

مدل سیگنال کوچک خطی شده ترکیبی حوزه‌های زمان – فرکانس مبدل HVDC (قسمت اول)

عباس شولائی استاد گروه قدرت ، دانشکده مهندسی برق ، دانشگاه علم و صنعت ایران
سید قدرت‌اله سیف السادات عضو هیات علمی دانشکده مهندسی، دانشگاه شهیدچمران

چکیده

در این مقاله یک مدل سیگنال کوچک خطی شده برای یک سیستم HVDC شش پالس در حوزه‌های زمان – فرکانس ارائه خواهد شد. در این مدل اثرات مقاومت‌های R_{on} و R_{off} تریستورها ، افت ولتاژ مستقیم تریستورها ، مدارات اسنابر و فیلتر در نظر گرفته می‌شوند و برای مدل کردن ترانسفورماتور مبدل و شبکه AC از مدارات RL سری استفاده می‌شود. برای تأیید مدل ارائه شده ، نتایج حاصل از این مدل با نتایج حاصل از برنامه شبیه‌سازی حوزه زمان PSCAD/EMTDC مقایسه می‌گردد.
کلمات کلیدی: مدل هارمونیک، مبدل HVDC، پاسخ حالت پایدار جزئی، پاسخ حالت گذرای جزئی، مدل سیگنال کوچک خطی شده.

A Linearised Small- Signal Model of an HVDC Converter – Part I

A. Shoulaie Iran University of Science and Technology, Iran
Gh. Seifossadat Shahid Chamran University, Ahwaz, Iran

Abstract

In this paper a Linearized Small- Signal Model for a six-pulse HVDC system is presented. In this paper the effects of on and off states resistances, forward voltage drop, filter and snubber circuits of the thyristors are taken into account. RL series circuits are used for modeling of the converter transformer and AC system. To validate the model developed in this paper, a comparison is made with the PSCAD/EMTDC time domain simulation program.

Key words: Harmonic model, HVDC converter, Linearized Small, Signal Model.

۱- مقدمه

امروزه از سیستم‌های HVDC با توجه به ویژگیهای خاص و مفیدشان به‌طور وسیعی در سیستم‌های قدرت استفاده می‌شود. امتیاز اصلی انتقال HVDC هزینه کمتر آن در انتقال انرژی در مسافت‌های طولانی می‌باشد. فاکتور کنترل‌پذیری حتی بدون در نظر گرفتن هزینه، موجب اعتبار بیشتر انتقال DC می‌باشد که رشد روز افزون تعداد لینک‌های پشت به پشت مؤید این امر می‌باشد [۱].

علی‌رغم مزیت‌های موجود، سیستم‌های HVDC دارای یکسری مشکلات عمده نیز می‌باشند. مهمترین آنها مشکل هارمونیک‌زائی این نوع شبکه‌ها است که در اثر عملکرد غیرخطی مبدل‌های HVDC به‌وجود می‌آید. و در صورت عدم حذف آن مشکلاتی نظیر تداخل در خطوط تلفن، تولید اضافه حرارت خازنها و ژنراتورهای سنکرون، ایجاد تشدید در شبکه و حتی شکستن محور توربین‌ها را به‌وجود می‌آورد.

مبدل‌های HVDC باعث ایجاد اعوجاج‌های هارمونیک در هر دو طرف AC و DC مبدل می‌شوند. این اعوجاج‌ها از یک طرف مبدل به طرف دیگر آن منتقل می‌شوند و باعث ایجاد اختلال‌های هارمونیک در طرف دیگر می‌شوند.

در شرایط کار ایده‌آل، هارمونیک‌های مشخصه‌ای $n=PK$ (P: تعداد پالس‌های مبدل و K: عدد صحیح) در طرف DC مبدل و هارمونیک‌های $n=PK \pm 1$ در طرف AC آن تولید می‌شوند [۲]. زمانی که مبدل تحت شرایط غیر ایده‌آل، همچون تغذیه نامتعادل یا تغذیه همراه با هارمونیک کار می‌کند، محدوده وسیعی از هارمونیک‌های غیر مشخصه‌ای در هر دو طرف AC و DC مبدل تزریق می‌گردند [۳].

یکی از مراحل اساسی در مطالعه هارمونیک هر شبکه، مشخص کردن و مدل کردن دقیق منابع هارمونیک‌زا در آن شبکه می‌باشد [۴]. این مدل باید عکس‌العمل‌های هارمونیک بین طرف‌های AC و DC مبدل را به خوبی نمایش دهد. مدل‌های هارمونیک زیادی برای مبدل‌های HVDC ارائه شده‌اند که می‌توان آنها را به سه دسته مدل‌های حوزه زمان، مدل‌های حوزه فرکانس تکراری، و مدل‌های حوزه فرکانس مستقیم تقسیم‌بندی کرد. در مدل‌های حوزه زمان معادلات دیفرانسیل یا فضای حالت سیستم نوشته شده و با استفاده از روش‌های انتگرال عددی حل می‌شوند. نرم افزارهایی همچون EMTDC [۶] و EMTD [۵] از

این روش‌ها استفاده می‌کنند. در این برنامه‌ها ویژگی‌های غیرخطی عناصر الکترونیک قدرت را می‌توان مدل کرد. اما این روش‌ها دارای بار محاسباتی زیادی هستند، زیرا شبیه‌سازی‌های حوزه زمان باید تا پایان دوره گذرا طول بکشد. همچنین استفاده از این برنامه‌ها درک صحیحی از فرآیند انتقال هارمونیک در سیستم HVDC را ارائه نمی‌دهند [۳]. در مدل‌های حوزه فرکانس تکراری از روش‌های تکراری همچون روش نیوتن برای حل عکس‌العمل هارمونیک در اطراف مبدل AC-DC استفاده می‌شود. در واقع در این روش‌ها معادلات عدم تعادل سیستم در یک پخش بار هارمونیک حل می‌گردند. یکی از مهمترین این مدل‌ها، مدلی است که توسط Smith [۷] ارائه شده است و در آن از روش حل تکراری چند متغیره نیوتن برای حل معادلات عدم تعادل سیستم استفاده شده است. در مدل‌های حوزه فرکانس مستقیم از خطی‌سازی مبدل HVDC حول یک نقطه کار استفاده می‌شود. در این روش روابط بین اعوجاج شکل موج دو طرف AC و DC مبدل و سیستم کنترل زاویه آتش مبدل توسط یک مجموعه معادلات جبری خطی نمایش داده می‌شود [۸].

در تمام این مدل‌ها تریستور به‌صورت کلید ایده‌آل در نظر گرفته شده و از اثر مدارات اسنابر در مدلسازی صرف‌نظر شده است. در این مقاله که اکنون ارائه خواهد شد یک مدل سیگنال کوچک خطی شده برای یک مبدل HVDC شش پالس به همراه مدارات فیلتر و ترانسفورماتور مبدل و شبکه AC ارائه می‌شود که در آن برای در نظر گرفتن مقاومت R_{on} و R_{off} تریستور و همچنین برای در نظر گرفتن افت ولتاژ مستقیم دو سر تریستورها و در نظر گرفتن مدارات اسنابرها و مدارات فیلترها از یک روش ترکیبی حوزه فرکانسی و حوزه زمان استفاده می‌شود. در این مدل پاسخ سیستم از مجموع پاسخ‌های حالت پایدار و حالت گذرا به‌دست می‌آید که در آن برای به‌دست آوردن پاسخ گذرا از روش معادلات حالت استفاده می‌شود. پاسخ حالت پایدار مدار از حل معادلات سیستم در حوزه فرکانس به‌دست می‌آید.

