تشخيص محل ترك عرضي بر روي تير دو سر مفصل به روش عيبيابي شاخص

سيد مرتضي همايون صادقي — استاديار دانشکده مهندسي مکانيک، دانشگاه تبريز
مير محمّد اتّفاق — دانشجوي دکتراي دانشکده مهندسي مکانيک، دانشگاه تبريز

چکيده

با توجه به اهميت روزافزون روشهاي عيبيابي توسط پارامترهاي ارتعاشي، روشهاي مختلفي جهت عيب‌يابي وجود دارند که از ميان آنها، روش عيب‌يابي شاخص با عنايت به ويژگيهاي بارز خود از اهميت زيادي، مخصوصاً در عيبيابي سازههاي ساختماني و پلها برخوردار مي‌باشد. قبلاً اين روش بر روي مدل رياضي دقيق به کار برده نشده است، بنابراين بررسي ويژگيهاي روش شاخص غيرممکن بود. در اين پژوهش با ارائه يك مدل مناسب از تير، اولاً نشان داده شده است که ميتوان نظريه عيبيابي شاخص را با استفاده از فرضهاي اوليه آن بر روي تير دو سر مفصل همراه با ترک عرضي جهت شناسايي ترک به کار برد. ثانياً با استفاده از مدل مذکور ويژگيهاي روش شاخص را مورد بررسي و ارزيابي دقيق قرار گرفته شده است. از جمله نتايج مهم بـه دست آمده کـه قبلاً ناشناختــه بودند عبارتند از اينكه شاخصهاي بالاتر بر روي گرههاي تير تشکيل ميشوند و با افزايش عمق ترك ايـن شاخصها به سمت ترك حرکت مي‌کنند. در قسمت تجربي اين پژوهش، روش شاخص را بر روي تير دو سر مفصلي آلومينيومي به کمک آناليز مودال تجربي به کار برده شده و نتايج حاصله با نتايج تئوري مقايسه شده است.

کلمات کليدی: روش عيبيابي شاخص، ترک عرضي، شکل مود، آناليز مودال.

Identification of Transverse Crack Position on Simply Supported Beam by Index Method

M. H. Sadeghi and M. M. Ettefagh
Mechanical Engineering Department, University of Tabriz

Abstract

Because of importance of damage identification by vibration parameters, there are several methods, among which, index method, because of its abilities, have important role in identifying damage in civil structures. exact property of index method was unknown before. In this research, by using suitable model of beam with transverse crack on it we have shown that index method can be used on a simply supported beam to identify transverse crack on it, so we could study properties and strength of index method exactly. Through these studies, the important results have been driven, such as high indexes are made on nodes of beam and these indexes are moving toward crack by increasing the depth of crack. In experimental section of this project, the index methods have been used on simply supported aliminum beam with transverse notch on it by using modal analysis. Then experimental and theory results have been used for comparison purposes.

Key words: Index method, Transverse crack, mode shape, Modal analysis.

۱- مقدمه

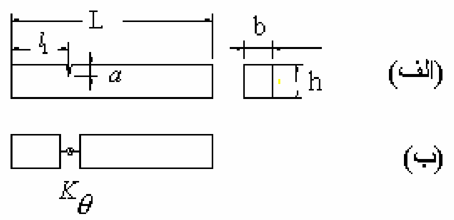
روشهاي عيبيابي با استفاده از مشخصات ارتعاشي سازهها در طول ۲۵ سال اخير ابداع شده است. پيشرفت و بهبود روشهاي محاسباتي (سرعت و حافظه كامپيوترها)، حساسههاي غير تماسي، روش المان محدود، آناليز مودال و پردازش سيگنال موجب شده كه روشهاي عيبيابي توسط پارامترهاي ارتعاشي روز به روز مورد توجه و پيشرفت زيادي قرار گيرد. اصل اساسي كه در عيبيابي توسط پارامترهاي ارتعاشي به كار ميرود اين است كه مشخصات ارتعاشي سازه (فركانس طبيعي، شكل مود و نسبت ميرايي) توابعي از مشخصات فيزيكي (جرم و سفتي) آن سازه ميباشد و يا برعكس. تئوري شاخص توسط [Stubbs۲] براي اولين بار مطرح گرديد. اين تئوري شامل تقسيم سازه به چند قسمت مساوي و استخراج انرژي ذخيره شده در هر قسمت ميباشد و سپس ميتوان با مرتبط ساختن انرژي مذكور با شكل مود و با استفاده از چند فرض اساسي، عيب در سازه را شناسايي كرد. يكي از مزيتهاي تئوري شاخص عيب ياب اين است كه شكل مود استخراج شده براي سازه به هر صورتي ميتواند نرماليزه شود و نوع نرماليزه شدن تأثيري در شاخص عيبياب نخواهد داشت. بعد از ارائه نظريه شاخص عيبياب توسط Stubbs تحقيقات فراواني به منظور پياده نمودن روش مزبور بر روي سازهها انجام گرفت. به طوري كه Duffey [۲] روش شاخص را روي يك سازه كاملاً آزمايشگاهي به كار برد. سيستم مورد آزمايش عبارت بود از يك سيستم ۸ درجه آزادي كه متشكل از فنرها و جرمهائي كه به صورت سري به هم متصل شده بودند. عيب ايجاد شده در سيستم به صورت كاهش ضريب فنريت يكي از فنرها بود كه روش شاخص آن را دقيقاً شناسائي كرده بود. اين سيستم از نظر تئوري نيز جهت پياده كردن روش شاخص مورد ارزيابي قرار گرفته بود و نتايج تئوري و عملي كاملاً با هم انطباق داشتهاند. Farrar [۳] روش شاخص را روي يك پل واقعي به كار برد. عيب در پل توسط كاهش جرم قسمتهايي از پل ايجاد شده بود. در تحقيق اشاره شده مدل رياضي (به صورت المان محدود) نيز جهت مقايسه با مدل واقعي هنگام به كارگيري روش شاخص ساخته شده بود. نظريه شاخص با روشهاي مختلف عيبيابي در مقالات متفاوتي، مورد ارزيابي و مقايسه قرار گرفته است كه در تمام آنها، روش شاخص از لحاظ قدرت تشخيص محل عيب بهتر از ساير روشها بوده است [۴، ۵ و ۶]. محققان ديگري روش عيبيابي شاخص را براي پيدا كردن محل عيب سازههاي ساختماني از جمله اسكلتهاي فولادي كه عيب در سازههاي مذكور به صورت كاهش جرم يك قسمت از سازه ايجاد شده بود، به كار بردهاند. تحقيقاتي كه براي پيدا كردن محل عيب در سازهها انجام گرفته شده است را ميتوان در منابع [۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱و ۱۲] پيدا نمود.

