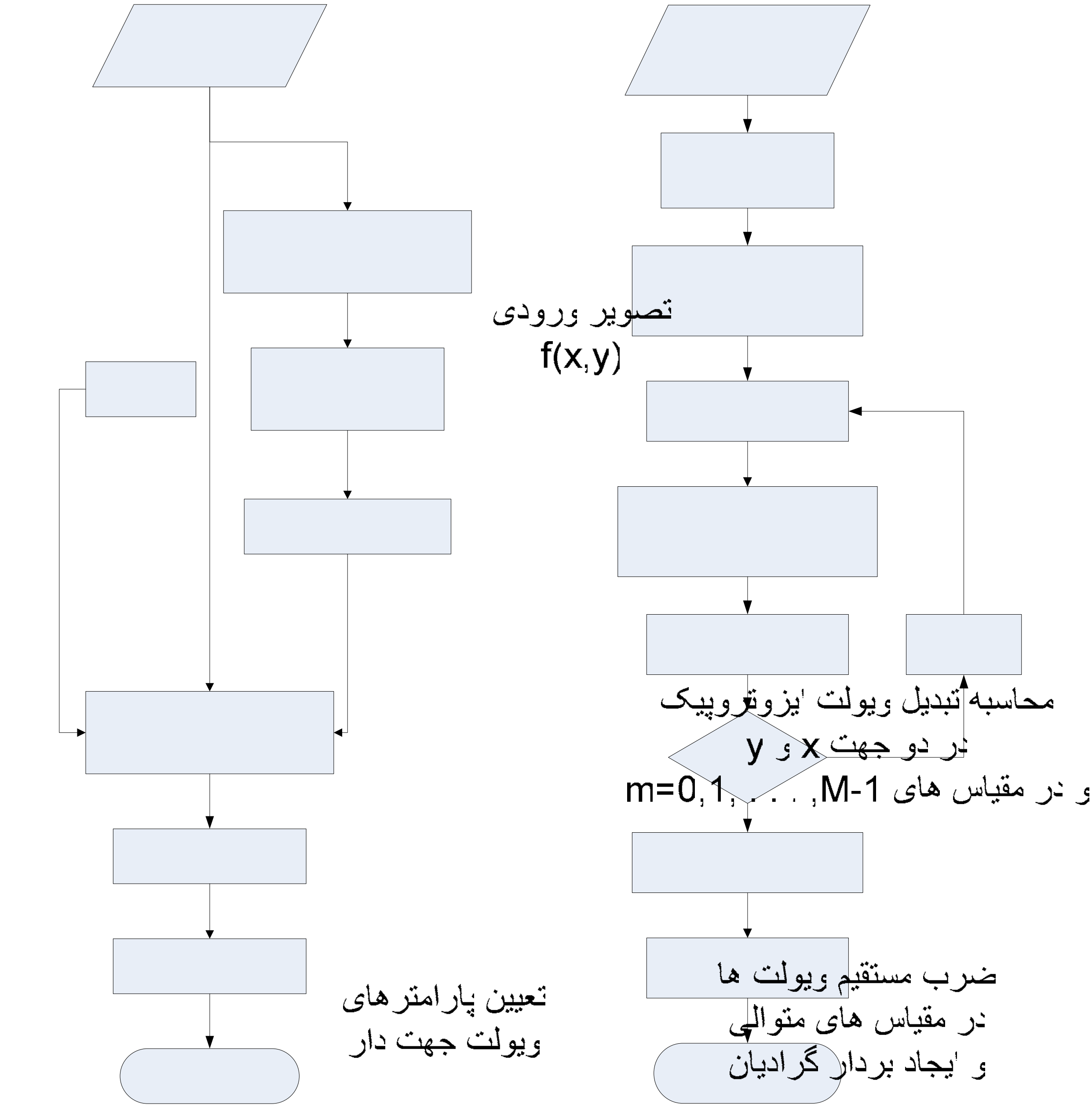
$$\psi_m(x,y) = s^{-m}\psi(x',y'),$$

$$W_m f(x,y) = (f*\psi_m)(x,y),$$

$$Mf(x,y) = \Pi_{m=1}^2 W_m f(x,y) \quad (۱۹)$$

بعد از آنکه این عمل را برای تمام نقاط تصویر انجام دادیم، دامنه تبدیل ویولت جهتدار محاسبه شده را با سطح آستانه مشخصی مقایسه کرده و به دو دسته لبهها و پس زمینه تقسیمبندی می‌کنیم. دیاگرام بلوکی روش آشکارسازی مبتنی بر ویولتهای جهتدار و روش پیشنهادی در این مقاله جهت آشکارسازی لبهها در دیاگرام بلوکی شکل (۳) نشان داده شده است.

با این کار کیفیت و کارآیی معادل با روش آشکارسازی مبتنی بر ویولتهای جهتدار جدایی‌ناپذیر و بالاتر از روش آشکارسازی مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک را خواهیم داشت. ولی از نظر حجم محاسبات، در مقایسه با روش آشکارسازی مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک محاسبات بیشتری را لازم خواهد داشت.




(ب)		(الف)

**شکل ۳- دیاگرام بلوکی: الف) آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای جهتدار، ب) آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای جهتدار وفقی (روش پیشنهادی مقاله)**

زیرا علاوه بر محاسبه دو تبدیل ویولت در دو جهت x و y، یک تبدیل ویولت جهتدار نیز محاسبه می‌کنیم. ولی در مقایسه با روش آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای جهتدار حجم محاسباتی کمتر خواهد بود. زیرا به جای محاسبه N بار، مثلاً ۱۲ بار، تبدیل ویولت تنها سه بار تبدیل ویولت را حساب خواهیم کرد.