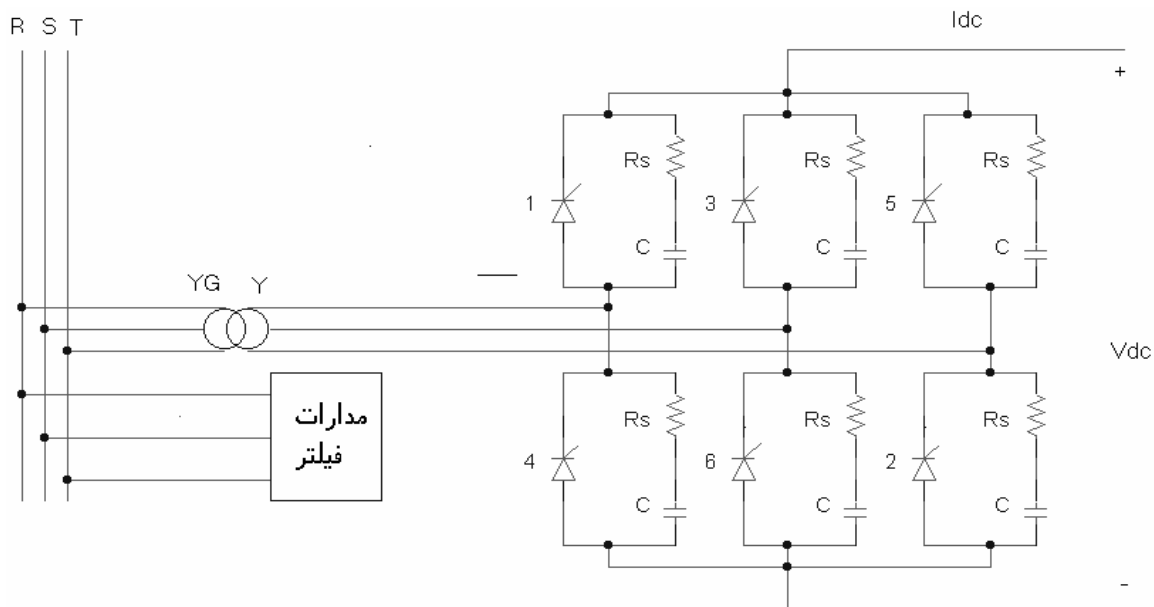
۲- مدل سیگنال کوچک خطی شده مبدل HVDC

شبکه‌های قدرت، شبکه‌های بزرگ و پیچیده‌ای هستند که در آنها وسایل الکترونیک قدرت زیادی وجود دارند. مدل کردن کامل چنین شبکه‌هایی غیر عملی است و باید از روش‌های کاهش

از یک منبع ولتاژ DC برای نمایش افت ولتاژ مستقیم در دو سر هر ترایستور در حال هدایت، به طور سری با یک مقاومت R_{on} و برای مدل کردن آن در حالت قطع از یک مقاومت R_{off} استفاده می‌کنیم. همچنین در دو سر هر ترایستور یک مدار اسنابر شامل یک مدار RC سری برای حفاظت ترایستور در مقابل $\frac{dv}{dt}$ زیاد در نظر گرفته می‌شود. مدارات فیلتر در نظر گرفته شده شامل پنج فیلتر هارمونیک پنجم، هارمونیک هفتم، هارمونیک یازدهم، هارمونیک سیزدهم و فیلتر بالاگذر می‌باشند. برای مدل کردن ترانسفورماتور مبدل و شبکه AC از مدارات RL سری استفاده می‌شوند. مبدل شش پالسه در حالت پایدار در هر دوره تناوب فرکانس اصلی خود از ۱۲ حالت هدایتی شامل ۶ حالت کموتاسیون و ۶ حالت هدایت مستقیم عبور می‌کند. شکل موجهای ولتاژ و جریان در طی هر حالت هدایتی به صورت حاصل جمع پاسخهای حالت پایدار و حالت گذرای مدار مربوطه توصیف می‌شوند. پاسخ حالت پایدار موقعی به دست می‌آید که شکل موجها را به طور نامحدود ادامه دهیم تا حالت گذرای مدار به صفر میرا شود.

شبکه یا ساده‌سازی برای اینکار استفاده شود. یکی از این ساده‌سازیها خطی کردن عناصر غیرخطی است که منجر به جوابهای سریعی برای شبکه‌های قدرت بزرگ می‌شود [۹]. این روش قبلاً توسط HU [۳]، Larson [۱۰]، Hume [۱۱] برای مطالعات هارمونیک و توسط Perrson [۱۲]، Todd [۱۳] و Jovicic [۱۴] برای مطالعات کنترلی مورد استفاده قرار گرفته است. Osauskas در مقاله [۸] یک مدل سیگنال کوچک خطی شده برای یک مبدل HVDC شش پالسه ارائه کرده است. در حالت پایدار و بدون اعوجاج، مبدل HVDC در نقطه کار اصلی خود قرار دارد و هارمونیکهای مشخصه‌ای را تولید می‌کند. زمانی که سیستم دارای اعوجاج و یا عدم تقارن باشد، شکل موجها و لحظات کلیدزنی مبدل دچار تغییر خواهند شد. در مدل خطی شده ابتدا یک منبع اعوجاج با فرکانس دلخواه در نظر گرفته می‌شود و سپس با استفاده از اصل جمع آثار به چندین فرکانس و یا چندین منبع اعوجاج تعمیم داده می‌شود [۹].

شکل (۱) یک مبدل شش پالسه به همراه مدارات فیلتر، ترانسفورماتور مبدل و شین AC آن را نشان می‌دهد. در این مقاله ما یک مدل سیگنال کوچک خطی شده برای این شبکه ارائه می‌دهیم که در آن برای مدل کردن ترایستور در حالت وصل



شکل ۱- مبدل شش پالسه به همراه مدارات فیلتر و ترانسفورماتور مبدل و شین AC آن

شروع هدایت، و فاز C در کموتاسیون شرکت نداشته باشد، می‌بایست پارامترهای مبدل شش پالس را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = E_4 = E_{fh} \\ E_3 &= E_5 = E_6 = 0 \\ R_{t1} &= R_{t2} = R_{t4} = R_{on} \\ R_{t3} &= R_{t5} = R_{t6} = R_{off} \end{aligned}$$

با توجه به رابطه (۱)، تعداد متغیرهای سیستم ۴۲ تا می‌باشد. با نوشتن ۴۲ معادله KVL و KCL مناسب و حل آنها می‌توان فازور هر متغیر حالت را برحسب فازورهای ورودی به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} \bar{X}_h(i) &= L_{i1h}V_{Ah} + L_{i2h}V_{Bh} \\ &+ L_{i3h}V_{Ch} + L_{i4h}E_{fh} + L_{i5h}I_{dch} \quad i = 1, \dots, 42 \end{aligned} \quad (2)$$

به طوری که $\bar{X}_h(i)$ فیزور متغیر i ام، V_{Ah} ، V_{Bh} و V_{Ch} فازورهای ولتاژهای هارمونیک h ام منابع ولتاژ ورودی، I_{dch} فازور جریان هارمونیک h ام منبع جریان ورودی و E_{fh} ولتاژ هارمونیک h ام منبع ولتاژ مدل کننده افت ولتاژ مستقیم در دو سر هر تریستور در حال هدایت است که فقط برای $h=0$ دارای مقدار می‌باشد. L_{i1h} تا L_{i5h} مقادیر ثابتی هستند که به پارامترهای مدار و هارمونیک h ام بستگی دارند. در حالتی که ورودیها بدون اعوجاج باشند، V_{Ah} ، V_{Bh} و V_{Ch} فقط برای فرکانس اصلی شبکه ($h=1$) مقدار دارند و I_{dch} فقط برای $h=0$ با توجه به شکل (۲) فازور ولتاژ DC در هارمونیک h ام را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$V_{dch} = (1 + jh\omega R_5 C)(V_{anh} - V_{amh}) \quad (3)$$

۳-۲- حالت کموتاسیون در شینه منفی

از شش حالت هدایتی مبدل در حالت کموتاسیون، سه حالت مربوط به کموتاسیون در شینه منفی می‌باشد.

از آنجائیکه این حالت با توجه به تغییر پیوسته حالت کار مبدل هیچ وقت رخ نمی‌دهد، پاسخ‌های حالت پایدار و گذرا در هر حالت هدایتی به پاسخ‌های حالت پایدار جزئی^(۱) (PSS) و پاسخ گذرای جزئی^(۲) (PT) موسوم هستند [۱۵].

پاسخ‌های گذرای جزئی با حل معادلات حالت مدارهای مربوطه در حوزه زمان تعیین می‌شوند. در حالیکه پاسخ‌های حالت پایدار جزئی با حل معادلات مدار مربوطه در حالت پایدار و در حوزه فرکانس به دست می‌آیند.