هدف از اين پژوهش ارائه و بررسي روش عيبيابي شاخص در تير همراه با عيب كنترل شده از نظر شدت و محل آن ميباشد، به طوريكه در مرحله تئوري اين پژوهش، با استفاده از يک مدل دقيق رياضي تير و ترک عرضي بر روي آن، رفتار روش شاخص را در شناسايي ترک (عيب مدلسازي شده در مرحله تئوري) مورد بررسي قرار داده شده است. لازم به ذكر است كه استفاده از ترک صرفاً براي معرفي آن عيب با استفاده از مدل انتخابي دقيق و جديد براي بررسي روش عيبيابي شاخص بوده است، به طوريكه عيبهاي ايجاد شده كه محققان قبلاً براي بررسي روش عيبيابي شاخص بر روي تير ايجاد كردهاند به صورت كاهش سفتي يك قسمت از تير مدلسازي شده است، به عنوان نمونه ميتوان به تحقيقات Kharrazi [۱۳]، Whitney [۱۴] و Tong [۱۵] اشاره كرد. به عنوان نمونهاي از نتايج به دست آمده در اين پژوهش، پي بردن به چگونگي فرايند تشكيل شاخصهاي بالا (نشانگر محل عيب) در محلي غير از مكان اصلي عيب بوده است، به طوريكه در تحقيقات قبلي انجام گرفته شده همچون شاخصهايي غير قابل توجيه بودهاند. در مرحله تجربي اين پژوهش روش عيبيابي شاخص به كمك آناليز مودال بر روي يك تير واقعي به كار برده شده است. تصديق ويژگيهاي رفتاري روش عيبيابي شاخص كه در مرحله تئوري به آن رسيده شده است، هدف اصلي آزمايشات تجربي بوده است، بنابراين عيب در تير مذكور به علت سادگي ايجاد آن، شيار عرضي در نظر گرفته شده است.

۲- مدلسازي رياضي تير و ترك عرضي بر روي آن

براي بررسي توانايي و ويژگيهاي روشهاي عيبيابي توسط پارامترهاي ارتعاشي، در قدم اول بايد اين روشها روي مدل رياضي مورد مطالعه قرار گيرند. در اينجا منظور از مدل رياضي، مدلي است از تير كه بتوان توسط آن پارامترهاي

ارتعاشي سازه معيوب را استخراج نمود. در اين پژوهش از يك روش كاملاً متفاوت از روشهاي مطرح شده جهت مدلسازي تير همراه با ترك عرضي استفاده شده است. اين مدلسازي براساس نرخ رهائي انرژي كرنشي و فاكتور شدت تنش استوار ميباشد كه از مباحث اصلي مكانيك شكست هستند [۱۶]. جهت مدلسازي ترك عرضي در تيرها از يك فنر پيچشي با ضريب فنريت K_θ و قرار دادن آن در مقطعي از تير واقع در محل ترك استفاده شده است. شكل (۱) نشان دهنده مشخصات هندسي تير همراه با ترك عرضي و مدل معادل مذكور ميباشد، كه در آن a عمق ترك، l_1 فاصله ترك از يك انتهاي تير، b عرض تير، h ارتفاع تير و K_θ ضريب فنريت مي‌باشد. لازم به ذكر است در هر تيري با شرايط مرزي مختلف و داراي ارتعاش عرضي، اين نوع مدلسازي مي‌تواند به كار رود.



شكل ۱- (الف) تير همراه با ترك عرضي
(ب) مدل رياضي تير همراه با ترك عرضي

نظريه اساسي به كار رفته در اين مدلسازي عبارت است از اينكه انرژي جذب شده جهت گسترش ترك در تير برابر است با انرژي جذب شده به واسطه وجود فنر پيچشي در همان تير كه جانشين و مدلي از ترك شده است. نظريه مذكور توسط Chondros [۱۷] ارائه گرديده است و توسط Rizos [۱۸] جهت مطالعه مطابقت اين نوع مدلسازي با مدل واقعي از نظر فركانسهاي طبيعي در روي يك تير يك سر گيردار مورد استفاده قرار گرفته است. دو فرض اساسي در اين مدلسازي وجود دارند كه يكي عبارت است از اينكه هنگام ارتعاش تير، دهانه تير همواره باز است و ديگري اينكه تنشها در نوك تير به صورت كرنش صفحه‌اي قابل تحليل مي‌باشند. ضريب فنريت محاسبه شده K_θ كه تابعي از عمق ترك، مشخصات هندسي و جنس تير ميباشد. به صورت زير است [۱۹]:

$$K_\theta = \frac{EI}{6(1-\nu^2)h} \times \frac{1}{j\left(\frac{a}{h}\right)} \qquad (۱)$$

كه تابع $j(\;)$ به صورت زير تعريف شده است:

$$\begin{aligned} j\left(\frac{a}{h}\right) &= 1.8624\left(\frac{a}{h}\right)^2 - 3.95\left(\frac{a}{h}\right)^3 + 16.375\left(\frac{a}{h}\right)^4 \\ &- 37.226\left(\frac{a}{h}\right)^5 + 76.81\left(\frac{a}{h}\right)^6 - 126.9\left(\frac{a}{h}\right)^7 \\ &+ 172\left(\frac{a}{h}\right)^8 - 143.97\left(\frac{a}{h}\right)^9 + 66.56\left(\frac{a}{h}\right)^{10} \end{aligned}$$

