

## تحلیل دینامیکی پل‌های راه آهن تحت اثر حرکت وسیله نقلیه ریلی

استادیار دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

جبار علی ذاکری

### چکیده

شناخت رفتار واقعی پل‌های راه آهن از طریق تحلیل سیستم مکانیکی قطار - پل امکان‌پذیر می‌باشد. از طرفی، با توجه به اینکه این سیستم مکانیکی تحت اثر پدیده هانتینگ قطار تحریک شده و به ارتعاش درمی‌آید، لذا لازم است مدلسازی پل، قطار و اندرکنش چرخ - ریل صورت گرفته و براساس آنها معادلات تعادل سیستم بدست آید؛ در این مقاله، ضمن مدلسازی و تشکیل معادلات تعادل، نرم‌افزار کامپیوتربی برای حل مسئله تهیه شده و تاریخچه زمانی برای عبور قطار از روی پل بواسطه کامپیوتربو متابه‌سازی شده است. مطالعه موردی بر روی پل مشخصی صورت گرفته و واکنش‌های دینامیکی پل و توزیع آنها در برابر سرعت قطارها محاسبه شده‌اند. اعتبارسنجی برنامه کامپیوتربی مورد استفاده قبل از طریق مقایسه نتایج محاسبات و اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی مورد تایید قرار گرفته است. نتیجه‌گیری خاص بر روی مسائل سه‌بعدی زوج قطار که معمولاً هنگام عبور قطاری در سرعت‌های ۱۰۰ تا ۳۰۰ کیلومتر در ساعت در پل دو خطه بوجود می‌آید، متمرکز شده است.

کلمات کلیدی: اندرکنش پل - قطار، دینامیک پل‌های راه آهن، تعامل چرخ - ریل، حرکت هانتینگ قطار.

## Dynamic Analysis of Railway Bridges Under Moving Rolling Stock

J. A. Zakeri

School of Railway Engineering Iran University of Science and Technology

### Abstract

Understanding of real behavior of railway bridges is possible by analyzing of Train - Bridge mechanical system. Nevertheless, since the system is excited under the effect of hunting motion of train and is forced to vibrate, it is necessary to model the bridge, the train and the wheel-rail interaction and to obtain system equilibrium equations. While in this paper, modeling and formulation of equilibrium equations have been presented, a computer program has also been developed to solve the problem. Time- history of passing trains over the bridge has been simulated by the computer program. A case study has been carried out on a special bridge and the dynamic responses and its distributions against various speeds of the train have been calculated. The validity of the computer program has been already confirmed by comparing the results of field measurements and the calculations. This paper has particularly focused on 3-D issues of pair - trains with the speed of 100~300 km/h over double track bridges.

**Key words:** Train-bridge interaction, Dynamics of railway bridges, Wheel-rail interactions, Hunting motion of train.

## ۱- مقدمه

در مدلسازی مجموعه، مدلسازی تک‌تک بخش‌های فوق می‌باشد. مدلسازی تعامل چرخ ریل به دلیل غیر خطی بودن رفتار آن [۱] مهمترین بخش این مدلسازی بوده و لازم است توجه ویژه‌ای به آهن صورت گیرد. مدلسازی تماس چرخ - ریل بدلیل مخروطی بودن پروفیل چرخ و داشتن پروفیل خاصی برای ریل وجود پدیده هانتینگ در حرکت قطار از پیچیدگی خاصی برخوردار می‌باشد. تنوری هرتز نشان داده است که تماس چرخ - ریل در یک سطح بیضی شکل صورت می‌گیرد و رفتار کاملاً غیر خطی دارد که می‌توان رابطه سختی تماس را بشرح زیر بیان نمود:

$$F = c_H y^{\frac{3}{2}}$$

$$k_H := C_H [y_w - y_r - y_0]^{0.5}$$

$$\backslash F_H = k_H [y_{w'} - y_r - y_0] \quad (1)$$

که در آن  $c_H$  سختی فنر هرتز بر حسب  $[Nm^{-\frac{1}{2}}]$ .  $y$  تغییر مکان قائم چرخ،  $y_w$  تغییر مکان قائم ریل تحت اثر بار  $F_H$ ،  $y_r$  ناهمواری‌های قائم سطح ریل و  $k_H$  سختی خطی‌سازی شده فنر هرتز و  $F_H$  نیروی تماس چرخ و ریل می‌باشد.

مطالعات تکمیلی زیادی بر روی ساده‌سازی رابطه فوق صورت گرفته و ضریب خطی سازی شده برای محاسبات پل - قطار پذیرفته شده است. البته برای تحلیل دینامیکی واگن‌ها و لکوموتیو و بررسی رفتار آنها، چنین ساده سازی‌هایی قابل قبول نبوده و از تنوری عددی کالکر [۵] استفاده می‌شود.