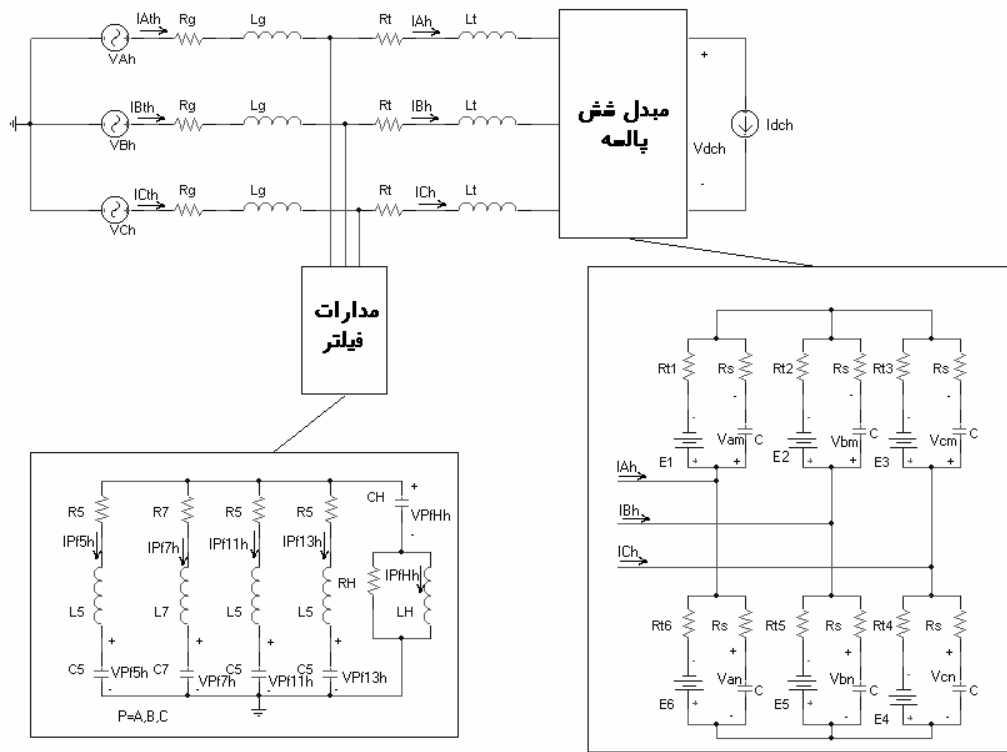
۳-۳ مدل حالت پایدار

مدار معادل کلی حالت پایدار هارمونیک h ام سیستم در شکل ۲ نشان داده شده است. پارامترهای مبدل شش پالس با توجه به حالت هدایتی مبدل باید تعریف شوند. در این مدل منابع ولتاژ و جریان به عنوان ورودی و جریان سلف‌ها و ولتاژ خازنها به عنوان متغیرهای مدار در نظر گرفته می‌شوند. بردار متغیرهای سیستم در این مدل به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \bar{X}_h &= [I_{Ath}, I_{Bth}, I_{Cth}, I_{Ah}, I_{Bh}, I_{Ch}, \\ &V_{am}, V_{bm}, V_{cm}, V_{an}, V_{bn}, V_{cn}, \\ &I_{Af5h}, I_{Af7h}, I_{Af11h}, I_{Af13h}, I_{AfHh}, \\ &V_{Af5h}, V_{Af7h}, V_{Af11h}, V_{Af13h}, V_{AfHh}, \\ &I_{Bf5h}, I_{Bf7h}, I_{Bf11h}, I_{Bf13h}, I_{BfHh}, \\ &V_{Bf5h}, V_{Bf7h}, V_{Bf11h}, V_{Bf13h}, V_{BfHh}, \\ &I_{Cf5h}, I_{Cf7h}, I_{Cf11h}, I_{Cf13h}, I_{CfHh}, \\ &V_{Cf5h}, V_{Cf7h}, V_{Cf11h}, V_{Cf13h}, V_{CfHh}] \end{aligned} \quad (1)$$

۳-۱- حالت کموتاسیون در شینه مثبت

از شش حالت هدایتی مبدل در حالت کموتاسیون، سه حالت مربوط به کموتاسیون در شینه مثبت می‌باشد. برای استفاده از مدار معادل کلی شکل (۲) در حالت کموتاسیون در شینه مثبت، مثلاً در حالتی که فاز A در حال پایان هدایت، فاز B در حال



شکل ۲- مدار معادل کلی حالت پایدار هارمونیک h ام سیستم

به طوری که L_{Ni1h} تا L_{Ni5h} مقادیر ثابتی هستند که به پارامترهای مدار و هارمونیک h ام بستگی دارند. فازور ولتاژ DC در هارمونیک h ام را می توان از رابطه (۳) به دست آورد.

۳-۳- حالت هدایت مستقیم

از ۱۲ حالت هدایتی مبدل، شش حالت مربوط به هدایت مستقیم می باشد. برای استفاده از مدار معادل کلی شکل (۲) در حالت هدایت مستقیم، مثلاً در حالتی که تریستور فاز A در حالت هدایت بوده و به شینه مثبت متصل باشد و تریستور فاز C نیز در حالت هدایت بوده و به شینه منفی متصل باشد، می بایست پارامترهای مبدل شش پالسه را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_4 = E_{fh} \\ E_2 &= E_3 = E_5 = E_6 = 0 \\ R_{t1} &= R_{t4} = R_{on} \\ R_{t2} &= R_{t3} = R_{t5} = R_{t6} = R_{off} \end{aligned} \quad (5)$$

برای استفاده از مدار معادل کلی شکل (۲) در حالت کموتاسیون در شینه منفی، مثلاً در حالتی که فاز A در حال پایان هدایت، فاز B در حال شروع هدایت و فاز C در کموتاسیون شرکت نداشته باشد، می بایست پارامترهای مبدل شش پالسه را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} E_3 &= E_5 = E_6 = E_{fh} \\ E_1 &= E_2 = E_4 = 0 \\ R_{t3} &= R_{t5} = R_{t6} = R_{on} \\ R_{t1} &= R_{t2} = R_{t4} = R_{off} \end{aligned}$$

فازور هر متغیر حالت را می توان برحسب فازورهای ورودی به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{X}_h(i) &= L_{Ni1h}V_{Ah} + L_{Ni2h}V_{Bh} + L_{Ni3h}V_{Ch} \\ &+ L_{Ni4h}V_{fh} + L_{Ni5h}I_{dch} \quad i = 1, \dots, 42 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{x} = [i_{At}, i_{Bt}, i_{Ct}, i_A, i_B, i_C, v_{am}, v_{bm}, v_{cm}, v_{an}, v_{bn}, v_{cn}, i_{Af5}, i_{Af7}, i_{Af11}, i_{Af13}, i_{AfH}, v_{Af5}, v_{Af7}, v_{Af11}, v_{Af13}, v_{AfH}, i_{Bf5}, i_{Bf7}, i_{Bf11}, i_{Bf13}, i_{BfH}, v_{Bf5}, v_{Bf7}, v_{Bf11}, v_{Bf13}, v_{BfH}, i_{Cf5}, i_{Cf7}, i_{Cf11}, i_{Cf13}, i_{CfH}, v_{Cf5}, v_{Cf7}, v_{Cf11}, v_{Cf13}, v_{CfH}] \quad (7)$$

۴-۱- حالت کموتاسیون در شینه مثبت

برای استفاده از مدار معادل کلی گذرای شکل (۳) در حالت کموتاسیون در شینه مثبت، مثلاً در حالتی که فاز A در حال پایان هدایت، فاز B در حال شروع هدایت و فاز C در کموتاسیون شرکت نداشته باشد، می‌بایست پارامترهای مبدل شش پالسه را به صورت زیر تعریف کرد:

$$R_{t1} = R_{t2} = R_{t4} = R_{on}$$

$$R_{t3} = R_{t5} = R_{t6} = R_{off}$$

فازور هر متغیر حالت را می‌توان برحسب فازورهای ورودی به صورت زیر نوشت:

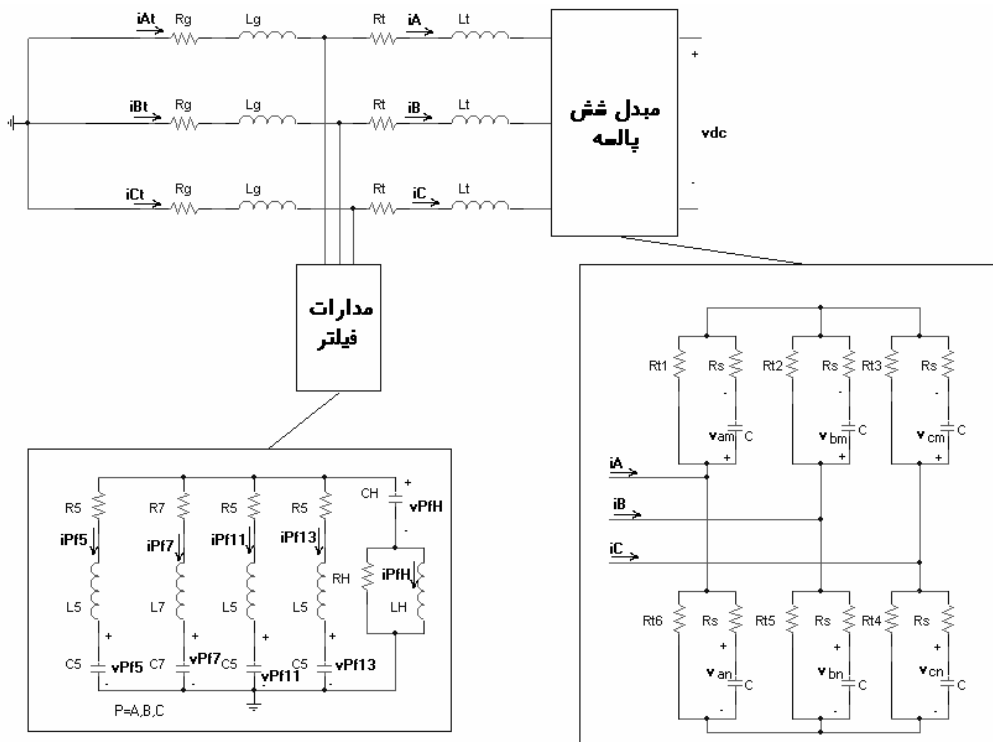
$$\bar{X}_h(i) = L_{Fi1h}V_{Ah} + L_{Fi2h}V_{Bh} + L_{Fi3h}V_{Ch} + L_{Fi4h}E_{fh} + L_{Fi5h}I_{dch} \quad i = 1, \dots, 42 \quad (6)$$

به طوری که L_{Fi1h} تا L_{Fi5h} مقادیر ثابتی هستند که به پارامترهای مدار و هارمونیک h بستگی دارند.

۴-۲ مدل حالت گذرا

مدار معادل کلی گذرای سیستم در شکل (۳) نشان داده شده است. پارامترهای مبدل شش پالسه با توجه به نوع حالت هدایتی مبدل باید تعریف شوند.

بردار متغیرهای حالت سیستم در حوزه زمان به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۳- مدار معادل کلی گذرای سیستم

با توجه به رابطه (۷) تعداد متغیرهای حالت ۴۲ عدد می‌باشد. با نوشتن ۴۲ معادله KVL و KCL مناسب در حوزه زمان می‌توان معادلات حالت سیستم را به صورت زیر به دست آورد:

$$\dot{\bar{x}} = A_n \bar{x} \quad (12)$$

به طوری که A_n ماتریس حالت سیستم به صورت زیر می‌باشد.

$$A_n = \begin{bmatrix} K_{n11} & \dots & K_{n142} \\ \vdots & & \\ K_{n421} & \dots & K_{n4242} \end{bmatrix} \quad (13)$$

۴-۳- حالت هدایت مستقیم

برای استفاده از مدار معادل کلی گذرای شکل (۳) در حالت هدایت مستقیم، مثلاً در حالتی که تریستور فاز A در حالت هدایت بوده و به شینه مثبت متصل باشد و تریستور فاز C نیز در حالت هدایت بوده و به شینه منفی متصل باشد، می‌بایست پارامترهای مبدل شش پالسه را به صورت زیر تعریف کرد:

$$R_{t1} = R_{t4} = R_{on} \\ R_{t2} = R_{t3} = R_{t5} = R_{t6} = R_{off}$$

در این حالت نیز با نوشتن ۴۲ معادله KVL و KCL مناسب در حوزه زمان می‌توان معادلات حالت سیستم را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\bar{x}}(i) = \sum_{j=1}^{42} K_{fij} \bar{x}(j) \quad i = 1, \dots, 42 \quad (14)$$

به طوری که K_{fij} مقادیر ثابتی هستند که به پارامترهای مدار بستگی دارند. معادلات بالا را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\dot{\bar{x}} = A_f \bar{x} \quad (15)$$

به طوری که A_f ماتریس حالت سیستم به صورت زیر می‌باشد.

$$A_f = \begin{bmatrix} K_{f11} & \dots & K_{f142} \\ \vdots & & \\ K_{f421} & \dots & K_{f4242} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\dot{\bar{x}}(i) = \sum_{j=1}^{42} K_{ij} \bar{x}(j) \quad i = 1, \dots, 42 \quad (8)$$

به طوری که $\dot{\bar{x}}(i)$ مشتق متغیر i ام بردار حالت نسبت به زمان می‌باشد. K_{ij} مقادیر ثابتی هستند که به پارامترهای مدار بستگی دارند. معادلات (۸) را می‌توان به فرم ماتریسی زیر در آورد:

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} \quad (9)$$

به طوری که $A_{(42 \times 42)}$ ماتریس حالت سیستم می‌باشد:

$$A = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{142} \\ \vdots & & & \\ K_{421} & K_{422} & \dots & K_{4242} \end{bmatrix} \quad (10)$$

۴-۲- حالت کموتاسیون در شینه منفی

برای استفاده از مدار معادل کلی گذرای شکل (۳) در حالت کموتاسیون در شینه منفی، مثلاً در حالتی که فاز A در حال پایان هدایت، فاز B در حال شروع هدایت و فاز C در کموتاسیون شرکت نداشته باشد، می‌بایست پارامترهای مبدل شش پالسه را به صورت زیر تعریف کرد:

$$R_{t3} = R_{t5} = R_{t6} = R_{on} \\ R_{t1} = R_{t2} = R_{t4} = R_{off}$$

در این حالت نیز با نوشتن ۴۲ معادله KVL و KCL مناسب در حوزه زمان می‌توان با معادلات حالت سیستم را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\bar{x}}(i) = \sum_{j=1}^{42} K_{nij} \bar{x}(j) \quad i = 1, \dots, 42 \quad (11)$$

۵- نقطه کار اصلی مبدل

در نقطه کار اصلی مبدل، منابع ولتاژ سینوسی دارای فرکانس اصلی شبکه (50 Hz) می‌باشند و منبع جریان DC و منبع ولتاژ DC دارای مقادیر ثابتی با فرکانس صفر هستند و زاویه آتش تریتورها مقدار ثابتی است. به عبارت دیگر ورودیها دارای هیچ گونه اعوجاجی نیستند. جدول (۱) حالت‌های مختلف یک مبدل شش پالسه در یک دوره تناوب فرکانس اصلی خود را نشان می‌دهد. در جدول (۱)، B نشان دهنده فازی است که در حال شروع هدایت است، E نشان دهنده فازی است که در حال خاتمه هدایت است و O نشان دهنده فازی است که در کموتاسیون شرکت ندارد. لحظات $t_0, t_2, t_4, t_6, t_8, t_{10}$ و t_{12} لحظات آتش تریتورهای مختلف می‌باشند که با فرض ثابت بودن زاویه آتش تریتورها، مقادیر معلومی هستند، اما لحظات $t_1, t_3, t_5, t_7, t_9, t_{11}$ لحظات پایان حالت‌های

کموتاسیون مختلف هستند که مجهول می‌باشند و باید آنها را به دست آورد. زمانی که سیستم در حالت پایدار کار می‌کند این ۱۲ حالت در هر سیکل فرکانسی اصلی تکرار می‌شوند. بردارهای \bar{X}_0 تا \bar{X}_{12} بردارهایی هستند که مقدار پاسخ کامل متغیرهای حالت در لحظات ابتدایی و انتهای حالت‌های مختلف را نشان می‌دهند. پاسخ کامل متغیرهای حالت در هر حالت هدایتی از حاصل جمع پاسخ حالت پایدار جزئی و پاسخ حالت گذرای جزئی و با توجه به شرایط اولیه در آن حالت تعیین می‌شود. با توجه به متناوب بودن پاسخ مبدل در هر دوره تناوب فرکانس اصلی بردارهای \bar{X}_0 و \bar{X}_{12} با هم مساوی می‌باشند. بردارهای \bar{X}_0 تا \bar{X}_{12} نیز قسمتی از مجهولات مسئله می‌باشند که باید تعیین گردند.