۳- معادلات حركت تير همراه با ترك عرضي

مدل رياضي در نظر گرفته براي مدلسازي سيستم ديناميكي تير همراه با ترك عرضي يكنواخت بر روي آن بر پاية مدل یک تير همگن اولر - برنولي و با طول L كه داراي تركي به عمق a و به فاصله l_1 از انتهاي سمت چپ تير ميباشد. ارتعاش تير تنها در راستاي عرضي آن و در صفحه حركت خود تير در نظر گرفته مي‌شود و معادلات حركت ارتعاشي آن از حالت تعادل مي‌باشند. مدل رياضي كه جهت تعيين معادلات حركت ارتعاشي تير در نظر گرفته ميشود از دو قسمت مجزا تشكيل شده است كه هر قسمت توسط تابع موقعيت حركت عرضي تير نشان داده شده است بدين ترتيب كه $y_l = y_l(x,t)$ بيانگر حركت تير در قسمت سمت چپ ترك و $y_r = y_r(x,t)$ بيانگر حركت تير در قسمت راست ترك است و مقدار متغير x از سمت چپ تير اندازه گرفته ميشود و متغير t نشان دهنده زمان مي‌باشد. انرژي جنبشي و پتانسيل تير را مي‌توان به صورت زير نوشت:

$$T = \int_0^{l_1}\left[\frac{m(x)}{2}(\dot{y}_l)^2\right]dx + \int_{l_1}^{L}\left[\frac{m(x)}{2}(\dot{y}_r)^2\right]dx \qquad (۲)$$

$$V = \int_0^{l_1}\left[\frac{EI(x)}{2}(y_l'')^2\right]dx + \int_{l_1}^{L}\left[\frac{EI(x)}{2}(y_r'')^2\right]dx +$$

$$\frac{1}{2}K_\theta\,(y_r' - y_l')^2\Big|_{x=l_1} \qquad (۳)$$

در معادله (۳)، دو عبارت اول بيانگر انرژي پتانسيل تير در اثر خمش قسمتهاي چپ و راست آن نسبت به ترك و سومين عبارت، انرژي پتانسيل فنر مي‌باشد. علامت $(\dot{})$ مشتق زماني و $(')$ مشتق مكاني ميباشند. با دانستن انرژيهاي پتانسيل و جنبشي تير و با استفاده از اصل هميلتون معادلات حركت تير، شرايط مرزي هندسي، طبيعي و پيوستگي به صورت زير استخراج شده‌اند [۲۰]:

$$\begin{cases} m(\ddot{y}_l) + EI(y_l'')'' = 0 \\ m(\ddot{y}_r) + EI(y_r'')'' = 0 \end{cases} \qquad (۴)$$

$$\begin{array}{ll} y_l = y_r \big|_{x=l_1} & \left(\dfrac{EI}{K_\theta} y_l'' + y_l' = y_l'\right)\Big|_{x=l_1} \\ y_l'' = y_r'' \big|_{x=l_1} & y_r''' = y'''_l \big|_{x=l_1} \\ y_l \big|_{x=0} = 0 & y_l'' \big|_{x=0} = 0 \\ y_r \big|_{x=L} = 0 & y_r'' \big|_{x=L} = 0 \end{array} \qquad (۵)$$

با حل معادلات ديفرانسيل جزئي همراه با شرايط مرزي (۴) حركت ارتعاشي تير با ترك عرضي به دست آمده است. جهت حل اين معادلات فرض اساسي اين است كه حركت ارتعاشي تيـر بـه صـورت هـارمونيـك اسـت. با اين فرض تابع حركت به صورت حاصلضرب دو تابع كه يكي فقط نسبت به زمان و ديگري نسبت به مكان ميباشد، نوشته شده است. به اين منظور تابع حركت تير در قسمت چپ و راست آن به صورت زير خواهد بود :

$$y_l = y_l(x,t) = Y_l(x).F(t) \qquad (۶)$$

$$y_r = y_r(x,t) = Y_r(x).F(t) \qquad (۷)$$

با جاگذاري معادلات (۵) در معادلات (۴) و با عمليات جداسازي توابع نسبت به متغير زمان و مكان، معادلههاي زير استخراج ميشوند:

$$\ddot{F}(t) + \omega^2 F(t) = 0 \qquad (۸)$$

$$\left(Y_l''(x)\right)'' - \frac{\omega^2 m}{EI} Y_l(x) = 0 \qquad (۹)$$

$$\left(Y_r''(x)\right)'' - \frac{\omega^2 m}{EI} Y_r(x) = 0 \qquad (۱۰)$$

با حل معادلات اخير، توابع $Y_l(x)$ و $Y_r(x)$ كه به ترتيب بيانگر دامنه حركت ارتعاشي قسمت چپ و راست ترك در تير ميباشند به صورت زير به دست مي‌آيند:

$$Y_l(x) = A_1 Cosh(\lambda \frac{x}{L}) + A_2\, Sinh(\lambda \frac{x}{L}) + A_3\, Cos\,(\lambda \frac{x}{L}) + A_4\, Sin\,(\lambda \frac{x}{L}) \qquad (۱۱)$$

$$Y_r(x) = B_1 Cosh(\lambda \frac{x}{L}) + B_2 Sinh\,(\lambda \frac{x}{L}) + B_3\, Cos\,(\lambda \frac{x}{L}) + B_4\, Sin\,(\lambda \frac{x}{L}) \qquad (۱۲)$$

معادلات اخير بيانگر دامنة حركت ارتعاشـي آزاد تيـر بـا تـرك عرضي ميباشند كه مـشتمل بـر موقعيـت تـرك، عمـق تـرك، مشخصههاي هندسي تير و مشخصههاي جنس تير هستند. در معادلات ذكر شده λ به صـورت $\lambda = \sqrt[4]{\dfrac{\omega^2 \rho A L^4}{EI}}$ تعريـف گرديده است. حرف m كه بيانگر جرم واحد طول تير مي‌باشد، با ρA تعويض شده كه ρ عبارت است از چگـالي تيـر و A سطح مقطع تير (يكنواخت فرض شده) ميباشند. لازم بـه ذكـر است كـه ω فركانس دايره‌اي مـيباشـد كـه بـا ضـرب آن در $\frac{1}{2\pi}$، به واحد هرتز تبديل ميشود. با جاگذاري معادلات (۹) و (۱۰) در معـادلات (۷) و (۸) سـپس در شـرايط مـرزي (۴) معادله زير ايجاد ميشود:

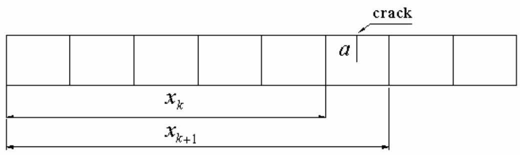
$$[C]_{8\times8} \times \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix}_{8\times1} = \{0\} \qquad (۱۳)$$

كه در آن اعضاي ماتريسهاي C به صورت تـوابعي از فركـانس تير، مشخصات هندسـي تيـر، محـل و عمـق تـرک مـيباشـد. فركانسهاي طبيعي تير تركدار عبارت اسـت از مقـاديري از ω كه موجب شود دترمينان ماتريس معادله (۱۳) صفـر گـردد. با پيدا نمودن فركانسهاي طبيعي تير تركدار(بـه روش عـددي)، ماتريس ضرايب A و B با جاگـذاري فركانـسهاي طبيعـي در

معادله (۱۳) به دست مي‌آيند. بـا پيـدا شـدن ضـرايب مـذکور مي‌توان شکل مود متناظر با هر يك از فرکانـسهاي طبيعـي را به دست آورد.