مدلسازی پل‌های راه آهن در نرم‌افزار DBTI با استفاده از روش المانهای محدود صورت گرفته و فقط کافیست تعداد درجات آزادی و ماتریس‌های سختی، جرم و میرایی آنها تعریف و تشکیل شود. لذا این نرم‌افزار از جامعیت کافی برای تحلیل دینامیکی انواع پل‌های دو خطه راه آهن برخوردار بوده و محدود به نوع خاصی از پل‌ها نمی‌باشد.

با توجه به توضیحات فوق برای پل دو خطه مدل سه‌بعدی آن مورد استفاده قرار گرفته تا ارتعاشات پیچشی، جنبی و قائم

سرعت و بار محوری و سانط نقلیه ریلی و حجم ترافیک عبوری خطوط راه‌آهن، بعنوان پارامترهای تعیین کننده در ارتعاشات دینامیکی پل‌های راه آهن محسوب می‌شوند. در سه دهه اخیر تلاش‌های قابل ملاحظه‌ای در راه آهن‌های مختلف صورت گرفته و پارامترهای فوق‌الذکر را ارتقاء داده‌اند. ارتقاء تک‌تک آنها، اثرات مخربی را روی اجزاء پل‌های راه آهن خواهد داشت. بهمین دلیل انجام مطالعات اساسی در جهت مدلسازی اندرکنش قطار - پل و در نتیجه آن تحلیل دینامیکی پل‌های راه آهن اجتناب ناپذیر بوده و پر همین اساس مطالعات جدی در مراکز تحقیقاتی صورت گرفته است. مروری بر مطالعات قبلی [۱] نشان می‌دهد که ساده‌ترین مدل تحلیلی از بررسی رفتار دینامیکی تیر با بار متحرک شروع شده و بمدروز زمان به ترتیب با جرم دار کردن بار متحرک توانسته‌اند اثرات وسیله نقلیه را مدل نمایند. پس از اعمال بار وسیله نقلیه بهمراه جرم آن، مطالعات جدی روی سیستم فنریندی وسیله نقلیه صورت گرفت و بهینه‌سازی جرم معلق و غیر معلق، افق جدیدی را در تحلیل دینامیکی واگن‌ها باز کرد. به تبع همین اصلاحات، در مطالعات بعدی [۲] مدلسازی وسیله نقلیه ریلی نیز شروع گردید. بدین ترتیب فصل جدیدی در بررسی اندرکنش پل - قطار گشوده شد [۳]. همچنین مروری بر متون فنی [۴] نشان داد که اغلب پل‌ها را می‌توان برای ارتعاشات جنبی و قائم بصورت جداگانه بررسی نمود. در این مقاله مدل سه بعدی مناسبی برای پل‌های دو خطه راه آهن ارائه شده و مطالعه موردی بر روی یک پل فولادی صورت گرفته است. البته با توجه به سه بعدی بودن مدل‌های پل‌های راه آهن و وسیله نقلیه ریلی، اثرات متقابل بارگذاری یکی از خطوط بررسی و ارائه شده است. برآبایس مدلسازی فوق نرم‌افزاری تحت عنوان DBTI تهیه شده و در بررسی رفتار پل‌های راه آهن مورد استفاده قرار می‌گیرد. اعتبار سنجی این نرم افزار قبلاً با مقایسه خروجی این نرم افزار با برداشت‌های میدانی صورت گرفته و مورد تایید واقع شده است [۲].

## ۱- مدلسازی و تشکیل معادلات سیستم

سیستم دینامیکی پل - قطار از سه بخش اساسی پل، وسیله نقلیه ریلی و تعامل ریل - چرخ تشکیل شده است. لذا اولین گام

لکوموتیو شش محوره و واگن های چهار محوره به ترتیب برابر ۲۳ و ۱۷ می باشد. مدل سازی وسیله نقلیه ریلی شش محوره در شکل (۱) نشان داده شده است.

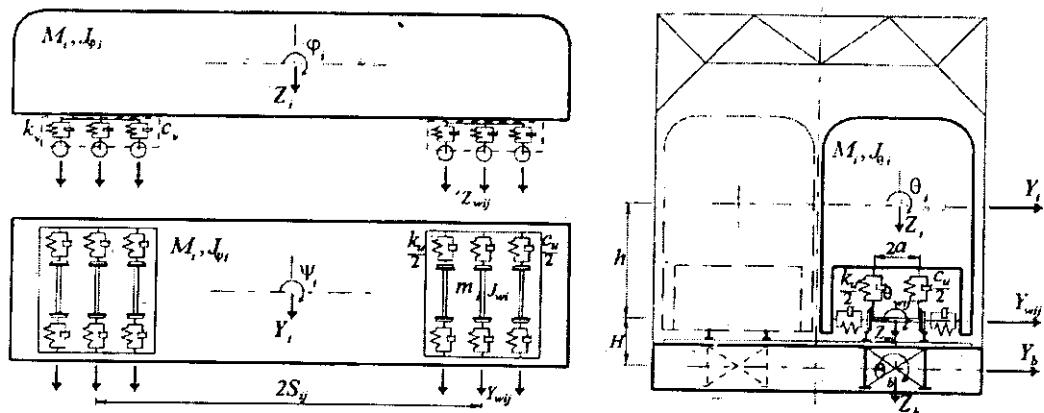
تحلیل دینامیکی مجموعه با توجه به مدل سازی های تشریح شده در فوق، از طریق روش مودال صورت می گیرد و جهت کاهش درجات آزادی از روش فشرده کردن معادلات استفاده شده است.