جدول ۱- حالت های مختلف مبدل ۶ پالسه در یک دوره تناوب فرکانس اصلی

حالت	وضعیت	فاز A	فاز B	فاز C	لحظه شروع	لحظه پایان	بردار حالت در لحظه پایانی	بردار حالت در لحظه شروع
۱	کموتاسیون در شینه مثبت	B	O	E	t_0	t_1	\bar{X}_1	\bar{X}_0
۲	هدایت مستقیم	+	-	O	t_1	t_2	\bar{X}_2	\bar{X}_1
۳	کموتاسیون در شینه منفی	O	E	B	t_2	t_3	\bar{X}_3	\bar{X}_2
۴	هدایت مستقیم	+	O	-	t_3	t_4	\bar{X}_4	\bar{X}_3
۵	کموتاسیون در شینه مثبت	E	B	O	t_4	t_5	\bar{X}_5	\bar{X}_4
۶	هدایت مستقیم	O	+	-	t_5	t_6	\bar{X}_6	\bar{X}_5
۷	کموتاسیون در شینه منفی	B	O	E	t_6	t_7	\bar{X}_7	\bar{X}_6
۸	هدایت مستقیم	-	+	O	t_7	t_8	\bar{X}_8	\bar{X}_7
۹	کموتاسیون در شینه مثبت	O	E	B	t_8	t_9	\bar{X}_9	\bar{X}_8
۱۰	هدایت مستقیم	-	O	+	t_9	t_{10}	\bar{X}_{10}	\bar{X}_9
۱۱	کموتاسیون در شینه منفی	E	B	O	t_{10}	t_{11}	\bar{X}_{11}	\bar{X}_{10}
۱۲	هدایت مستقیم	O	-	+	t_{11}	t_{12}	\bar{X}_{12}	\bar{X}_{11}

$$\bar{X}_{11} = \bar{X}_{pss11}(t_{11}) + e^{A_{11}(t_{11}-t_0)}(\bar{X}_{10} - \bar{X}_{pss11}(t_{10})) \quad (28)$$

$$\bar{X}_{12} = \bar{X}_0 = \bar{X}_{pss12}(t_{12}) + e^{A_{12}(t_{12}-t_{11})} \times (\bar{X}_{11} - \bar{X}_{pss12}(t_{11})) \quad (29)$$

در روابط (۱۸) تا (۲۹)، بردارهای \bar{X}_0 تا \bar{X}_{12} و لحظات t_1, t_3, t_5, t_7, t_9 و t_{11} مجهولات مسئله هستند. بنابراین تعداد معادلات از تعداد مجهولات شش تا کمتر می‌باشد. برای به دست آوردن شش معادله باقی مانده باید به این نکته توجه کرد که لحظه انتهای کموتاسیون زمانی است که جریان در تریستوری که در حال خاموش شدن است به صفر کاهش می‌یابد. در حالت اول، حالت کموتاسیون در شینه مثبت، تریستور شماره (۵)، تریستور شینه مثبت فاز C، در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت داریم:

$$i_c(t_1) - C \frac{dv_{cn}(t_1)}{dt} - C \frac{dv_{cn}(t_1)}{dt} - \left(R_s C \frac{dv_{cn}(t_1)}{dt} + v_{cn}(t_1) \right) G_b = 0 \quad (30)$$

به طوری که:

$$G_b = \frac{1}{R_b} \quad (31)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$i_c(t_1) - G_b V_{cn}(t_1) - C \dot{v}_{cn}(t_1) - CP \dot{v}_{cn}(t_1) = 0 \quad (32)$$

به طوری که:

$$CP = C + G_b R_s C \quad (33)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۱۸) می‌توان رابطه (۳۲) را به شکل ماترسی زیر نوشت:

$$\bar{a}_1 \bar{X}_{pss1}(t_1) - \bar{c}_1 \bar{X}_{pss1}(t_1) + \{ \bar{a}_1 - \bar{c}_1 A_1 \} e^{A_1(t_1-t_0)} (\bar{X}_0 - \bar{X}_{pss1}(t_0)) = 0 \quad (34)$$

پاسخ کامل متغیرهای حالت در حالت هدایتی i ام را می‌توان به صورت زیر به دست آورد [۱۶]:

$$\bar{X}_i(t) = \bar{X}_{pssi}(t) + e^{A_i(t-t_{i-1})} (\bar{X}_{i-1} - \bar{X}_{pssi}(t_{i-1})) \quad (17)$$

به طوری که $\bar{X}_i(t)$ پاسخ کامل متغیرهای حالت در حالت هدایتی i ام و در لحظه t ، \bar{X}_{i-1} پاسخ کامل متغیرهای حالت در ابتدای حالت i ام، $\bar{X}_{pssi}(t)$ پاسخ حالت پایدار جزئی متغیرهای حالت در هدایت i ام و در لحظه t ، $\bar{X}_{pssi}(t_{i-1})$ پاسخ حالت پایدار جزئی متغیرهای حالت در ابتدای i ام و A_i ماتریس حالت سیستم در حالت هدایتی i ام می‌باشند. با توجه به رابطه (۱۷) و جدول (۱) خواهیم داشت:

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_{pss1}(t_1) + e^{A_1(t_1-t_0)} (\bar{X}_0 - \bar{X}_{pss1}(t_0)) \quad (18)$$

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_{pss2}(t_2) + e^{A_2(t_2-t_1)} (\bar{X}_1 - \bar{X}_{pss2}(t_1)) \quad (19)$$

$$\bar{X}_3 = \bar{X}_{pss3}(t_3) + e^{A_3(t_3-t_2)} (\bar{X}_2 - \bar{X}_{pss3}(t_2)) \quad (20)$$

$$\bar{X}_4 = \bar{X}_{pss4}(t_4) + e^{A_4(t_4-t_3)} (\bar{X}_3 - \bar{X}_{pss4}(t_3)) \quad (21)$$

$$\bar{X}_5 = \bar{X}_{pss5}(t_5) + e^{A_5(t_5-t_4)} (\bar{X}_4 - \bar{X}_{pss5}(t_4)) \quad (22)$$

$$\bar{X}_6 = \bar{X}_{pss6}(t_6) + e^{A_6(t_6-t_5)} (\bar{X}_5 - \bar{X}_{pss6}(t_5)) \quad (23)$$

$$\bar{X}_7 = \bar{X}_{pss7}(t_7) + e^{A_7(t_7-t_6)} (\bar{X}_6 - \bar{X}_{pss7}(t_6)) \quad (24)$$

$$\bar{X}_8 = \bar{X}_{pss8}(t_8) + e^{A_8(t_8-t_7)} (\bar{X}_7 - \bar{X}_{pss8}(t_7)) \quad (25)$$

$$\bar{X}_9 = \bar{X}_{pss9}(t_9) + e^{A_9(t_9-t_8)} (\bar{X}_8 - \bar{X}_{pss9}(t_8)) \quad (26)$$

$$\bar{X}_{10} = \bar{X}_{pss10}(t_{10}) + e^{A_{10}(t_{10}-t_9)} (\bar{X}_9 - \bar{X}_{pss10}(t_9)) \quad (27)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۲۲) می‌توان رابطه (۴۱) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & \bar{a}_3 \bar{X}_{pss5}(t_5) - \bar{c}_3 \bar{X}_{pss5}(t_5) + \\ & \left\{ \bar{a}_3 - \bar{c}_3 A_5 \right\} e^{A_5(t_5-t_4)} \\ & * (\bar{X}_4 - \bar{X}_{pss5}(t_4)) = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \bar{a}_3 = & [0,0,0,1,0,0,0,0,0,-G_b,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_3 = & [0,0,0,0,0,0,C,0,0,CP,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (44)$$

در حالت هفتم، حالت کموتاسیون در شینه منفی، تریستور شماره (۲)، تریستور منفی فاز C، در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت داریم:

$$i_c(t_7) - G_b V_{cm} - CP \dot{v}_{cm} - C \dot{v}_{cn} = 0 \quad (45)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۲۴) می‌توان رابطه (۴۵) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & \bar{a}_4 \bar{X}_{pss7}(t_7) - \bar{c}_4 \bar{X}_{pss7}(t_7) + \\ & \left\{ \bar{a}_4 - \bar{c}_4 A_7 \right\} e^{A_7(t_7-t_6)} (\bar{X}_6 - \bar{X}_{pss7}(t_6)) = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \bar{a}_4 = & [0,0,0,0,0,1,0,0,-G_b,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (47)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 = & [0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,-G_b,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = & [0,0,0,0,0,0,0,0,0,C,0,0, \\ & CP,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (36)$$