۳- اعمال روش عيبيابي شاخص بر روي تير همراه با ترك عرضي

در اين قسمت با استفاده از مدل رياضي تير همراه با ترك عرضي، نظريه Stubbs بر روي تير مذکور پياده ميشود. تير موردنظر همانند شکل (۲) ميباشد. تير به N_d قسمت مساوي تقسيم شده است. المانهاي تير با متغيرهاي x_k و x_{k+1} نشان داده شده است که به ترتيب بيانگر ابتدا و انتهاي المان تير مي‌باشد.



شکل ۲- تقسيم تير به N_d قسمت مساوي

در حالت بدون ترك، فرض شده است که تمام المانها شامل ترکي با عمق بسيار ناچيز a_{d_1} باشند. اين حالت از تير را با نماد d_1 نشان داده شده است. حالتي را که تير در يك المان خود داراي ترك به عمق a_{d_2} باشد، با نماد d_2 نشان داده شده است. مسلماً a_{d_2} بيشتر از a_{d_1} خواهد بود. فرض شده است که در يك المان شامل ترك، تغييرات انرژي مصرف شده جهت گسترش ترك به يك عمق معلوم نسبت به طول المان ثابت باشد. با توجه به مباحث مکانيك شکست [۱۶] و با در نظر گرفتن فرض بالا، مقدار انرژي مصرف شده جهت گسترش ترك به عمق a به صورت زير ميباشد:

$$\Delta W = \int_{x_k}^{x_{k+1}} \int_0^a \frac{bK^2}{E}(1-\nu^2)\,da \quad dx \qquad (۱۴)$$

در عبـارت بـالا ΔW انـرژي مـصرف شـده جهـت گـسترش تـرك بـه عمـق a، K فـاکتور شـدت تـنش، E مـدول الاستيـسيته، b عــرض تيــر، ν ضـريب پواسـون و a عمـق تـرك اسـت. ايـده اصـلي روش عيـبيـابي شـاخص از تحقيـق Gudmunson [۲۱] سرچـشمه گرفتـه شـده اسـت و محقـق در آن تحقيــق نــشان داده کــه نــسبت تغييــرات انــرژي در اثر خرابي در سـازه الاسـتيک بـه انـرژي قبـل از خرابـي برابـر با نسبت تغييـرات فرکـانس طبيعـي سـازه در اثـر خرابـي بـه فرکـانس طبيعـي قبـل از خرابـي اسـت. عبـارت بيـان شـده را مي‌توان به صورت زير نوشت:

$$\frac{\Delta W}{W_u} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_u} \qquad (۱۵)$$

که در عبارت اخير ΔW تغييرات انرژي تير بر اثر خرابي، W_u انرژي ذخيره شده در تير قبل از خرابي، $\Delta\lambda$ تغييرات فرکانس تير بر اثر خرابي و λ_u فرکانس تير قبل از خرابي تير مي‌باشد. تغيير انرژي تير بر اثر ايجاد ترك به عمق a_{d_1} را معادل با انرژي مصرف شده جهت گسترش ترك تا آن عمق، با فرض وجود ترك در المان k ام در نظر گرفته شده است. بنابراين تغييرات انرژي المانهاي تير را براي حالتهاي بدون ترك و همراه با ترك به صورت عبارات زير نوشته ميشوند:

$$\Delta W_{d_1}^k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} \int_0^{a_{d_1}} \frac{bK_{d_1,k}^2}{E}(1-\nu^2)\,da_{d_1}\,dx \qquad (۱۶)$$

$$\Delta W_{d_2}^k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} \int_0^{a_{d_2}} \frac{bK_{d_2,k}^2}{E}(1-\nu^2)\,da_{d_2}\,dx \qquad (۱۷)$$

که در عبارتهاي بالا $\Delta W_{d_2}^k$ و $\Delta W_{d_1}^k$ به ترتيب تغيير انرژي حاصل از وجود ترك به عمق a_{d_2} و a_{d_1} در المان k ام است. فاکتور شدت تنش به صورت زير نوشته ميشود:

$$K = \frac{6M}{bh^{3/2}} f\left(\frac{a}{h}\right) \qquad (۱۸)$$

در عبارت اخير a عمق ترك، M گشتاور اعمالي در سطح مقطع شامل ترك، h ارتفاع تير، b عرض تير و $f(\frac{a}{h})$ تابعي از عمق ترك و ارتفاع تير است [۱۹]. گشتاور خمشي (M) رابطه‌اي به صورت زير با خيز تير (y) دارد:

$$M = EI\frac{d^2y}{dx^2} \qquad (۱۹)$$

از طرفي با توجه به رابطه (۵) y به صورت حاصلضرب يك تابع زماني در يك تابع مكاني كه مشهور به شكل مود ميباشد به صورت زير است:

$$y(x,t)=\phi(x).F(t) \quad (۲۰)$$

كه در عبارت اخير $y(x,t)$ نشان دهنده تابع خيز تير نسبت به مكان و زمان، $\phi(x)$ شكل مود و $F(t)$ تابع زماني مي‌باشد. با جاگذاري (۲۱) در (۲۰) عبارت زير استخراج شده است :

$$M=EI\frac{d^2\phi}{dx^2}F(t) \quad (۲۱)$$

با جاگذاري (۲۲) در رابطه (۱۹) :

$$K=\frac{6EI}{bh^{3/2}}\cdot\frac{d^2\phi}{dx^2}.F(t).f(\frac{a}{h}) \quad (۲۲)$$