ابتدا فرکانس های ارتعاشات آزاد و مودهای ارتعاشی سیستم محاسبه می شوند. بجهت تعامل مودهای صدها معادله المان های محدود را که با هم دیگر کوپل شده اند؛ می توان تفکیک کرد. این عمل مدل محاسباتی پل را بصورت جمع آثار معادلات مستقل مودال در می آورد. با توجه به این حقیقت که واکنش دینامیکی هر سازه ای غالباً "تحت تأثیر کوچکترین مودهای ارتعاشی قرار می گیرد؛ این تقریب دارای مزایای زیادی بوده که تخمین مناسب واکنش دینامیکی بوسیله تعداد کمی از مودهای ارتعاشی بدست می آید و این روش برای سیستم های سازه ای سه بعدی با صدها درجه آزادی نیز مناسب می باشد. بدین ترتیب اثرات روش تحلیل در نتایج محاسبات کاهش می یابد [۷].

در هنگام عبور قطاری از یک خط و ترکیب آنها مورد بررسی قرار می گیرد.

وسیله نقلیه ریلی و ترکیب تعداد لکوموتیوها و واگن ها بصورت ورودی نرم افزار تعریف می شود. همچنین بدليل استفاده راه آهن ها از لکوموتیوهای چهار محوره و شش محوره، سعی شده است که امکان تعریف هر دو نوع لکوموتیو امکان پذیر باشد. هر واگن یا لکوموتیو از دو بوژی و هر بوژی از دو چرخ و محور (بعضی سه چرخ و محور) تشکیل شده است. ارتباط چرخ محور با بوژی و بوژی با بدنه از طریق فربیندی خاصی صورت گرفته که در مدل مکانیکی بصورت فنر و کمک فنر (میراگر) مدل سازی می شود [۶].

البته در مدل سازی مجموعه، از اثرات تغییر شکل های الاستیک بدنه واگن ها و چرخ و محور صرف نظر می شود. با صرف نظر کردن از ارتعاشات بدنه واگن و قاب های بوژی حول محور طولی، هر بدنه واگن دارای ۵ درجه آزادی (حرکت جانبی  $Y_i$ ؛ رولینگ  $\theta_i$ ؛ یاوینگ  $\psi_i$ ؛ حرکت حول محور قائم  $Z_i$  و دوران حول محور  $Y_i$ ؛  $\varphi_i$ ) و همچنین چرخ و محورها دارای سه درجه آزادی (شامل حرکت جانبی  $Y_{ij}$ ؛ رولینگ  $\theta_{ij}$ ؛ حرکت حول محور قائم  $Z_{ij}$ ) می باشند. بنابر این کل تعداد درجات آزادی



شکل ۱- مدل سازی دینامیکی وسیله نقلیه ریلی

$$\ddot{q} + 2\omega\xi\dot{q} + \omega^2 = \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{N_h} [\phi_{uij}^n F_{uij} + \phi_{\theta ij}^n F_{\theta ij} + \phi_{vij}^n F_{vij}] \quad (3)$$

که در آن  $F_{\theta ij}$ ،  $F_{vij}$  و  $F_{uij}$  برابر لغزش خمی، نیروی جانبی و نیروی قائم وارده بر پل از طریق زیرین چرخ ز امین وسیله نقلیه می باشند.

## ۲-۱- تعامل چرخ - خط

ناهمواری های ریل و حرکت گهواره ای چرخ بصورت منابع تحریک ارتعاشات سیستم پل - قطار فرض می شود. بر اساس این فرضیات، حرکت چرخ و محور ( $Y_h, \theta_h, Z_h$ ) و تغییر مکان های تیر طولی ( $Y_b, \theta_b, Z_b$ ) بصورت زیر به هم دیگر مرتبط می شوند [۸].

$$\begin{cases} Y_{wij} \\ \theta_{wij} \\ Z_{wij} \end{cases} = \begin{cases} Y_b(x_{ij}) + H_i \theta_b(x_{ij}) + Y_s(x_{ij}) \\ \theta_b(x_{ij}) + \theta_s(x_{ij}) \\ Z_b(x_{ij}) + B \theta_b(x_{ij}) + Z_s(x_{ij}) \end{cases} \quad (4)$$

$$= \sum_{n=1}^{N_q} \begin{cases} q_n(\phi_{uij}^n + H_i \phi_{\theta ij}^n) + Y_s(x_{ij}) \\ q_n \phi_{\theta ij}^n + \theta_s(x_{ij}) \\ q_n(\phi_{vij}^n + B \phi_{\theta ij}^n) + Z_s(x_{ij}) \end{cases}$$

که در آن  $Y_h, \theta_h$  و  $Z_h$  به ترتیب تغییر مکان های جانبی، پیچشی و قائم چرخ نسبت به ریل می باشند و نشان دهنده تأثیرات حرکات گهواره ای چرخ، ناهمواری های جانبی و قائم ریل روی پل می باشند.