در حالت سوم، حالت کموتاسیون در شینه منفی، تریستور شماره (۶)، تریستور شینه منفی فاز B، در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت داریم:

$$i_B(t_3) - G_b V_{bn}(t_3) - CP \dot{v}_{bm}(t_3) - C \dot{v}_{bn}(t_3) = 0 \quad (37)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۲۰) می‌توان رابطه (۳۷) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & \bar{a}_2 \bar{X}_{pss3}(t_3) - \bar{c}_2 \bar{X}_{pss3}(t_3) + \left\{ \bar{a}_3 - \bar{c}_3 A_3 \right\} \\ & e^{A_3(t_3-t_2)} (\bar{X}_2 - \bar{X}_{pss3}(t_2)) = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

به طوری که:

$$\begin{aligned} \bar{a}_2 = & [0,0,0,0,0,1,0,0,-G_b,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_2 = & [0,0,0,0,0,0,0,0,CP,0,0,C \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, \\ & 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \end{aligned} \quad (40)$$

در حالت پنجم، حالت کموتاسیون در شینه مثبت، تریستور شماره (۱)، تریستور شینه مثبت فاز A در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت خواهیم داشت:

$$i_A(t_5) - G_b V_{bn}(t_5) - C \dot{v}_{am} - CP \dot{v}_{an} = 0 \quad (41)$$

بطوریکه:

$$\bar{a}_6 = [0,0,0,1,0,0,-G_b,0] \quad (55)$$

$$\bar{c}_6 = [0,0,0,0,0,0,CP,0,0,C,0] \quad (56)$$

روابط (۳۴)، (۳۸)، (۴۲)، (۴۶)، (۵۰) و (۵۴) شش معادله باقی مانده را ارائه می‌کنند. از این روابط برای به‌دست آوردن لحظات t_1, t_3, t_5, t_7, t_9 و t_{11} با استفاده از روش نیوتن-رافسون، کمک می‌گیریم. برای اینکار ابتدا توابع زیر را تعریف می‌کنیم:

$$f_1(t_1) = \bar{a}_1 \bar{X}_{pss1}(t_1) - \bar{c}_1 \dot{\bar{X}}_{pss1}(t_1) + (\bar{a}_1 - \bar{c}_1 A_1) e^{A_1(t_1 - t_0)} (\bar{X}_0 - \bar{X}_{pss1}(t_0)) \quad (57)$$

$$f_3(t_3) = \bar{a}_2 \bar{X}_{pss3}(t_3) - \bar{c}_2 \dot{\bar{X}}_{pss3}(t_3) + (\bar{a}_2 - \bar{c}_2 A_3) e^{A_3(t_3 - t_2)} (\bar{X}_2 - \bar{X}_{pss3}(t_2)) \quad (58)$$

$$f_5(t_5) = \bar{a}_3 \bar{X}_{pss5}(t_5) - \bar{c}_3 \dot{\bar{X}}_{pss5}(t_5) + (\bar{a}_3 - \bar{c}_3 A_5) e^{A_5(t_5 - t_4)} (\bar{X}_4 - \bar{X}_{pss5}(t_4)) \quad (59)$$

$$f_7(t_7) = \bar{a}_4 \bar{X}_{pss7}(t_7) - \bar{c}_4 \dot{\bar{X}}_{pss7}(t_7) + (\bar{a}_4 - \bar{c}_4 A_7) e^{A_7(t_7 - t_6)} (\bar{X}_6 - \bar{X}_{pss7}(t_6)) \quad (60)$$

$$f_9(t_9) = \bar{a}_5 \bar{X}_{pss9}(t_9) - \bar{c}_5 \dot{\bar{X}}_{pss9}(t_9) + (\bar{a}_5 - \bar{c}_5 A_9) e^{A_9(t_9 - t_8)} (\bar{X}_8 - \bar{X}_{pss9}(t_8)) \quad (61)$$

$$f_{11}(t_{11}) = \bar{a}_6 \bar{X}_{pss11}(t_{11}) - \bar{c}_6 \dot{\bar{X}}_{pss11}(t_{11}) + (\bar{a}_6 - \bar{c}_6 A_{11}) e^{A_{11}(t_{11} - t_{10})} (\bar{X}_{10} - \bar{X}_{pss11}(t_{10})) \quad (62)$$

مشتق این توابع نسبت به زمان به‌صورت زیر است:

$$\bar{c}_4 = [0,0,0,0,0,0,0,0,CP,0] \quad (48)$$

در حالت نهم، حالت کموتاسیون در شینه مثبت، ترستور شماره (۳)، ترستور شینه مثبت فاز B در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت خواهیم داریم:

$$i_B(t_9) - G_b V_{bn}(t_9) - C \dot{v}_{bn} - CP \dot{v}_{bn} = 0 \quad (49)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۲۶) می‌توان رابطه (۴۹) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\bar{a}_9 \bar{X}_{pss9}(t_9) - \bar{c}_5 \dot{\bar{X}}_{pss9}(t_9) + (\bar{a}_5 - \bar{c}_5 A_9) e^{A_9(t_9 - t_8)} (\bar{X}_8 - \bar{X}_{pss9}(t_8)) = 0 \quad (50)$$

به‌طوری‌که:

$$\bar{a}_5 = [0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,-G_b,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \quad (51)$$

$$\bar{c}_5 = [0,0,0,0,0,0,0,C,0,0,CP,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0] \quad (52)$$

در حالت یازدهم، حالت کموتاسیون در شینه منفی، ترستور شماره (۴)، ترستور شینه منفی فاز A، در حال خاموش شدن است. در پایان این حالت داریم:

$$i_A(t_{11}) - G_b V_{am}(t_{11}) - CP \dot{v}_{am} - C \dot{v}_{an} = 0 \quad (53)$$

با توجه به روابط (۱۷) و (۲۸) می‌توان رابطه (۸۳) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\bar{a}_6 \bar{X}_{pss11}(t_{11}) - \bar{c}_6 \dot{\bar{X}}_{pss11}(t_{11}) + (\bar{a}_6 - \bar{c}_6 A_{11}) e^{A_{11}(t_{11} - t_{10})} (\bar{X}_{10} - \bar{X}_{pss11}(t_{10})) = 0 \quad (54)$$

$$t_{7new} = t_{7old} - \frac{f_7(t_7)}{Jt_7} \quad t_6 \langle t_{7new} \rangle t_8 \quad (۷۲)$$

$$t_{9new} = t_{9old} - \frac{f_9(t_9)}{Jt_9} \quad t_8 \langle t_{9new} \rangle t_{10} \quad (۷۳)$$

$$t_{11new} = t_{11old} - \frac{f_{11}(t_{11})}{Jt_{11}} \quad t_{10} \langle t_{11new} \rangle t_{12} \quad (۷۴)$$

در نهایت مراحل انجام محاسبات برای به دست آوردن مجهولات مسئله به صورت زیر می باشد:

۱- حدس اولیه \bar{X}_0 و لحظات t_1, t_3, t_5, t_7, t_9 و t_{11}

۲- به دست آوردن t_1 با روش تکراری نیوتن-رافسون

۳- محاسبه بردارهای \bar{X}_1 و \bar{X}_2 با استفاده از روابط (۱۸) و (۱۹)

۴- به دست آوردن t_3 با روش تکراری نیوتن-رافسون

۵- محاسبه بردارهای \bar{X}_3 و \bar{X}_4 با استفاده از روابط (۲۰) و (۲۱)

۶- به دست آوردن t_5 با روش تکراری نیوتن-رافسون

۷- محاسبه بردارهای \bar{X}_5 و \bar{X}_6 با استفاده از روابط (۲۲) و (۲۳)

۸- به دست آوردن t_7 با روش تکراری نیوتن-رافسون

۹- محاسبه بردارهای \bar{X}_7 و \bar{X}_8 با استفاده از روابط (۲۴) و (۲۵)

۱۰- به دست آوردن t_9 با روش تکراری نیوتن-رافسون

۱۱- محاسبه بردارهای \bar{X}_9 و \bar{X}_{10} با استفاده از روابط (۲۶) و (۲۷)

۱۲- به دست آوردن t_{11} با روش تکراری نیوتن-رافسون

۱۳- محاسبه بردارهای \bar{X}_{11} و \bar{X}_{12} با استفاده از روابط (۲۸) و (۲۹)

۱۴- اگر $\Delta \bar{X} = \bar{X}_{12} - \bar{X}_0$ از یک مقدار از پیش تعیین شده کوچکتر باشد جواب به دست آمده است و گرنه \bar{X}_0 را برابر با \bar{X}_{12} قرار داده و به مرحله ۲ بر می گردیم.