و با جاگذاري رابطه (۲۳) در روابط (۱۶) و (۱۷) عبارات زير استخراج شده‌اند:

$$\Delta W_{d_1}^k=\int_{x_k}^{x_{k+1}}\int_0^{a_{d1}}\left\{\frac{36I^2E}{bh^3}\left(\frac{d^2\phi_{d_1}}{dx^2}\right)^2 F_{d_1}^2(t)f^2\left(\frac{a_{d_1}}{h}\right)\left(1-v^2\right)da_{d_1}\,dx\right\} \quad (۲۳)$$

$$\Delta W_{d_2}^k=\int_{x_k}^{x_{k+1}}\int_0^{a_{d2}}\left\{\frac{36I^2E}{bh^3}\left(\frac{d^2\phi_{d_2}}{dx^2}\right)^2 F_{d_2}^2(t)f^2\left(\frac{a_{d_2}}{h}\right)\left(1-v^2\right)da_{d_2}\,dx\right\} \quad (۲۴)$$

با تقسيم روابط بالا و با استفاده از فرض در نظر گرفته شده توسط Stubbs [۱] كه بيان ميكند انرژي كل ذخيره شده در تير بر اثر وجود ترك به عمق a_{d_1} و a_{d_2} با هم برابر ميباشند و همچنين با استفاده از رابطه (۱۵) معادلــه زير به دست آمده است [۲۰]:

$$\frac{\Delta\lambda_{d_1}}{\Delta\lambda_{d_2}}\cdot\frac{j(\frac{a_{d_2}}{h})}{j(\frac{a_{d_1}}{h})}=\frac{\left(\int_{x_k}^{x_{k+1}}(\frac{d^2\phi_{d_1}}{dx^2})^2dx\right)\times\left(\int_0^L(\frac{d^2\phi_{d_2}}{dx^2})^2dx\right)}{\left(\int_{x_k}^{x_{k+1}}(\frac{d^2\phi_{d_2}}{d_{x^2}})^2dx\right)\times\left(\int_0^L(\frac{d^2\phi_{d_1}}{dx^2})^2dx\right)} \quad (۲۵)$$

بـه ازاي تــرك بــا عمق و محل معين عبارت $\frac{\Delta\lambda_{d_1}}{\Delta\lambda_{d_2}}$ در رابطـه (۲۵) يك مقدار ثابت است كه آن با نماد C نشان داده شده است. عبارت سمت چپ (۲۵) بنام شاخص المان k ام تير تعريف شده است و با $index(k)$ نشان داده ميشود:

$$index(k)=C\frac{j\left(\frac{a_{d_2}}{h}\right)}{j\left(\frac{a_{d_1}}{h}\right)}\quad k=1,...,N \quad (۲۶)$$

در روش عيبيابي شاخص براي هر المان، بايد سمت چپ رابطه (۲۶) را تشكيل داد، كه به نام شاخص آن المان مشهور است. با توجه به عبارت (۲۶) آن الماني كه عدد شاخص بيشتري نسبت به ساير المانها داشته باشد، به عنوان المان معيوب يا تركدار تشخيص داده ميشود. بنابراين توسط روش شاخص المان دارندة ترك با عمق بيشتر قابل شناسايي است. براي اينكه اثر C كه به عنوان يك مقدار ثابت است از بين برود، از شاخص نرماليزه شده كه به صورت زير تعريف مي‌شود استفاده شده است:

$$INDEX[N(K)]=\frac{INDEX(K)-\mu}{\sigma} \quad (۲۷)$$

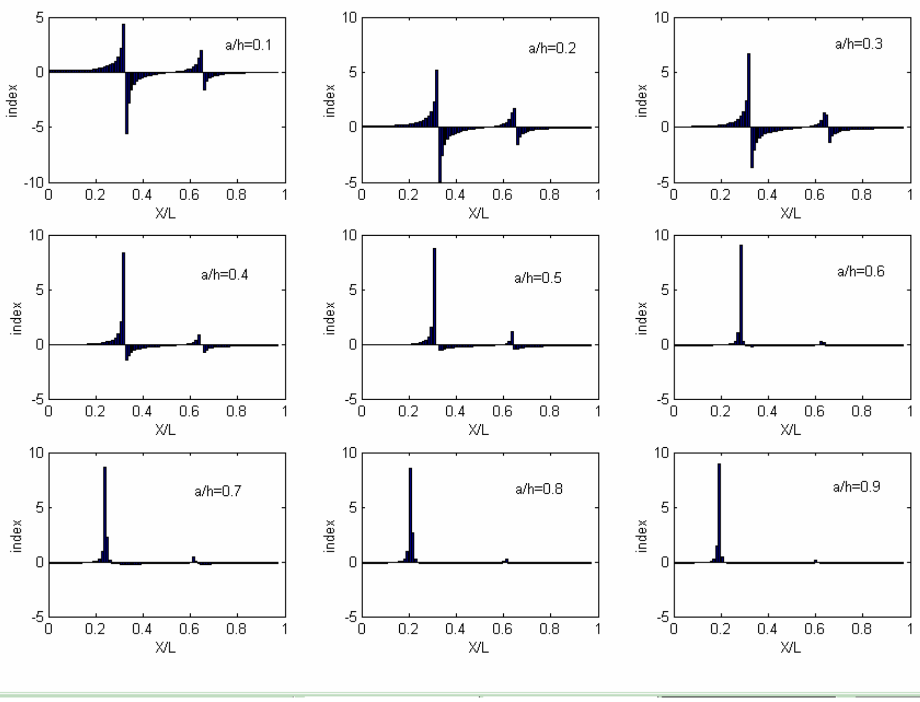
در عبارت اخير $INDEX[N(K)]$ نشان دهنده شاخص نرماليزه شده، μ و σ به ترتيب ميانگين و انحراف از معيار شاخص المانهاي تير مي‌باشند.