## ۵- نتایج شبیهسازی کامپیوتری

طبق معادلات بیان شده در رابطه شماره (۱۶)، با دانستن N و M، پارامترهای تابع ویولت مادر جهتدار را محاسبه می‌کنیم. با توجه به اینکه قابلیت تفکیک زاویهای ویولت جهتدار Gabor برابر $\frac{\pi}{N}$ می‌باشد اگر قابلیت تفکیک ۱۵ درجه موردنظر باشد بایستی N را ۱۲ فرض نماییم. برای استفاده از روش ضرب مستقیم Xu بایستی M را ۲ بگیریم. در اینجا $W = 0.375$، $s = 2$، $N = 12$ و $M = 2$ فرض شده و $\sigma_x = 1.5$ و $\sigma_y = 4$ محاسبه می‌گردند.

سه الگوریتم بحث شده در بخشهای ۲، ۳ و ۴ مقاله بر روی دو تصویر $512 \times 512$ مورد آزمایش قرار گرفتند:

۱- آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت ایزوتروپیک جدایی‌پذیر با پارامترهای $s = 2$، $M = 2$، $\sigma_x = 1.5$ و $\sigma_y = 1.5$.

۲- آشکارسازی لبه مبتنی بر تبدیل ویولت جهتدار محاسبه شده با پارامترهای $W = 0.375$، $s = 2$، $N = 12$، $M = 2$، $\sigma_x = 1.5$ و $\sigma_y = 4$.

۳- آشکارسازی لبه با استفاده از ترکیب تبدیل ویولت ایزوتروپیک و جهتدار به روش پیشنهادی مقاله با پارامترهای $s = 2$، $M = 2$، $\sigma_x = 1.5$ و $\sigma_y = 1.5$ برای تبدیل ویولت ایزوتروپیک و پارامترهای $W = 0.375$، $s = 2$، $N = 12$، $M = 2$، $\sigma_x = 1.5$ و $\sigma_y = 4$ برای تبدیل ویولت جهتدار.