از معادله فوق چنین برمنی آید که حرکات چرخ و محورها را می توان بصورت جمع خطی مختصات مودال تعیین یافته پل  $q_n$  ( $n=1,2,\dots,N_q$ ) بیان کرد. بدین ترتیب آنها مستقل از سیستم پل - قطار تحلیل می شوند.

## ۳-۱- معادلات دینامیکی سیستم پل - قطار

معادلات تعادل دینامیکی سیستم پل - قطار بوسیله جمع معادلات وسیله نقلیه، معادلات پل و ارتباط چرخ - خط بدست

## ۱-۲- تشکیل معادلات پل

بدیهی است که در مدل سازی پل های دو خطه، جهت فراهم کردن امکان بررسی ارتعاشات پیچشی - جانبی و قائم در هنگام عبور قطاری از یک خط و ترکیب آنها لازم است مدل سه بعدی مورد استفاده قرار گیرد.

فرضیات زیر برای مدل پل منظور می شوند:

۱- تغییر مکان نسبی بین خط و تیر اصلی پل وجود ندارد. از اثرات الاستیک صفحات لاستیکی زیر ریل و پابندها صرف نظر می شود.

۲- آنالیز مودال برای کل پل صورت می گیرد؛ بطوریکه مودهای ارتعاشی گره های تیر اصلی بصورت مودهای عرشه پل منظور می شود. توابع شکل بین گره ها بوسیله درونیابی لاگرانژ بدست می آیند.

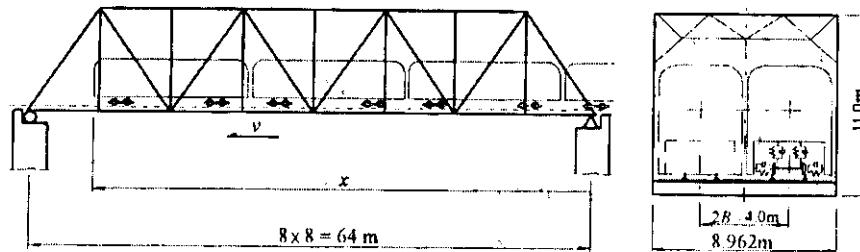
۳- از تغییر شکل مقطع عرضی تیرهای اصلی صرف نظر شده است؛ بدین ترتیب حرکت آنها در هر مقطع بوسیله تغییر مکان جانبی  $Y_h$ ؛ دوران  $\theta_h$ ؛ و تغییر مکان قائم  $Z_h$  تعیین می شود. (شکل ۱(۱)) هنگامیکه اولین  $N_q$  مود در نظر گرفته می شود؛ میتوان آنها را با استفاده از اصل جمع مودها بشرح زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} Y_h(x) &= \sum_{n=1}^{N_q} q_n \phi_h^n(x); \\ \theta_h(x) &= \sum_{n=1}^{N_q} q_n \phi_\theta^n(x); \\ Z_h(x) &= \sum_{n=1}^{N_q} q_n \phi_z^n(x) \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $\phi_h^n, \phi_\theta^n$  و  $\phi_z^n$  به ترتیب برابر تابع مقداری اجزاء پیچشی؛ جانبی و قائم  $n$  امین مود پل در محل ز امین چرخ ز امین وسیله نقلیه بوده و  $q_n$  مختصات تعیین یافته دامنه مودال می باشد.

هنگام نرمال کردن مودهای ارتعاشی براساس  $\phi_n^T m \phi_n = 1$ ، معادله دینامیکی مود  $n$  ام برابر خواهد شد با:

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{array}{cccccc} M_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{\theta i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{\psi i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{\phi i} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \ddot{Y}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{\psi}_i \\ \ddot{Z}_i \\ \ddot{\phi}_i \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccccc} C_{ui} & -hC_{ui} & 0 & 0 & 0 \\ -hC_{ui} & C_{\theta i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{\psi i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{vi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\phi i} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \dot{Y}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \dot{\psi}_i \\ \dot{Z}_i \\ \dot{\phi}_i \end{array} \right] + \\
& + \left[ \begin{array}{ccccc} K_{ui} & -hK_{ui} & 0 & 0 & 0 \\ -hK_{ui} & K_{\theta i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{\psi i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{vi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\phi i} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} Y_i \\ \theta_i \\ \psi_i \\ Z_i \\ \phi_i \end{array} \right] = \\
& \sum_{j=1}^{N_{wi}} \sum_{n=1}^{N_q} \left\{ \begin{array}{l} [\phi_{uij}^n + H_i \phi_{\theta ij}^n](k_{ui} q_n + c_{ui} \dot{q}_n) \\ 0.5 \phi_{\theta ij}^n a^2 (k_{vi} q_n + c_{vi} \dot{q}_n) - H \phi_{uij}^n (k_{ui} q_n + c_{ui} \dot{q}_n) \\ \eta_j S_{ij} \phi_{uij}^n (k_{ui} q_n + c_{ui} \dot{q}_n) \\ \phi_{vij}^n (k_{vi} q_n + c_{vi} \dot{q}_n) \\ \eta_j S_{ij} \phi_{vij}^n (k_{vi} q_n + c_{vi} \dot{q}_n) \end{array} \right\} + \\
& + \sum_{j=1}^{N_{wi}} \left\{ \begin{array}{l} k_{ui} Y_s(x_{ij}) + c_{ui} \dot{Y}_s(x_{ij}) \\ -h_i [k_{ui} Y_s(x_{ij}) + c_{ui} \dot{Y}_s(x_{ij})] + 0.5 a^2 [k_{vi} \theta_s(x_{ij}) + c_{vi} \dot{\theta}_s(x_{ij})] \\ \eta_j S_{ij} [k_{ui} Y_s(x_{ij}) + c_{ui} \dot{Y}_s(x_{ij})] \\ k_{vi} Z_s(x_{ij}) + c_{vi} \dot{Z}_s(x_{ij}) \\ \eta_j S_{ij} [k_{vi} Z_s(x_{ij}) + c_{vi} \dot{Z}_s(x_{ij})] \end{array} \right\} \\
& \ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n^2 + \omega_n^2 q_n = \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{N_{hi}} \sum_{m=1}^{N_q} -\{(\Phi_{uij}^{mm} m_{wij} + \phi_{\theta ij}^{mm} \dot{J}_{wij} + \phi_{vij}^{mm} m_{wij}) \ddot{q}_m + \\
& + (\Phi_{uij}^{mm} c_{ui} + 0.5 \phi_{\theta ij}^{mm} c_{vi} a^2 + \phi_{vij}^{mm} c_{vi}) \dot{q}_m + (\Phi_{uij}^{mm} k_{ui} + 0.5 \phi_{\theta ij}^{mm} k_{vi} a^2 + \phi_{vij}^{mm} k_{vi}) q_m\} + \\
& + \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{N_{hi}} \{(\phi_{uij}^n + H_i \phi_{\theta ij}^n) [k_{ui} (Y_i - h_i \theta_i) + c_{ui} (\dot{Y}_i - h_i \dot{\theta}_i) + \eta_j S_{ij} (k_{ui} \Psi_i + c_{ui} \dot{\Psi}_i)] + \\
& + 0.5 a^2 \phi_{\theta ij}^n (k_{vi} \theta_i + c_{vi} \dot{\theta}_i) + \phi_{vij}^n [(k_{vi} Z_i + c_{vi} \dot{Z}_i) + \eta_j S_{ij} (k_{vi} \varphi_i + c_{vi} \dot{\varphi}_i)] + \\
& + [(\phi_{uij}^n + H_i \phi_{\theta ij}^n) k_{ui} Y_s(x_{ij}) + 0.5 \phi_{\theta ij}^n k_{ui} a^2 \theta_s(x_{ij}) + \phi_{vij}^n k_{vi} Z_s(x_{ij})] + \phi_{vij}^n (m_{wij} g + 0.5 M_i g / N_{wi})\} \\
& \quad (i=1,2,3,\dots,N_v, \quad n=1,2,3,\dots,N_q) \\
& \Phi_{uij}^{mm} = (\phi_{uij}^n + H_i \phi_{\theta ij}^n)(\phi_{uij}^m + H_i \phi_{\theta ij}^m), \\
& \phi_{\theta ij}^{mm} = \phi_{\theta ij}^n \phi_{\theta ij}^m, \quad \phi_{vij}^{mm} = \phi_{vij}^n \phi_{vij}^m
\end{aligned} \tag{Δ}$$



شکل ۲ - مدل دینامیکی سیستم پل - قطار

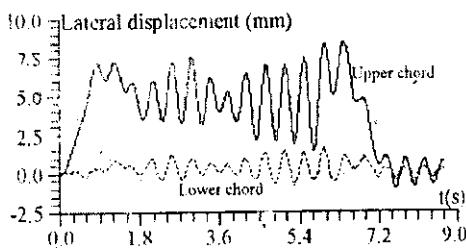
$$Y_s = A_s \sin\left(\frac{2\pi v}{L_s} t + \zeta_k\right) \quad (6)$$

$N_{wi}$  : تعداد چرخ و محور وسیله نقلیه می‌باشد.  
ضرایب میرایی و ضرایب سختی ماتریس‌های میرایی و سختی  
 بصورت زیر می‌باشند:

که در آن  $A_s$  و  $L_s$  دامنه و طول موج حرکت گهواره‌ای بوده و در محاسبات برابر ۳ میلی‌متر و ۲۰ سانتی‌متر فرض شده‌اند.  
همچنین  $\zeta_k$  فاز اولیه تصادفی  $k$  امین بوزی وسیله نقلیه بوده که با پخش یکنواخت  $\sim R(0,2\pi)$  مطابقت دارد.