۴- بررسي روش عيبيابي شاخص بر روي مدل رياضي تير دو سر مفصلي همراه با ترك عرضي:

براي بررسي روش عيبيابي شاخص و پي بردن به ويژگيهاي روش مذكور، آن روش بر روي مدل رياضي تير دو سر مفصل كه با مشخصات زير است به كار برده شده است:

$$\begin{cases} L = 820mm \quad b = 20mm \quad E = 70GPa \\ h = 10mm \quad \rho = 2700 \,{}^{kg}\!/\!_{m^3} \quad \nu = 0.3 \end{cases}$$

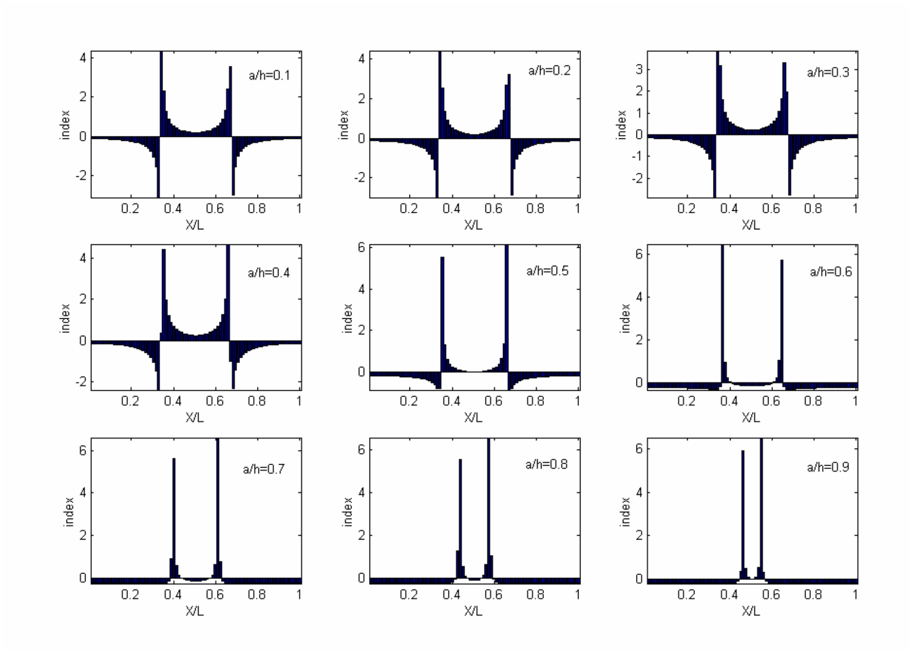
یک نمونه از نتايج حاصل به شرح شكلهاي (۳) و (۴) ميباشد. در شكلهاي مذكور شاخص تير براي عمقهاي مختلف عيب استخراج شده است. در شكل (۳) و (۴) محل عيب به ترتيب در قسمت چپ و وسط تير قرار دارد. با توجه به شكلهاي (۳)، (۴) و نظير آ نها كه به علت كمبود مكان، آورده نشده است، نتيجـه گرفته شده است كه اولاً مقدار شاخص در تير همراه بـا تـرك عرضـي در روي گـرههـاي متنـاظر با مدهاي بكار گرفته‌شده نسبت به ساير نقاط تير بيشتر مي‌باشد. به عنوان نمونه در شكل (۳) شاخص بيشتر در قسمت چپ تير (محل وقوع عيب) تشكيل شده است. ثانياً گره يا گرههايي كه نزديك ترك باشند داراي شاخص بيشتر از شاخص گره يا گرههايي كه دورتر از ترك مي‌باشند. به عنوان نمونه در شكل (۳) كه دو گره موجود است (مود سوم) در برگيرنده دو شاخص بيشتر ميباشد و آن شاخصي كه در سمت چپ تير (محل عيب) قرار گرفته نسبت به ديگري مقدار بيشتر دارد. ثالثاً با افزايش عمق ترك، شاخص قرار گرفته بر روي گرههاي نزديكتر به ترك رشد كرده و به سمت ترك حركت مي‌نمايد و شاخص قرار گرفته بر روي گره يا گره‌هايي كه دورتر از ترك مي‌باشند، مقدارش كاهش يافته ولي حركت خود به سمت ترك را حفظ مي‌نمايد كه اين امر در شكل (۳) يا (۴) با افزايش عمق ترك كه بر روي شكل مقدار عمق ذكر شده كاملاً واضح است.



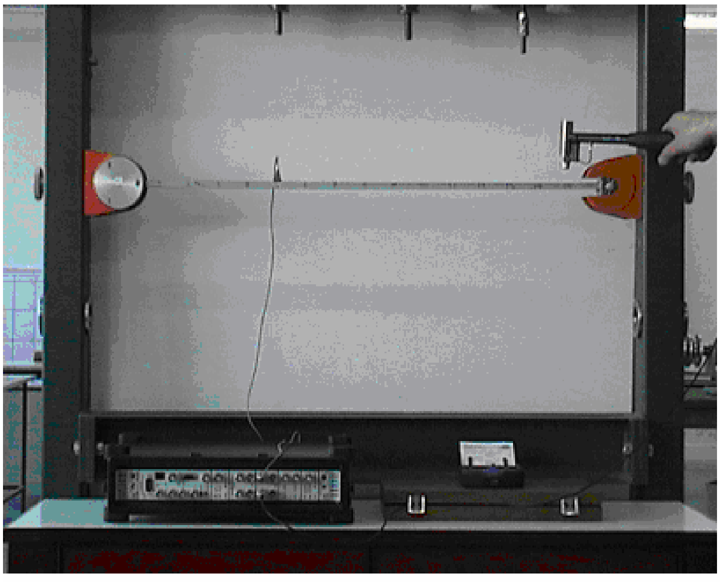
شكل ۳- شاخص تير با استفاده از تنها مود سوم براي نسبتهاي عمق ترك به ارتفاع تير مختلف و $\frac{l_1}{L} = 0.18$

۵- بررسي تجربي روش عيبيابي شاخص بر روي تير دو سر مفصلي همراه با شيار عرضي

در اين قسمت يك تير دو سر مفصلي آلومنيومي كه شيار عرضي توسط اره بر روي آن ايجاد شده در نظر گرفته شده است. فاصله شيار از سمت چپ تير ۰/۱۸ طول كلي تير مي‌باشد. مشخصات تير همانند مشخصات بيان شده در قسمت بررسي تئوري روش عيبيابي شاخص مي‌باشد. پارامترهاي ارتعاشي تير مزبور از طريق آناليز مودال و توسط چكش ضربه استخراج ميشود. شكل (۵) نشان دهنده كليات ظاهري آزمايش ميباشـد.