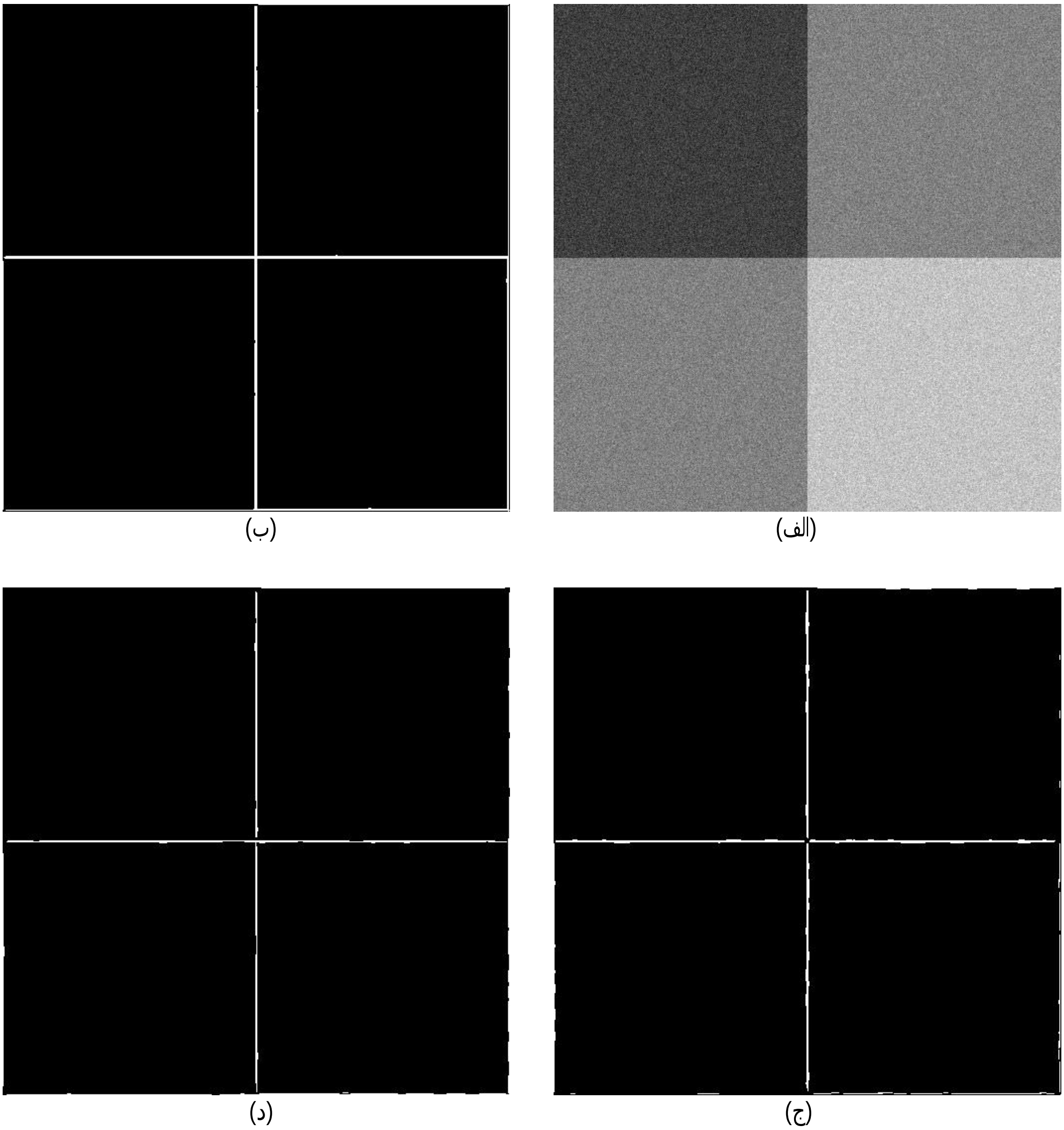
در هر سه الگوریتم سطح آستانه بهینه از خود تابع دامنه با استفاده از روش Otsu [۱۸] استخراج گردیده است، بهطوری‌که با انتخاب سطح آستانه، تصویر دامنه ویولت انتخابی به دو دسته با حداکثر واریانس بین دستهای و حداقل واریانس درون دستهای تقسیم می‌گردد.