با مشخص شدن تمامی مجهولات مسئله، با استفاده از رابطه (۱۷) می توان پاسخ کامل تمام متغیرهای حالت را به دست آورد.

$$Jt_1 = \frac{\partial f_1(t_1)}{\partial t_1} = \bar{a}_1 \bar{X}_{pss1}(t_1) - \bar{c}_1 \bar{X}_{pss1}(t_1) + (\bar{a}_1 - \bar{c}_1 A_1) A_1 e^{A_1(t_1-t_0)} (\bar{X}_0 - \bar{X}_{pss1}(t_0)) \quad (۶۳)$$

$$Jt_3 = \frac{\partial f_3(t_3)}{\partial t_3} = \bar{a}_2 \bar{X}_{pss3}(t_3) - \bar{c}_2 \bar{X}_{pss3}(t_3) + (\bar{a}_2 - \bar{c}_2 A_3) A_3 e^{A_3(t_3-t_2)} (\bar{X}_2 - \bar{X}_{pss3}(t_2)) \quad (۶۴)$$

$$Jt_5 = \frac{\partial f_5(t_5)}{\partial t_5} = \bar{a}_3 \bar{X}_{pss5}(t_5) - \bar{c}_3 \bar{X}_{pss5}(t_5) + (\bar{a}_3 - \bar{c}_3 A_5) A_5 e^{A_5(t_5-t_4)} (\bar{X}_4 - \bar{X}_{pss5}(t_4)) \quad (۶۵)$$

$$Jt_7 = \frac{\partial f_7(t_7)}{\partial t_7} = \bar{a}_4 \bar{X}_{pss7}(t_7) - \bar{c}_4 \bar{X}_{pss7}(t_7) + (\bar{a}_4 - \bar{c}_4 A_7) A_7 e^{A_7(t_7-t_6)} (\bar{X}_6 - \bar{X}_{pss7}(t_6)) \quad (۶۶)$$

$$Jt_9 = \frac{\partial f_9(t_9)}{\partial t_9} = \bar{a}_5 \bar{X}_{pss9}(t_9) - \bar{c}_5 \bar{X}_{pss9}(t_9) + (\bar{a}_5 - \bar{c}_5 A_9) A_9 e^{A_9(t_9-t_8)} (\bar{X}_8 - \bar{X}_{pss9}(t_8)) \quad (۶۷)$$

$$Jt_{11} = \frac{\partial f_{11}(t_{11})}{\partial t_{11}} = \bar{a}_6 \bar{X}_{pss11}(t_{11}) - \bar{c}_6 \bar{X}_{pss11}(t_{11}) + (\bar{a}_6 - \bar{c}_6 A_{11}) A_{11} e^{A_{11}(t_{11}-t_{10})} (\bar{X}_{10} - \bar{X}_{pss11}(t_{10})) \quad (۶۸)$$

با استفاده از این توابع، فرمولهای تکرار نیوتن-رافسون به صورت زیر خواهند بود:

$$t_{1new} = t_{1old} - \frac{f_1(t_1)}{Jt_1} \quad t_0 \langle t_{1new} \rangle t_2 \quad (۶۹)$$

$$t_{3new} = t_{3old} - \frac{f_3(t_3)}{Jt_3} \quad t_2 \langle t_{3new} \rangle t_4 \quad (۷۰)$$

$$t_{5new} = t_{5old} - \frac{f_5(t_5)}{Jt_5} \quad t_4 \langle t_{5new} \rangle t_6 \quad (۷۱)$$

۶- اثر اعوجاج هارمونیک در ولتاژهای AC ورودی

فرض کنید که ولتاژهای AC ورودی دارای یک مؤلفه هارمونیک به صورت زیر باشند:

$$\Delta V_{\psi}(t) = V_h \sin(h\omega t + \varphi_h - s\psi) \quad (75)$$

$$\psi = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$$

به طوری که s برای توالی مثبت برابر با ۱ و برای توالی منفی برابر ۱- می باشد. h عدد صحیحی است که مرتبه هارمونیک را نشان می دهد. ابتدا تغییرات به وجود آمده در پاسخ های حالت پایدار متغیرهای حالت با توجه به روابط (۲)، (۴) و (۶) محاسبه می گردند. از طرف دیگر مؤلفه اعوجاجی در ولتاژهای AC ورودی باعث تغییر لحظات پایان کموتاسیون می گردد. بنابراین باید برای هر هارمونیک این لحظات را دوباره محاسبه کرد. روابط مورد استفاده مشابه با روابط نقطه کار اصلی مبدل هستند و فقط باید مؤلفه اعوجاجی در پاسخ های حالت پایدار جزئی و پاسخ های حالت گذرای جزئی در نظر گرفته شوند.

۷- اثر اعوجاج هارمونیک در جریان DC ورودی

فرض کنید که جریان DC دارای یک مؤلفه هارمونیک به صورت زیر باشد:

$$\Delta i_{dc}(t) = I_h \sin(h\omega t + \varphi_h) \quad (76)$$

تغییرات بوجود آمده در پاسخ های حالت پایدار متغیرهای حالت با توجه به روابط (۲)، (۴) و (۶) محاسبه می گردند. از طرف دیگر مؤلفه اعوجاجی جریان DC باعث تغییر لحظات انتهای کموتاسیون می شود. بنابراین باید برای هر هارمونیک این لحظات را دوباره محاسبه کرد. روابط مورد استفاده مشابه با روابط نقطه کار اصلی مبدل هستند و فقط باید مؤلفه اعوجاجی در پاسخ های حالت پایدار و گذرا در نظر گرفته شوند.

۸- شبیه سازی

برای تأیید مدل ارائه شده، نتایج حاصل از مدل با نتایج حاصل از برنامه شبیه سازی حوزه زمان PSCAD/EMTDC مقایسه می گردد. برای انجام اینکار از سیستم HVDC در شکل

(۱) استفاده می شود. مقادیر پارامترهای مختلف مورد استفاده در

این آزمایش به صورت زیر می باشند:
شبکه AC

$$L_g = 0.0667 \text{ H} \quad R_g = 2.1236 \text{ } \Omega$$

ولتاژ خط - ۲۳۰ KV
ترانسفورماتور مبدل
ستاره / ستاره زمین شده

$$L_t = 0.0268 \text{ H} \quad R_t = 0.733 \text{ } \Omega$$

230KV / 230KV
منابع جریان و ولتاژ DC

$$E_f = 1 \text{ V} \quad I_{dc} = 2000 \text{ A}$$

مدار اسنابر

$$C = 25 \times 10^{-9} \text{ F} \quad R_s = 3500 \text{ } \Omega$$

مدارات فیلتر
هارمونیک پنجم

$$C_5 = 2.14 \text{ } \mu\text{F} \quad L_5 = 189.3 \text{ mH} \quad R_5 = 2.48 \text{ } \Omega$$

هارمونیک هفتم

$$C_7 = 2.14 \text{ } \mu\text{F} \quad L_7 = 96.62 \text{ mH} \quad R_7 = 1.77 \text{ } \Omega$$

هارمونیک یازدهم

$$C_{11} = 2.14 \text{ } \mu\text{F}, L_{11} = 39.13 \text{ mH}, R_{11} = 1.515 \text{ } \Omega$$

هارمونیک سیزدهم

$$C_{13} = 2.14 \text{ } \mu\text{F}, L_{13} = 28 \text{ mH}, R_{13} = 1.282 \text{ } \Omega$$

فیلتر بالاگذر

$$C_H = 2.14 \text{ } \mu\text{F}, L_H = 39.168 \text{ mH}, R_H = 225.6 \text{ } \Omega$$

مقاومت های تریستور

$$R_{off} = 1 \text{ M}\Omega \quad R_{on} = 10 \text{ m}\Omega$$

زاویه آتش

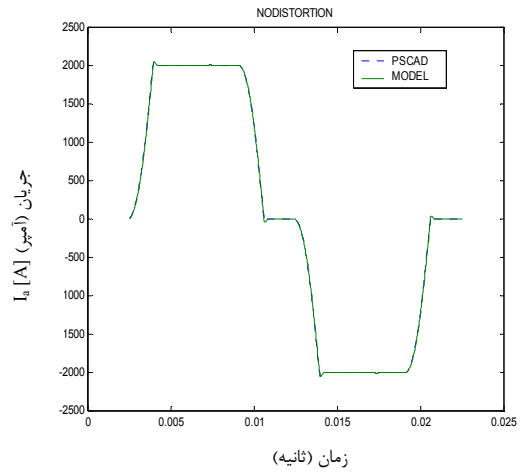
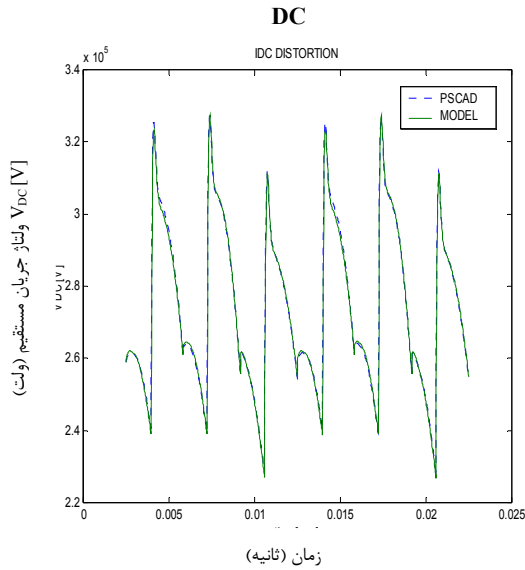
$$\alpha = 0.26 \text{ rad} \approx 15^\circ$$

شکل های (۴) و (۵) به ترتیب شکل موج های جریان فاز AC و ولتاژ DC در نقطه کار اصلی مبدل را نشان می دهند.