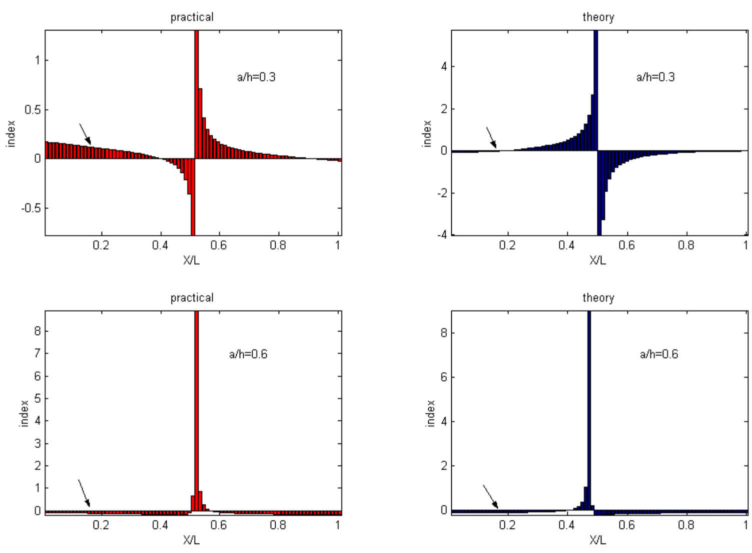


شكل ۴- شاخص تير با استفاده از تنها مود سوم براي نسبتهاي عمق ترك به ارتفاع تير مختلف و $\frac{l_1}{L}=0.5$

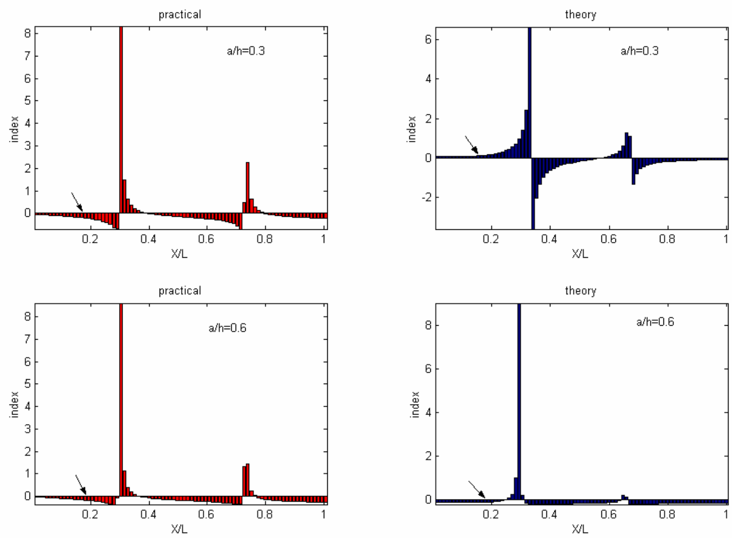


شكل ۵- استخراج پارامترهاي ارتعاشي از طريق آناليز مودال

جزئیـات روش استخراج پارامترهاي مزبور به روش تجربي در مرجع [۲۰] داده شده است. روش عیبیابي شاخص فقط بر روي مود دوم، سوم و براي نسبت عمق ترك بر ارتفاع تیر ۰/۳ و ۰/۶ به كار برده شده است. شاخص حاصل در طول تیر در شكلهاي (۶) تا (۷) نشان داده شده است. در شكلهاي مذكور، علامت فلش نشان دهنده محل دقیق عیب میباشد. با توجه به شكلهاي نظیر (۶) و (۷) كه در طول پژوهش به دست آمدهاند و مقایسه رفتاري نمودارهاي شاخص عملي و تئوري نتیجه گرفتـه شـد كه با افزایش عمق شیـار، مشخصه اول نمودارهاي شاخص كه از قسمت تئوري استنتاج شد (بالا رفتن شاخص در روي گرهاي كه نزديك به ترك است و كاهش شاخص بر روي گرهاي كه دورتر از ترك ميباشد)، هماهنگي كامل با نمودارهاي شاخص تجربي دارد. به عنوان نمونه در شكل (۶) با توجه به نمودارهاي عملي مقدار شاخص بلند با افزايش عمق عيب از ۰/۳ به ۰/۶ بيشتر ىمگردد كه اين امر از لحاظ رفتاري با نمودار شاخص تئوري هماهنگي دارد. ولي مشخصه رفتاري دوم نمودارهاي شاخص تئوري (حركت شاخصهاي بالاتر به سمت ترك) قابل مشاهده در نمودارهاي شاخص عملي نيست.



شكل۶- نمودارهاي شاخص عملي و تئوري با استفاده از مود دوم



شكل ۷- نمودارهاي شاخص عملي و تئوري با استفاده از مود سوم

۶ - نتيجه گيري

در اين پژوهش ويژگيهاي رفتاري روش عيبيابي شاخص با استفاده از مدل دقيق رياضي كه عيب در آن به صورت ترک مدلسازي شده بود مورد شناخت و بررسي قرار گرفت. همچنين با استفاده از آزمايش تجربي تعدادي از اين ويژگيها مورد تائيد تجربي قرار گرفت. لازم به توضيح است كه هدف اصلي در اين پژوهش بررسي روش عيبيابي شاخص بوده است، بنابراين نوع عيب در آزمايش تجربي به علت سهولت، شيار انتخاب شده بود. انتخاب ترک به عنوان عيب براي مدلسـازي دقيق رياضي تير معيوب بوده است كـــه نسـبت به ساير مدلها از لحاظ سرعت و دقت استخراج پارامترهاي ارتعاشي ارجحيت دارد، وليكن ميتوان از ساير مدلها براي مدلسازي تير معيوب استفاده كرد. در پژوهشهاي قبلي، محققان نميتوانستند رفتار و يا علت تشكيل شاخص بيشتر در محلهاي بدون عيب تير را توجيه كنند، ولي در اين پژوهش ميتوان با استفاده از ويژگيهاي رفتاري استنتاج شده در اين پژوهش چگونگي ايجاد شاخصهاي بيشتر در مناطق بدون عيب تير را توجيه نمود. تفاوت بعضي از ويژگيهاي رفتاري نمودارهاي شاخص عملي با تئوري، به علت تفاوت استخراج شاخص براي نمودارهاي مذكور ميباشد. به اين صورت كه نمودار شاخص تئوري براساس روش عيبيابي شاخص ارائه شده در اين پژوهش ميباشد كه عيب به صورت ترک عرضي مدلسازي شده است و پارامترهاي ارتعاشي به صورت تحليلي استخراج شدهاند در حاليكه نمودار شاخص عملي براساس پارامترهاي استخراج شده به وسيله آناليز مودال ميباشد كه مسلماً شامل خطاهاي عددي و عملي ميباشد.