در مرحلــه اول لبــههای تصویر شطرنجی $512 \times 512$ را بــه سه روش فوق آشکار کردیم که نتایج آن در شکل (۴) نمایش داده شده است. سپس الگوریتمهای موردنظر را بر روی تصویر $512 \times 512$ فلفل عمل کردیم که نتایج به دست آمده در شکل (۵) نشان داده شده است.

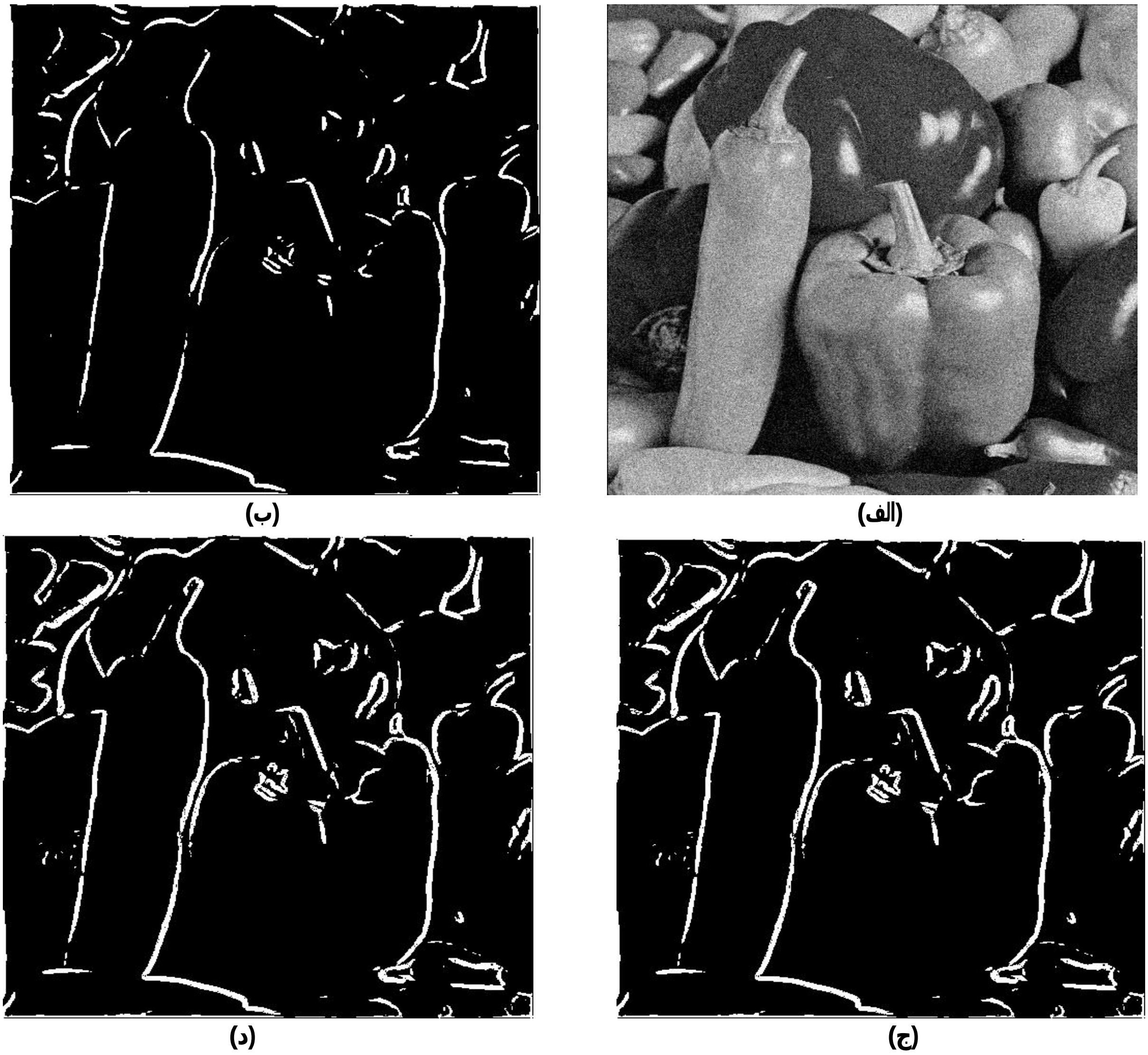
در هر دو تصویر شطرنجی و فلفل تصاویر دارای درجات خاکستری بین ۰ و ۲۵۵ بوده و نویز گوسی با SNR برابر با ۱۵ دسی بل با آنها جمع شده است.