شکل (۳) تغییر مکان جانبی محاسبه شده برای گره‌های قطر بالا و پائین خربا را در حالی که سرعت قطار  $150 \text{ km/h}$  منظور شده، نشان می‌دهد. شکل (۴) منحنی‌های دامنه تغییر مکان جانبی را پس از فیلتر کردن تغییر مکان‌های جانبی نشان می‌دهد. در این عمل فرکانس برش فیلتر  $5 \text{ هرتز}$  منظور شده است. از این شکل چنین بر می‌آید که تغییر شکل جانبی شبه استاتیکی برای پل دوخطه زمانی اتفاق می‌افتد که فقط یک قطار از روی پل عبور نماید؛ و این در حالیست که عمدتاً "واکنش‌های جانبی بزرگی در پل بوجود می‌آید. تأثیر آن به وتر بالانی بمراتب بیشتر از وتر تحتانی می‌باشد.

شکل (۵) تاریخچه زمانی تغییر مکان دینامیکی خربا را نشان می‌دهد. شکل (۶) منحنی تنش محاسبه شده پکی از المان‌های خربا را نشان می‌دهد.



شکل ۳ - منحنی‌های تغییر مکان جانبی

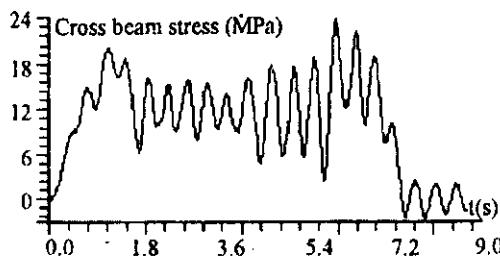
$$\begin{aligned} C_{ii} &= N_{wi} c_{ii}; C_{ii} = N_{wi} (h^2 c_{ii} + 0.5 a^2 c_{vi}); \\ C_{vi} &= \sum_{j=1}^{N_{ui}} S_{ij}^2 c_{ii}; C_{vi} = N_{wi} c_{vi}; C_{vi} = \sum_{j=1}^{N_{ui}} S_{ij}^2 c_{vi}; \\ K_{ii} &= N_{wi} k_{ii}; K_{ii} = N_{wi} (h^2 k_{ii} + 0.5 a^2 k_{vi}); \\ K_{vi} &= \sum_{j=1}^{N_{ui}} S_{ij}^2 k_{ii}; K_{vi} = N_{wi} k_{vi}; K_{vi} = \sum_{j=1}^{N_{ui}} S_{ij}^2 k_{vi}; \end{aligned}$$

از آنجائیکه در هنگام عبور قطار از روی خربا ضرایب  $\phi$  تغییر پیدا می‌کند، معادلات دینامیکی سیستم خربا - وسیله نقلیه بصورت معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب متغیر زمانی خواهد بود [۹]. معادلات بوسیله روش نیومارک  $\beta$  با  $\beta = 1/4$  حل شده‌اند.

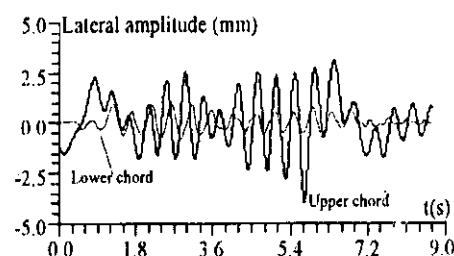
### ۳- مطالعه موردی

پل مورد مطالعه یک پل خرپائی فولادی دو خطه‌ای است که در نشان (۲) ذاده شده است.

برای مطالعه موردی، پل خرپائی فولادی دو خطه در راه آهن گوانجو در جنوب چین انتخاب و ابعاد پل در شکل (۲) نشان داده شده است. پارامترهای مودال بوسیله SAP 90 تحلیل شده‌اند. ۲۰ مود ارتعاشی در مدل پل ترکیب شده‌اند. حرکت گهواره‌ای چرخ و محورها بصورت منبع اصلی تحریک ارتعاشات جانبی - پیچشی سیستم پل - قطار عمل می‌کند. عبارت تقریبی زیر برای تبیین حرکت گهواره‌ای مورد استفاده قرار گرفته است:



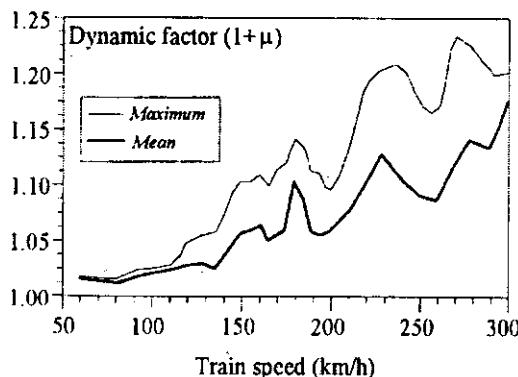
شکل ۶- منحنی تنش تیر عرضی



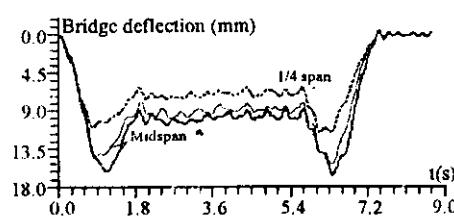
شکل ۷- منحنی‌های دامنه‌های تغییر مکان جانبی