نمادها

A	سطح مقطع تير
A_1, A_2, A_3, A_4	ضرايب معادله حركت مكاني تير
a	عمق ترک
B_1, B_2, B_3, B_4	ضرايب معادله حركت زماني تير
b	عرض تير
h	ارتفاع تير
E	مدول الاستيسيته تير
$F(t)$	تابع زماني حركت تير
I	ممان دوم سطحي تير
K_θ	ضريب فنريت پيچشي
K	فاكتور شدت تنش
k	شماره المان در تير
L	طول تير
l_1	فاصله ترک از انتهاي چپ تير
m	جرم واحد طول تير
T	انرژي جنبشي تير
t	زمان
Y_l , Y_r	تابع مكاني حركت تير در سمت راست وچپ ترک
y_l , y_r	تابع حركت تير در سمت راست و چپ ترک
ν	ضريب پواسون تير
ω	فركانس طبيعي تير
ρ	جرم مخصوص تير
λ	فركانس طبيعي نرماليزه شده تير
$\Delta\lambda$	تغييرات فركانس تير
λ_u	فركانس طبيعي تير در حالت بدون عيب
W_u	تغييرات انرژي تير در حالت بدون عيب
$\phi(x)$	شكل مود تير
$\Delta W_{d_1}^k$	انرژي حاصل از وجود ترک به عمق a_{d_1}
$\Delta W_{d_2}^k$	انرژي حاصل از وجود ترک به عمق a_{d_2}
$\Delta\lambda_{d_1}^k$	انرژي حاصل از وجود ترک به عمق a_{d_1}
$\Delta\lambda_{d_2}^k$	انرژي حاصل از وجود ترک به عمق a_{d_2}

مراجع

[1] Stubbs, N., Kim, V.T., Farrar, C. R. m, 1995 Field Verification of a Nondestructive Damage Localization and Severity Estimation Algorithm, 13th International Modal Analysis Conference, pp. 210-218.

[2] Duffey, T.A., Doebling , S.W., Farrar, C.R., Baker, W.E., and Rhee , W.H., 2000, Vibration–Based Damage Identification in Structures Exhibiting Axial and Torsional Response, Journal of Vibration an Acoustics Vol. 123, No.1, pp. 84-91.

[3] Farrar, C.R. and Vauregi, D.A., 1998, Comparative Study of Damage Identification Algorithms Applied to a Bridge: I. Experiment, Journal of Smart Materials and Structures, Vol.7, pp. 731-741.

[4] Pandey, A.K, Biswa, M. and Samman,M. M., 1991, Damage Detection from Changes in Structure Mode Shape, Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, pp. 321-332.

[5] Cornwell, Philipo, J., 1997, Comparative Study of Vibration – Based Damage ID Algorithms, Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference, Orlando, pp. 210-218.

[6] Duffey, T.A., Farrar, C.R., Doebling, S.W., 1999, Damage Detection for Application Undergoing Axial Response, Report of Las Alamos National Laboratory Report No. HA-UR-98-1497.

[7] Kim J.T. Ryu, X-S, Cho, H.M., Stubbs, N, 2003, Damage Identification in Beam – Type Structures: Frequency – Based Method vs. Mode Shape – Based Method, Journals of Engineering Structures, Vol. 25, pp. 57-67.

[8] Mack, D., Petter, B. and Guido, R. 2001, Damage Identification on the Z_24 Bridge Using Vibration Monitoring, Journal of Smart Materials and Structures, Vol. 10, pp. 512-517.

[9] Ren, W., X., Roeck, G., D., 2001, Structural Damage Identification Using Modal Data. I: Simulation verification, Journal of Structural Engineering, Vol. 128, pp. 213-225.

[10] Barroso, Luciana, R., Rodriguez, Kamses, 2002, Application of the Damage Index Method to Phase II of the Analytical Shm Benchmark Problem, 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, Colombia University, New York, NY, pp. 200-207.

[11] Park, S., Kim, Y.B., 2002, Nondestructive Damage Detection in Large Structures Via Vibration Monitoring, Electronic Journal of Structural Engineering, Vol. 2, pp. 59-75.

[12] Farrar, C.R., Doebling, S.W., 2000, Damage Detection: Field Application to Large Structures, Report of Los Alamos National Laboratory, MS P946, Los Alamos, New Mexico, USA, 87545.

[13] Kharrazi, M., Ventura, C.E., Brincker, R., Dascotte, E., 2000, A Study on Damage Detection Using Output – Only Modal Analysis, Direct Studies Report , University of British Colombia, Report No. 48.

[14] Whitney, J., 2000, Effective Elastic Constants of Bi-directional Laminates Containing Transverse Cracks, Journal of Composite Materials, Vol. 34, pp. 954-978.

[15] Tong, J. Guild, Fi. J., Ogin, S.L., and Smith, P.A., 1994, On Matrix Crack Growth in Quasi – Isotropc Laminates, Composite Science and Technology, Vol. 57 pp. 1527-1535.

[16] Knott, V.F. and Mett, B., 1973, Fundamentals of Fracture Mechanics, Butter Worths Publication.

[17] Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D, 1980, Identification of Cracks in Welded Joints of Complex Structures, Journal of Sound and Vibration, Vol. 69, pp. 531-539.

[18] Rizos, P.F., Aspragathos, A.D., 1990, Identification of Crack Location and Magnitude in a Cantilever Beam From Vibration Modes, Jounral of Sound and Vibration, Vol. 138, pp. 381-388.

[19] Just Agosto, Fredrick, A., 1997, Damage Detection Based on the Geometric Interpretation of the Eigenvalue Problem, Virginia Polytechnic Institute and State University, PhD theses.

[۲۰] اتفاق، میر محمد، (۱۳۸۲)، تشخیص ترک و محل آن در یک سازه مکانیکي با استفاده از پارامترهاي ارتعاشي در حوزه فرکانسي، پایان نامه کارشناسي ارشد طراحي کاربردي، دانشگاه تبریز

[21] Gudmunson, P., 1982, Eigenfrequency Changes of Structures due to Cracks, Notches or Other Geometric Changes Journal of Mech. Phys. Solids, Vol. 121, pp. 1409-17.