همانطوري که در شکل (۴) دیده می‌شود لبههای استخراجی در دو الگوریتم شماره ۲ و ۳، که مبتنی بر ویولتهای جهتدار می‌باشند، نازکتر و با قابلیت انطباق محلی بهتری نسبت به لبه های استخراجی الگوریتم شماره ۱، مبتنی بر ویولت ایزوتروپیک، می‌باشند و فقط در مرکز تصویر، که محل تلاقی دو لبه افقی و عمودی با هم بوده و ویژگی تک جهتی ندارد، آشکارسازی لبه خوب انجــام نـگرفتــه است، که این مشکل برای اغلب روشهای آشکارسازی لبه وجود دارد. حجــم محاسبات برای آشکارسازی بــه روش پیشنــهادی، همــانطوری که در بــخش (۴) ذکر شد بــه اندازه $N/3$، که در ایــنجــا N تعداد جهتهای در نظر گرفته شده برای ویولتهای جهت دار گابور می‌باشد، نسبت به روش رایج آشکارسازی لبهها با استفاده از ویولتهای جهتدار، الگوریتم دوم،کاهش پیدا می‌کند. با توجه به اینکه در این مقاله N از روی قابلیت تفکیک زاویهای ۱۵ درجه انتخاب شده و برابر ۱۲ می‌باشد، در نتیجه حجم محاسبات لازمه چهار برابر کمتر از الگوریتم دوم می‌باشد. ولی نسبت به روش آشکارسازی لبههای مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک جدایی‌پذیر پنجاه درصد افزایش حجم محاسبات را شاهد هستیم.

نتایج نشان داده شده در شکل (۵)، باز هم موید این مطلب می‌باشند که لبههای استخراجی در دو الگوریتم آشکارسازی لبــه مبتنــی بر ویولتهای جهتدار در مقایسه با الگوریتم مبتنــی بــر ویولت ایزوتروپیک از کیفیت قابلیــت انطباق نقطهای و پیوستگی لبه بالاتری برخوردار بوده و الگوریتم پیشنهادی به ازای کیفیت یکسان با الگوریتم دوم، دارای محاسبات کمتری می‌باشد.




**شکل ۴- نتایج آزمایش بر روی تصویر شطرنجی: الف) تصویر شطرنجی با ۱۵ دسی بل نسبت سیگنال به نویز، ب) لبههای استخراجی با الگوریتم اول، ج) لبههای استخراجی با الگوریتم دوم، د) لبههای استخراجی با الگوریتم پیشنهادی مقاله**




**شکل ۵- نتایج آزمایش بر روی تصویر فلفل: الف) تصویر فلفل با ۱۵ دسی بل نسبت سیگنال به نویز، ب) لبههای استخراجی با الگوریتم اول، ج) لبههای استخراجی با الگوریتم دوم، د) لبههای استخراجی با الگوریتم پیشنهادی مقاله**