که در آن  $\frac{v}{L}$  فرکانس تحریک سیستم بوده و  $L$  طول موج حرکت گهواره‌ای (هانتینگ) برای ارتعاش جانبی یا طول دهانه خرپا برای ارتعاش قائم می‌باشد. به این معنی که هنگام عبور قطار با سرعت مشخص، فرکانس تحریک به بعضی از فرکانس‌های طبیعی سازه خیلی نزدیک خواهد بود. بدین ترتیب تشدید در سیستم اتفاق می‌افتد.

در ارتعاشات جانبی، تحریک از طریق حرکت هانتینگ چرخ صورت می‌گیرد، در حالیکه در واکنش‌های قائم، تحریک به تغییر مکان تیز طولی خرپا باز می‌گردد، به طوری که باعث وارد شدن ضربات قائم متناوب بر روی سازه می‌شود. این رفتار در جدول (۱) بخوبی نشان داده شده است و در آن سرعت قطار از ۱۲۰ km/h تا ۲۸۰ km/h تغییر کرده و واکنش‌های مانگزیم هم در ارتعاشات جانبی یا قائم و هم هر دو بررسی شده‌اند. اکثر فرکانس‌های تحریک محاسبه شده از معادله (۶)، به مقادیر فرکانس‌های طبیعی خرپا بسیار نزدیک هستند.



شکل ۸- ضریب دینامیکی بر حسب سرعت قطار

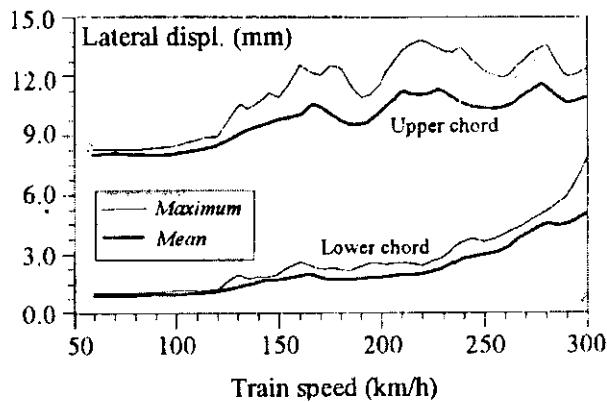


شکل ۹- منحنی‌های تغییر مکان دینامیکی

نتایج نشان می‌دهد که فازهای اولیه واکنش‌های قطار نقش مهمی را در واکنش‌های پل ایفا می‌کنند. برای فهم بهتر تأثیر سرعت قطار در واکنش‌های پل، ۳۰ گروه محاسباتی با فازهای اولیه تصادفی با تغییرات سرعت ۶۰-۳۰۰ km/h صورت گرفته است. مقادیر مانگزیم، متوسط و انحراف استاندارد واکنش‌های خرپا بوسیله روش‌های آماری بدست آمده‌اند. مقادیر بیشینه از واکنش‌های پل در هنگام عبور قطار از روی پل گرفته شده‌اند.

شکل (۷) و (۸) توزیع مقادیر بیشینه و متوسط ضریب دینامیک پل و تغییر مکان جانبی در وسط دهانه خرپا را نسبت به سرعت قطار نشان می‌دهد. براساس همین نتایج، می‌توان نتیجه گرفت که برای چنین خرپایی دو خطهای همیشه با افزایش سرعت، واکنش دینامیکی افزایش نمی‌یابد. تمامی منحنی‌های واکنش‌های بیشینه دارای نقاط اوچی در سرعت‌های مشخصی هستند که می‌توان آنها را رزونانس سرعت‌های قطار-پل نامید. در این سرعت‌ها، واکنش‌های پل عموماً تشدید می‌شوند. اوچهای واکنش زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت قطار ۷۰ فرکانس طبیعی پل  $f_h$  بصورت زیر به همدیگر مرتبط شوند.

$$f_h = \frac{v}{L} \quad (7)$$



شکل ۸- تغییر مکان‌های جانبی بر حسب سرعت قطار

جدول ۱- تشیدید سرعت قطار و مودهای ارتعاشی

سرعت قطار ( $km/h$ )		120	130	160	170	180	210	230	280
$f_b (Hz)$	مود	V	L-V	L-V	L-V	V	L	L-V	L
۲.۳۳	L				2.36				
۴.۰۵	V	4.16							3.84
۴.۸۶	V			4.51					
۵.۱۴	V				5.55				
۵.۸۱	L-T					5.9	6.25		
۷.۹۲	L-T							7.29	7.98

ا. نشاندهنده مود جانبی، V مود قائم و L نشاندهنده مود پیچشی است.