شکل های (۶) و (۷) به ترتیب شکل موج های جریان AC فاز A و ولتاژ DC مبدل را در حالت وجود اعوجاج جریان DC با مقدار مؤثر ۲۰A و فرکانس ۱۰۰Hz نشان می دهند.

در تمامی این شکلها نزدیکی بسیار خوب نتایج هر دو روش کاملاً مشخص می باشد.

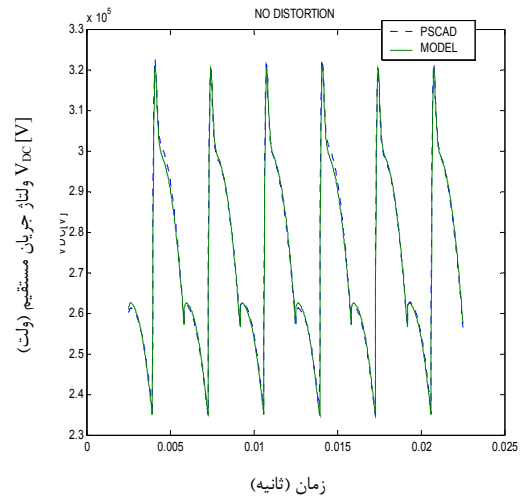
شکل ۶- شکل موج جریان AC در حالت وجود اعوجاج جریان



شکل ۴- شکل موج جریان فاز A در نقطه کار اصلی مبدل

شکل ۷- شکل موج ولتاژ DC در حالت وجود اعوجاج جریان

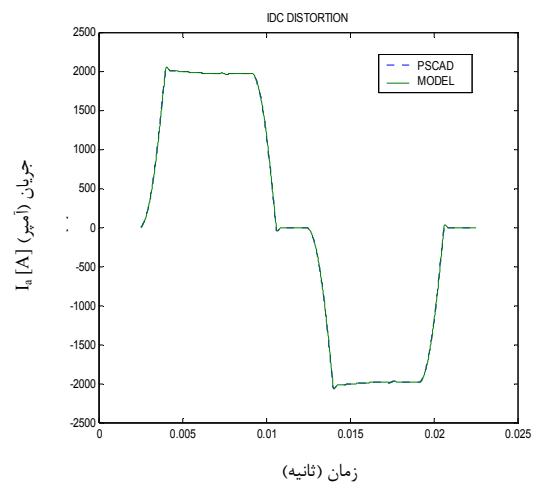
DC



شکل ۵- شکل موج ولتاژ DC در نقطه کار اصلی مبدل

۹- نتیجه‌گیری

یک مدل سیگنال کوچک خطی شده برای یک سیستم HVDC شش پالسه ارائه گردیده است. در این مدل برای در نظر گرفتن اثر مقاومت‌های R_{on} و R_{off} ترستورها و اثر افت ولتاژ مستقیم آنها و همچنین اثر مدارات اسنابر و فیلتر از یک روش ترکیبی حوزه زمان- حوزه فرکانس استفاده شده است. پاسخ کامل هر متغیر حالت در هر حالت هدایتی از حاصل جمع پاسخ حالت پایدار جزئی (PSS) و پاسخ حالت گذرای جزئی (PT) مدار مربوط به آن حالت به دست می‌آید. پاسخ گذرای جزئی از حل معادلات حالت مدار مربوطه در حوزه زمان، و پاسخ حالت پایدار جزئی از حل معادلات حالت پایدار در حوزه فرکانس به دست می‌آیند. برای تعیین لحظات پایان کموتاسیون در نقطه کار اصلی مبدل و در هنگام وجود اعوجاج هارمونیک در ولتاژهای AC ورودی یا جریان DC ورودی از روش تکراری نیوتن- رافسون و برای به دست آوردن حالت اولیه سیستم از روش تکراری گوس- سایدل استفاده شده است. مقایسه شکل موجهای جریان AC ورودی و ولتاژ DC در نقطه کار اصلی مبدل و در حالت وجود اعوجاج ولتاژ یک درصدی توالی مثبت ۲۵۰ HZ در ولتاژهای AC ورودی و در حالت وجود اعوجاج جریان DC یک درصدی ۱۰۰ HZ در جریان DC ورودی، نزدیکی بسیار خوب نتایج



حاصل از مدل و شبیه سازی حوزه زمان PSCAD/EMTDC را نشان می‌دهند.

مراجع

- [9] A. R. Wood and et.al, "Small signal modelling of HVDC transmission systems", AC-DC Power Transmission, no. 485, pp. 28-30, Nov. 2001, Conference Publication, IEE 2001.
- [10] E. V. Larson, M. Sublich and S. C. Kapoor, "Impact of stray capacitance on HVDC harmonics", IEEE Trans. Power delivery, vol. 4, no. 1, pp. 637-645, Jan. 1989.
- [11] D. J. Hume and et.al, "Linearised direct harmonic solution method for a back-to-back HVDC link", ICHQPS Conference, pp. 727-733, 14-16 Oct. 1998, Athens, Greece.
- [12] E. V. Persson, "Calculation of transfer functions in grid controlled converter systems", IEE Proc. 117(5), pp. 989-997, 1979.
- [13] S. Todd and et.al, "An s-domain model of an HVDC converter", IEEE Trans. Power delivery, 12(4), pp. 1719-1723, 1997.
- [14] Jovicic and et.al, "Analytic modelling of HVDC-HVAC systems", IEEE Trans. Power delivery, 14(2), pp. 506-511, 1999.
- [15] Contreras and et.al, "New steady-state algorithm for piece-wise linear circuit", IEE Proc. Electr. Power Appl. 148(3), pp. 245-250, 2001.
- [۱۶] دکتر علی خاکی صدیق، "اصول کنترل مدرن"، آذرماه ۱۳۷۳ (چاپ اول)، انتشارات دانشگاه تهران.
- [1] C. A. Wegner and et.al, "Control design of san to tome back-to-back HVDC link", IEEE Trans. PWS, vol. 8, no. 3, pp. 1250-1256, Aug. 1993.
- [2] J. Arrillaga, B. C. Smith, N. L. Watson and A. R. Wood, "Power system harmonic analysis", John Wiley and Sons, 1997.
- [3] L. Hu and R. Yacamini, "Harmonic transfer through converters and HVDC links", IEEE Trans. Power Electronics, vol. 7, no. 3, Jul. 1992.
- [4] Task force on harmonics modelling and simulation, IEEE PES harmonic working group, "Characteristics and modelling of harmonic sources-power electronic devices", IEEE Trans. Power delivery, vol. 16, no. 4, pp. 791-800, Oct. 2001.
- [5] D. H. W. Yan and A. WeiShi, "Harmonics from transformer saturation", IEEE Trans. vol. PWRD-1, no. 2, 1986.
- [6] The Manitoba HVDC research Center EMTDC users Manual, 1988.
- [7] B. C. Smith, N. R. Watson, A. R. Wood, and J. Arrillaga, "Newton Solution for the steady-state interaction of AC/DC systems", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, 143(2), pp. 200-207, Mar. 1996.
- [8] C. M. Osaskas, D. J. Hume, and A. R. Wood, "A small signal frequency domain model of an HVDC converter", IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution, 148(6), pp. 573-578, Nov. 2001.