## ۶- نتیجه گیری

روش آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولت ایزوتروپیک به دلیل غیر جهتدار بودن، جهت استخراج لبههای ذاتاً جهتدار مناسب نمی‌باشد. در مقابل روش آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولت جهتدار لبهها را با کیفیت بالایی استخراج کرده ولی به علت محاسبه تبدیل ویولت در تمام جهتها حجم محاسباتی بالایی را نیازمند می‌باشد؛ ولی در روش پیشنهادی این مقاله با توجه به استفاده از ترکیب ویولتهای ایزوتروپیک و جهتدار به دلیل کیفیت لبههای استخراجی بر روشهای آشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای ایزوتروپیک ارجحیت داشته و لبههای ذاتاً جهتدار را بهتر آشکار می‌نماید؛ در عین حال به علت محاسبه کمتر بر روشهای عادی اشکارسازی لبه مبتنی بر ویولتهای جهتدار ارجحیت خواهد داشت.

## مراجع

[1] J. Canny, "A Computational approach to edge detection", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel., Vol. 8, pp. 639-643, Nov. 1986.
[2] D. Marr and E. Hildreth, "Theory of edge detection", Proc. Royal Soc., London, Vol. 207, pp. 187-217, 1980.
[3] R. M. Haralick, "Digital step edges from zero crossing of second directional derivative", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel., Vol. 6, pp. 58-68, 1984.

[4] R. Sundaram, “Algorithms for Adaptive Transform Edge Detection”, IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 47, No. 8, pp. 2313-2317, Aug. 1999.
[5] S. Mallat and S. Zhong,“ Characterization of signals from multiscale edges”, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel., Vol. 14, pp. 710-732, 1992.
[6] S. Mallat and W. Hwang, “Singularity detection and processing with wavelets”, IEEE Trans. Inform Theory, Vol. 38, pp. 617-637, Mar. 1992.
[7] Y. Xu et al, “Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique”, IEEE Trans. Image Processing, Vol. 3, pp. 747-758, 1994.
[8] L. Zhang and P. Bao, “Edge detection by scale multiplication in wavelet domain”, Pattern Recognition Letters, Vol. 23, No. 14, December 2002, pp. 1771-1784.
[9] L. Zhang and P. Bao, “A wavelet-based edge detection method by scale multiplication”, Proc. IEEE Int. Conf. on Pattern Recognition, pp. 501-504, Québec, Canada, Aug. 2002.
[10] S. Mallat, “A theory for multi-resolution signal decomposition”, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. 11, pp. 674-693, July 1989.
[11] S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing. New York: Academic Press, 1998.
[12] C.K. Chui, (Ed.), Wavelet: A Tutorial in Theory and Application, Academic Press, New York, 1992.
[13] V. Torre and T. Poggio, “On edge detection”, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intel., Vol. 8, pp. 147-163, 1986.
[14] K. Takaya et al, “Multiresolution 2-dimensional edge analysis using wavelets”, IEEE Wescanex 93, Communications, Power, and Computing, Saskatoon, May 1993.
[15] R.M. Rangayyan et al, “Directional analysis of images with Gabor wavelets”, Proc. SIBGRAPI, XIII Brazilian Symp. Computer Graph. And Image Proc., pp. 170-177, 2000.
[16] R.J. Ferrari et al, “Analysis of Asymmetry in Mammograms via Directional Filtering With Gabor Wavelets”, IEEE Trans. Medical Imaging, Vol. 20, No. 9, pp. 953-964, Sep. 2001.
[17] J. M. Niya and A. Aghagolzadeh, “Edge Detection Using Combined Isotropic and Directional Wavelet Transform”, Proc. NEU-CEE, pp. 246-251, Nicosia, March 2004.
[18] N. Otsu, “A Threshold Selection Method from Gray Level Histograms”, IEEE Trans. System, Man and Cybernetics, Vol. 9, pp. 62-66, Jan. 1979.