نژدیک به مقادیر فرکانس‌های طبیعی خربا شده و پدیده روزانه اتفاق می‌افتد. در چنین حالتی هم واکنش‌های جانبی و هم قائم یا هر دو تشیدید می‌شوند. تفاوت فازهای اولیه واگن‌های قطار تأثیر زیادی در واکنش‌های جانبی سیستم خربا – قطار دارد. بررسی چنین موردی نیاز به مطالعات تکمیلی دارد. برای پل خربائی دو خطه، ارتعاشات جانبی و قائم در هنگام عبور قطار از یک خط باهمدیگر درگیر (مرتبط) می‌شوند. ارتعاشات پیچشی بوجود آمده از بارگذاری خارج از محور، باعث بزرگتر شدن تغییر مکان‌های جانبی و دامنه آنها می‌شود. بدین ترتیب لازم است در تحلیل دینامیکی و طراحی پل راه‌آهن سریع السیر این موضوع مدنظر قرار گیرد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

شناخت رفتار واقعی پل‌های دو خطه تحت بازی بارگذاری یک طرفه و پا در نظر گرفتن پدیده‌هایی چون هانتینگ در گرو مدل‌سازی، سه بعدی ایندرکش پل – قطار می‌باشد. چنین مدل تحلیلی برای ارتعاشات سه بعدی سیستم خربای دو خطه – قطار و روش مشابه سازی کامپیوتری بخوبی می‌تواند ارتعاشات اصلی پل را منعکس نماید. در این مقاله به کمک برنامه کامپیوتری DBTII مدل‌سازی سه بعدی پل‌های راه‌آهن صورت گرفته و معادلات حرکت کل سیستم با در نظر گرفتن تماس چرخ – ریل تشکیل گردید. نتایج محاسبات نشان داد که حرکت هانتینگ چرخ و محورهای قطار و تغییر شکل تیر طولی خربا نقش مهمی در ارتعاشات سیستم قطار – پل بازی می‌کند. در سرعت‌های معینی، فرکانس‌های تحریک

- under Random Excitations", Proceedings of 4<sup>th</sup> Int. Conf. On Stochastic Struc. Dyn., Notre Dame, USA, pp535-542, 1998.
- [3] Fryba, L. " a rough assessment of Railway Bridge for high speed trains". Eng. Struct., 23(5), 548-556 ,2001.
- [4] Fafard, M, Mallikarjuna and Savard M, "Dynamic of Bridge-Vehicle Interaction", Proc. Of EURODYN'93, Balkema Publisher, Norway, pp 951-960, 1993.
- [5] Kalker, J. J., "Review of wheel-Rail Rolling Contact Theories" the general problem of rolling contact, AMD-vol. 40, eds., Browne, A. L., and Tsei, N. T., ASME, N. Y. 1980.
- [6] Xia, H. and Chen, Y-J. " Dynamic Reliability of Train-Bridge System Under Wind Action By Stochastic Process Extreme Analysis", Proceedings of EASEC-4, Seoul, Korea, pp. 2063-2068, 1993.
- [7] Dahlberg, T., "Vehicle-Bridge Interaction", Vehicle System Dynamics, Vol. 13, No. 4. , 1984.
- [8] Xia, H. , Xu, Y. L., Chan, T. H. T. and Zakeri, J. A. "Dynamic Response of Railway Suspension Bridges under moving Trains", Scientia Iranica Journal, Vol 14 Number 5, pp385-394, 2007.
- [9] Chen, Y. H. and Li, C. Y. " Dynamic response of elevated high-speed railway" J. bridge Eng., ASCE, 5(2), 124-130, 2000.

محاسبات نشان داد که برای خریای دو خطه نمونه همیشه با افزایش سرعت، واکنش دینامیکی افزایش نمی‌یابد. تمامی منحنی‌های واکنش‌های مانگریم دارای نقاط اوچی در سرعت‌های مشخصی می‌باشند که می‌توان تشید سرعت‌های قطار- پل نامید. بدین معنی که هنگام عبور قطار با سرعت مشخصی، فرکانس تحریک خیلی نزدیک به بعضی از فرکانس‌های طبیعی سازه خواهد بود. بدین ترتیب تشید سیستم اتفاق می‌افتد. در ارتعاشات جانبی، تحریک از طریق حرکت هانتینگ چرخ صورت می‌گیرد. در حالیکه در واکنش‌های قائم، تحریک به تغییر مکان تیر طولی خریا برابر می‌گردد. بطوریکه باعث وارد شدن ضربات قائم متناظر بر روی سازه می‌گردد.

#### تقدیر و تشکر

مؤلف از حمایت‌های مالی بنیاد علوم طبیعی چن و بروفسور شیاخی رئیس دانشکده مهندسی عمران دانشگاه جیانوتونگ پکن تقدیر و تشکر را دارد.

#### مراجع

- [1] ذاکری، جبارعلی، دینامیک پل‌های راه آهن، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۴.
- [2] Xia, H. and Zhang, H. and De. Roeck, G., "Dynamic Analysis of Train - Bridge System